

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE – FURG
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

**UMA PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA
PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO 5º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Lara Rodrigues Porto

SANTO ANTÔNIO DA PATRULHA

2023

LARA RODRIGUES PORTO

**UMA PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA
PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO 5º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão do Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Rio Grande – FURG, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientador: Prof. Dr. Lucas Nunes Ogliari

SANTO ANTÔNIO DA PATRULHA

2021

Ficha Catalográfica

P853p Porto, Lara Rodrigues.

Uma proposta de utilização da Modelagem Matemática para o ensino de probabilidade e estatística no 5º ano do Ensino Fundamental / Lara Rodrigues Porto. – 2021.

87 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Santo Antônio da Patrulha/RS, 2021.

Orientador: Dr. Lucas Nunes Ogliari.

1. Modelagem Matemática 2. Ensino Fundamental 3. Anos iniciais 4. Probabilidade e estatística 5. Ensino de Matemática
I. Ogliari, Lucas Nunes II. Título.

CDU 51:37

Catálogo na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

LARA RODRIGUES PORTO

**UMA PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA
PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO 5º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão do Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Rio Grande – FURG, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientador: Prof. Dr. Lucas Nunes Ogliari

Aprovado em: 13 de dezembro de 2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Lucas Nunes Ogliari (Orientador)
Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

Profa. Dra. Patrícia Ignácio
Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)

Profa. Dra. Carolina
Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

Antônio Maurício Medeiros Alves
Universidade Federal de Pelotas (UFPEL)

SANTO ANTÔNIO DA PATRULHA
2021

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, que me proporcionou a oportunidade e condições para que eu realizasse a presente pós-graduação.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Lucas Nunes Ogliari por aceitar o desafio de orientar a pesquisa e guiar a minha trajetória acadêmica com sabedoria e paciência.

A minha família e amigos, por sempre me apoiarem e darem suporte para que eu atingisse meus objetivos.

A Universidade Federal do Rio Grande, campus Santo Antônio da Patrulha, por ofertar ensino gratuito e de qualidade. Aos professores do PPGECE que contribuíram com esta tese através dos ensinamentos fornecidos ao longo do curso. Aos colegas pela troca de experiências, dicas de estudo e cafés compartilhados nos intervalos das aulas.

Por fim, agradeço a todos os professores de Palmares do Sul que participaram desta pesquisa, colaborando ativamente em diversas etapas, de modo fosse possível proporcionar a criação do produto educacional derivado desse trabalho.

Meu sincero agradecimento!

RESUMO

O presente trabalho encontra sua justificativa nos estudos de Porto (2021), que constatou através de uma pesquisa qualitativa entre professores polivalentes do município de Palmares do Sul que determinados objetos do conhecimento e habilidades presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) não eram contemplados nas aulas de matemática das docentes entrevistadas. Através das conclusões obtidas, foi investigado como a metodologia de Modelagem Matemática pode contribuir com o ensino de probabilidade e estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, a pesquisa foi embasada nos autores Biembergut e Hein (2009), Bassanezi (2014), Barbosa (2001; 2004; 2013) e em outros que abordam o conceito de modelagem matemática. Assim, foi desenvolvido um curso para professores, tendo como objetivo apresentar a Modelagem Matemática e promover a discussão referente as possibilidades de trabalhar com probabilidade e estatística através do uso desta metodologia, visando, portanto, contribuir com o planejamento dos docentes que lecionam a disciplina de matemática. Desse modo, o objetivo da pesquisa é investigar as possibilidades de utilizar a modelagem matemática como estratégia para o ensino de Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do ensino fundamental, visto que ao longo do trabalho são apresentadas as etapas que foram desenvolvidas para o alcance do objetivo determinado. Por fim, é apresentado o curso denominado “Modelagem Matemática para a Unidade temática Probabilidade e Estatística”, sendo exposto como foi a sua realização, aplicação e quais os resultados obtidos no período que foi utilizado pelas docentes de 5º ano do Ensino Fundamental do município de Palmares do Sul. Diante disso, tornou-se possível observar ao longo da pesquisa a modelagem matemática ser debatida e aplicada através das atividades propostas pelo curso.

Palavras-chave: modelagem matemática, Ensino Fundamental, anos iniciais, Probabilidade e Estatística, ensino de matemática.

ABSTRACT

The present work finds its justification in the studies of Porto (2021), who found, through a qualitative research among multipurpose teachers in the municipality of Palmares do Sul, that some objects of knowledge and skills, present in the National Common Curricular Base (BNCC), were not contemplated in the mathematics classes of the interviewed teachers. In view of these conclusions, we investigated how the methodology of Mathematical Modeling can contribute to the teaching of probability and statistics in the early years of Elementary School. For this, we rely on Biembergut and Hein (2009), Bassanezi (2014), Barbosa (2001; 2004; 2013), among other authors, on the concept of mathematical modeling. We have developed a course for teachers that introduces Mathematical Modeling to students, and promotes the discussion of possibilities of working with probability and statistics through this methodology, thus contributing to the planning of teachers who teach the subject of Mathematics. The objective of our research is to investigate the possibilities of using mathematical modeling as a strategy for teaching Probability and Statistics, in the early years of elementary school, the steps that were developed to achieve this goal are presented throughout the work. In addition, the course called "Mathematical Modeling for the Probability and Statistics Thematic Unit" is presented, how the application of this course was carried out with the teachers of the 5th year of Elementary School in the municipality of Palmares do Sul, and the results obtained with the application. We observed throughout the The mathematical modeling work to be debated and applied through the activities proposed by the course.

Keywords: mathematical modeling, Elementary Education, early years, Probability and Statistics, mathematics teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema lógico/metodológico da pesquisa.....	26
Figura 2 - Primeira versão do Jogo Uno comercializado	38
Figura 3 – Cartas Jogo Uno.....	40
Figura 4 – jogo com 4 cartas azuis e 3 amarelas.....	42
Figura 5 – Mão de uma jogada de UNO.....	43
Figura 6 – Mão do segundo jogador.....	44
Figura 7 – Pictograma dos vencedores do jogo Uno.....	52
Figura 8 - Vinheta inicial do curso.....	56
Figura 9 – Papel do professor na metodologia de Modelagem Matemática.....	57
Figura 10 - Unidades Temáticas.....	58
Figura 11 – Aplicação das atividades 3 e 5 em uma escola municipal.....	60
Figura 12 – Estudantes realizando a atividade 5 proposta pelo curso.....	61
Figura 13 - Atividade 5 realizada por um aluno.....	62
Figura 14 - Questão “c” da atividade 5 realizada por um estudante.....	63
Figura 15 - atividade 4 realizada por uma estudante.....	63
Figura 16 – Atividade 1 realizada por um estuante.....	64
Figura 17 - Atividade 3 realizada por uma estudante.....	64

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Objetos de Conhecimento e Habilidades para Unidade Temática Probabilidade e Estatística no 5º ano do Ensino Fundamental.....	18
Quadro 2 – Plataforma PROFMAT.....	28
Quadro 3 – Catálogo de Teses e Dissertações – CAPES.....	30
Quadro 4 – Perguntas referentes ao questionário.....	32
Quadro 5 – Tarefa no Processo de Modelagem.....	35
Quadro 6 – Tarefas/passos da modelação para o curso.....	37
Quadro 7 – Primeira questão.....	65
Quadro 8 – Segunda Questão.....	66
Quadro 9 – Terceira questão.....	67
Quadro 10 – Quarta questão.....	68
Quadro 11 – Sexta questão.....	70
Quadro 12 – Sétima questão.....	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados referentes a primeira questão.....	32
Tabela 2 - Respostas referentes a segunda questão.....	33
Tabela 3 – Respostas referentes à terceira questão.....	34
Tabela 4 – Pontos das Cartas de Uno.....	40
Tabela 5 – Modelo probabilístico do lançamento de um dado de seis faces.....	46
Tabela 6 - Modelo probabilístico de tirar uma carta entre as dez cartas de Uno.....	47
Tabela 7 – Modelo probabilístico de tirar uma carta ímpar ou par.....	48
Tabela 8 – Ganhadores do Jogo Uno.....	50
Tabela 9 – Resultados de cada partida.....	51
Tabela 10 – Tabela de frequência para as 20 primeiras cartas do jogo.....	52

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Vitórias por jogador da partida de Jogo Uno.....	51
Gráfico 2 – Vitórias por estudante do campeonato de UNO da Escola Criança Feliz.....	54
Gráfico 3 – Quinta questão.....	69

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
2 UNIDADE TEMÁTICA DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC).....	16
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	19
3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO	19
4 PERCURSO METODOLÓGICO.....	25
4.1 MODELAGEM MATEMÁTICA, PROBABILIDADE E ESTATÍSTICAS NAS SÉRIES INICIAIS: PANORAMA GERAL.....	27
4.2 ESTUDO PILOTO.....	32
4.3 MODELANDO ATRAVÉS DE JOGOS.....	35
4.4 O JOGO UNO.....	38
4.4.1 História Do Jogo Uno.....	38
4.5 MATEMATIZAÇÃO: PROPRIEDADES MATEMÁTICAS DO JOGO UNO.....	40
4.5.1 O Jogo Uno e a Unidade Temática Probabilidade e Estatística.....	41
4.5.2 Modelo: Modelos Probabilísticos E Estatísticos Que Podemos Propor Através Do Jogo Uno Para Potencializar As Jogadas.....	45
4.5.2.1 Proposta de atividade envolvendo as habilidades EF05MA22 e EF05MA23.....	46
4.5.2.2 Proposta de atividade envolvendo as habilidades EF05MA24 e EF05MA25.....	50
5 ELABORAÇÃO DO CURSO COMO PROPOSTA DE PRODUTO EDUCACIONAL.....	56
6. ANÁLISE DA REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES E AS PERCEPÇÕES DAS PROFESSORAS SOBRE O CURSO.....	59
6.1 Das atividades realizadas pelos alunos.....	60
6.2 Das percepções das professoras sobre o curso.....	65
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	71
REFERÊNCIAS.....	73

1. INTRODUÇÃO

Ao longo da minha graduação em Licenciatura em Ciências Exatas, cursada pela Universidade Federal do Rio Grande-campus Santo Antônio da Patrulha, participei do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à docência (PIBID). Nesse período, participei como auxiliar em uma turma de 6º ano do Fundamental de uma escola municipal de Santo Antônio da Patrulha. Desse modo, durante a experiência docente, observei alguns dos conhecimentos prévios que os estudantes haviam aprendido nos anos iniciais do Fundamental, bem como quais aprendizados precisariam ser retomados antes de iniciarmos os conteúdos previstos para o 6º ano. Nesse cenário, desenvolvi minha pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso (Porto, 2021), que versa sobre quais objetos do conhecimento e habilidades, presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), previstos para as séries iniciais do Ensino Fundamental, são explorados e desenvolvidos pelos professores polivalentes do município de Palmares do Sul.

O município de Palmares do Sul está localizado no estado do Rio Grande do Sul, logo, possui seis escolas de ensino fundamental, sendo três escolas urbanas e três escolas rurais. Assim, “entre as escolas que abrangem os anos iniciais, três escolas são da rede municipal, duas escolas da rede estadual, e uma escola estadual-municipalizada” (PORTO, 2021, p. 21). No ano de 2021, o município possuía 8 turmas de 5º ano, sendo 4 turmas de escolas da rede estadual e 4 turmas de rede municipal.

No Trabalho de Conclusão de Curso em questão foi verificado que os objetos do conhecimento e as habilidades a eles vinculados, presentes na Unidade Temática Probabilidade e Estatística, não eram trabalhados de maneira adequada entre os professores que constituíam a amostra da pesquisa. Nesse sentido, foram entrevistadas sete professoras que atuam ou já atuaram no 5º ano do ensino fundamental no município de Palmares do Sul. Para as habilidades e objetos do conhecimento referentes a Unidade Temática Probabilidade e Estatísticas, as entrevistadas demonstraram não trabalhar alguns dos conteúdos previstos na BNCC. Assim sendo, dos três objetos do conhecimento¹, nenhuma professora apontou trabalhar com os objetos I e II. Além disso,

¹ Objetos de Conhecimento e Habilidades referentes a Unidade Temática Probabilidade e Estatística para o 5º ano:

- i) Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios.
- ii) Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.

duas docentes responderam não utilizar nenhum dos objetos do conhecimento.

Em relação aos resultados da pesquisa, brevemente relatados, justifica-se a escolha do tema deste trabalho ao serem observadas as lacunas existentes no ensino de Probabilidade e Estática. Compreende-se que é relevante para a educação do município, assim como para outras regiões com estrutura educacional semelhante, desenvolver uma proposta de curso direcionada aos professores dos anos iniciais, de modo a possibilitar uma proposta que beneficia práticas docentes, bem como contribuir para a educação matemática dos educandos.

Todas as professoras entrevistadas no trabalho de Conclusão de Curso, afirmaram ter participado de alguma modalidade de curso ou formação em matemática, porém relataram que se sentem pouco seguras em lecionar conteúdos da área da matemática (PORTO, 2021). Assim, é possível concluir que os cursos realizados pelas docentes não foram suficientes para suprir as lacunas das suas respectivas formações na área de matemática, fator que revela a necessidade de serem ofertadas mais opções educacionais referentes aos conteúdos matemáticos a fim de consolidar sua prática de ensino. Nessa perspectiva, o produto derivado deste trabalho será uma proposta de formação direcionada aos professores dos anos iniciais do Fundamental, visando apresentar a modelagem matemática como uma proposta metodológica, para que consequentemente os docentes trabalhem com a Unidade Temática Probabilidade e Estatística satisfatoriamente em suas aulas.

A pergunta que norteou a pesquisa foi: “Como a modelagem matemática pode contribuir para o ensino da Unidade Temática Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do fundamental?”. Dessa forma, através da pergunta de pesquisa levantada, foi planejado investigar as possibilidades de utilizar a modelagem matemática como estratégia para o ensino de Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do ensino fundamental. Para o alcance do objetivo estabelecido e suporte teórico para a realização deste trabalho, a pesquisa embasou-se no conceito de modelagem matemática, desenvolvido principalmente pelos autores Biembengut e Hein (2009), Barbosa (2001, 2004, 2013) e Bassanezi (2002).

Para coletar os dados da pesquisa, foi elaborado e posteriormente aplicado um questionário para treze professoras polivalentes que atuam no Ensino Fundamental (anos

iii) Leitura, coleta, classificação interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas. (BRASIL, 2020)

iniciais) em escolas da rede municipal e estadual no município de Palmares do Sul. Sete dessas professoras atuam ou já atuaram em turmas do 5º ano do ensino fundamental do município. Por razão do número de respondentes do questionário referente ao 5º ano ser mais expressivo e, portanto, representar melhor a realidade do ensino no município para esse respectivo ano escolar, optou-se neste trabalho discutir e pensar propostas de Produto Educacional voltados para professores do 5º ano.

Quanto as habilidades e objetos do conhecimento que se referem a Unidade Temática Probabilidade e Estatística, as respondentes demonstraram não trabalhar alguns dos conteúdos previstos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Para as habilidades, observou-se que:

Quatro respostas referiam-se a interpretar dados em tabelas e gráficos, e três referiam-se a organizar dados em tabelas, estas respostas se enquadram nas habilidades EF05MA24² e EF05MA25³, respectivamente. Ressaltamos o desencontro das habilidades citadas pelas professoras, em comparação com as habilidades presentes no documento (PORTO, 2021, p. 45).

Das quatro habilidades presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), revelou-se que são trabalhadas duas habilidades, sendo que as habilidades EF05MA22⁴ e EF05MA23⁵ não se enquadraram em nenhuma das respostas das professoras entrevistadas.

Diante dos resultados da pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso, brevemente relatados, justifica-se o objetivo em realizar uma pesquisa que aborde a utilização da modelagem matemática como estratégia de ensino da Unidade Temática Probabilidade e Estatística, previstos para o 5º ano do ensino fundamental. Assim, planejou-se construir uma proposta de formação aos professores que vise contribuir como uma possibilidade de estratégia de ensino para a Unidade Temática em questão.

Diante disso, apresenta-se como objetivo deste trabalho investigar as possibilidades de se utilizar a modelagem matemática como estratégia para o ensino de

² Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões

³ Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

⁴ Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.

⁵ Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do ensino fundamental. Sendo o produto deste trabalho uma proposta de formação continuada, direcionada aos professores e professoras dos anos iniciais do fundamental, visando apresentar a modelagem matemática como uma proposta metodológica envolvendo a Unidade Temática Probabilidade e Estatística em suas aulas.

Os objetivos específicos definidos foram:

1. Problematizar o ensino de Probabilidade e Estatística, utilizando a modelagem matemática como estratégia metodológica de ensino.
2. Elaborar e aplicar um curso de formação para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como formato um produto educacional, visando assim apresentar a modelagem matemática como proposta metodológica direcionada à unidade temática Probabilidade e Estatística em suas aulas.
3. Investigar através da aplicação do curso as potencialidades de trabalhar com modelagem matemática no 5º ano do ensino fundamental, especificamente com a temática Probabilidade e Estatística.

Pretendendo alcançar os objetivos propostos, o texto a seguir descreve em seu segundo capítulo o que está previsto na BNCC para a área de matemática nos anos iniciais do Fundamental, especificamente as habilidades e os objetos do conhecimento apontados para Unidade Temática Probabilidade e Estatística. Em seguida, é apresentado a Metodologia de Modelagem Matemática, evidenciando importantes autores que dialogam sobre o tema, abordando algumas definições e consequências dessa metodologia para o ensino.

Na sequência, o texto aponta o percurso metodológico utilizados para alcançar os objetivos definidos no início, sendo apresentado o estudo piloto que contém um questionário elaborado para ser respondido pelas professoras polivalentes de Palmares do Sul, fator que evidenciou a preferência dos alunos dos anos iniciais por jogo de cartas Uno. Portanto, através do resultado obtido, a pesquisa foi desenvolvida com base no jogo Uno, analisando suas características e o seu potencial como ferramenta pedagógica. Após a análise, foi produzido um conjunto de atividades que propõem o jogo Uno como ferramenta central para o desenvolvimento. Além disso, foi elaborada uma proposta de organização das tarefas da atividade, sendo embasada na teoria de Modelagem Matemática,

Por fim, o quinto capítulo se refere sobre o curso de professores, expondo como foi a sua estruturação e o seu desenvolvimento. Nesse sentido, também é detalhado como

foi realizada a aplicação do curso com as professoras polivalentes do município de Palmares do Sul e como ocorreram as atividades propostas para o 5º ano do Fundamental. O sexto capítulo revela o parecer das docentes sobre o curso, bem como os resultados obtidos com a aplicação das atividades propostas para a sala de aula.

2. UNIDADE TEMÁTICA DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

O Plano Nacional da Educação (PNE), definido no Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), determina a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O documento, que teve sua implementação nas redes de ensino de todo território nacional no ano de 2020, pode ser definido como:

Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento (BRASIL, 2020, p. 9).

Desse modo a Base Nacional Comum Curricular visa nortear os currículos das escolas brasileiras para os níveis de ensino Infantil, Fundamental e Médio. O documento estabelece conhecimentos, competências e habilidades, divididos entre as áreas do conhecimento a serem desenvolvidas pelos estudantes ao longo do ensino básico. A área do conhecimento referente à matemática é composta por cinco Unidades Temáticas, sendo elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Assim, cada Unidade consiste em certas habilidades que são vinculadas aos objetos do conhecimento, devendo ser adquiridas pelos estudantes.

“Em todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano” (BRASIL, 2020, p. 276). No entanto, o documento enfatiza que as habilidades não devem ser vistas de modo fragmentado, pois as diversas habilidades que compõem o conjunto de aprendizagens para a área do conhecimento matemática, estão intimamente relacionadas. Para uma determinada habilidade ser adquirida, o estudante poderá necessitar do conhecimento prévio de alguma outra habilidade, discutida em algum ano escolar anterior, ou ainda, determinada habilidade pode servir de base para que ele adquira novas habilidades.

A Base Nacional Comum Curricular estabelece o compromisso que o ensino fundamental deve ter com o desenvolvimento do letramento matemático. A concepção de letramento matemático é retirada da Matriz de Avaliação de matemática do Pisa 2012, estando definida no documento como:

Competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2020, p. 278).

Ao definir letramento como competências e habilidades, entende-se ser uma capacidade individual do estudante, não uma constituição histórica e cultural, desconsiderando a pluralidade de contextos e culturas do país (NACARATO, PASSOS, 2018). A Base Nacional Comum Curricular prevê ainda que o ensino fundamental deve garantir aos alunos o desenvolvimento de oito competências específicas, listadas no documento⁶.

Desse modo, a Unidade Temática Probabilidade e Estatística prevê para o ensino fundamental anos iniciais, em especial para o ensino de probabilidade, que as escolas promovam a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos.

Para isso, o início da proposta de trabalho com probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. É importante que os alunos verbalizem, em eventos que envolvem o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente aconteceu, iniciando a construção do espaço amostral (BRASIL, 2020, p. 274).

Portanto, para o ensino de estatística torna-se essencial que os estudantes trabalhem com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa, estando preferencialmente relacionada com um tema de interesse dos alunos. “A leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados” (BRASIL, 2020, p. 275).

Para o 5º ano do ensino fundamental a Unidade Probabilidade e Estatística é composta por três objetos do conhecimento que estão conectadas a quatro habilidades, conforme aponta a quadro 1.

⁶ As oito habilidades previstas para o ensino fundamental podem ser vistas no documento da Base Nacional Comum Curricular, na página 269.

Quadro 1 – Objetos de Conhecimento e Habilidades para Unidade Temática Probabilidade e Estatística no 5º ano do ensino fundamental

Objeto de Conhecimento	Habilidades
i) Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios.	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
ii) Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.	(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).
iii) Leitura, coleta, classificação interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas.	(EF05MA24) Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões. (EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

Fonte: Brasil, 2020, p. 296

Ao final do 5º ano, os estudantes deverão adquirir as habilidades apresentadas, compreendendo os conceitos matemáticos envolvidos em cada um, para assim usufruir desses saberes em situações do seu cotidiano.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção aborda a metodologia de ensino de modelagem matemática, objetivando apresentar e fundamentar a escolha por esta metodologia no ensino-aprendizagem de Probabilidade e Estatística. Ademais, a discussão presente neste trabalho estende-se para a formação de professores no âmbito educacional geral, uma vez que trata sobre possibilidades de preencher lacunas na educação.

3.1 Modelagem matemática no ensino

O presente trabalho trata sobre um campo específico do ensino de matemática e amplamente discutido no âmbito acadêmico, no qual é nomeado de modelagem matemática. Diante disso, para compor a base teórica da pesquisa, foram consultados alguns autores que possuem trabalhos prestigiados no ambiente acadêmico e científico, tais como: Biembergut e Hein (2009), Bassanezi (2014), Barbosa (2001; 2004; 2013) e demais autores. Assim, a pesquisa pretende discutir o significado de modelagem matemática de acordo com os três primeiros autores citados, tendo como objetivo identificar e comparar as suas principais ideias sobre conceito e metodologia, a fim de determinar a partir da discussão qual é a abordagem mais adequada para o trabalho realizado com as séries iniciais do ensino fundamental.

Sendo assim, inicialmente é apresentado o conceito de modelagem matemática através do debate, trazendo para o texto uma análise sobre os trabalhos de Biembergut e Hein (2009) e Bassanezi (2014) e também a abordagem de Barbosa (2001; 2004; 2013), na qual problematiza o próprio conceito de modelagem matemática no ensino.

Para Biembergut e Hein (2009, p. 8) modelar na matemática é a “[...] arte de expressar por intermédio de linguagem matemática situações-problema de nosso meio [...]”. Além disso:

Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para elaborar um modelo, além de conhecimento matemático, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p. 12).

Para Bassanezi (2014, p.64), modelagem matemática é o “[...] estudo de problemas e situações reais usando a Matemática como linguagem para sua compreensão, simplificação e resolução para uma possível previsão ou modificação do objeto estudado”. Nesse sentido, conforme apontado por outros autores, a modelagem matemática “[...] pode ser vista como o esforço de descrever matematicamente um fenômeno que é escolhido pelos alunos com o auxílio do professor.” (BORBA, 1999, p.76).

Além do mais, a modelagem matemática também pode ser entendida como:

[...] uma abordagem por meio da matemática, de um problema não matemático da realidade, ou de uma situação não-matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embasem o desenvolvimento do trabalho (ARAÚJO, 2002, p.39).

Para entender a concepção de Barbosa (2004; 2013) acerca da modelagem matemática, torna-se necessário definir o significado do termo *ambiente de aprendizagem*, pois está intimamente ligado a ideia de modelagem para Barbosa (2013). O autor, com base nas proposições de Ole Skovsmose⁷, define ambiente de aprendizagem como toda situação proposta pelo professor que ofereça condições sob as quais o aluno é convidado a atuar (OLIVEIRA; BARBOSA, 2013).

Assim, o autor compreende por modelagem matemática “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade. (BARBOSA, 2004, p. 3)”. Ou seja, quando o professor utiliza a modelagem como estratégia de ensino, ele proporciona aos estudantes atuar em sala de aula com problemas provenientes da sua realidade, possibilitando a discussão, investigação e a pesquisa de temas que sejam do seu interesse. Logo, os alunos se equipam com ferramentas matemáticas para resolução dos temas ou problemas propostos.

Portanto, o autor salienta a importância dos problemas com referência à realidade, cujas circunstâncias geradas pela situações-problema se sustentem no mundo social. Os problemas podem ser provenientes da matemática ou ter sua origem em outros campos do conhecimento, mas devem convidar os estudantes a utilizarem ideias e conceitos matemáticos para abordá-los (BARBOSA, 2004). É bem provável que problemas criados a partir de situações de semi-realidade ou criados sem nenhuma referência ao mundo

⁷ Skovsmose (2014), entende por ambientes de aprendizagem os meios pelos quais a aprendizagem ocorre, ou seja, podendo ser desde simples listas de exercícios até projeto de pesquisa.

social, mesmo apresentando modelos matemáticos, não sejam convidativos à prática da modelagem matemática da maneira como muitos autores a entendem.

As situações provenientes do contexto social do estudante proporcionam maior motivação na realização da tarefa, facilita a aprendizagem, prepara o aluno para utilizar a matemática em diferentes contextos fora da sala de aula e a compreensão do papel social da matemática. Além disso, a modelagem matemática pode contribuir com a construção de uma sociedade mais democrática, uma vez que potencializa a intervenção das pessoas nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações matemáticas (BARBOSA, 2004).

O ambiente de aprendizagem da modelagem está associado, para Barbosa (2004), a dois fatores: investigação e indagação. A investigação é “a busca, seleção, organização e manipulação de informações” (BARBOSA, 2001, p. 7). O processo de investigação deve levar o aluno a indagação. A indagação pode ser definida como uma atitude que permeia o processo de resolução de um problema, não se limita a mera explicação e interpretação do problema (BARBOSA, 2001). Estes dois fatores não ocorrem separados, eles estão interligados com o propósito de envolver o estudante a interagir com a atividade proposta, levando-o a interrogação, problematização, criticidade em relação ao problema proposto e sua solução.

Nesta proposta de ensino os professores,

Estruturam o ambiente de modelagem como uma atividade escolar, planejando e organizando algumas atividades para trabalhar problemas provenientes de situações do dia a dia em termos das regras consolidadas na prática pedagógica (BARBOSA, 2013, p. 28).

Em relação ao estudante, ele se transforma em investigador, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico. Por se tratar de atividades provenientes do seu cotidiano, é possível que eles tragam discursos externos à disciplina, propondo perguntas inesperadas e se envolvendo de forma crítica na resolução do problema proposto. Em um ambiente que aborde assuntos de interesse do estudante, torna-se provável que ele fique mais interessado, participativo, se sinta motivado e envolvido com a resolução da atividade.

Por se tratar de um ambiente novo, muitos professores relatam se sentir desconfortáveis com a utilização desta metodologia pela primeira vez. Barbosa (2013) especificou dentro de alguns relatos de professores que trabalharam com a modelagem

matemática em sala de aula algumas das situações que geraram estranheza entre estes professores, na qual o autor definiu como tensões.

Foram identificadas as seguintes tensões nos discursos: *a tensão do sequenciamento e do ritmo na prática pedagógica, a tensão da participação dos estudantes, a tensão da abordagem das respostas dos estudantes e a tensão da abordagem do conteúdo matemático* (BARBOSA, 2013, p. 25, grifos originais).

Diante das discussões apresentadas neste texto, percebe-se que o sequenciamento e o ritmo na prática pedagógica se modificam dentro dos procedimentos da modelagem, uma vez que está pode ser imprevisível dependendo de fatores como engajamento dos estudantes, desdobramentos possíveis do problema inicial proposto, dúvidas, problematizações diversas trazidas pelos alunos, entre outros fatores imprevisíveis no planejamento do professor. A segunda tensão (tensão da participação dos estudantes) é problematizada devido a descentralização do papel do professor como centro do processo de ensino, passando para o aluno para que seja ele o protagonista na resolução do problema. Aqui o professor necessita pensar em como promover a participação do estudante nas tomadas de decisões e engajamento na resolução do problema proposto.

Na terceira tensão (tensão na abordagem da proposta dos estudantes), o professor questiona qual postura ele deve tomar em relação as respostas e perguntas dos estudantes, pois o professor deve intervir, mas não permitir que se perca a autonomia do estudante e a oportunidade de descobertas.

A quarta tensão apresentada pelos professores, denominada tensão da abordagem do conteúdo matemático, caracteriza-se pela falta de segurança dos docentes em relação aos objetos do conhecimento da disciplina que lecionam. Por ser uma metodologia de ensino que permite a participação ativa do estudante em todas as etapas do aprendizado, torna-se impossível prever todas as dúvidas que surgirão, assim como quanto os estudantes poderão se aprofundar em relação aos conteúdos matemáticos previstos para ser utilizado na situação problema. A imprevisibilidade é uma marca da modelagem, podendo ser muito positiva para aqueles professores que querem propor um ensino que promova a criticidade, cidadania e participação social para seus alunos, superando assim os seus medos e inseguranças comumente observado na profissão de docente.

No currículo, a modelagem matemática pode ser desenvolvida de diversas formas, visto que, Barbosa (2001) classificou as diferentes possibilidades de organização curricular da modelagem em três casos:

Caso 1- O professor apresenta uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. [...]

Caso 2 – O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, mas os dados são coletados pelos próprios alunos. [...]

Caso 3 – A partir de temas não-matemáticos, os alunos coletam informações, formulam e resolvem problemas. [...]

(BARBOSA, 2001, p 9)

Diferentemente, para desenvolver os conteúdos programáticos previstos no currículo por meio da modelagem matemática, Biembengut e Hein (2009) trazem uma proposta mais fechada do que a proposta por Barbosa (2001). Os autores orientam que os professores devem seguir três etapas, na ordem: “Interação-reconhecimento da situação-problema e familiarização; Matematização – formulação e resolução do problema; Modelo Matemático – interpretação e validação” (BIEMBENGUT; HEIN, 2009, p.20).

Portanto, na primeira etapa (Interação) é exposto o tema a ser discutido. Diante do *tema gerador*, os alunos são convidados a discutir sobre os possíveis levantamentos, questões e sugestões que podem surgir a partir do tema. Enquanto isso, na etapa da Matematização formula-se a questão central que exige uma resolução, por isso é nesta etapa que ocorre o desenvolvimento do conteúdo programático, no qual é necessário para solucionar o problema. Na Matematização, torna-se importante que sejam apresentados exemplos e exercícios análogos a questão norteadora, para que o modelo desenvolvido não se restrinja apenas a situação problema analisada.

A última etapa deve envolver a obtenção de um modelo (BIEMBERGUT; HEIN, 2009). Sendo o modelo matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas obtidas através de relações estabelecidas entre as variáveis consideradas essenciais que procuram traduzir de algum modo o fenômeno sobre análise ou problema de situação real (BIEMBERGUT, 1999). Assim, os estudantes formulam, resolvem e elaboram expressões matemáticas “que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, como suporte para outras aplicações e Teorias” (BIEMBERGUT; HEIN, 2009, p 13).

No âmbito docente, para Biembengut e Hein (2009) o professor que deseja trabalhar com modelagem deve ter o desejo de modificar sua prática docente e disposição para conhecer e aprender.

Aproximando-se de Biemburgut e Hein (2009), Bassanezi descreve o processo de modelagem matemática no ensino como a “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (Bassanezi, 2014, p. 16). O autor ressalta que a modelagem matemática transforma o papel do professor dentro da sala de aula, uma vez que o professor deve funcionar como um monitor, esclarecendo dúvidas e dialogando com os alunos acerca dos processos desenvolvidos (BAZANESSI, 2014). Para Bassanezi, as principais atividades intelectuais a serem desenvolvidas na modelagem matemática são: Experimentação, abstração, resolução, validação, modificação e aplicação (BASSANEZI, 2014).

Ainda, vale ressaltar que os modelos matemáticos, desenvolvidos no processo de modelagem, não são conceitos acabados, por isso a modelagem pode ser considerada um processo permanente (BARBOSA, 2001).

Em relação ao papel do professor na prática da modelagem matemática no ensino, enquanto considera-se uma formação de professores voltada à essa metodologia de aprendizagem, conforme Bassanezi (2002), a utilização da modelagem na educação matemática valoriza o “saber fazer” docente, sendo um momento de criação. Logo, para o autor, em uma formação de professores o mais importante é fornecer aos educadores o instrumental de aplicação de uma estratégia educacional que:

[...] Lhes permitam identificar e selecionar informações e conteúdos relevantes e adequados a cada situação e os capacite a desenvolver a educação matemática motivadora e criativa em qualquer nível em que atuem. (BASSANEZI, 2002, p. 205).

Bassanezi (2002) fala diretamente sobre a formação de professores que visam trabalhar com modelagem matemática, afirmando que tal formação “[...] não visa simplesmente ampliar o conhecimento matemático dos professores cursistas, mas sobretudo, desenvolver a forma de pensar e agir destes profissionais (BASSANEZI, 2002, p. 208). Desse modo, vemos que a prática da modelagem matemática no ensino está intimamente ligada ao pensar no professor enquanto um sujeito em constante formação.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

Esta pesquisa é um estudo de campo, que conforme Gil (1999) é todo o estudo que visa o aprofundamento de uma realidade específica, realizado basicamente por meio da observação direta das atividades do grupo estudado e de entrevistas com os sujeitos para captar as explicações e interpretações do que ocorre em determinada realidade.

Desse modo, a pesquisa partiu de um estudo realizado em Lara (2021), na qual foram identificados os conteúdos referentes ao currículo de matemática dos anos iniciais em uma rede municipal de ensino no Estado do Rio Grande do Sul. Neste estudo também se constatou através da literatura que determinados conteúdos se encontram defasados em âmbito nacional para o mesmo nível de ensino. Portanto, o esquema da figura 1 apresenta o percurso lógico e metodológico, objetivando assim potencializar o ensino dos conteúdos identificados na BNCC por meio da Unidade Temática Probabilidade e Estatística, tendo como escopo o 5º ano do ensino fundamental.

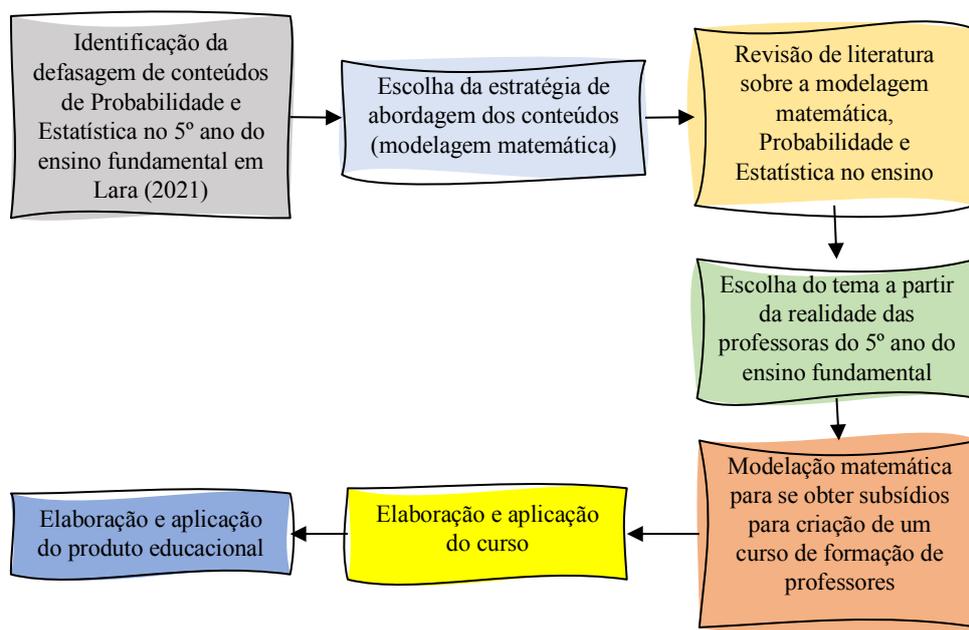
Após a constatação da defasagem de tais objetos do conhecimento (probabilidade e estatística), iniciou-se o processo de problematizar sobre qual seria a melhor estratégia para potencializar o ensino e conseqüentemente a aprendizagem dos conteúdos, sendo optado em um primeiro momento ter como alvo as professoras do mesmo município, conforme consta em Lara (2021). Diante disso, através da literatura, foi escolhido a modelagem matemática como estratégia e metodologia para realizar essa abordagem, em seguida, foi realizada uma revisão bibliográfica acerca dos descritores: modelagem matemática, probabilidade e estatística. A revisão bibliográfica foi efetuada para que fosse possível identificar quais abordagens eram dadas aos objetos de estudo em questão no âmbito da pesquisa e como a modelagem matemática estava presente ao envolver tais objetos matemáticos. A partir da revisão torna-se possível elaborar um novo estudo ou ampliar algum conhecimento que seja pertinente com a mesma temática dessa proposta.

Na sequência, foi realizado um estudo piloto a fim de identificar qual tema seria pertinente de trabalhar a Unidade Temática Probabilidade e Estatística no 5º ano, pois uma vez que foi optado pela modelagem matemática como estratégia, foi necessário apresentar um tema para pesquisa, matemática e explorar os modelos matemáticos. Além disso, dentro das atividades escolares possíveis de se levantar um tema, foi problematizado as questões dos jogos e brincadeiras. Após o estudo piloto (seção 6.2) foi

identificado o jogo UNO como um possível tema para explorar a probabilidade e estatística através da modelagem matemática (Anexo 1).

A partir da escolha da estratégia de abordagem dos objetos de estudos matemáticos, da revisão e da escolha do tema, iniciou-se o processo de modelação, no qual foi extraído os elementos que compõem o curso de formação para as professoras trabalharem os objetos de conhecimento e as habilidades envolvidos na Unidade Temática Probabilidade e Estatística no 5º ano do ensino fundamental.

Figura 1 – Esquema lógico/metodológico da pesquisa



Fonte: A autora (2024).

Portanto, para que a pesquisa alcançasse os dois primeiros objetivos definidos, foi realizada em um primeiro momento uma revisão da literatura acerca do uso da modelagem matemática nas séries iniciais do ensino fundamental, envolvendo a Unidade Temática Probabilidade e Estatísticas, na seção 4.1. Em seguida, foi apresentado um estudo piloto com o intuito de levantar temas pertinentes a realidade escolar dos professores e professoras do município de Palmares do Sul para trabalhar o ensino de Probabilidade e Estatística, utilizando a modelagem matemática como estratégia metodológica de ensino, na seção 4.2.

Os sujeitos da pesquisa do estudo piloto foram os professores dos anos iniciais do ensino fundamental que lecionam a disciplina de matemática. Já a amostra que fez parte da análise do presente trabalho, foi constituída por professores polivalentes do município de Palmares do Sul, cidade na qual foi desenvolvida a pesquisa que fundamenta as

justificativas da pesquisa. Sendo assim, a amostra é composta por professores do 5º ano do ensino fundamental que atuavam em sala de aula no período de aplicação do curso.

Essas duas iniciativas possibilitam responder à questão norteadora da pesquisa, o que contribui para a elaboração de um projeto de curso direcionado aos professores polivalentes dos anos iniciais do ensino fundamental, intencionando assim culminar no Produto Educacional desta Dissertação. O curso de matemática, cujo projeto é apresentado no capítulo 5, visa propor estratégias para que o professor dos anos iniciais trabalhe a temática Probabilidade e Estatística fazendo uso da modelagem matemática como metodologia de ensino.

4.1 Modelagem matemática, probabilidade e estatísticas nas séries iniciais: panorama geral

Foi pesquisado nas dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat) e através da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), por trabalhos realizados em mestrado profissional/profissionalizante que dialoguem com o tema proposto neste trabalho. Para isso, foi utilizado os seguintes descritores nas plataformas de busca: “modelagem matemática”, “ensino fundamental – anos iniciais” e “probabilidade e estatística”.

A escolha dos trabalhos para análise ocorreu da seguinte maneira: primeiramente foi selecionado as dissertações por títulos que continham pelo menos um dos termos descritos acima, após foi analisado os resumos dos trabalhos e posteriormente foi selecionado aqueles que mais se enquadravam com o objetivo proposto, ou seja, os que trabalhavam com modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, além disso, que abordassem o tema de probabilidade e estatísticas, trabalhassem apenas com modelagem matemática ou que tratavam das temáticas probabilidade e estatística juntas.

Através da plataforma Profmat, no período de maio de 2022 foi utilizado o campo de pesquisa “Título” para buscar os descritores “anos iniciais”, ao todo foram apresentados 23 resultados. Logo, dentre os trabalhos exibidos pela plataforma, dois deles apresentaram como objeto do conhecimento estudado a estatística e/ou a probabilidade, enquanto apenas um abordou a modelagem matemática como estratégia para o ensino de matemática.

Desse modo, a fim de reforçar a investigação na plataforma utilizada, também foi inserido o descritor “modelagem matemática” no campo de busca, visto que ao total foram exibidos 141 trabalhos e selecionado dois que tratavam sobre modelagem matemática nos anos iniciais. Para os termos “probabilidade e estatística” foram encontrados 10 trabalhos, sendo dois deles escolhidos para análise, tendo em vista que mencionam o tema de probabilidade e estatística nos anos iniciais. Por fim, de acordo com o conjunto dos trabalhos encontrados na plataforma de busca (com exceção dos que apresentavam repetição), no quadro abaixo pode ser analisado o panorama das pesquisas:

Quadro 2 – Plataforma PROFMAT

Anos iniciais e modelagem matemática	Autores	Ano
MODELAGEM MATEMÁTICA: Um Recurso Facilitador no Processo Ensino-Aprendizagem	BARALDI, Ângela Pereira	2018
Modelagem Matemática: uma contribuição para a construção do conhecimento matemático nos Anos Iniciais da Educação Básica	BRASIL, Rodrigo Ruiz	2013
Anos iniciais e probabilidade / e ou estatística.		
Ferramentas práticas para o ensino da probabilidade e estatística na educação básica	DUTRA, Dayana Cecília Reis Beirigo	2021
Intervenção no ensino de probabilidade e estatística para os anos iniciais do ensino fundamental alicerçada na BNCC	LOPES, Domingos Antonio	2020
Estatística na Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental: análise da BNCC e estudos de aulas	ROCHA, Arthur do Amaral	2021

Fonte: os autores (2024).

Os trabalhos apresentados no quadro 2 se referem à modelagem matemática em diferentes contextos. Não foram encontradas dissertações que contemplavam a modelagem matemática nos anos iniciais e abordavam a temática de estatística e/ou probabilidade. Dessa maneira os trabalhos listados no quadro 2 foram analisados ressaltando os seguintes itens: **(i) principais autores usados para conceituar modelagem matemática; (ii) os temas abordados junto aos conteúdos trabalhados; (iii) a abordagem metodológica na construção do modelo matemática (havendo) e (iv) as características do Produto Educacional (havendo).** Assim, o levantamento e

análise destes trabalhos tem como intuito ampliar a compreensão sobre os direcionamentos e estratégias dos pesquisadores ao abordar a modelagem matemática, além dos objetos do conhecimento referente à estatística e probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental, prevendo portanto que estas informações possam contribuir para a elaboração da proposta de formação docente na qual envolve a temática, fator este que possibilita a produção de pesquisas atualizadas e inovadoras na área da aprendizagem.

Posto isto, as dissertações de Baraldi (2018) e Brasil (2013) problematizam a utilização da modelagem matemática como estratégia de ensino para as turmas dos anos iniciais do ensino Fundamental. Brasil (2013) apresentou oficinas de matemática para o 5º ano do fundamental, observando a perspectiva dos professores quanto a melhora no ensino antes e depois da utilização das oficinas, enquanto Baraldi (2018) observou a perspectiva do aluno no processo de ensino-aprendizagem com modelagem, desenvolvendo a atividade e as etapas de modelagem apresentadas por Biembengut e Hein (2003) no livro “Modelagem Matemática no Ensino”. De modo geral, os autores ressaltaram a compreensão de modelagem matemática de acordo com Bassanezi (2016); Almeida, Silva e Vertuan (2016); Biembengut e Hein (2003); Burak (1992) e Skovsmose (2001). Ambos obtiveram como produto educacional propostas de sequências didáticas, visando assim apoiar os professores dos anos iniciais que desejam trabalhar com a proposta metodológica de modelagem matemática.

Os três trabalhos que abordam o ensino de probabilidade e/ou estatística nos anos iniciais do ensino fundamental propõem pensar possibilidades para o ensino de probabilidade e estatística na educação básica diante da implementação da BNCC. Os produtos resultantes dos trabalhos foram propostas de sequências didáticas e/ou oficinas que propunham atividades para o ensino de probabilidade e estatística com o auxílio de materiais lúdicos.

Através da plataforma Catálogo de Teses & Dissertações – CAPES, ao buscar pelo descritor “anos iniciais” (utilizando-se aspas para identificar os termos juntos e nessa ordem), foram ao todo encontrados 4565 trabalhos. Ao aplicar os filtros “mestrado profissional e mestrado profissionalizante” (Tipo), ensino de ciências e matemática (Área do conhecimento) e ensino de matemática e educação matemática (Área de concentração), foi detectado 113 trabalhos, visto que deste total, apenas 4 foram selecionados, pois tratavam de modelagem matemática nos anos iniciais ou abordavam probabilidade e/ou estatística também nos anos iniciais.

Quadro 3 – Catálogo de Teses e Dissertações – CAPES

Título	Autor	Ano
Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um olhar para os registros de representação semiótica	NUNOMURA, Andrea Regina Teixeira	2021
Modelagem matemática e avaliação: uma proposta de trabalho com professores dos anos iniciais do ensino fundamental	LOVO, Eliane Sborgi	2020
Manifestações da criatividade em Modelagem Matemática nos anos iniciais	PALMA, Rafael Montenegro	2019
Modelagem matemática como ambiente de aprendizagem de estatística na educação básica	MACHADO, Mineia Bortole	2017

Fonte: os autores (2024).

Para os trabalhos do quadro 3, também são utilizados os itens (i), (ii), (iii) e (iv) na análise. Logo, Nunamura (2021) propôs trabalhar a modelagem matemática em uma turma de quinto ano do Ensino Fundamental através de um tema que não fosse da área da matemática. Os principais autores que embasaram este trabalho foram Bassanezi (2006, 2015), Almeida, Silva e Vertuan (2013) e Bitencourt (2013). Tendo em vista que o autor desenvolveu um material didático (como Produto Educacional) que apresentava possibilidades de atividades sobre modelagem matemática para os anos iniciais.

O trabalho de Lovo (2020) procurou apresentar para professores do ensino fundamental formas de trabalhar e avaliar a disciplina de matemática utilizando como estratégia de ensino a modelagem matemática, analisando posteriormente quais os aspectos positivos e negativos percebidos pelos docentes que compunham o universo da pesquisa após a utilização desta metodologia em suas aulas. O resultado é um produto educacional na forma de uma proposta de formação continuada aos professores dos anos iniciais, que busca apresentar e discutir a metodologia de modelagem matemática. O autor baseou-se nas obras de Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Bassanezi (2002) sobre modelagem matemática.

Palma (2019) utilizou como base teórica Vertuan (2007) para abordar a temática modelagem matemática, procurando assim identificar quais aspectos de criatividade emergem dos estudantes do quinto ano do fundamental ao trabalharem com esta metodologia de ensino, visto que o Produto Educacional derivado deste trabalho foi um caderno de atividades de modelagem matemática para os anos iniciais.

Machado (2017) procurou identificar se a utilização da modelagem matemática como ambiente de aprendizagem da temática estatística favorece o ensino dos estudantes do fundamental. Para isso, foi elaborado uma sequência didática que proporcionou a participação ativa dos estudantes, concluindo que a modelagem favoreceu o ensino de estatística. Portanto, dessa atividade foi elaborado o Produto Educacional que consta em um material didático e apresenta atividades que utilizam a modelagem matemática como ambiente de aprendizagem. Além disso, as principais referências sobre modelagem apresentados em seu trabalho foram Barbosa (2001) e Bassanezi (1994).

No que se refere aos descritores “anos iniciais” e “probabilidade e estatística”, (ambos com aspas e fazendo uso dos mesmos filtros da pesquisa anterior), resultaram nos mesmos trabalhos apresentados no quadro 3.

A partir da revisão bibliográfica, análise da abordagem dos trabalhos e resultados obtidos da literatura, torna-se possível compreender que trabalhar a modelagem matemática nos anos iniciais através de temáticas do interesse e da realidade do estudante, apresenta-se como uma interessante opção de ensino, para que assim haja contextualização dos tópicos da matemática estudada e possibilite uma aprendizagem com significado. Ademais, salienta-se que fazer uso de materiais manipuláveis, brincadeiras e jogos comuns à realidade dos estudantes, pode tornar-se um fator positivo no desenvolvimento de trabalhos de modelagem.

Por fim, foi observado que a temática de probabilidade e estatística ainda é pouco explorada no ensino fundamental (anos iniciais). Diante disso, cabe destacar a importância da realização de uma pesquisa que objetive estruturar possibilidades que explorem essa temática nesta fase da aprendizagem e contribua positivamente para o ensino desta área da matemática.

4.2 Estudo piloto

Ao levantar possibilidades de temas a serem trabalhados no curso de formação das professoras polivalentes, foi elaborado e aplicado um questionário (apêndice A) com as docentes que participaram da pesquisa realizada por Porto (2021). Desse modo, o questionário abordou o tópico dos jogos e brincadeiras realizadas pelos alunos das turmas que as docentes lecionavam no período, tendo em vista a possibilidade de que a partir de tais atividades seria possível trabalhar com a Unidade Temática Estatística e

Probabilidade e pela pretensão em optar por um tema que se relacione com o cotidiano dos alunos e professoras. Logo, o questionário continha três perguntas que possuíam objetivos distintos, conforme é apontado no quadro 4.

Quadro 4 – Perguntas referentes ao questionário

Questão	Objetivo da questão
Quais brincadeiras/jogos os estudantes do ensino fundamental, séries iniciais (1º ao 5º ano) costumam realizar na escola nos momentos de recreação, sem cunho pedagógico? (marque nas opções abaixo, no caso de jogos ou brincadeiras já conhecidas, ou nomeie os jogos e/ou brincadeiras que não aparecem listadas, descrevendo-os se necessário)	Essa questão fez um levantamento acerca das práticas escolares de jogos e/ou brincadeiras comuns aos alunos na realidade das professoras respondentes. E teve como objetivo trazer para o curso de formação a ser realizado um tema presente no cotidiano desses alunos para, a partir desse tema, desenvolver a Unidade Temática Probabilidade e Estatística utilizando-se da modelagem matemática.
Quais jogos/ brincadeiras são ofertadas aos estudantes, pelos professores(as), ou por você como professor(a), em momentos de aprendizagem na disciplina de matemática (nomeie os jogos e/ou brincadeiras, descrevendo-os se necessário, por exemplo: jogos de caminho envolvendo operações matemáticas, bingo matemático, ou demais adaptações de jogos em geral com fins pedagógicos...)?	Semelhante à questão anterior. Essa questão teve como objetivo pautar as atividades no âmbito pedagógico, que as professoras já vinham realizando, ou para orientar o trabalho da temática proposta no curso a ser realizado ou para trazer algo inédito para a realidade das professoras.
Você conhece algum outro tipo de atividade que os estudantes de 1º a 5º gostam de realizar dentro do espaço escolar, ou fora dele (jogos, esporte, teatro, dança, etc.)? (nomeie, descrevendo se necessário)?	Seguindo a abordagem das questões anteriores. Nessa questão averiguamos as atividades comuns realizadas pelos alunos para além do espaço escolar também, com o intuito de complementar o tema a ser trabalhado no curso.

Fonte: os autores (2024).

Desse modo, o questionário foi enviado para 31 docentes via aplicativo de mensagem (WhatsApp), logo do número total de envios, 14 professoras responderam. A primeira questão era de múltipla escolha, tendo em vista que as respondentes poderiam escolher mais de uma resposta, assim os dados obtidos estão descritos na tabela 1.

Tabela 1 – Resultados referentes a primeira questão

Jogos	Respostas
Amarelinha	8
Vareta	6
Damas	1
Xadrez	1
Trilha	1
Dominó	6

Uno	10
Ludo	1
Bingo	7
Banco Imobiliário ou Monopoly	4
Quebra cabeça	7
Jogo de trilha/dados	5
Outros	3

Fonte: os autores (2024).

Diante das respostas das professoras para a questão 1, vimos que o jogo UNO se mostrou favorável a ser um objeto abordado na atividade de modelagem matemática, pois o fato de ser um jogo de cartas possibilita trabalhar com questões que tangem à estatística e especialmente à probabilidade. Além disso, por se tratar de um tema, jogo ou brincadeira oriundo da realidade dos alunos, dialoga diretamente com as premissas trazidas pela pesquisa acerca do trabalho com modelagem matemática e da importância dos temas serem escolhidos pelos alunos, pois assim eles se sentirão corresponsáveis pelo processo de aprendizagem, tornando sua participação mais efetiva (BAZANESSI, 2002).

Para a questão 2, foi possível identificar três categorias emergentes das respostas das professoras. Dessa forma, a primeira categoria trata do “**Jogo de Bingo**”, definida devido a sua reincidência. Já a segunda categoria trata de “**Materiais Concretos**”, sendo materiais que não se caracterizam como jogos, entretanto possuem a finalidade de auxiliar alunos e professores no processo de ensino-aprendizagem, tais como tangram, material dourado e geoplano. Por fim, a terceira categoria compõe os “**Demais Jogos Lúdicos**”, sendo eles: jogo Uno, dominó, trilha e damas. Neste caso, as respostas referentes às categorias emergentes estão descritas na tabela abaixo, cabendo ressaltar que a resposta de uma professora a essa questão pode estar presente em mais de uma categoria.

Tabela 2 – Respostas referentes a segunda questão

Categoria	Número de respostas
Jogo do bingo	9
Materiais concretos	4
Demais Jogos lúdicos	9

Fonte: os autores (2024).

Conforme aponta os resultados apresentados na tabela 2, o jogo o bingo obteve destaque por ser a atividade mais citada como uma estratégia para uso pedagógico pelas professoras respondentes. De acordo com o resultado obtido, o Jogo Bingo torna-se mais uma atividade possível de ser trabalhada com as turmas dos anos iniciais do fundamental de acordo com a concepção de produto da pesquisa, visto que por se tratar de um jogo de sorteio aleatório dos números de 1 a 75, é possível abordar os tópicos da Unidade Temática Probabilidade e Estatística.

A terceira pergunta destaca três categorias sendo elas: “**atividades recreativas**”, na qual engloba jogos (geralmente ao ar livre) que podem ser praticados em grupos ou individualmente, como pega-pega, andar de bicicleta e dança das cadeiras, “**esportes**” como, por exemplo, futebol, vôlei, basquete e “**atividades artísticas**” sendo representada por teatro e dança. Os dados obtidos nesta pergunta encontram-se na tabela 3, além disso, salienta-se que as respostas das docentes podem se enquadrar em mais de uma categoria.

Tabela 3 – Respostas referentes à terceira questão

Categoria	Respostas
Atividades recreativas	11
Esportes	8
Atividades artísticas	6

Fonte: os autores (2024).

Os resultados obtidos através da questão 3 revelam que as atividades favoritas dos estudantes (dentro ou fora do ambiente escolar) são as atividades recreativas. Ainda, dentre as respostas recebidas, o jogo Uno foi citado novamente, fator este que reforça o interesse dos estudantes pelo jogo de cartas.

4.3 Modelando através de jogos

Como visto na seção anterior, a partir da pesquisa realizada com as professoras, o jogo uno e o jogo de bingo foram aqueles que mais se destacaram. Portanto, de acordo com as respostas das docentes e demais observações decorrentes da pesquisa, torna-se viável apresentar as primeiras problematizações feitas a partir dos jogos Uno e Bingo respectivamente.

Nesse sentido, as problematizações serão conduzidas com base nos passos sugeridos pela Biembengut e Hein (2009), considerando de acordo com Barbosa (2001)

a atividade de modelagem em um ambiente investigativo onde, não necessariamente, se busque a construção de um modelo matemático a partir problematização.

Barbosa expõe uma referência de como o processo de modelagem pode acontecer, ou seja, como é a interação entre professor e aluno no processo. Desse modo, esta interação pode variar dependendo da extensão da atividade proposta e das tarefas pré-determinadas para professores e alunos. No entanto, cabe ressaltar que o volume de participação dos alunos ou de atuação do professor no processo de modelagem não determina se a atividade vai ser ou não de modelagem matemática. Considerando a responsabilidade e divisão de tarefas entre professores e alunos, Barbosa (2004) separou o processo de modelagem em três casos distintos, onde cada caso define quem deve ser o responsável por cada etapa da modelagem. A repartição idealizada por Barbosa (2004) pode ser analisada no quadro 5.

Quadro 5 – Tarefa no Processo de Modelagem

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004, p. 77)

Devido ao fato de o presente trabalho prever a criação de um curso de formação de professores para os anos iniciais, foi compreendido que o caso 1 é o que melhor se enquadra nos objetivos determinados pela pesquisa, assim foi definido conduzir o processo, tarefas e atividades, com a participação ampla do professor. Em relação ao caso 1, o professor apresenta um problema e revela todos os dados necessários para sua resolução, não sendo essencial que o estudante precise fazer alguma modalidade de pesquisa para buscar dados para resolução do problema proposto. Portanto, cabe ao aluno o processo de resolução do problema utilizando como ferramenta os dados que lhe foram entregues. No entanto, como visto anteriormente, a modelagem matemática é entendida por Barbosa (2004) como ambiente de aprendizagem, onde o professor oferece condições

sob as quais o aluno é convidado a atuar, ou seja, a maior participação do professor não deve desencadear uma atuação passiva do aluno.

Barbosa (2004) ao referir-se a cada tarefa do quadro 5, na **Formulação do Problema** sugere que o professor apresente uma situação-problema para os alunos, proveniente preferencialmente de uma situação real, mas não necessariamente da área da matemática, onde a responsabilidade dos sujeitos na definição do problema final a ser solucionado e os dados necessários para sua realização variam em cada caso. Barbosa (2004) faz referência à Biembengut (1999) para definir **Simplificação**, como sendo o momento em que são definidos os principais objetivos que a turma de alunos pretende alcançar e quais dados são primordiais na resolução do problema. A **Coleta de Dados** trata-se de um momento no qual aluno e professor procuram através de jornais, revistas, documentos, tecnologias da comunicação e pesquisas em geral, dados que contribuam com a construção e consolidação da situação-problema original. Por fim, a **Solução do Problema** ocorre quando os objetivos propostos inicialmente são alcançados, nesta etapa não é necessariamente obrigatório a construção de um modelo matemático para que o processo de modelagem seja validado, mas que os estudantes utilizem de ferramentas e saberes matemáticos como auxiliares nesta fase da modelagem.

Para Biembengut e Hein (2009), o processo de modelagem matemática ou de modelação deve ocorrer seguindo três passos: interação, matematização e modelo. Os três passos sugeridos são desenvolvidos após a escolha do tema. Sendo assim, o primeiro passo denominado de **Interação**, consiste em reconhecer a situação problema e estudá-la para que o aluno possa se familiarizar com o contexto do problema, a fim de auxiliá-lo na sua compreensão e resolução. Esta etapa pode ser realizada ao longo de todo o processo de modelagem, uma vez que novos estudos podem ser requeridos, podendo ainda ser realizadas pesquisas em jornais, livros, internet, entrevistas, experimentos e saídas de campo etc.

Desse modo, nesta etapa torna-se muito importante que o professor instigue o estudante a participar das atividades através de assuntos do interesse dos envolvidos, pois assim pode acarretar na motivação deste estudante ao longo do processo de modelagem (BIEMBENGUT; HEIN, 2009)

A **Matematização** divide-se em duas etapas, sendo elas: a formulação do problema e resolução do problema. Na primeira parte, realiza-se a formulação de um problema a partir da situação problematizada anteriormente, ou seja, ocorre a tradução da situação problema para a linguagem matemática, transformando assim a situação

problema em um modelo matemático possível de resolução. Já a segunda etapa consiste em resolver o problema, em termos de modelo, utilizando as ferramentas matemáticas necessárias. Para essa etapa é importante:

Manter o clima de liberdade, estimulando a participação, estimulando a participação, a descontração e a criatividade individual, permitirá obter resultados satisfatórios em relação ao aprendizado de matemática (BIEMBENGUT; HEIN, 2009, p. 21).

A última etapa (**Modelo Matemático**) consiste na validação do modelo matemático criado na etapa anterior. Para isso, torna-se necessário fazer uma avaliação do modelo apresentado, verificando se a solução proposta condiz com a situação problema apresentada inicialmente, assim como o grau de confiabilidade da solução encontrada. Se nessa etapa for verificado que a solução encontrada não resolveu o problema original, sugere-se que o grupo volte à etapa anterior e reformule sua proposta de modelo. Nesta etapa, torna-se fundamental a resolução do problema proposto através da matemática, no entanto não necessariamente espera-se que se obtenha um modelo matemático original no processo de modelagem.

Pensando nas etapas de Biembengut e Hein (2009) e na distribuição de tarefas de Barbora (2004), foi elaborado um quadro (quadro 6), o qual relaciona ambas as proposições e defini como será organizado o curso proposto.

Quadro 6 – Tarefas/passos da modelação para o curso

Tarefas/passos da modelação	Caso
Formulação do problema e Simplificação	Sugeridos pelo curso
Interação e coleta dos dados	Motivado pelo curso / com participação do professor cursista
Matematização	Orientado e exemplificado pelo curso / com participação do professor cursista
Modelo Matemático/Resolução	Sugerido pelo curso / com participação do professor cursista

Fonte: A autora (2024).

4.4 O jogo UNO

4.4.1 História do Jogo Uno

No processo de interação em uma atividade de modelagem matemática, Biembengut e Hein (2009) sinalizam a importância de professores e alunos se familiarizarem com o assunto. Este processo é fundamental para o processo de modelagem, pois é nesta etapa em que o professor pode motivar o aluno a se engajar em toda a atividade. Nesta etapa são levantadas as principais dúvidas dos estudantes em relação ao tema proposto pelo professor, sendo estas as questões que nortearam os outros passos da modelagem, portanto, para a atividade proposta neste trabalho será apresentado o tema “Jogo Uno”.

O jogo tem como objetivo que um participante descarte todas as suas cartas antes dos demais na rodada da partida. Assim, A palavra “uno” deriva do espanhol e significa “um”, logo antes de jogar a última carta, o jogador deve pronunciar a palavra “uno”, avisando aos outros participantes que ele está prestes a vencer a partida.

O Jogo Uno surgiu por volta da década de 1970 nos Estados Unidos (figura 2), derivando do jogo de baralho “Oito Maluco”. O jogo foi desenvolvido pela família Robbins, sendo inicialmente lançadas 5.000 cópias do jogo, as quais foram distribuídas em diversas lojas de varejo. Após o sucesso do jogo Uno nas cidades vizinhas, a família abriu uma empresa de jogos denominada International Games. A partir de 1978 as lojas de departamento como a *K-Mart*, aceitaram comercializá-lo, fazendo com que o jogo ganhasse fama mundial. (SILVA; 2019; COPAG; 2022)

Figura 2 – Primeira versão do Jogo Uno comercializado



Fonte: WALSH (2015) apud SILVA (2019)

Atualmente o jogo Uno pertence a empresa Mattel, a qual oferta a versão tradicional e também edições especiais do jogo (SILVA; 2019). Logo, a empresa possui mais de 30 versões temáticas do jogo uno, como por exemplo, Uno Harry Potter, Uno Pokémon e Uno alguma coisa, tendo em vista que determinadas versões são comercializadas apenas em alguns países.

No Brasil o jogo é produzido pela Copag em parceria com a Mattel. Além disso, existem diversos campeonatos do jogo Uno promovidos no país, geralmente ofertados para crianças de 7 a 12 anos. A nível mundial, foi realizado no ano de 2021 um campeonato no qual os participantes eram selecionados através do jogo online, assim a competição realizada em Las Vegas oferecia como prêmio principal uma alta quantia em dinheiro (CIBERSISTEMAS, 2022).

4.5 Matemática: propriedades matemáticas do jogo UNO

O jogo é composto por 112 cartas, sendo:

- 19 Cartas Azuis – 0 a 9;
- 19 Cartas Verdes – 0 a 9;
- 19 Cartas Amarelas – 0 a 9;
- 19 Cartas Vermelhas – 0 a 9;
- 8 Cartas Comprar Duas Cartas – 2 de cada cor;
- 8 Cartas Inverter – 2 de cada cor;
- 8 Cartas Pular – 2 de cada cor,
- 4 Cartas Curinga;
- 4 Cartas Curinga Comprar Quatro Cartas;
- 1 Carta Curinga Trocar as Mãos;
- 3 Cartas Curinga Branca para Personalizar.

Figura 3 – Cartas Jogo Uno



Fonte: A autora.

Dessa maneira, um jogador deve embaralhar e distribuir 7 cartas para cada participante, já as cartas restantes devem ser colocadas viradas para baixo, formando assim a pilha de Compras, portanto, a carta superior da pilha de Compras é virada para formar uma pilha de Descarte. Se qualquer uma das Cartas de Ação for virada para dar início à pilha ao jogo, deve-se consultar o manual para ler as instruções especiais.

Ao jogar a penúltima carta, o jogador deve gritar a palavra “UNO” indicando que só tem uma carta na mão. Entretanto, se o participante não gritar “UNO” e alguém perceber antes do próximo jogador começar a jogar, o jogador deverá comprar duas cartas. Diante disso, quando um jogador tiver acabado com as suas cartas a rodada também terminará. Por fim, os pontos são somados e o jogo começa novamente. Os pontos de cada carta seguem a regra da tabela 4.

Tabela 4 – Pontos das Cartas de Uno

Carta	Valor
Numeradas (0-9)	Valor Nominal
Comprar duas cartas	20 pontos
Inverter	20 pontos
Pular	20 pontos
Curinga	50 pontos
Curinga comprar quatro cartas	50 pontos
Curinga Trocar as Mãos	50 pontos
Curinga Branca para personalizar	50 pontos

Fonte: Copag

Existem duas possibilidades para vencer o jogo, sendo elas: quando a soma de pontos é realizada pela quantidade de cartas remanescentes na mão do adversário, sendo o ganhador aquele que completar 500 pontos primeiro. A outra forma de finalizar o jogo ocorre quando cada jogador soma seus pontos ao final de cada rodada, assim o jogo termina quando um jogador alcançar 500 pontos e o vencedor será aquele que tiver marcado menos pontos. Logo, ganha o jogador que somar 500 pontos pelas cartas que sobram em poder dos seus adversários ou que tiver menos pontos acumulados ao longo das rodadas (COPAG, 2022).

Para propor uma atividade que envolva o jogo Uno, torna-se fundamental que o estudante conheça e tenha domínio das propriedades e regras que compõe o jogo Uno. Desse modo, o professor pode auxiliar o aluno a manipular o baralho para que ele conheça as cartas, separando-as por cores e números. Além disso, os estudantes devem organizar os dados do jogo em tabelas definidas por: números, cor, função da carta, ou outro critério escolhido pelo aluno.

4.5.1 O jogo Uno e a Unidade Temática Probabilidade e Estatística

A Unidade Temática Probabilidade e Estatística sugere que os estudantes dos anos iniciais do fundamental compreendam que nem todos os fenômenos são determinísticos, ou seja, que nem todos os fenômenos podem ser previstos. Para o 5º ano do ensino fundamental, a Unidade integra três objetos do conhecimento que estão conectados a quatro habilidades, conforme é apontado no quadro 1 do capítulo quatro (pag. 19) deste trabalho. Consequentemente, ao final do 5º ano é esperado que os estudantes adquiram estas habilidades e compreendam os conceitos matemáticos que estão envolvidos para que assim usufruam desses saberes em seu cotidiano.

Para o ensino de estatística, a BNCC prevê o desenvolvimento das habilidades EF05MA24 e EF05MA25, tendo em vista que compreendem interpretar e organizar dados em tabelas e gráficos referentes a diversos contextos, objetivando sintetizar conclusões. Logo, com o jogo Uno existem diferentes formas de trabalhar tabelas e gráficos. Um torneio pode gerar dados para criação de rankings e tabelas, por exemplo. Ainda, é possível construir tabelas relacionando números e cor das cartas, contabilizar a quantidade de vitórias de cada jogador em gráficos ou trabalhar com tabela de frequência. Por exemplo, enquanto o jogador vai “comprando” as cartas, ele pode organizar uma tabela anotando a frequência de cada cor, conforme elas vão aparecendo.

Cabe ressaltar que a BNCC enfatiza a importância de os alunos desenvolverem noções de espaço amostral ainda nos anos iniciais, percebendo-as, portanto, em eventos que envolvem o acaso, isto é, resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente aconteceu (BRASIL, 2021). No jogo Uno, por se tratar de um jogo de baralho com um número de cartas finito, é possível analisar as possibilidades de um evento aleatório. Supondo uma partida do jogo Uno, pode-se analisar o evento de um jogador receber durante a distribuição do baralho uma carta coringa, avaliando se se configura como aleatório ou não. Tal possibilidade de trabalhar com jogo Uno propicia o desenvolvimento da habilidade EF05MA22 da BNCC. Seguem alguns exemplos:

Como o jogo Uno apresenta uma grande diversidade de cartas, é possível pensar em diversas situações, como a situação descrita anteriormente, que possibilitam analisar a aleatoriedade de eventos. De modo que situações e simulações de jogos propiciam desenvolver diferentes formas de observar se um evento é aleatório ou não. Em uma situação em que dois jogadores possuem sete cartas numéricas cada um, calcula-se, por exemplo, qual a probabilidade de o jogador iniciar o jogo e apanhar uma carta do monte na cor *azul*. Ou ainda, qual a probabilidade de o jogador comprar uma carta *de ação preta*. A habilidade EF05MA22 pode ser trabalhada em diversas outras situações do jogo, semelhantes as apresentadas.

Logo, seguem algumas dessas situações exemplificadas. Em uma partida em que só são permitidas cartas numéricas, observe uma mão comprada no início do jogo (figura 4).

Figura 4 – jogo com 4 cartas azuis e 3 amarelas



Fonte: a autora (2024).

Analisando a mão do participante 1, surgem as primeiras questões: Quantas cartas *vermelhas* continuam no baralho? Quantas cartas *verdes*? Estas cartas possuem a mesma chance de serem compradas pelo jogador 1? Quantas cartas *azuis* permanecem no baralho? E quanto as *amarelas*? Elas possuem a mesma chance de serem compradas? E em comparação com as cartas *vermelhas* e *verdes*, elas possuem a mesma chance de serem compradas?

Espera-se que com tais questões o estudante perceba que as cartas *vermelho* e *verde* possuem a mesma probabilidade de serem compradas na primeira rodada, pois ambas as cores permanecem com 25 cartas no monte de baralho. Nesse sentido, os alunos percebem que o contrário acontece com as cartas *azuis* e *amarelas*, pois essas não possuem o mesmo número de cartas no monte de baralho, sendo 21 cartas azuis e 22 cartas amarelas. Logo, a probabilidade de o jogador comprar uma carta com uma dessas cores é menor que a probabilidade de comprar uma carta *vermelha* ou *verde*.

Outras situações mais complexas envolvendo todas as cartas do baralho também podem ser desenvolvidas. Observe uma mão comprada no início de uma jogada de Uno (figura 5).

Figura 5– Mão de uma jogada de UNO



Fonte: A autora (2024).

Como a carta da mesa (retirada inicialmente do monte) foi o 9 azul, sendo utilizada para a jogada qualquer carta azul, o 9 de qualquer cor e as cartas de ação na cor preta. Logo, levando-se em conta o baralho completo (sem o 9 azul) qual seria a probabilidade de, retirando uma carta aleatória do monte, conseguir continuar a jogada?

Como há 112 cartas no Uno, menos o 9 azul, restam **111**, dessas **111**, aquelas que serviriam para dar continuidade na jogada seriam as cartas azuis menos o 9 azul, somando um total de **18**; as cartas 9 de qualquer cor, menos as duas cartas 9 azuis que já foram contabilizadas somam **6**; as cartas pretas, de ação, somam **18**. Logo, há um total de **42** cartas que possibilitariam dar continuidade na jogada, o que significa, em porcentagem, uma possibilidade de 43,2% de continuar o jogo. Analisando a mão do jogador 1 (figura 1), que consta com 2 cartas azuis, 3 amarelas, 1 verde e 1 carta de ação preta, o jogador tem 3 possibilidades de jogada, o que representa 7,1% das jogadas possíveis no início da partida.

O jogador 2 possui 3 cartas amarelas, 2 cartas vermelhas e 2 cartas verdes (figura 2). As três possibilidades de jogadas que o jogador 1 poderá realizar resultarão em diferentes situações para o jogador 2 pensar em sua estratégia. Na primeira situação, o jogador 1 descarta a carta de ação preta, definindo a cor da carta que o jogador 2 deverá descartar no seguimento do jogo.

Figura 6 – Mão do segundo jogador



Fonte: A autora (2024).

Na segunda situação, o jogador 1 descarta a carta reverso *azul*, podendo desta forma largar novamente uma carta da sua mão, tendo duas opções de descarte: a carta de *ação preta* e a carta 1 *azul*. Se escolher a carta mudar de cor, o jogador 2 poderá somente jogar a carta da cor que o jogador 1 escolher. Se o jogador 1 escolher a carta 1, o jogador 2 deverá comprar uma carta do monte, tendo no baralho 40 cartas (subtraindo as duas cartas descartadas pelo jogador 1 das 42 cartas que poderão dar continuidade a jogada) que possibilitam que ele continue a jogada e que não precise passar a vez, tendo a probabilidade de 41,23% para continuar a rodada.

No terceiro caso, o jogador 1 descarta a carta 1 *azul*, possibilitando que o jogador 2 compre do monte sua próxima carta. Neste caso, o jogador tem a possibilidade de retirar 41 cartas (subtraindo a carta descartada pelo jogador 1 do total de 42 cartas que possibilitam a continuação da jogada) do monte que oferecem a possibilidade de ele continuar a jogada ou passe a vez. Após a realização das jogadas apresentadas nos três casos relatados, a primeira rodada do jogo é finalizada.

As cartas do jogo também se dividem em 4 grupos com cores diferentes (*vermelho, azul, verde e amarelo*), com 25 cartas cada grupo. As possibilidades de atividades envolvendo situações-problemas para se trabalhar a habilidade EF05MA23 em sala de aula são diversas. Essa habilidade prevê a capacidade do estudante de calcular a probabilidade de ocorrência de eventos aleatórios, quando os resultados possíveis são equiprováveis, ou seja, possuem a mesma probabilidade de ocorrência. Supondo uma situação hipotética, em que o baralho é composto apenas por cartas numéricas, muitas situações podem ser criadas como, por exemplo, calcular a probabilidade de a primeira carta do baralho ser *vermelha*.

Claro que tais aspectos são politizações que devem percorrer outros níveis de ensino que não os anos iniciais do Ensino Fundamental, porém, as guias curriculares sugerem, conforme foi apontado, que o desenvolvimento das primeiras compreensões sobre probabilidade e também sobre estatísticas, sobre os conceitos e modelos matemáticos mais essenciais referentes a esses objetos do conhecimento, devem iniciar já na primeira etapa do Ensino Fundamental, de modo a consolidar a educação matemática dos educandos.

4.5.2 Modelo: modelos probabilísticos e estatísticos que podemos propor através do jogo Uno para potencializar as jogadas

A última etapa, **Modelo Matemático**, consiste na validação do modelo matemático criado na etapa anterior. Para isso, torna-se necessário fazer uma avaliação do modelo apresentado, verificado se a solução proposta condiz com a situação-problema apresentada inicialmente, bem como o grau de confiabilidade da solução encontrada.

Apresentaremos algumas propostas de atividade a seguir, porém a ordem no curso de formação não necessariamente seguirá as atividades apresentadas.

4.5.2.1 Proposta de atividade envolvendo as habilidades EF05MA22 e EF05MA23

A habilidade EF05MA22 prevê a análise de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório⁸, isto é, determinando uma situação, e o espaço amostral estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não. Por exemplo, no lançamento de um dado de seis faces o espaço amostral é dado pelos números 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Em uma linguagem formal, denota-se no espaço amostras por “S”, e no caso do espaço amostral referente ao lançamento de um dado, há $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Já a habilidade EF05MA23 visa determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios⁹, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis). Por exemplo, a chance de se “tirar” o número 3 no lance de um dado de 6 faces é de 1 para 6, ou seja, de um sexto ($1/6$). No caso do experimento de lançar um dado e de observar o número que aparece virado para cima:

[...] os resultados possíveis são 1, 2, 3, 4, 5, 6, mas só saberemos o resultado quando o experimento se completar, ou seja, quando o dado atingir a superfície sobre a qual foi lançado. É conveniente, então, dispormos de uma medida que exprima a incerteza presente em cada um destes acontecimentos. Tal medida é a probabilidade. (FARIAS, 2010, p. 89)

Há, portanto, um **modelo probabilístico** (modelo matemático) para o lançamento de um dado a tabela 5.

Tabela 5 – Modelo probabilístico do lançamento de um dado de seis faces

Face do dado	1	2	3	4	5	6
Frequências que, teoricamente, cada n° pode ocorrer	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

⁸ Um experimento aleatório é um processo que acusa variabilidade em seus resultados, isto é, repetindo-se o experimento sob as mesmas condições, os resultados serão diferentes (FARIAS, 2010, p. 90).

⁹ São chamados eventos aleatórios os subconjuntos de um espaço amostral (FARIAS, 2010).

Fonte: a autora (2024) com base em Farias (2010).

Ressalta-se que é importante construir com os alunos a diferença entre *possibilidade* e *probabilidade*. A possibilidade é o conjunto de resultados possível de obter em um determinado experimento, como, por exemplo, no lançamento de um dado de seis faces, em que há um espaço amostral formado por um conjunto de seis possibilidades de números. Já a probabilidade é a chance que presente na ocorrência de uma ou mais possibilidades.

Para trabalhar estas habilidades com a utilização do jogo Uno, o professor poderá apresentar aos alunos as seguintes situações:

Situação 1: Em uma partida, onde o baralho possui apenas cartas numéricas, ou seja, o baralho possui um total de 76 cartas, sendo:

- 19 Cartas Azuis – 0 a 9;
- 19 Cartas Verdes – 0 a 9;
- 19 Cartas Amarelas – 0 a 9;
- 19 Cartas Vermelhas – 0 a 9

Faça o que é pedido:

- a) Manipule o baralho de UNO e determine qual o espaço amostral das cartas azuis retirando as cartas que são repetidas. Quantas possibilidades de cartas temos? *10 cartas (de 0 a 9)*.

Construa uma tabela com o modelo probabilístico do experimento de tirar uma carta dentre essas que ficaram.

Tabela 6 - Modelo probabilístico de tirar uma carta entre as dez cartas Uno

Número da Carta	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frequências que, teoricamente, cada n° pode ocorrer	$\frac{1}{10}$									

Fonte: a autora (2024).

- b) Com essas cartas, qual a probabilidade de se comprar uma carta de número 8? É a mesma probabilidade de comprar uma carta de número 5? Por quê? *De 1 para 10, tanto para o 8 quanto para o 5, pois são eventos equiprováveis.*

- c) Agora, qual a probabilidade de se tirar uma carta de número par? É a mesma probabilidade de se tirar uma carta número ímpar? Por quê? *Sim, pois temos a mesma quantidade de números pares do que de números ímpares.*
- d) Vamos fazer uma tabelinha para representar o modelo probabilístico de se tirar uma carta par ou uma carta ímpar dentre as cartas azuis sem repetição. O espaço amostral mudou? Por quê? *O espaço amostral não mudou.*

Tabela 7 – Modelo probabilístico de tirar uma carta ímpar ou par

Carta	Par	ímpar
Frequências que, teoricamente, cada n ^o pode ocorrer	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{10}$

Fonte: a autora (2024).

Uma breve introdução sobre probabilidade deve ser realizada antes da aplicação da atividade. Espera-se que os estudantes tenham noção da probabilidade como fração, em que o número de eventos possíveis é o denominador da fração e os eventos que ocorreram é o numerador da fração. Para realização dessas atividades, os estudantes deverão ter conhecimento do baralho, principalmente domínio sobre a sua divisão por cor, número e função.

Observa-se na atividade que o espaço amostral é composto por 10 cartas *azuis*, numeradas de 0 a 9. Nesse espaço amostral, todas as cartas são diferentes, por isso a probabilidade de comprar qualquer uma das cartas é a mesma, ou seja, todos os eventos são equiprováveis. Em uma mudança de situação, proposta na questão “d”, o espaço amostral continua o mesmo, no entanto, a probabilidade de um evento acontecer, comprar uma carta par ou ímpar, difere da questão anterior. Nessa mudança de perspectiva, a probabilidade de ocorrência do evento proposto aumenta, porém continuam sendo eventos equiprováveis, uma vez que a probabilidade de tirar uma carta par ou uma carta ímpar, entre a 10 cartas que compõem a amostra, é a mesma.

Situação 2: Uma partida de jogo Uno com todas as 112 cartas do baralho, possui 12 cartas de *ação* na cor *preta*, que se dividem em:

- 4 Cartas Curinga;
- 4 Cartas Curinga Comprar Quatro Cartas;
- 1 Carta Curinga Trocar as Mãos;
- 3 Cartas Curinga Branca para Personalizar.

Para o primeiro momento da atividade é proposta a seguinte situação: Em uma partida de jogo Uno, os jogadores decidiram anotar qual a probabilidade de se retirar uma carta *preta*.

- a) Qual o espaço amostral inicial do Jogo de cartas Uno? *112* (todas as cartas do baralho).
- b) Qual a probabilidade da primeira carta da partida, ser uma carta de ação na cor Preta? *12 cartas pretas para 112 cartas do jogo Uno, ou seja 12/112.*
- c) Após algum tempo de jogo, 52 cartas já haviam sido retiradas do baralho, mas nenhuma era uma carta de ação preta. Qual o espaço amostral das cartas que sobraram? Qual a probabilidade de se retirar uma carta preta na próxima jogada? *O espaço amostral é de 60 cartas, e a probabilidade de comprar uma carta de ação na cor preta é de 12 para 60 cartas do baralho, ou seja, 12/60, ou a fração equivalente 1/5.*
- d) Continuando o jogo, após 67 cartas terem sido retiradas do baralho, apenas sete eram cartas de *ação preta*. Qual o espaço amostral das cartas nesse momento da partida? Qual a probabilidade de se retirar uma carta preta na próxima jogada? *O espaço amostral é de 45 cartas. A probabilidade é de 10 cartas de ação preta para as 45 cartas do baralho, ou seja, 10/45, ou a fração equivalente 1/9.*
- e) Observe suas respostas anteriores e responda:
 - O espaço amostral variou ao longo da partida? Se sim, ele aumentou ou diminuiu? *Sim, o espaço amostral foi diminuindo ao longo da partida.*
 - A probabilidade de se retirar uma carta de ação da cor preta diminuiu ou aumentou ao longo desta partida? *A probabilidade de retirar uma carta de ação na cor preta diminuiu ao longo da partida, pois o espaço amostral que antes eram de 1 de ação preta para 5 cartas do baralho, agora são de 1 carta de ação preta para 9.*

Sugere-se que os estudantes possam manipular o baralho ao longo da atividade, simulando as situações expressas no problema. Espera-se com essa atividade que o aluno compreenda que o espaço amostral pode variar conforme o decorrer da partida, sendo que a probabilidade varia igualmente conforme o espaço amostral sofre alterações decorrentes do andamento do jogo, podendo aumentar ou diminuir dependendo da situação.

4.5.2.2 Proposta de atividade envolvendo as habilidades EF05MA24 e EF05MA25

A habilidade EF05MA24 implica em interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões (BRASIL, 2020). Nesse caso, o contexto é a de um jogo de carta, e o tema é o Jogo Uno. A habilidade EF05MA25 consiste em realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados (BRASIL, 2020).

Os gráficos são amplamente utilizados para organização de dados quantitativos, ou para representar a distribuições de frequência de dados qualitativos. Em uma pesquisa qualitativa, quando as variáveis podem ser separadas em categorias e é possível contar a frequência de ocorrência dessas categorias, denomina-se essa contagem de *frequência simples absoluta*. As distribuições de frequência dos dados qualitativos podem ser organizadas em diferentes tipos de gráfico (FARIAS, 2010). Existem diferentes modelos de gráficos como, por exemplo, gráficos de coluna, pictórico e de linha.

Para ilustrar o exposto acima, segue o exemplo: Em um campeonato de Jogo Uno, as vitórias de cada competidor foram organizadas em uma tabela:

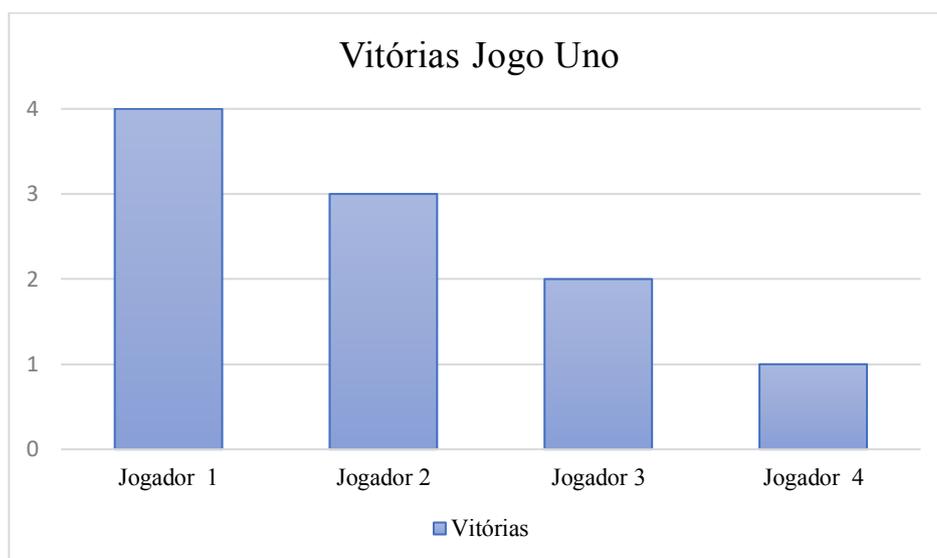
Tabela 8 – Ganhadores do Jogo Uno

Partidas	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
Jogador 1	x		x				X		x	
Jogador 2				x	x					x
Jogador 3		x						x		
Jogador 4						x				

Fonte: A autora (2024).

Com essa tabela, é possível observar que o jogador 1 ganhou 4 partidas, o jogador 2 ganhou 3, o jogador 3 ganhou 2 e o jogador 4 ganhou uma única partida. Para organizar os dados desse campeonato é possível construir gráficos que ajudam na visualização clara dos resultados. O gráfico a seguir consiste em um gráfico de coluna.

Gráfico 1 – Vitórias por jogador da partida de Jogo Uno



Fonte: A autora (2024).

Para desenvolvimento dessas habilidades apresenta-se três situações (situações 4, 5 e 6):

Situação 3: A atividade consiste em um torneio de Jogo Uno. A turma será dividida em grupos de quatro alunos. Cada grupo deverá jogar 10 partidas, anotando, de acordo com a tabela 7, o vencedor de cada rodada. Observe o exemplo a seguir, em que quatro alunos (aluno a, aluno b, aluno c e aluno d) participaram de um torneio de Uno.

Tabela 9 – Resultados de cada partida

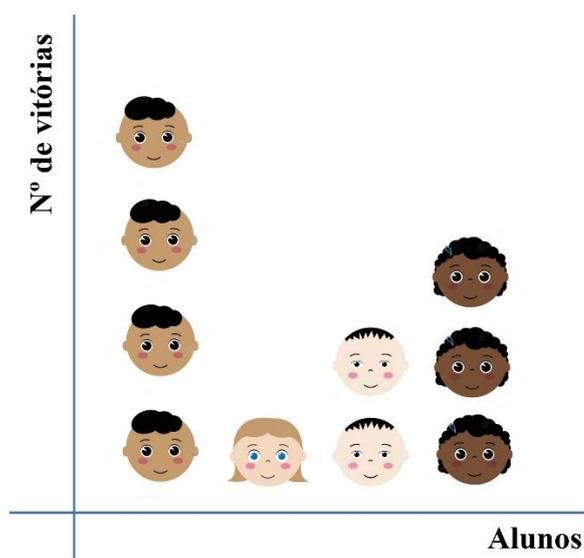
Rodada	Vencedor
1°	Aluno a
2°	Aluno b
3°	Aluno d
4°	Aluno a
5°	Aluno c
6°	Aluno a
7°	Aluno d
8°	Aluno d
9°	Aluno a

10°	Aluno c
-----	---------

Fonte: A autora (2024).

Ao final da partida os estudantes deverão somar quantas vitórias cada jogador obteve. Com os resultados dos cálculos, os estudantes deverão organizar esses dados em tabelas ou gráficos de pictograma, usando a imagem do aluno (foto impressa e recortada) como unidade de vitória, conforme conta na figura 7:

Figura 7 – Pictograma dos vencedores do jogo Uno



Fonte: autora (2022).

Os estudantes não necessitam de conhecimentos prévios sobre organização de dados em tabelas e gráficos. Essa atividade prevê abordar os conceitos de forma intuitiva, analisando qual é o melhor modo de organizar os dados obtidos nas partidas. Sugere-se usar as fotinhos dos rostos dos alunos para construir o pictograma.

Situação 4: Em uma partida do jogo Uno, com 4 participantes, foi solicitado para que os alunos anotassem em uma tabela de frequência as cartas compradas, separando-as por cor (*azul, vermelha, amarela e verde*). O estudante obterá com uma tabela semelhante a tabela 8.

Tabela 10 – Tabela de frequência para as 20 primeiras cartas do jogo

Carta	Quantidade de Cartas
-------	----------------------

Azul	2
Amarela	5
Vermelha	4
Verde	6
Preta	3
Total	20

Fonte: A Autora (2024).

Contando com as as informações obtidas após o jogo, o aluno deve responder:

- a) Qual cor de carta apareceu com mais frequência no seu jogo: Azul, vermelha, verde ou amarela? *As cartas de cor verde.*
- b) Qual cor de carta apareceu com menos frequência no seu jogo? *As cartas de cor azul.*
- c) Tiveram cores que tiveram o mesmo número de cartas? *Não.*
- d) Agora, compare suas respostas com a dos colegas que jogaram com você e responda:
 - a. Qual cor de carta apareceu com mais frequência no jogo do seu colega? Foi a mesma que a sua?
 - b. Qual cor de carta apareceu com menos frequência no jogo do seu colega? Foi a mesma que a sua?
 - c. Se você obteve alguma resposta diferente dos seus colegas, tende responder porque essa diferença ocorreu?

Na questão “d”, o grupo de estudantes deverá comparar suas respostas, observando as diferenças e semelhanças entre suas respostas. Espera-se que os estudantes percebam que as diferenças obtidas nas respostas ocorreram, pois, as cartas foram distribuídas e compradas de forma aleatória, por isso a frequência de cor no jogo de cada estudante foi distinta.

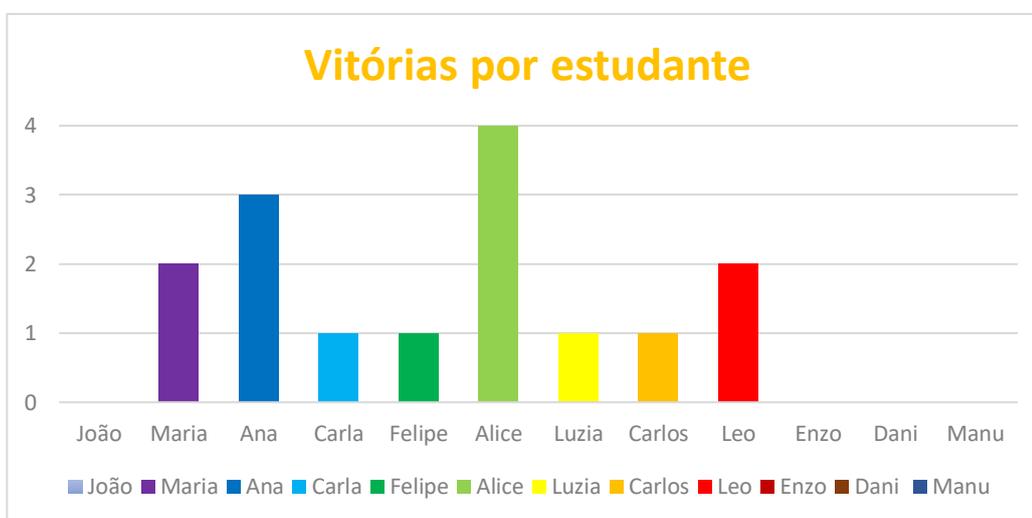
Situação 5: Sugeriu-se a seguinte situação:

Na escola Criança Feliz foi realizado um campeonato do Jogo Uno para os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Em uma seleção prévia, foram escalados 12 alunos para participarem do campeonato. O torneio foi organizado no seguinte formato: cinco rodadas, compostas por três partidas simultâneas com quatro jogadores em cada partida.

Em cada rodada foi realizado um sorteio para decidir os grupos que jogariam em cada partida. Vence o campeonato o aluno com o maior número de vitórias. Porém, se ao final das cinco rodas houvesse empate entre dois ou mais jogadores, deveria ser realizado uma nova rodada, somente com os jogadores empatados, o vencedor desta partida seria considerado o vencedor do campeonato.

Ao final do campeonato, os organizadores apresentaram o seguinte gráfico com o resultado dos jogos:

Gráfico 2 – Vitórias por estudante do campeonato de UNO da Escola Criança Feliz



Fonte: A autora (2024).

Observando o gráfico apresentado, os alunos deverão responder as seguintes questões:

- Quem foi o vencedor do campeonato? E o segundo e terceiro lugar? *A Alice foi a campeã, a Ana ficou em segundo lugar e em terceiro ficou a Maria e o Leo.*
- Houve empates no jogo? Quais estudantes estão empatados? *Sim . Maria e o Leo ficaram empatados com 2 vitórias cada um. A Carla, Felipe, Luzia e Carlos, venceram 1 vez cada um. O João, Enzo, Dani e Manu não ganharam nenhuma partida.*
- Agora, junto com os seus colegas, organizem um campeonato de jogo UNO, seguindo as mesmas regras que as turmas da Escola Criança Feliz. No final do campeonato organize os dados em um gráfico de barras.

As questões “a” e “b” necessitam que os estudantes interpretem o gráfico da situação-problemas, enquanto a questão “c” necessita que o estudante organize os dados obtidos com o campeonato de Uno em um gráfico de barras. Para a última questão é fundamental o auxílio do professor, de modo que os estudantes possam construir o gráfico solicitado com êxito. Essas questões têm como objetivo trabalhar as habilidades EF05MA24 e EF05MA25, que preveem a interpretação de gráficos e a organização de dados em gráficos de barras ou linhas provenientes de diferentes áreas do conhecimento.

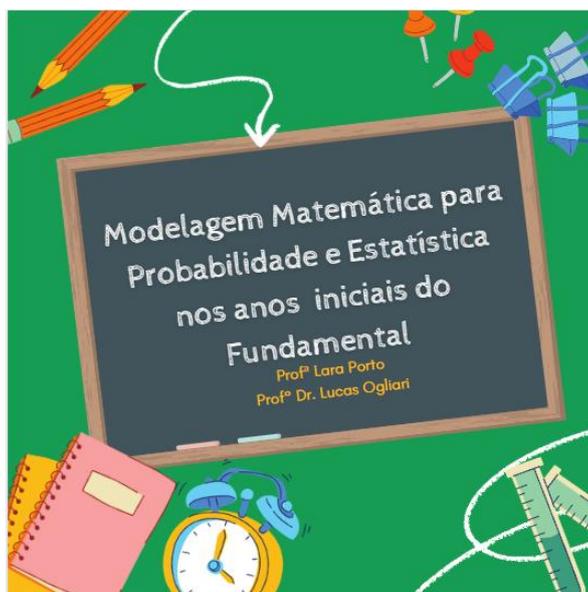
5. ELABORAÇÃO DO CURSO COMO PROPOSTA DE PRODUTO EDUCACIONAL

O curso intitulado “Modelagem Matemática para Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do Fundamental” foi elaborado com base nos preceitos da modelagem matemática no ensino e a partir das diretrizes da BNCC para a Unidade Temática Probabilidade e Estatística, especificamente para o quinto ano do Ensino Fundamental. O curso propõe ofertar aos cursistas propostas de trabalhar a Unidade Probabilidade e estatística através da modelagem matemática. Para tanto, foram propostas cinco atividades para serem aplicadas em sala de aula.

Os materiais que compõem o curso estão disponibilizados integralmente no formato online e assíncrono. O curso é composto por nove videoaulas, que estão organizados em uma *playlist* disponível na plataforma *Youtube*, além de matérias de apoio para a realização do curso e das atividades propostas. Cada vídeo possui em média 7 minutos de duração, podendo ser acessados por todos aqueles que dispõem do *link* de acesso. Os vídeos estão organizados na plataforma na seguinte ordem:

- Apresentação do curso: Neste vídeo são apresentados os organizadores do curso, quais são suas áreas de atuação e envolvimento com a temática do curso, além da estrutura do geral do curso.

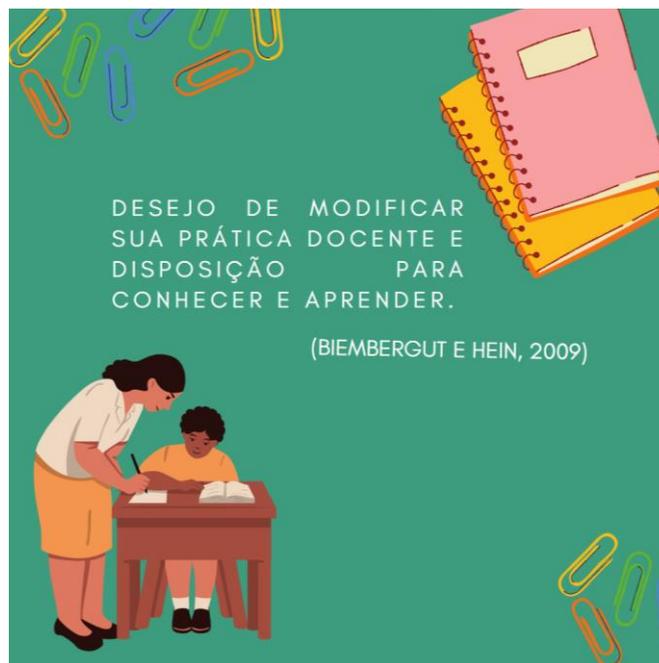
Figura 8- Vinheta inicial do curso



Fonte: os autores (2024).

- Modelagem Matemática: No segundo vídeo são apresentados o conceito de Modelagem Matemática definidos pelos principais autores que embasam este projeto, que são Barbosa (2004, 2001), Bazanessi (2014), Biembengut e Hein (2009). Em seguida, abordam-se as possibilidades de organização curricular na modelagem, assim como define-se qual o papel do professor e do aluno nessa metodologia de ensino, embasados na teoria de Barbosa (2001). Ademais, apresentam-se os passos para desenvolvimento da modelagem definidos por Biembengut e Hein (2009), e em seguida por Barbosa (2004). No final do vídeo, apresenta-se a proposta de organização para as atividades a serem desenvolvidas pelas professoras cursistas em suas turmas de quinto ano.

Figura 9 – Papel do professor na metodologia de Modelagem Matemática

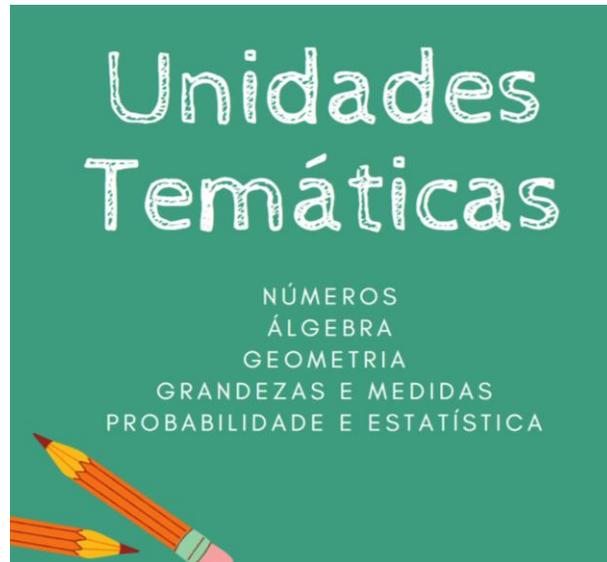


Fonte: os autores (2024).

- Base Nacional Comum Curricular: Neste vídeo constam as cinco Unidades Temáticas da disciplina de matemática, previstas para o Ensino Fundamental, que são: Número, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Priorizamos exemplificar no vídeo a Unidade Probabilidade e Estatística, especificamente o planejamento para o quinto ano do Ensino Fundamental, comentando as quatro habilidades previstas para este ano escolar, assim como os três objetos do

conhecimento vinculados a estas habilidades. Ainda é enfatizado que todas as habilidades e objetos do conhecimento relatados serão desenvolvidos nas atividades propostas pelo curso.

Figura 10 - Unidades Temáticas



Fonte: Os autores (2024).

- Probabilidade e Estatística: Neste tópico é abordado cada objeto do conhecimento, previsto para o quinto ano do Fundamental, exemplificando alguns conceitos que são necessários para a realização das atividades propostas pelo curso. Iniciamos exemplificando o conceito de espaço amostral, trazendo o exemplo de um dado de seis faces. Em seguida é discute-se sobre como calcular a probabilidade de eventos equiprováveis, distinguindo a diferença entre possibilidade e probabilidade. Além disso, aborda-se o conceito de gráficos trazendo um exemplo de como podemos usar este recurso da matemática para trabalhar em sala de aula.
- Atividades 1, 2, 3, 4, 5: Compõem cinco videoaulas que apresentam as atividades desenvolvidas para serem aplicadas em turmas de quinto ano do Ensino Fundamental, e que foram relatadas neste trabalho. No início de cada vídeo, apresentam-se as habilidades e objetos do conhecimento que serão desenvolvidos através da atividade proposta. Em seguida, exemplifica-se uma proposta de organização das atividades previstas, e

conclui-se mostrando quais os resultados esperados ao final de cada atividade.

Na legenda de cada videoaula disponibiliza-se um link que direciona a uma pasta do *Google drive*, em que se encontra o material explicativo sobre como realizar o curso, juntamente de materiais de apoio para a realização das atividades propostas para o Ensino Fundamental.

6. ANÁLISE DA REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES E AS PERCEPÇÕES DAS PROFESSORAS SOBRE O CURSO

Foram enviados convites para participação do curso “Modelagem Matemática para a Unidade Temático Probabilidade e Estatística”, no dia 22 de maio de 2023, para professoras do 5º ano do Ensino Fundamental do Município de Palmares do Sul. A cidade possui seis escolas de Ensino Básico, porém participaram da pesquisa três escolas: duas municipais e uma estadual. Essas três escolas foram as escolhidas entre as seis por ter sido possível estabelecer um vínculo com a pesquisa do TCC, pelo fato da direção permanecer a mesma ou ainda ter sido viável conseguir contato direto com as professoras. Participaram das atividades propostas cinco professoras, sendo que o total de professoras que trabalham nas escolas convidadas é seis. O contato com as escolas, e posteriormente com as professoras cursistas, foi realizado através do aplicativo *WhatsApp*. As docentes que aceitaram o convite, receberam pelo aplicativo o *link* que direcionava para a *playlist* com as videoaulas.

O curso teve início no dia 29 de maio de 2023, quando as cursistas assistiram os vídeos disponíveis no *Youtube* e acessaram os materiais de apoio. As professoras escolhiam o dia e o horário que melhor conviesse para realizar as tarefas iniciais. O contato com as participantes nessa etapa de aplicação do produto educacional foi realizado pelo *WhatsApp*.

As aplicações das atividades propostas pelo curso ocorreram entre os dias 5 e 16 de junho de 2023. Na escola estadual, participaram duas professoras. Para a realização das tarefas programadas, as professoras escolheram acomodar os alunos em pequenos grupos, em que cada grupo realizou uma dentre as cinco atividades propostas pelo curso. As professoras enviaram as atividades realizadas pelos alunos.

Na primeira escola municipal, a professora escolheu aplicar a atividade cinco. Para isso, cada estudante recebeu impresso um roteiro do exercício proposto, que foi

disponibilizado para as cursistas através da pasta do *Google Drive*. A professora não enviou as atividades realizadas pelos estudantes.

Na segunda escola municipal, havia duas professoras participantes. A primeira professora dividiu a turma em dois grupos (figura 11), e aplicou as atividades 3 e 5. Todos os estudantes conseguiram finalizar as atividades propostas, e subsequentemente a professora enviou os trabalhos. A segunda professora escolheu aplicar as mesmas tarefas, ou seja, as atividades 5 e 3. Autora e orientador acompanharam a realização destas atividades enquanto observadores. No entanto, as tarefas não foram finalizadas pelos estudantes, pois eles tinham uma palestra no mesmo dia da aplicação. Essa palestra não era do conhecimento da docente titular da turma, com isto foi acordado que os estudantes finalizariam as atividades em uma outra aula, somente com a professora.

Figura 11 – Aplicação das atividades 3 e 5 em uma escola municipal



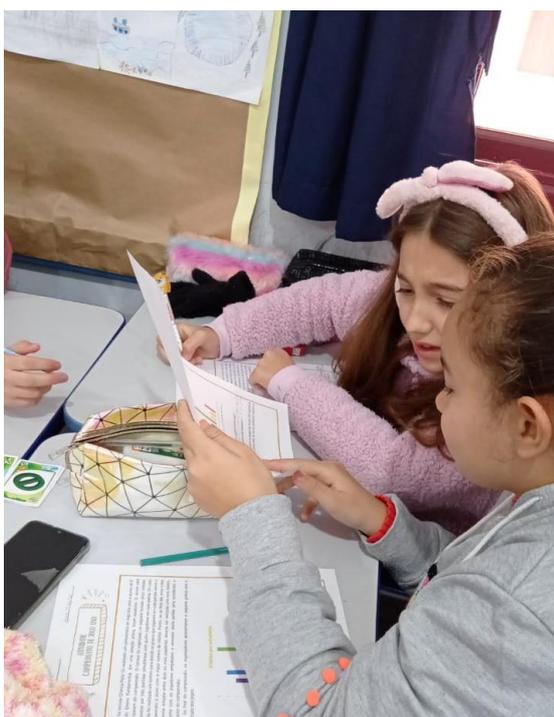
Fonte: a autora (2023).

Após a realização das atividades do curso e das aplicações nas escolas, foi disponibilizado um questionário para coletar dados sobre a satisfação das professoras cursistas em relação ao curso e as tarefas propostas para serem trabalhadas em sala de aula. O questionário foi aplicado no dia 21 de junho de 2023, através da plataforma *Google Formulários* e enviado as docentes através do *WhatsApp*.

6.1 Das atividades realizadas pelos alunos

Todas as professoras cursistas aplicaram ao menos uma das atividades sugeridas pelo curso em suas turmas de quinto ano. Dentre as cinco docentes, duas enviaram as atividades realizadas pelos estudantes. As professoras que não conseguiram devolver as atividades, por diferentes razões, igualmente aplicaram alguma das propostas em suas turmas. Em uma das aplicações autora e orientador estiverem presentes observando, no entanto, a turma não conseguiu finalizar a atividade devido a programação da escola, que havia sido alterada naquele dia. A professora dividiu a turma em dois grupos compostos por quatro alunos e aplicou as atividades 5 e 3, que abordam a criação de tabelas e gráficos, respectivamente em cada grupo. A figura 12 retrata duas estudantes realizando a atividade 5. Ficou acordado que as atividades seriam finalizadas no próximo encontro da turma.

Figura 12 – Estudantes realizando a atividade 5 proposta pelo curso



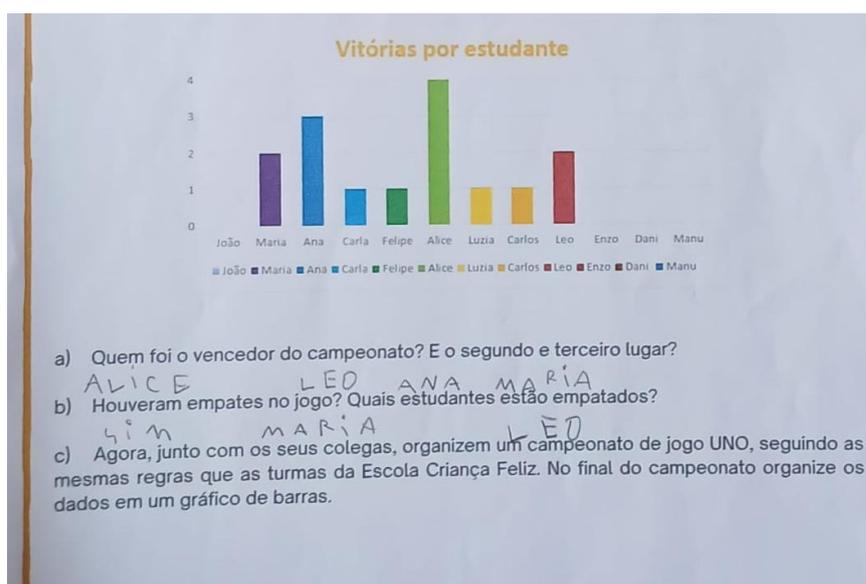
Fonte: a autora (2024).

Na mesma escola em que se realizou as observações, uma segunda professora conseguiu finalizar e enviar as atividades desenvolvidas pelos estudantes. A turma, composta por 17 estudantes foi dividida em cinco grupos, em cada grupo foi desenvolvida uma das atividades propostas pelo curso. Para a atividade 1, 2 e 5 participaram três alunos,

enquanto a atividade 3 e 4 participaram quatro alunos. Observando o material enviado pela professora, observou-se que as atividades realizadas pelos cinco grupos foram efetuadas conforme o esperado, ou seja, atenderam ao enunciado das questões.

Para as atividades 3 e 5 os estudantes não apresentaram dificuldades e realizaram o que foi proposto adequadamente. A respeito da atividade 2, a professora relatou que foi necessário explicar alguns dos conceitos abordados na atividade, tais como “espaço amostral” e “probabilidade” para o grupo. Contudo, após uma breve explicação, os alunos conseguiram desenvolver a atividade sem dificuldades, conforme ilustra as imagens 13 e 14. Igualmente nas atividades 1 e 4 foi necessária a intervenção da professora para abordar alguns conceitos pouco comuns aos estudantes. Após análise do material enviado, percebeu-se que os estudantes responderam de acordo com o que era esperado para estas atividades.

Figura 13- Atividade 5 realizada por um aluno



Fonte: a autora (2024).

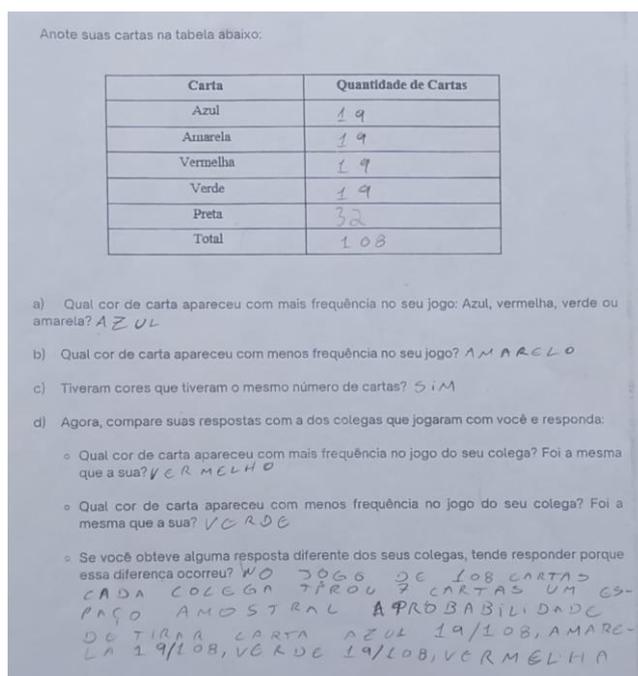
Figura 14- Questão “c” da atividade 5 realizada por um estudante



Fonte: a autora (2024).

A segunda professora a enviar as atividades leciona em uma escola estadual do município de Palmares do Sul. Semelhante a aplicação relatada anteriormente, o grupo de estudantes foi dividida em pequenas equipes e cada um recebeu uma dentre as cinco atividades planejadas. A turma composta por 32 estudantes foi dividida da seguinte forma: o grupo que realizou a atividade 1 era formado por seis alunos; o grupo com a atividade 2 era composto por sete estudantes; para a atividade 3 participaram nove alunos, quatro alunos realizaram a atividade 4; e para a atividade 5 participaram 6 alunos. Ilustramos as atividades realizadas nas figuras 16, 16 e 17, que representam as atividades 4, 1 e 3, respectivamente.

Figura 15- atividade 4 realizada por uma estudante



Fonte: a autora (2024).

Figura 16 – Atividade 1 realizada por um estudante

Jogo Uno numérico

a) Manipule o baralho de UNO e determine qual o espaço amostral das cartas azuis retirando-se as cartas que são repetidas? Quantas possibilidades de cartas temos? **10 CARTAS**

b) Construa uma tabelinha com o modelo probabilístico do experimento de tirar uma carta dentre essas que ficaram.

Número da Carta	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frequências que, teoricamente, cada n° pode ocorrer	$\frac{1}{10}$									

c) Com essas cartas, qual a probabilidade de se comprar uma carta de número 8? É a mesma probabilidade de comprar uma carta de número 5? Por quê? **SIM POIS TODOS MESMA PROBABILIDADE**

d) Agora, qual a probabilidade de se tirar uma carta de número par? É a mesma probabilidade de se tirar uma carta número ímpar? Por quê? **É MESMA PROBABILIDADE DE TIRAR IMPAR E PAR POIS TEM A MESMA QUANTIDADE DE CARTAS**

e) Vamos fazer uma tabelinha para representar o modelo probabilístico de se tirar uma carta par ou uma carta ímpar dentre as cartas azuis sem repetição. O espaço amostral mudou? Por quê? **NÃO POIS NÃO MUDOU**

Carta	Par	ímpar
Frequências que, teoricamente, cada n° pode ocorrer	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{10}$

Fonte: a autora (2024).

Figura 17 – Atividade 3 realizada por uma estudante

Anote o nome dos vencedores de cada rodada:

Rodada	Vencedor
1º	José Vitor
2º	Daniel
3º	Dani
4º	Myranda
5º	Dani
6º	Daniel
7º	Myranda
8º	Dani
9º	Dani
10º	Dani

José
 Daniel
 Dani
 Myranda

Agora, faça uma tabela de Pictograma com as fotos de vocês, indicando o número de vitórias de cada jogador:

Nº de vitórias		Alunos
----------------	--	--------

Fonte: a autora (2024).

Analisando o material enviado pela cursista, observou-se que em ambas as escolas, os alunos conseguiram realizar as atividades com sucesso dentro do mínimo esperado como pedido nos enunciados. Compreendeu-se através do material do curso que

poderia ser realizado na atividade 3 uma tabela de pictograma assim como um gráfico de pictograma, esse último consta na imagem 15. Em algumas situações a intervenção da professora fez-se necessária, no entanto, o protagonismo dos estudantes na realização das atividades permaneceu inalterada, prevalecendo a característica da metodologia de Modelagem Matemática de primar independência do estudante no processo de ensino-aprendizagem. Da percepção das professoras, relatado nas entrevistas subsequentes ao término do curso, foi evidenciado o entusiasmo dos estudantes em realizar tarefas que abordem um tema do seu interesse, o jogo Uno, que colabora com o êxito na realização das atividades uma vez que envolve aspectos lúdicos na aprendizagem de matemática.

6.2 Das percepções das professoras sobre o curso

O questionário foi aplicado no dia 21 de junho de 2023, através da plataforma *Google Formulários* e enviado as docentes através do *WhatsApp*. O questionário (Anexo 1) possuía sete perguntas, sendo cinco dissertativas, uma questão de múltipla escolha e uma última requisitando as considerações finais das docentes após a conclusão das atividades. As perguntas foram enviadas para as cinco professoras, porém conseguiu-se obter a resposta de apenas quatro cursistas.

Será apresentado a seguir os dados obtidos com o questionário, mostrando os resultados de cada questão individualmente, transcrevendo as respostas das docentes de forma integral. A primeira questão pretende compreender qual o entendimento, pelas professoras cursistas, da Metodologia de Modelagem Matemática após a realização do curso.

Quadro 7 – Primeira questão

Após realizar o curso, você acredita ter ampliado seus conhecimentos sobre a metodologia de ensino Modelagem Matemática? Em caso de resposta afirmativa, qual sua percepção sobre Modelagem Matemática depois da realização do curso?	
Professora 1	<i>Embora não notamos, ou fazemos uso do termo Modelagem Matemática, a mesma é algo pertinente no cotidiano, ao olharmos para as situações por este aspecto. Sendo assim, realizar tais tarefas em sala de aula, passa a ser um recurso interessante, sendo aplicado dentro da realidade do aluno.</i>
Professora 2	<i>Sim. Acredito que a metodologia da modelagem matemática passará a fazer parte do meu planejamento. A proposta envolve e instiga o aluno a buscar a solução para o problema proposto e assim ele constrói os próprios conceitos.</i>

Professora 3	<i>Sim, forma que desenvolve o pensamento crítico sobre conceitos no caso matemáticos.</i>
Professora 4	<i>Sim. O professor tem papel de mediador em todo processo.</i>

Fonte: a autora (2024).

Alguns pontos fundamentais para caracterizar uma metodologia como sendo Modelagem Matemática foram apontados pelas professoras, tais como: trabalhar atividades que abordem a realidade do aluno; promover a investigação e resolução de soluções para os problemas propostos; desenvolver o pensamento crítico do aluno; professor como mediador do processo de aprendizagem. Autores como Bazanessi (2014) e Barbosa (2004), salientam a importância de abordar temas que envolvam o cotidiano do aluno, despertando o prazer na investigação e na busca por soluções a problemas provenientes do seu meio. Percebe-se através do relato das professoras que o conceito de Modelagem Matemática se mostrou uma metodologia interessante e que fará parte do planejamento de algumas cursistas, como as professoras 1 e 2.

A segunda questão, contemplava a percepção das docentes no que se refere à metodologia de Modelagem desenvolvida nas atividades presentes no curso.

Quadro 8 – Segunda Questão

Como você percebeu a utilização da metodologia de Modelagem Matemática nas atividades propostas pelo curso?	
Professora 1	<i>Durante o desenvolvimento das atividades, foi possível observar na prática, a eficácia da metodologia de Modelagem Matemática, mesmo que em algumas tarefas, tenha sido necessária a adaptação, levando em conta o nível de aprendizagem em que a turma se encontra.</i>
Professora 2	<i>Muito interessante. Chamou minha atenção, principalmente, o envolvimento dos alunos nas atividades propostas. A busca pela solução do problema, as conclusões que chegavam depois das discussões nos grupos e a leitura dos gráficos nas últimas atividades, com certeza, contribuíram muito para a construção do conhecimento deles de forma prazerosa e contextualizada.</i>
Professora 3	<i>Percebe-se na forma como são aplicadas as atividades, estimulando o raciocínio do aluno.</i>
Professora 4	<i>Os alunos ao realizarem as atividades propostas, tiveram que pensar, e seguir vários caminhos diferentes, conforme iam jogando, tinham que pensar formas e estratégias para atingir o objetivo.</i>

Fonte: a autora (2024).

Ao serem analisadas as observações das cursistas, compreende-se que a metodologia de Modelagem, em especial na perspectiva de Barbosa (2004), foi desenvolvida com êxito na aplicação das atividades. Para Barbosa (2004), conforme foi apontado, a modelagem matemática convida os estudantes a problematizar e investigar situações provenientes do cotidiano. Através das atividades aplicadas em sala de aula as professoras notaram o “envolvimento dos alunos” (professora 2), que se dedicaram as atividades propostas de “forma prazerosa e contextualizada” (professora 2). A investigação foi percebida no relato das professoras 2 e 4, quando elas relataram perceber que os estudantes necessitaram criar estratégias para alcançar o objetivo da atividade e discutir em grupos qual a resposta mais adequada ao problema proposto, ou seja, o estudante se transformou em um investigador, aguçando seu senso crítico.

A terceira questão pretendia validar as atividades propostas pelo curso, referentes ao 5º ano do Ensino Fundamental, compreendendo se as professoras que lecionam consideram as atividades propostas como adequadas para a etapa do ensino.

Quadro 9 – Terceira questão

As atividades propostas trabalharam exclusivamente a Unidade Temática Probabilidade e Estatística. Você considera as atividades adequadas para serem trabalhadas no 5º ano do Ensino Fundamental? Caso alguma atividade não seja adequada. em quais aspectos as atividades poderiam ser melhor adaptadas para esta etapa do ensino?	
Professor 1	<i>As atividades são adequadas, levando em conta a teoria, destaca-se que ainda encontramos defasagens, vindas em decorrência da pandemia, portanto as turmas atualmente, apresentam algumas dificuldades, que ainda precisam ser sanadas.</i>
Professor 2	<i>As atividades apresentadas abordaram de forma lúdica um conteúdo que eu considerava extremamente difícil para trabalhar com o quinto ano. No entanto, na forma como foram apresentadas consegui envolver todos os alunos e alcançar os objetivos propostos, eles próprios construíram conceitos e chegaram as conclusões esperadas.</i>
Professor 3	<i>Considero as atividades adequadas para o quinto ano, pode até talvez necessitar um apoio para desenvolver o raciocínio, mas são capazes de desenvolver e trabalham outros temas matemáticos.</i>
Professor 4	<i>Sim, foi uma proposta muito pensada neles, pois o jogo de uno está muito presente e eles já conheciam e gostavam muito, o que facilitou muito a aprendizagem de cada um.</i>

Fonte: a autora (2024).

Para responder a terceira pergunta todas as professoras indicaram que as atividades propostas estavam adequadas para o quinto ano do Ensino Fundamental. A professora 1 relatou a defasagem de aprendizado que alguns estudantes apresentaram em virtude do isolamento em decorrência da Pandemia de Covid 19, ocorrido nos anos de 2020 e 2021. No entanto, os alunos conseguiram superar as dificuldades e realizar as atividades com o auxílio da docente. A professora 4 chamou atenção para o interesse dos alunos com as atividades propostas, pois o tema central das atividades, o Jogo Uno, está muito presente nos momentos de descontração dos estudantes. Esse relato reforça a importância de trabalhar com situações da realidade dos estudantes, conforme salienta Barbosa (2004, 2001).

As atividades propostas no curso, pretendiam desenvolver as habilidades e trabalhar com os objetos de conhecimento previstos para a Unidade temática Probabilidade e Estatística. Considerando que essa temática é pouco abordada nos anos iniciais do Fundamental, procurou-se compreender na quarta pergunta se o curso contribuiu com o planejamento das professoras para trabalhar com essa área da matemática.

Quadro 10 – Quarta questão

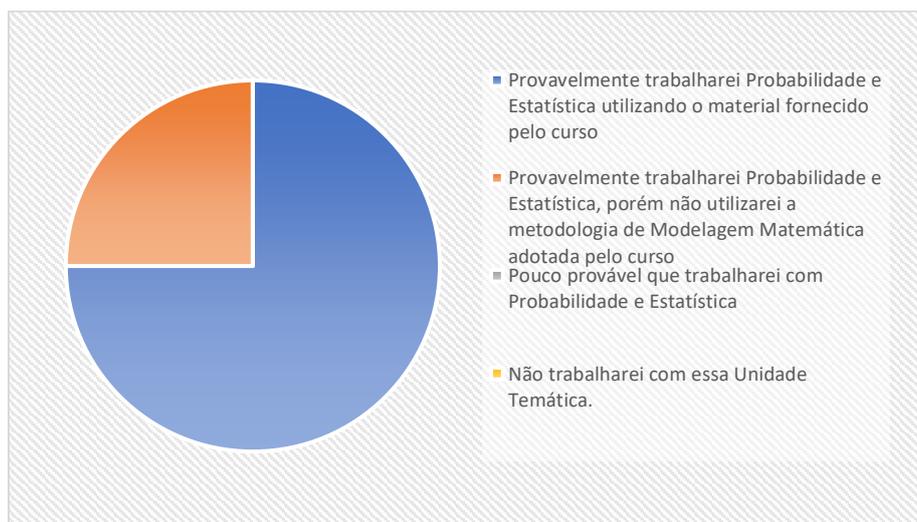
O curso contribuiu de alguma forma para o planejamento das suas aulas sobre a Unidade Probabilidade e Estatística? Você acrescentaria, ou mudaria, alguma etapa nas atividades propostas?	
Professora 1	<i>Dentro da minha realidade escolar, eu como planejadora das atividades, faria algumas alterações e/ou adaptações, isso, levando em conta o nível de aprendizado dos alunos, como já exposto nas questões anteriores, os mesmos apresentam algumas defasagens no ensino, o que impede de que tenham autonomia suficiente para realizar as atividades de maneira independente.</i>
Professora 2	<i>Claro que contribuiu. A ideia de usar o jogo de uno, que é um jogo que os alunos conhecem, e a maioria tem acesso (temos inclusive alguns jogos na escola) foi muito boa. Eles construíram conceitos, e depois da confecção dos gráficos estabeleceram relações e chegaram a conclusões que realmente me surpreenderam.</i>
Professora 3	<i>Sim, talvez no uso de outras vezes poderia acrescentar outras questões.</i>
Professora 4	<i>Com certeza ajudou sim, pois uma maneira divertida e que fez com que os alunos pensassem e discutissem entre eles estratégias diferentes.</i>

Fonte: a autora (2024).

Na quarta pergunta três professoras consideram as atividades adequadas, salientando que chamaram a atenção dos estudantes em razão da proposta envolver um jogo que eles gostam e está presente no seu dia a dia; a professora 4 relatou que adaptaria as atividades em razão da defasagem do ensino, por causa da pandemia de Covid-19.

Considerando que a realização do curso visa contribuir com a abordagem da Unidade temática Probabilidade e Estatística no quinto ano do Fundamental, a quinta pergunta objetiva compreender se as professoras consideram utilizar as atividades futuramente, por meio da pergunta “Qual a possibilidade de você trabalhar a Unidade Temática Probabilidade e Estatística em outras turmas que você leciona, atualmente ou futuramente, após a realização do curso?”. Foi proposto um modelo de questão de múltipla escolha, sendo que os resultados obtidos se encontram no gráfico abaixo:

Gráfico 3 – Quinta questão



Fonte: a autora (2024).

Pelo gráfico observou-se que três professoras (75%) utilizarão os materiais fornecidos pelo curso em outras turmas, uma professora (25%) indicou que trabalhará com probabilidade e estatística, porém não utilizara a metodologia utilizada pelo curso. As opções “Pouco prováveis que trabalharei com probabilidade e estatística” e “Não trabalharei com esta unidade temática” não foram apontadas por nenhuma professora. Com os resultados obtidos nessa questão, considera-se que o curso contribuiu para que a unidade temática seja trabalhada em sala de aula, e que, considerando o índice de aprovação, poderá ser utilizado futuramente. Na próxima questão as professoras relataram o motivo pelo qual optaram por determinada opção na questão cinco (questão anterior).

Quadro 11 – Sexta questão

Em relação a pergunta anterior, de número 5, qual a provável justificativa para você ter escolhido determinada opção como resposta?	
Professora 1	<i>Como já respondido nas questões anteriores, as atividades estão dentro do contexto da turma, e pode ser ainda mais contextualizada, integrando às vivências do aluno, mas é necessário que se leve em conta o nível de aprendizagem para a realização de tais atividades, adaptando a metodologia.</i>
Professora 2	<i>O interesse, o envolvimento e a alegria dos alunos ao participar das atividades propostas. Eles construíram o conhecimento e com certeza, aprenderam pra vida... Não vão esquecer!</i>
Professora 3	<i>Primeiramente é um recurso conhecido do aluno e que gostam muito, então logo o interesse será maior.</i>
Professora 4	<i>A forma lúdica como foi abordada, as crianças amam jogar uno, e com a proposta ficou mais fácil aprender sobre probabilidade e estatística.</i>

Fonte: a autora (2024).

Três professoras que destacaram na questão cinco que utilizariam os planejamentos propostos pelo curso, enquanto todas acrescentaram na pergunta seis que aplicariam novamente as atividades em decorrência do interesse e empenho dos estudantes em realizar os exercícios propostos com êxito. A professora que apontou na questão anterior não utilizar a metodologia de Modelagem Matemática em suas aulas futuras, relatou que, nos seus próximos planejamentos, adaptará as atividades para o nível de conhecimento dos estudantes da turma.

Quadro 12 – Sétima questão

Deixe registrado sua opinião geral sobre o curso e as atividades propostas:	
Professora 1	<i>Achei bem interessante, dinâmico e de fácil compreensão, as atividades que foram aplicadas são atrativas e envolveram aqueles que participaram.</i>

Professora 2	<i>Excelente o curso. Abordou de forma leve um conteúdo extremamente chato de se trabalhar nas séries iniciais. A atividade 2 teve um pouco de dificuldade para entender. Os jogos de uno possuem apenas 108 cartas e a atividade falava em 112. Mas conseguimos adaptar.</i>
Professora 3	<i>Gostei muito, algo simples, mas que mostrou muitas possibilidades de construção do conhecimento.</i>
Professora 4	<i>O curso nos faz refletir sobre uma nova forma de aplicar conteúdos que nem sempre são atrativos para eles, e que dá forma que podemos aplicar faz com que eles tenham uma aprendizagem riquíssima e de forma lúdica.</i>

Fonte: a autora (2024).

As considerações finais das professoras em relação ao curso reforçam a ideia de que as atividades propostas pelo curso envolveram uma temática que é do interesse e do cotidiano dos alunos, despertando seu interesse e participação nos exercícios apresentados. O resultado foi uma “aprendizagem riquíssima e de forma lúdica” (professora 4), que se tornou possível através da participação ativa dos estudantes uma vez que motivados empenharam-se em desenvolver as atividades e encontrar soluções dentro dos recursos da probabilidade e estatística para as situações-problemas propostas nas atividades.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este presente trabalho pretendeu problematizar o ensino de Probabilidade e Estatística para o quinto ano do fundamental, utilizando a modelagem matemática como estratégia metodológica de ensino. A partir dessa proposta, foi desenvolvido um curso para professores que propôs apresentar a modelagem matemática como estratégia para o ensino da Unidade Temática Probabilidade e Estatística.

A pergunta que norteou esta pesquisa foi “Como a modelagem matemática pode contribuir para o ensino da Unidade Temática Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do fundamental?”. O curso apresenta a modelagem matemática às professoras cursistas e sugere alguns exemplos de atividades que abordam o ensino desta Unidade Temática

através de uma metodologia específica. Através dos resultados obtidos com a aplicação das atividades propostas para o quinto ano, assim como o retorno das avaliações realizadas pelas professoras cursistas, observa-se que as atividades propostas foram adequadas para Ensino Fundamental, sendo que o curso contribuiu para o planejamento das aulas de matemática das professoras participantes. O curso não representa a solução para o ensino de probabilidade e estatística, bem como não visa ampliar o conhecimento matemático dos professores cursistas. Mas pretendeu-se dar início à um tipo de trabalho, que deve ser realizado ao longo do processo de ensino-aprendizagem dos alunos, além de apresentar uma sugestão de metodologia que objetiva desenvolver a forma de pensar e agir desses profissionais (BASSANEZI, 2002, p. 208), contribuindo dessa forma com o planejamento das professoras polivalentes que lecionam a disciplina de matemática.

A modelagem foi abordada como uma metodologia que prioriza a autonomia dos estudantes e para isso os temas transversais prioritariamente devem ser do interesse da turma. O professor, nessa perspectiva, torna-se o orientador da atividade, acompanhando os estudantes na realização das tarefas e auxiliando somente quando necessário. Nesse viés, observa-se que a modelagem matemática deve ser debatida e aplicada ao longo do curso. As professoras cursistas desenvolveram as atividades propostas em sala de aula, empregando a metodologia e, após a aplicação, analisando todo o processo através do questionário, apontaram a validade da metodologia e do projeto. Dessa forma haverá uma consolidação de noções matemáticas essenciais para os educandos.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L. Cálculo, **Tecnologias e Modelagem Matemática**: as Discussões dos Alunos. 2002. 173 f. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

BARALDI, Angela Pereira. **Modelagem Matemática**: Um recurso facilitador no processo ensino-aprendizagem. Dissertação. Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campus de Três Lagoas. Três Lagoas, p 101, 2018.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizado com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **Reunião Anual da Anped**, 24., 2001, Caxambu. Anais. Rio Janeiro: ANPED, 2001.

BARBOSA, J. C. modelagem matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BIEMBENGUT, Maria Salett. HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5 ed. – São Paulo: Contexto, 2009.

BORBA, M (1999) , **Calculadoras Gráficas e Educação Matemática**. Série Universidade Santa Úrsula, RJ. BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 08 de maio de 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 08 de maio de 2022.

BRASIL. Lei nº 9.394/96, de 20 de Dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm. Acesso em: 05 de maio de. 2022.

BRASIL, Rodrigo Ruiz. **Modelagem Matemática: Uma Contribuição para a construção do Conhecimento Matemático nos Anos Iniciais da Educação Básica**. Trabalho de conclusão DE Mestrado. Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal de Rondônia – UNIR. Porto Velho, p. 57, 2013

CIBERSISTEMAS. Uno está obtendo sua primeira série de campeonatos com um grande prêmio em dinheiro, 2021. Disponível em: <https://cibersistemas.pt/games/uno-esta-obtendo-sua-primeira-serie-de-campeonato-com-um-grande-premio-em-dinheiro/#:~:text=Parte%20da%20celebra%C3%A7%C3%A3o%20do%2050%C2%BA,do%20evento%20de%20Las%20Vegas>. Acesso em: 16/12/2022.

COPAG. Jogo Uno, 2022. Disponível em: <https://copag.com.br/blog?word=UNO>. Acesso em: 16/12/2022.

DUTRA, Dayana Cecília REIS BEIRIGO. **Ferramentas Práticas para o Ensino da Probabilidade e Estatística na Educação Básica**. Dissertação. Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Viçosa. Florestal, p 298, 2021.

Farias, A. M. L. de. **Probabilidade e estatística**: volume único. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

GIL, A.C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 1999.

LOPES, Domingos Antonio. **Intervenção no Ensino de Probabilidade e Estatística para os Anos Iniciais do ensino fundamental Alicerçada na BNCC**. Trabalho de Conclusão de Curso. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT submetido por Domingos Antonio Lopes junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande. Rio Grande, p. 118, 2020.

LOVO, Eliane Sborgi Lovo. **Modelagem Matemática e Avaliação**: uma proposta de Trabalho com Professores dos Anos Iniciais do ensino fundamental. Trabalho de Conclusão de Mestrado (Dissertação). Programa de Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, P. 95, 2020.

MACHADO, Mineia Bortole. **Modelagem Matemática como ambiente de Aprendizagem de Estatística na Educação Básica**. Trabalho de Conclusão de Mestrado (Dissertação). Programa de Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, P.155, 2017.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni; NACARATO, Adair Mendes. **Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais**. Estudos Avançados 32 (94), 2018.

NUNOMURA, Andrea Regina Teixeira. **Modelagem Matemática Nos Anos Iniciais Do ensino fundamental: um olhar para os Registros de Representação Semiótica**. Trabalho de Conclusão de Mestrado (Dissertação). Programa de Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, P.144, 2021.

OLIVEIRA, Andreia Maria Pereira de; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Tensões nos discursos de professores e as ações da prática pedagógica em modelagem matemática. **Horizontes**, v. 31, n.1, p. 21-30, jan./jun.2013.

PALMA, Rafael Montenegro. **Manifestações Da Criatividade Em Modelagem Matemática Nos Anos Iniciais**. Trabalho De Conclusão De Mestrado (Dissertação). Programa De Ensino De Matemática, Universidade Tecnológica Federal Do Paraná. Londrina, 2019. P.117.

PORTO, L. R. **Professores Polivalentes de Palmares do Sul**: Comparação entre a prática em sala de aula e o proposto pela componente curricular matemática da BNCC.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Ciências Exatas da Universidade Federal do Rio Grande. Santo Antônio da Patrulha, 2021.

ROCHA, Arthur do Amaral. **Estatística na Educação Infantil e Anos Iniciais do ensino fundamental: análise da BNCC e estudos de aulas**. Dissertação. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal do Oeste da Bahia. BARREIRAS, p 82, 2021.

SILVA, Bruno Vieira. **Jogo de cartas analógico inclusivo: estudo de caso sobre o UNO**. Universidade Federal de Pernambuco – UFP. Trabalho de Conclusão de Curso. 2019.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO ÀS PROFESSORAS

ANEXO 1 – Primeiro questionário: Atividades preferidas pelos estudantes



Questionário

Prezada Professora,

Este questionário faz parte de uma pesquisa do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Rio Grande. E visa, inicialmente, identificar quais atividades (jogos, brincadeiras, esportes) os estudantes dos primeiros anos do Ensino Fundamental (1º ao 5º), do município de Palmares do Sul, têm preferência.

Os resultados deste questionário servirão de base para elaboração do produto educacional a ser desenvolvido ao longo do mestrado profissional. A resposta a este questionário ocorre de maneira anônima, não necessitando da identificação do respondente, e ao respondê-lo você estará autorizando o uso destes dados na presente pesquisa.

Agradeço sua participação neste questionário!

Lara Porto



proflucasogliari@gmail.com (não compartilhado)

[Alternar conta](#)



*Obrigatório

Quais brincadeiras/jogos os estudantes do ensino fundamental, séries iniciais (1º ao 5º ano) costumam realizar na escola nos momentos de recreação, sem cunho pedagógico? (marque nas opções abaixo, no casos de jogos ou brincadeiras já conhecidas, ou nomeie os jogos e/ou brincadeiras que não aparecem listadas, descrevendo-os se necessário) *



Amarelinha



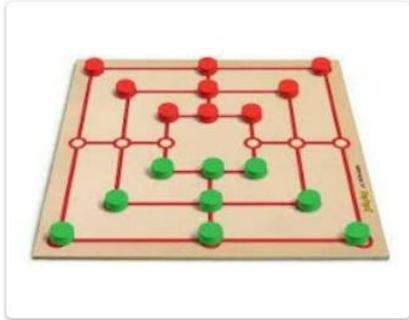
Varetta



Damas



Xadrez



Trilha



Dominó



Uno



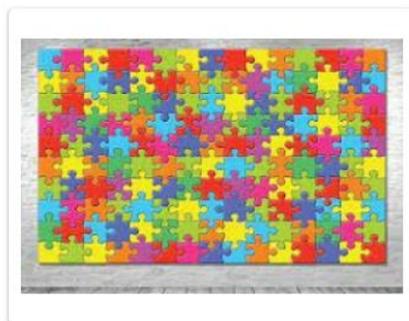
Ludo



Bingo



Banco Imobiliário ou Monopoly



Quebra cabeça

Outro:



Jogo de trilha/dados

Quais jogos/ brincadeiras são ofertadas aos estudantes, pelos professores(as), ou por você como professor(a), em momentos de aprendizagem na disciplina de matemática (nomeie os jogos e/ou brincadeiras, descrevendo-os se necessário, por exemplo: jogos de caminho envolvendo operações matemáticas, bingo matemático, ou demais adaptações de jogos em geral com fins pedagógicos...)?

Sua resposta

Você conhece algum outro tipo de atividade que os estudantes de 1º a 5º gostam de realizar dentro do espaço escolar, ou fora dele (jogos, esporte, teatro, dança, etc.)? (nomeie, descrevendo se necessário)?

Sua resposta

Enviar

Limpar formulário

ANEXO 2 – Segundo questionário: Análise do Minicurso “Modelagem Matemática para o ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental”

Análise do minicurso "Modelagem Matemática para o ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental"

Prezada Professora,

O presente questionário visa saber sua honesta opinião sobre o curso "Modelagem Matemática para o Ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental". Seu feedback é extremamente valioso para nós, pois nos ajudará a obter opiniões relevantes e a identificar possíveis aspectos de melhoria para nosso trabalho. Encorajamos você a compartilhar suas opiniões, experiências e ideias de forma honesta e franca.

Lembramos que todas as informações fornecidas serão tratadas de forma estritamente confidencial e utilizadas apenas para fins de pesquisa. Os resultados obtidos a partir deste questionário serão analisados de forma agregada e não serão atribuídos a indivíduos específicos.

Agradecemos antecipadamente por seu tempo e esforço em responder a este questionário!

Se surgirem dúvidas durante o preenchimento do questionário, não hesite em entrar em contato conosco. Estamos à disposição para ajudar e esclarecer quaisquer questões que possam surgir.

Ao responder a este questionário você está autorizando o uso dessas informações na pesquisa acima referida.

Atenciosamente,
Lara Porto

1. Após realizar do curso, você acredita ter ampliado seus conhecimentos sobre a * metodologia de ensino Modelagem Matemática? Em caso de resposta for afirmativa, qual sua percepção sobre Modelagem Matemática depois da realização do curso?

Sua resposta

2. Como você percebeu a utilização da metodologia de Modelagem Matemática * nas atividades propostas pelo curso?

Sua resposta

3. As atividades propostas trabalharam exclusivamente a Unidade Temática * Probabilidade e Estatística. Você considera as atividades adequadas para serem trabalhadas no 5º ano do Ensino Fundamental? Caso algum atividade não seja adequada, em quais aspectos as atividades poderiam ser melhor adaptadas para esta etapa do ensino?

Sua resposta

4. O curso contribuiu de alguma forma para o planejamento das suas aulas sobre a Unidade Probabilidade e Estatística? Você acrescentaria, ou mudaria, alguma etapa nas atividades propostas? *

Sua resposta

5. Qual a possibilidade de você trabalhar a Unidade Temática Probabilidade e Estatística em outras turmas que você leciona, atualmente ou futuramente, após a realização do curso? *

- Provavelmente trabalharei Probabilidade e Estatística utilizando o material fornecido pelo curso.
- Provavelmente trabalharei Probabilidade e Estatística, porém não utilizarei a metodologia de Modelagem Matemática adotada pelo curso
- Pouco provável que trabalharei com Probabilidade e Estatística.
- Não trabalharei com essa Unidade Temática.
- Outro: _____

6. Em relação a pergunta anterior, de número 5, qual a provável justificativa para você ter escolhido determinada opção como resposta?

Sua resposta

7. Deixe registrado sua opinião geral sobre o curso e as atividades propostas: *

Sua resposta

Enviar

Limpar formulário

ANEXO 3 – Primeira atividades do Curso “ Modelagem Matemática para o Ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental”

NOME: _____

TURMA: _____ **DATA:** _____

Atividade

Jogo Uno numérico

a) Manipule o baralho de UNO e determine qual o espaço amostral das cartas azuis retirando-se as cartas que são repetidas? Quantas possibilidades de cartas temos?

b) Construa uma tabelinha com o modelo probabilístico do experimento de tirar uma carta dentre essas que ficaram.

Número da Carta	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frequências que, teoricamente, cada n° pode ocorrer										

c) Com essas cartas, qual a probabilidade de se comprar uma carta de número 8? É a mesma probabilidade de comprar uma carta de número 5? Por quê?

d) Agora, qual a probabilidade de se tirar uma carta de número par? É a mesma probabilidade de se tirar uma carta número ímpar? Por quê?

e) Vamos fazer uma tabelinha para representar o modelo probabilístico de se tirar uma carta par ou uma carta ímpar dentre as cartas azuis sem repetição. O espaço amostral mudou? Por quê?

Carta	Par	ímpar
Frequências que, teoricamente, cada n° pode ocorrer		

ANEXO 4 – Segunda atividades do Curso “ Modelagem Matemática para o Ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental”

NOME: _____

TURMA: _____ DATA: _____

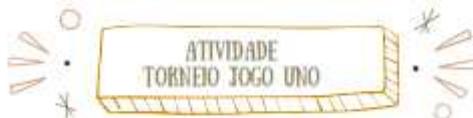
Atividade

Jogo Uno

- a) Qual o espaço amostral inicial do Jogo de cartas Uno?
- b) Qual a probabilidade da primeira carta da partida, ser uma carta de ação na cor Preta?
- c) Após algum tempo de jogo, 52 cartas já haviam sido retiradas do baralho, mas nenhuma era uma carta de ação preta. Qual o espaço amostral das cartas que sobraram? Qual a probabilidade de se retirar uma carta preta na próxima jogada?
- d) Continuando o jogo, após 67 cartas terem sido retiradas do baralho, apenas sete eram cartas de ação preta. Qual o espaço amostral das cartas nesse momento da partida? Qual a probabilidade de se retirar uma carta preta na próxima jogada?
- e) Observe suas respostas anteriores e responda:
- O espaço amostral variou ao longo da partida? Se sim, ele aumentou ou diminuiu?
 - A probabilidade de se retirar uma carta de ação da cor preta diminuiu ou aumentou ao longo desta partida?

ANEXO 5 – Terceira atividades do Curso “ Modelagem Matemática para o Ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental”

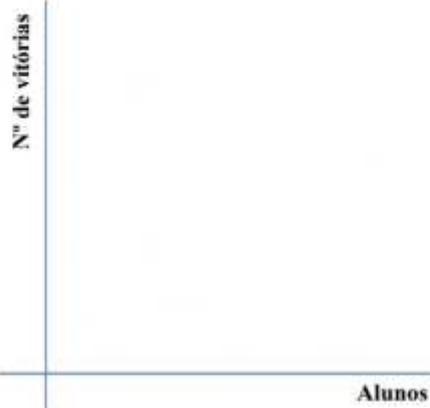
Nome: _____ Data: _____



Anote o nome dos vencedores de cada rodada:

Rodada	Vencedor
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	
5ª	
6ª	
7ª	
8ª	
9ª	
10ª	

Agora, faça uma tabela de Pictograma com as fotos de vocês, indicando o número de vitórias de cada jogador:



ANEXO 6 – Quarta atividades do Curso “ Modelagem Matemática para o Ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental”

Nome: _____



Anote suas cartas na tabela abaixo:

Carta	Quantidade de Cartas
Azul	
Amarela	
Vermelha	
Verde	
Preta	
Total	

- Qual cor de carta apareceu com mais frequência no seu jogo: Azul, vermelha, verde ou amarela?
- Qual cor de carta apareceu com menos frequência no seu jogo?
- Tiveram cores que tiveram o mesmo número de cartas?
- Agora, compare suas respostas com a dos colegas que jogaram com você e responda:
 - Qual cor de carta apareceu com mais frequência no jogo do seu colega? Foi a mesma que a sua?
 - Qual cor de carta apareceu com menos frequência no jogo do seu colega? Foi a mesma que a sua?
 - Se você obteve alguma resposta diferente dos seus colegas, tende responder porque essa diferença ocorreu?

ANEXO 7 – Quinta atividades do Curso “ Modelagem Matemática para o Ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental”

Nome: _____



Na escola Criança Feliz foi realizado um campeonato do Jogo Uno para os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Em uma seleção prévia, foram escalados 12 alunos para participarem do campeonato. O torneio foi organizado no seguinte formato: cinco rodadas, compostas por três partidas simultâneas com quatro jogadores em cada partida. Em cada rodada foi realizado um sorteio para decidir os grupos que jogariam em cada partida. Vence o campeonato o aluno com o maior número de vitórias. Porém, se ao final das cinco rodadas houvesse empate entre dois ou mais jogadores, deveria ser realizado uma nova rodada, somente com os jogadores empatados, o vencedor desta partida seria considerado o vencedor do campeonato.

Ao final do campeonato, os organizadores apresentaram o seguinte gráfico com o resultado dos jogos:



- Quem foi o vencedor do campeonato? E o segundo e terceiro lugar?
- Houveram empates no jogo? Quais estudantes estão empatados?
- Agora, junto com os seus colegas, organizem um campeonato de jogo UNO, seguindo as mesmas regras que as turmas da Escola Criança Feliz. No final do campeonato organize os dados em um gráfico de barras.