UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA - IMEF
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Otávio da Silva Abraão

Produção Exclusiva De Mésons Vetoriais Em Colisões Próton-Núcleo Ultraperiféricas

Rio Grande
2023

Otávio da Silva Abraão

Produção Exclusiva De Mésons Vetoriais Em Colisões Próton-Núcleo Ultraperiféricas

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal de Rio Grande como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.
Orientador: Prof. Dr. João Thiago de Santana Amaral
Coorientador: Prof. Dr. Cristiano Brenner Mariotti

Rio Grande
2023

Ficha Catalográfica

A159p Abraão, Otávio da Silva.
Produção exclusiva de mésons vetoriais em colisões próton-núcleo ultraperiféricas / Otávio da Silva Abraão. – 2023.
61 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Física, Rio Grande/RS, 2023.
Orientador: Dr. João Thiago de Santana Amaral.
Coorientador: Dr. Cristiano Brenner Mariotti.

1. Produção Exclusiva de Mésons Vetoriais 2. Saturação Partônica 3. Colisões Ultraperiféricas I. Amaral, João Thiago de Santana II. Mariotti, Cristiano Brenner III. Título.

CDU 53

Catalogação na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

Produção Exclusiva De Mésons Vetoriais Em Colisões Próton-Núcleo Ultraperiféricas

Otávio da Silva Abraão

Orientador:

Prof. Dr. João Thiago de Santana Amaral

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física no Curso de Mestrado em Física, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada por:

Prof. Dr. João Thiago de Santana Amaral

Prof. Dr. Magno Valério Trindade Machado

Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves

Rio Grande

Setembro de 2023

Este trabalho é dedicado à minha Família. Amo vocês.

AGRADECIMENTOS

• Agradeço aos meus pais por terem pavimentado o caminho que trilhei ao longo da minha jornada acadêmica.
• Agradeço aos meus avós maternos pelo suporte que me proporcionaram durante os tempos de pré-vestibular. Sem vocês, talvez não tivesse chegado até aqui.
• Agradeço ao João pela orientação e paciência desde os tempos da graduação.
• Agradeço ao Cristiano pela orientação e pelo incentivo inestimável durante minha transição para esta área incrível que é a física de partículas.
• Agradeço ao Magno por sua disponibilidade com cada dúvida relacionada ao trabalho.
• Dedico um agradecimento aos meus gatos, Alecrim (em memória), Harpo e Nina. Durante a produção dos códigos e escrita do texto, vocês estiveram ao meu lado, trazendo conforto, companhia e alegria. Alecrim, sempre vou lembrar de você pelo carinho por todas as vezes que você se acomodou em cima da mesa enquanto eu escrevia. Harpo e Nina, agradeço por serem meus parceiros fiéis.
• Agradeço aos amigos de Rio Grande: Ângelo, Amanda, Caio, Christopher, Fernanda Sica, Fernanda Escobar, Franciele, Lucas, Pedro, Matheus Cunha, Marcos, Rafael e todos os outros por compartilharem momentos incríveis durante esses quase 8 anos de jornada acadêmica.
• Aos amigos de Pelotas: Cássia, Thais, Felipe, Maria, Camila, Léo, Duda e todos os demais pela amizade duradoura e suporte durante os momentos complicados.
• Ao Taneo, pela valiosa ajuda com as bibliotecas Python.
• Agradeço à todos os funcionários da FURG, em especial ao servidores do IMEF, por proporcionarem um ambiente acolhedor.

RESUMO

Analisamos a produção de mésons vetoriais ρ e J/Ψ em colisões próton-núcleo ultraperiféricas com energias de centro de massa $\sqrt{s} = 5,02$ TeV e $\sqrt{s} = 8,16$ TeV. Calculamos as seções de choque diferenciais utilizando três modelos fenomenológicos que levam em consideração os efeitos de saturação partônica e apresentamos as previsões para colisões pCa e pPb. Comparamos nossas previsões com os dados mais recentes da colaboração CMS do CERN-LHC. Demonstramos que os modelos são capazes de descrever os dados em pequenos valores de momento transferido t. No entanto, observamos uma supressão em relação aos poucos dados disponíveis em valores grandes de t. Concluímos que uma futura análise experimental da região de valores grandes de t é necessária para uma comparação mais precisa entre as diferentes abordagens para o regime de saturação.

Palavras-chave: Produção Exclusiva de Mésons Vetoriais; Saturação Partônica; Colisões Ultraperiféricas.

ABSTRACT

We analyze the production of vector mesons ρ and J/Ψ in ultraperipheral proton-nucleus collisions with center of mass energies $\sqrt{s} = 5,02$ TeV and $\sqrt{s} = 8,16$ TeV. We calculate the differential cross sections using three phenomenological models that take into account the effects of parton saturation, and we present predictions for pCa and pPb collisions. We compare our predictions with the latest data from the CERN-LHC CMS collaboration. We demonstrate that the models are able to describe the data at small values of t. However, we observe a suppression compared to the limited available data at large values of t. We conclude that a future experimental analysis of the region of large t values is necessary for a more precise comparison between different approaches for the saturation regime.

Keywords: Exclusive Vector Meson Production; Parton Saturation; Ultraperipheral Collisions.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AGBS Amaral-Gay Ducati-Betemps-Soyez. 31, 54

b-CGC Impact parameter Color Glass Condensate. 8, 15, 30, 40, 41, 44, 45, 50, 52, 54

BFKL Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov. 7, 14, 15, 16, 21, 23, 25, 26, 29, 30, 31, 39, 41, 42

BG Boosted Gaussian. 10, 39, 47

BGBK Bartels-Golec-Biernat-Kowalski. 37

BK Balitsky-Kovchegov. 14, 15, 16, 21, 29, 30, 31, 35, 37, 38, 41, 42, 52, 54

CERN Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire. 5, 6

CGC Color Glass Condensate. 27, 30, 37, 39, 40

CMS Compact Muon Solenoid. 5, 6, 8, 51

DESY Deutsches Elektronen-Synchrotron. 7, 20

DGLAP Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi. 7, 14, 15, 16, 21, 23, 24, 25, 26, 29, 37

DIS Deep Inelastic Scattering. 7, 8, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 27, 28, 32, 34, 36

DLLA Double Leading Logarithm Approximation. 24

FKPP Fisher-Komolgorov-Petroviski-Piskunov. 31, 42

GBW Golec-Biernat-Wüstoff. 36, 37

GLR Gribov-Levin-Ryskin. 26

HERA Hadron–Electron Ring Accelerator. 7, 10, 14, 20, 24, 25, 36, 37, 39, 40, 42, 43, 54

IIM Iancu-Itakura-Munier. 37

LCG Light-Cone Gaussian. 10, 39, 47, 54

LHC Large Hadron Collider. 5, 6, 15, 50

LLA Leading Logarithm Approximation. 22, 24

LO Leading Order. 37, 41

MPS Marquet-Peschanski-Soyez. 8, 10, 15, 30, 38, 39, 40, 41, 42, 44, 45, 46, 50, 52, 54

PDF Parton Distribution Functions. 19, 22

QCD Quantum Chromodynamics. 7, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 27, 29, 32, 47, 49

QED Quantum Electrodynamics. 19, 49

SLAC The Stanford Linear Accelerator Center. 19

UGD Unintegrated Gluon Distribution. 25

UPC Ultra-Peripheral Collision. 49, 50, 52, 54

WYKWC Wang-Yang-Kou-Wang-Chen. 8, 10, 15, 31, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 50, 52

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O espalhamento inelástico profundo (DIS - Deep Inelastic Scattering) em altas energias permite investigar a estrutura hadrônica através de colisões elétron-próton (ep). Numa colisão ep a interação entre o elétron e o próton é intermediada pela troca de um fóton virtual (γ^*). A contribuição descrita pata Cromodinâmica Quântica (QCD) está contida na interação $\gamma^* p$ entre o fóton virtual e o próton. Experimentos de DIS realizados no HERA (Hadron–Electron Ring Accelerator) indicam que, no limite de altas energias, o próton é um sistema denso de glúons (KRASNY, 1993). As seções de choque do DIS são proporcionais à função de distribuição de glúons, que é uma medida da densidade de glúons no próton.

A evolução da distribuição de glúons em termos das variáveis que descrevem o DIS é obtida através das equações lineares DGLAP (DOKSHITZER, 1977; GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N., 1971; ALTARELLI; PARISI, 1977) e BFKL (FADIN; KURAEV; LIPATOV, L. N., 1975; KURAEV; LIPATOV, L. N.; FADIN, 1976; KURAEV; LIPATOV L. N. . F., V. S., s.d.; BALITSKY, Y.; LIPATOV, L. N., 1978). Entretanto, ambas as equações DGLAP e BFKL prevêem um crescimento ilimitado da distribuição de glúons (e, consequentemente das seções de choque totais) com a energia do centro de massa, $\sqrt{s}$, mais especificamente com uma potência de s. Assim, no regime de altas energias, esse comportamento leva à violação do limite de Froissart-Martin, de acordo com o qual as seções de choque hadrônicas não podem crescer mais rapidamente do que $c \ln^2 s$ (c é uma constante) (FROISSART, 1961). Uma redução no crescimento das seções de choque hadrônicas previsto pelas equações DGLAP e BFKL é alcançada através da inclusão de termos não lineares nas equações de evolução (GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, 1983). Os termos não lineares estão relacionados ao processo de fusão de glúons ($gg \to g$), responsável por controlar o crescimento da distribuição de glúons no limite de altas energias. Logo, processos $gg \to g$ são responsáveis por controlar a densidade numérica de glúons no próton e dão origem ao chamado regime de saturação partônica (GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, 1983; KOVCHEGOV, Y., 2013). A escala que determina a transição entre o regime linear e o regime não linear é chamada de escala de saturação, Q_s (KOVCHEGOV, Y., 2013).

Em altas energias é mais conveniente descrever o DIS (IANCU, 2005) dentro do chamado modelo de dipolos (MUELLER, A. H., 1990; NIKOLAEV; ZAKHAROV, 1991). No modelo de dipolos para o DIS, o fóton virtual flutua em um par quark-antiquark (dipolo de cor), que por sua vez interage com o próton. Nesse modelo, a quantidade que evolui com a energia é a chamada amplitude de espalhamento de dipolo, $\mathcal{T}$. A equação de evolução não linear mais popular para $\mathcal{T}$ é a equação de Balitsky-Kovchegov (BK) (BALITSKY, I., 1996; KOVCHEGOV, Y. V., 2000). Como a equação BK só possui soluções analíticas exatas em regimes assintóticos, diversos modelos fenomenológicos para $\mathcal{T}$ foram (e têm sido) propostos na literatura (GOLEC-BIERNAT; WÜSTHOFF, 1998, 1999; IANCU; ITAKURA; MUNIER, 2004; MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2007; KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006; WANG *et al.*, 2021).

Uma das formas de tester os modelos fenomenológicos para $\mathcal{T}$ é através do estudo da produção exclusiva de mésons vetoriais, processo no qual diferentes regimes da QCD podem ser acessados. Esses processos podem ser estudados no LHC através de colisões próton-núcleo (pA) ultraperiféricas. Uma vantagem ao estudar colisões ultraperiféricas é que nestes processos a seção de choque é proporcional ao quadrado do número atômico Z dos núcleos envolvidos. Desta forma, a seção de choque para produção exclusiva de mésons vetoriais é fortemente amplificada em relação a uma colisão ep frontal.

Nesse trabalho nós comparamos diferentes modelos fenomenológicos para $\mathcal{T}$, através do cálculo das seções de choque diferenciais de produção exclusiva dos mésons vetoriais ρ e J/Ψ em colisões pA ultraperiféricas com energia de centro de massa $\sqrt{s} = 5,02$ TeV e $\sqrt{s} = 8,16$ TeV, entre prótons e núcleos de Chumbo (Pb) e Cálcio (Ca). Nós comparamos os modelos b-CGC (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006), MPS (MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2007) e WYKWC (WANG *et al.*, 2022), que utilizam diferentes abordagens para a amplitude $\mathcal{T}$.

O trabalho está organizado da seguinte maneira:

No Capítulo 2, apresentamos os conceitos básicos relacionados ao DIS no modelo de pártons. Introduzimos as variáveis cinemáticas e as funções de estrutura. Discutimos as equações de evolução lineares DGLAP e BFKL, destacando o problema de violação de unitariedade. Abordamos o conceito de saturação partônica, que leva à inclusão de termos não lineares nas equações de evolução, e apresentamos a equação de Balitsky-Kovchegov.

No Capítulo 3, apresentamos o modelo de dipolos para o DIS, no qual a informação sobre a QCD é carregada pela amplitude de espalhamento de dipolos $\mathcal{T}$. Discutimos a produção de mésons vetoriais dentro desse formalismo e apresentamos a expressão para seção de choque diferencial do processo $\gamma p \to pV$, em que V representa um méson vetorial (por exemplo, $V = \rho, J/\Psi$). Apresentamos os modelos fenomenológicos MPS, b-CGC e WYKWC para a amplitude $\mathcal{T}$.

O Capítulo 4 é o ponto central do nosso trabalho. Apresentamos o resultado de Wezsäcker-Willians (VON WEIZSACKER, 1934; WILLIAMS, 1935), que permite escrever o campo eletromagnético de uma carga ultrarrelativística em termos de um fluxo de fótons equivalentes, sugerindo que processos γp são altamente amplificados em colisões ultraperiféricas de íons pesados ultrarrelativísticos. Apresentamos a expressão para a seção de choque diferencial $pPb \to pPbV$. Apresentamenos e discutimos os cálculos numéricos para cada um dos modelos.

Finalmente, no Capítulo 5 apresentamos nossas conclusões com base nos resultados obtidos no Capítulo 4 e perspectivas.

2 A ESTRUTURA HADRÔNICA E A QCD

Neste capítulo, apresentamos alguns conceitos básicos para o desenvolvimento deste trabalho. Primeiro, fazemos uma introdução ao DIS, que é um experimento que permite investigar a estrutura do próton, e suas variáveis cinemáticas. No modelo de pártons, a seção de choque do DIS é escrita em termos das funções de estrutura, que contêm todas as informações sobre a estrutura do próton. Essas funções de estrutura servem como ponto de partida para a formulação da QCD. A medida experimental das funções de estrutura confirma que o próton é um sistema denso de partículas em altas energias. No entanto, o modelo de pártons não leva em consideração a interação entre os pártons dentro do próton, portanto, não abrange a dinâmica da QCD. A inclusão de correções devido à dinâmica forte resulta nas equações de Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) e Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL), que são as equações de evolução padrão da QCD. Tanto a equação DGLAP quanto a equação BFKL preveem que a seção de choque varia com uma potência da energia da colisão, violando a unitariedade da matriz de espalhamento S, no regime de altas energias. As correções incorporadas às dinâmicas DGLAP e BFKL levam ao regime de saturação partônica, onde termos não lineares são incluídos nas equações de evolução para tentar recuperar o limite de Froissart-Martin (FROISSART, 1961). Nesse contexto, surge a equação BK, que é atualmente a equação de evolução mais simples capaz de reproduzir as propriedades do regime de saturação. As soluções da equação BK discutidas na seção 2.4 serão utilizadas para a formulação dos modelos para amplitude $\mathcal{T}(Y)$ utilizados nos cálculos numéricos do Capítulo 4.

2.1 O ESPALHAMENTO INELÁSTICO PROFUNDO

O DIS é o espalhamento entre um lépton (carregado ou neutro) e um hádron ou nucleon (alvo), com grande momento transferido na interação. Essa interação é representada por:

$$\kappa(\ell) + N(P) \to \kappa'(\ell') + X(P_X), \tag{1}$$

onde X é um estado hadrônico genérico. No caso de corrente neutra ($\kappa = \kappa' = e, \mu$) o DIS é dominado pela troca de um fóton e é representado pelo diagrama da Figura 1. O elétron emite um fóton virtual que, por sua vez, interage com um dos constituintes internos do próton contribuindo para a formação do estado hadrônico X no estado final. Quando conseguimos identificar todos os hádrons produzidos no estado hadrônico X temos os chamados experimentos exclusivos. Por outro lado quando medimos apenas o momento do lépton espalhado e não medimos o estado X temos os chamados experimentos inclusivos. A cinemática do DIS é descrita por duas variáveis invariantes de Lorentz independentes: a virtualidade $q^2 \equiv -Q^2$ e o quadrado da massa do sistema hadrônico X, $W^2 = (P+q)^2$. O quadrado da energia de colisão no referencial de centro de massa, $s = (\ell+P)^2$, é identificada como a variável de Mandelstan. No referencial de repouso do hádron, $P = (m_N, 0)$, se nós

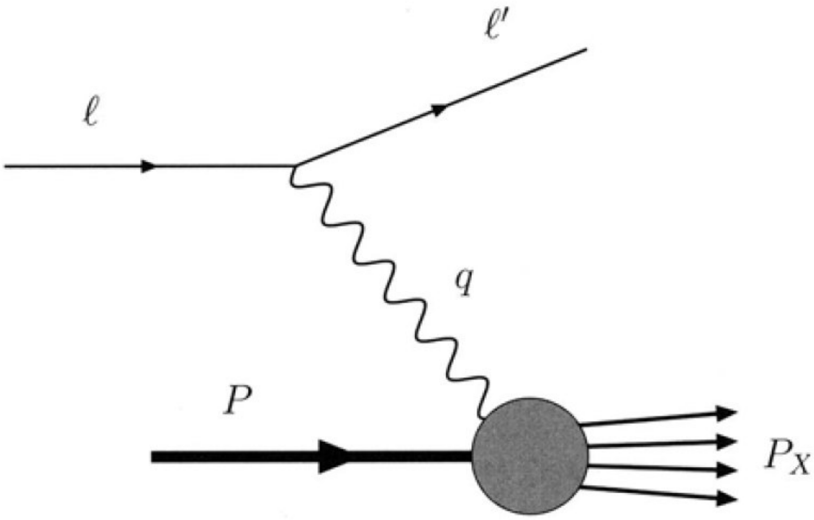

Figura 1 – *Diagrama representando o DIS. O elétron interage com o próton através da emissão de um fóton virtual. A imagem foi retirada da referência (BARONE; PREDAZZI, 2002).*

considerarmos somente eventos onde E e $E^{'}$, as energias do lépton incidente e espalhado respectivamente, são muitos maiores que a massa do nucleon, as variáveis que descrevem a cinemática do DIS podem ser reescritas como (PESKIN, 2018; STERMAN, 1993; HALZEN; MARTIN, 2008):

$$Q^2 \approx 4EE^{'} \sin\frac{\theta}{2} \tag{2}$$

$$s = 2Em_N + m_N^2 \tag{3}$$

$$W^2 = m_N^2 + 2m_N\nu + q^2 \tag{4}$$

onde $\nu = E - E^{'}$ é a energia do fóton virtual, ou seja, a energia transferida do lépton para o nucleon, m_N é a massa do nucleon e θ é o ângulo de espalhamento do lépton. Nós também podemos descrever a cinemática do DIS através da introdução das variáveis adimensionais (PESKIN, 2018; STERMAN, 1993; HALZEN; MARTIN, 2008):

$$x_{Bj} = \frac{Q^2}{2P.q} = \frac{Q^2}{2m_N\nu} = \frac{Q^2}{W^2 + Q^2 - m_N^2}, \tag{5}$$

e

$$y = \frac{P.q}{P.k} = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{s - m_N^2}, \tag{6}$$

onde $y = \nu/E$ é a fração de energia do lépton transferida para o nucleon e a variável x_{Bj} é conhecida como "x de Bjorken", sendo que ambas assumem valores entre $0 \leq x_{Bj}, y \leq 1$ para $W^2 \geq m_N^2$. A variável x é interpretada como a fração do momento do hádron carregada por um único constituinte em questão. A partir de agora, nós nos referimos aos constituintes internos do próton, de maneira geral, como pártons. Uma relação útil entre x_{Bj}, y e Q^2 é:

$$x_{Bj}y = \frac{Q^2}{s - m_N^2} \approx \frac{Q^2}{s}. \tag{7}$$

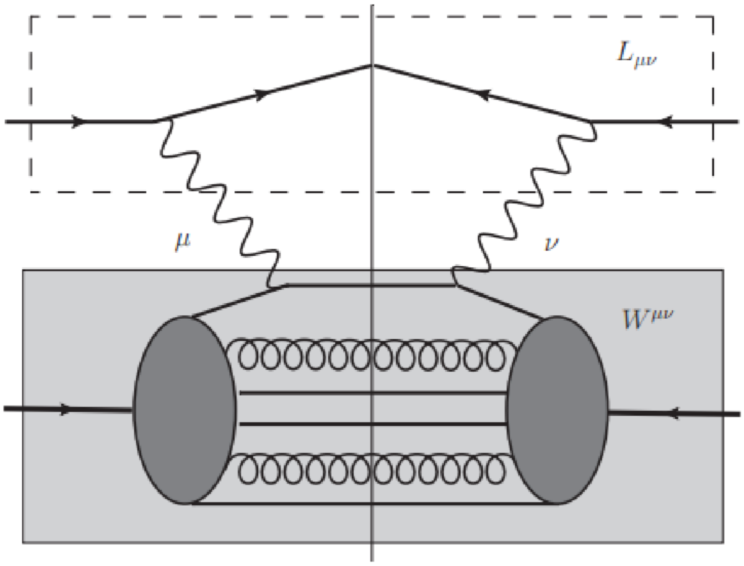

Figura 2 – *Diagrama representando a fatorização da seção de choque da Equação (9). A contribuição QCD para o processo está contida no tensor hadrônico, representado pela área sombreada.*

A partir da Equação (7) fica claro que o regime de altas energias ($s >> Q^2$) corresponde ao regime de pequeno x_{Bj}:

$$s \to \infty, x_{Bj} \approx \frac{Q^2}{s} \to 0. \tag{8}$$

A seção de choque para o DIS pode ser escrita como (PESKIN, 2018; STERMAN, 1993; HALZEN; MARTIN, 2008):

$$\frac{d\sigma}{d^3p'} = \frac{\alpha_{EM}^2}{EE'Q^4} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \tag{9}$$

onde $L_{\mu\nu}$ é o tensor leptônico e $W^{\mu\nu}$ é o tensor hadrônico. A Equação (9), ilustrada na Figura 2, diz que nós podemos separar as contribuições do elétron ($L_{\mu\nu}$) daquelas do próton ($W^{\mu\nu}$). Consequentemente, toda a dinâmica da interação forte no DIS está inteiramente contida no tensor hadrônico $W^{\mu\nu}$. O tensor hadrônico pode ser parametrizado em termos das funções de estrutura dimensionais W_1 e W_2 (KOVCHEGOV, Y. V.; LEVIN, E., 2013):

$$W^{\mu\nu} = -W_1(x_{Bj}, Q^2)\left(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right) + \frac{W_2(x_{Bj}, Q^2)}{m^2}\left(P^\mu - \frac{P\cdot q}{q^2}q^\mu\right)\left(P^\nu - \frac{P\cdot q}{q^2}q^\nu\right). \tag{10}$$

Estaremos interessados no DIS elétron-próton, onde o lépton é um elétron e o nucleon é um próton de massa $m_N = M$. A seção de choque para o DIS inclusivo $e + p \to e' + X$ em termos das funções de estrutura é dada por (HALZEN; MARTIN, 2008):

$$\frac{d\sigma^{ep}}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha_{EM}^2}{4E^2 \sin^4\frac{\theta}{2}}\left[W_2(x_{Bj}, Q^2)\cos^2\frac{\theta}{2} + 2W_1(x_{Bj}, Q^2)\sin^2\frac{\theta}{2}\right]. \tag{11}$$

Desta forma, a determinação da energia e do ângulo de espalhamento do elétron permite a determinação das variáveis x e y, que por sua vez determinam a seção de choque invariante.

A partir de $W_{1,2}$ são definidas as funções de estrutura adimensionais

$$F_1(x_{Bj}, Q^2) \equiv mW_1(x_{Bj}, Q^2), \tag{12}$$

e

$$F_2(x_{Bj}, Q^2) \equiv \nu W_2(x_{Bj}, Q^2) = \frac{Q^2}{2mx_{Bj}} W_2(x_{Bj}, Q^2). \tag{13}$$

Usando a Equação (11) é possível medir experimentalmente as funções de estrutura através da dependência angular da seção de choque.

As funções de estrutura foram calculadas primeiramente dentro do modelo de pártons (FEYNMAN, 1969; BJORKEN; PASCHOS, 1969), que supõe que o próton é composto de férmions livres de spin 1/2 (CALLAN JR; GROSS, 1969), ou seja, quarks não interagentes, e podem ser escritas como:

$$F_2(x_{Bj}) = 2xF_1(x) = \sum_i e_i^2 \int_0^1 d\xi f_i(\xi)\xi\delta(x-\xi) = \sum_i e_i^2 x f_i(x_{Bj}) \tag{14}$$

onde e_i é a carga do quark de sabor i e $f_i(\xi)$ são as funções de distribuição partônica (PDF - Parton Distribution Functions). As PDF's representam a probabilidade de haver um párton i carregando uma fração de momento x_{Bj} do hádron. Na Equação (14) as funções de estrutura são funções apenas de uma variável, x no limite quando $\nu, Q^2 \to \infty$ e mantendo $x_{Bj} = \frac{Q^2}{2m_N\nu}$ fixo. A dependência das funções de estrutura em uma única variável, x_{Bj}, é chamada de "escalamento de Bjorken"(BJORKEN; PASCHOS, 1969), é uma consequência direta do modelo de pártons e da hipótese de que o próton apresenta constituintes pontuais não interagentes. O escalamento de Bjorken foi confirmado experimentalmente no SLAC (SLAC - The Stanford Linear Accelerator Center) (BREIDENBACH *et al.*, 1969), mostrando que as funções de estrutura dependem da razão das variáveis Q^2/ν e não de cada uma delas separadamente. A Figura 3 mostra medidas de F_2 como função da virtualidade, medida em diversos colisores. Para valores de x_{Bj} não muito pequenos ($x_{Bj} > 0.032$) F_2 praticamente não varia com Q^2. Esse resultado permite a interpretação de que o próton não é uma partícula elementar, mas é constituído por pártons.

A seção de choque total para o DIS *ep* pode ser escrita como (PESKIN, 2018; STERMAN, 1993; HALZEN; MARTIN, 2008):

$$d\sigma(ep \to eX) = \sum_i \int dx f_i(x) d\sigma(eq \to eq). \tag{15}$$

A Equação (15) mostra que a seção de choque pode ser escrita de forma fatorizada, onde os dois elementos essenciais são a probabilidade $f_i(x)$ de encontrar um quark do tipo i com fração de momento x do próton e a probabilidade de interação com este quark dada pela seção de choque característica da interação $d\sigma(eq \to eq)$. Enquanto a seção de choque $d\sigma(eq \to eq)$ é calculável a partir de métodos QED, as PDF's são objetos de caracter não perturbativo e devem ser modeladas.

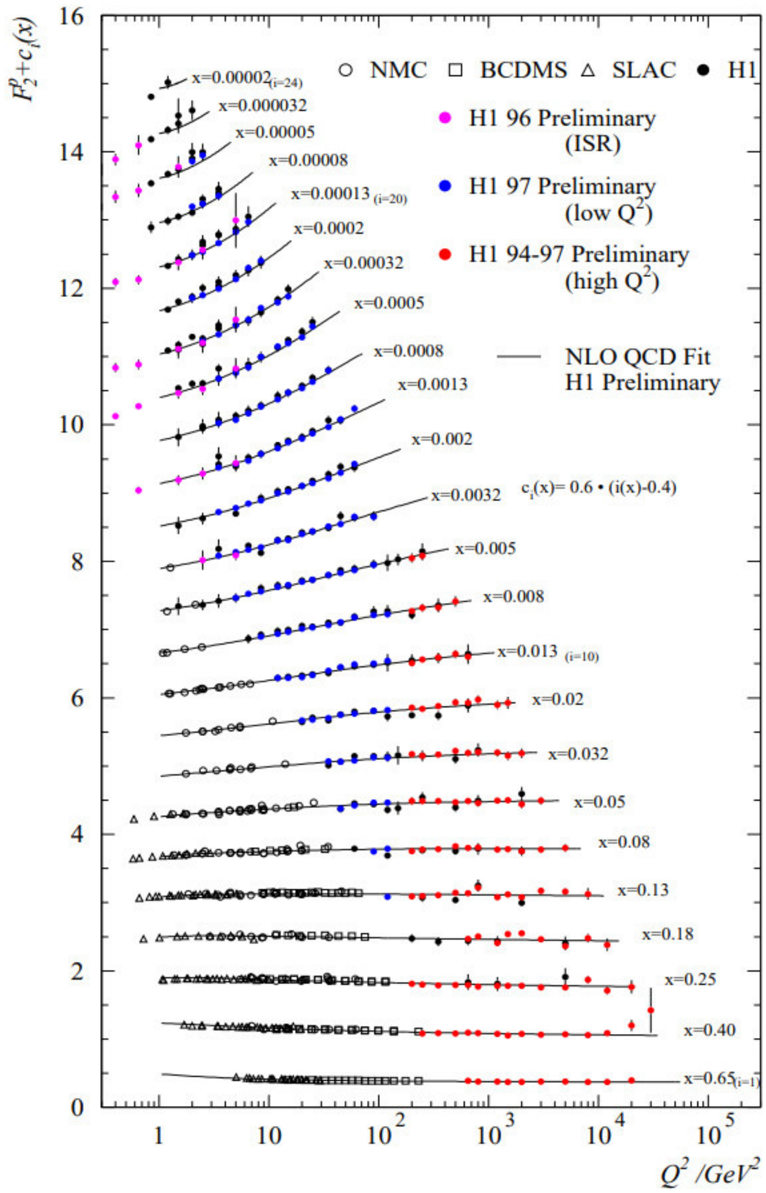

Figura 3 – *Medidas de F_2 como função da virtualidade realizadas pela colaboração H_1 do colisor DESY-HERA. Para valores não muito pequenos de x a função de estrutura praticamente não varia com a virtualidade Q^2. Porém, quando a energia da colisão é aumentada ($x \to 0$) há uma violação do escalamento de Bjorken e a função de estrutura passa a ter dependência na variável Q^2. A imagem foi retirada da referência (MARAGE, 1999).*

Até então não consideramos a interação entre os quarks que compõem o próton e, portanto, ignoramos a interação forte descrita pela QCD. Na próxima seção nós vamos discutir que a QCD implica em correções ao modelo de pártons devido à processos de emissão, radiação e recombinação de glúons.

2.2 AS EQUAÇÕES DE EVOLUÇÃO

Na seção anterior nós discutimos brevemente o DIS no modelo de pártons, que considera que o próton é formado de partículas carregadas pontuais e não interagentes. Nós vimos que uma consequência direta disso é o escalamento de Bjorken, no qual as funções de estrutura passam a depender somente da varíavel x_{Bj}. No entanto, até agora ignoramos a existência dos glúons e da interação forte. A inclusão da dinâmica QCD na descrição do DIS leva às equações DGLAP e BFKL e à violação do escalamento de Bjorken, comprovada experimentalmente (BREIDENBACH *et al.*, 1969). Contudo, ambas as equações DGLAP e BFKL violam unitariedade da matriz de espalhamento (BARONE; PREDAZZI, 2002). Esse problema é resolvido ao considerarmos os diagramas de fusão glúon-glúon ($gg \to g$), levando ao chamado regime de saturação partônica (GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, 1983). Nesse regime, termos não lineares devem ser considerados na evolução da QCD com o objetivo de limitar o crescimento da seção de choque. Dentro desse contexto, surge a equação BK, que é a equação não linear mais simples que descreve a QCD em altas energias.

2.2.1 As equações DGLAP e BFKL

Até agora, consideramos que os pártons no interior do próton são não interagentes, não levando em consideração os efeitos da QCD. No entanto, uma descrição adequada em termos da QCD deve incluir processos de emissão e absorção de glúons pelos quarks, bem como processos de fragmentação e fusão entre glúons. Na Figura 4, estão representados alguns diagramas de Feynman que ilustram esses processos. Os diagramas da Figura 4 devem ser lidos de baixo para cima. O primeiro diagrama (esquerda) representa o processo de emissão de um glúon por um quark ($q \to qg$), o segundo (meio) representa a fragmentação de um glúon em um par quark-antiquark ($g \to q\bar{q}$) e o terceiro diagrama representa a emissão de um glúon por outro glúon ($g \to gg$).

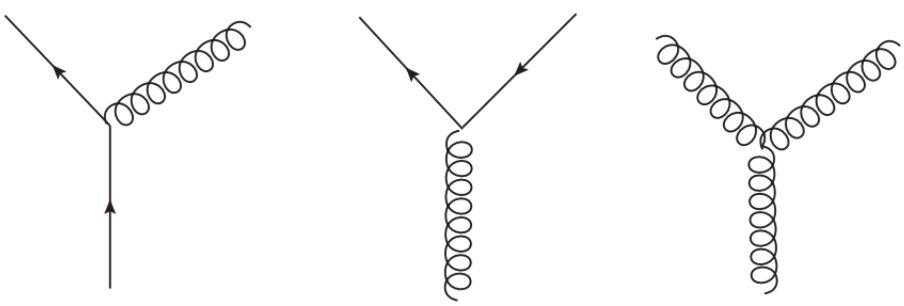

Figura 4 – *Diagramas representando processos que devem ser inclusos ao considerar a interação forte. A imagem foi retirada da referência (MORIGGI, 2021).*

Primeiramente, quando são considerados os processos de emissão de glúons por quarks ($q \to qg$) no cálculo da seção de choque, a Equação (14) é modificada e, na ordem dominante, temos (BARONE; PREDAZZI, 2002):

$$\frac{F_2(x_{Bj}, Q^2)}{x_{Bj}} = \sum_i e_i^2 (q(x_{Bj}) + \Delta q(x_{Bj}, Q^2)), \tag{16}$$

onde

$$\Delta q(x_{Bj}, Q^2) \equiv \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \int_{x_{Bj}}^1 \frac{d\xi}{\xi} q(\xi) P_{qq}\left(\frac{x_{Bj}}{\xi}\right). \tag{17}$$

Nas equações (16) e (17), $q(x) \equiv f_i(x_{Bj})$ são as PDF's dos quarks. A função de desdobramento $P_{qq}(x_{Bj}/\xi)$ é a probabilidade de um quark de momento ξ dar origem a um quark de momento x, através da emissão de um glúon, e μ^2 é a escala perturbativa. A Equação (16) mostra que inclusão dos processos de emissão de glúons pelos quarks introduz a dependência em Q^2 nas funções de estrutura por meio do termo logarítmico $\ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)$, violando o escalamento de Bjorken, que previa apenas a dependência em x_{Bj} da função de estrutura. A violação do escalamento de Bjorken é, portanto, uma consequência direta do processo de emissão de glúons pelos quarks. A Figura 3 mostra as medidas de F_2 em função de Q^2 para diversos valores de x_{Bj}. Para valores de não tão pequenos x_{Bj} ($x_{Bj} > 0.05$), F_2 depende fracamente de Q^2, indicando que a emissão de glúons se torna um processo relevante somente no regime de pequeno x_{Bj} ($x_{Bj} < 0.05$) . A Equação (17) pode ser escrita como uma equação íntegro-diferencial para $q(x, Q^2)$:

$$\frac{dq(x, Q^2)}{d\ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q(\xi, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right), \tag{18}$$

que descreve a evolução da densidade de quarks para um incremento $\Delta \log Q^2$ na transferência de momento. A Equação (18) permite interpretar que o quark emite uma cascata de glúons antes de interagir efetivamente com o fóton. Esse processo é ilustrado na Figura 5. A aproximação envolvida na obtenção na Equação (18) é chamada de *leading logarithm approximation* (LLA). Na aproximação LLA os diagramas são calculados para sucessivas emissões de glúons com um forte ordenamento no momento transverso p_T:

$$p_{T_n} \gg p_{T_{n-1}} \gg \ldots \gg p_{T_2} \gg p_{T_1}. \tag{19}$$

Isso significa que o próximo glúon é emitido com um momento transverso muito maior do que o antecessor e assim por diante (Figura 5). Nesse caso, as correções devido à emissão de gluóns por parte dos quarks são proporcionais à $\alpha_s^n \log^n\left(\frac{Q^2}{m^2}\right)$ em cada etapa n do processo (BARONE; PREDAZZI, 2002).

Até agora, consideramos apenas processos de emissão de glúons iniciados por quarks. No entanto, também precisamos considerar os processos iniciados pelos próprios glúons. Portando, devemos levar em consideração a evolução da distribuição de glúons. A evolução da distribuição de glúons é análoga à Equação (18). Os diagramas podem então ser ressomados às PDF's considerando todos os possíveis desdobramentos $P_{i,j}$ (BARONE;

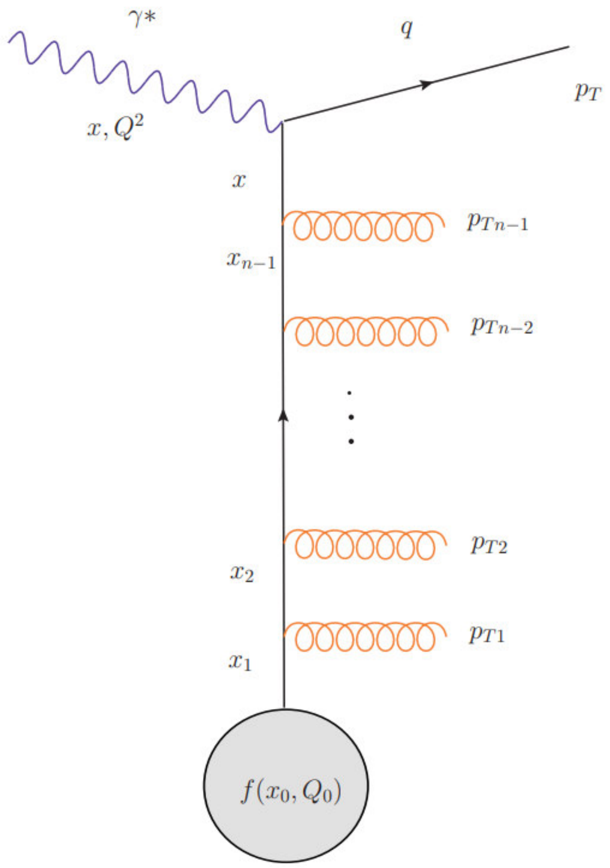

Figura 5 – *Cascata de glúons DGLAP e BFKL. Enquanto as equações DGLAP consideram um forte ordenamento no momento transverso, as equações BFKL preveem um ordenamento na variável x. A imagem foi retirada da referência (MORIGGI, 2021).*

PREDAZZI, 2002):

$$
\begin{aligned}
P_{qq}(z) &= P_{\bar{q}q}(z) = \frac{4}{3}\left[\frac{1+z^2}{1-z}\right] \\
P_{gq}(z) &= P_{g\bar{q}}(z) = \frac{4}{3}\left[\frac{1+(1-z)^2}{1-z}\right] \\
P_{qg}(z) &= \frac{1}{2}\left[z^2+(1-z)^2\right] \\
P_{gg}(z) &= 6\left[\left[\frac{z}{1-z}\right]_+ + \frac{1-z}{z} + z(1-z) + \left(\frac{33-2n_f}{36}-1\right)\delta(1-z)\right],
\end{aligned}
\tag{20}
$$

na forma de equações integro-diferenciais na variável Q^2. Essas equações são conhecidas como equações DGLAP (DOKSHITZER, 1977; GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N., 1971; ALTARELLI; PARISI, 1977):

$$
\frac{d}{d\log Q^2}\begin{pmatrix} q\left(x_{Bj},Q^2\right) \\ g\left(x_{Bj},Q^2\right)\end{pmatrix} = \sum_i \frac{\alpha}{2\pi}\int_{x_{Bj}}^1 \frac{dz}{z}\begin{pmatrix} P_{qq}(\frac{x_{Bj}}{z}) & P_{qg}(\frac{x_{Bj}}{z}) \\ P_{gq}(\frac{x_{Bj}}{z}) & P_{gg}(\frac{x_{Bj}}{z})\end{pmatrix}\begin{pmatrix} q\left(\frac{x_{Bj}}{z},Q^2\right) \\ g\left(\frac{x_{Bj}}{z},Q^2\right)\end{pmatrix}
\tag{21}
$$

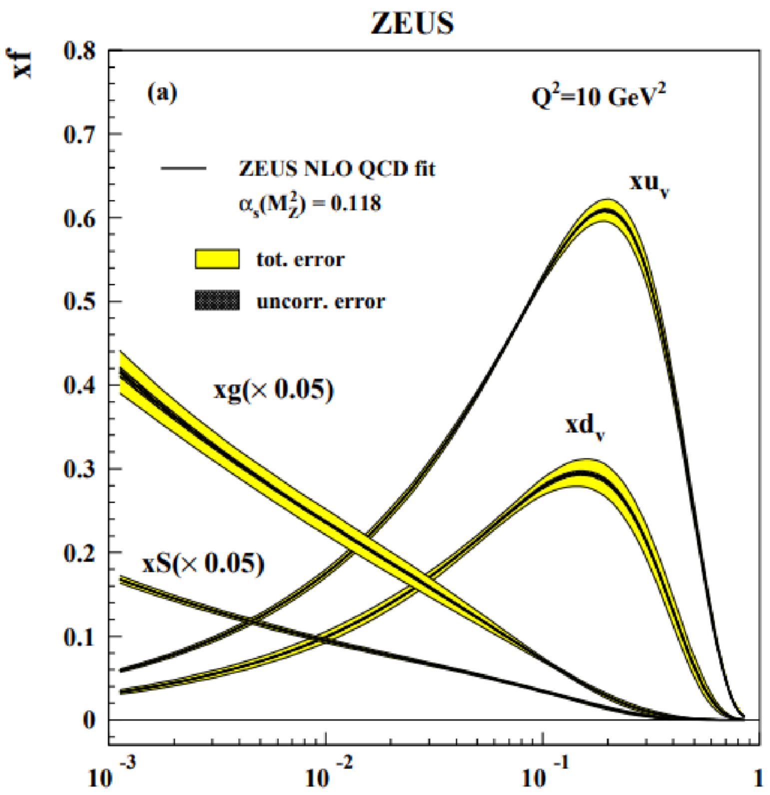

Figura 6 – *Distribuições de quarks, quarks de mar e glúons medidas no experimento HERA em função de x_{Bj}. A distribuição de glúons xg é dominante quando $x_{Bj} \to 0$. A imagem foi retirada da referência (CHEKANOV* et al.*, 2005).*

Em LLA são ressomados termos do tipo $\alpha_s^n \ln^n Q^2$ (BARONE; PREDAZZI, 2002):

$$\sum_n \alpha_s^n \ln^n Q^2 \left(\ln^n \frac{1}{x_{Bj}} + \ln^{n-1} \frac{1}{x_{Bj}} + \dots \right). \tag{22}$$

Os termos entre parênteses se tornam cada vez mais relevantes no limite de pequeno $x_{x_{Bj}}$. Então, no limite de pequeno x_{Bj}, considerando somente o termo dominante $\ln^n \frac{1}{x_{Bj}}$ da Equação (22) nós obtemos a aproximação *double leading logarithm approximation* DLLA:

$$\sum_n \alpha_s^n \ln^n Q^2 \ln^n \frac{1}{x_{Bj}}. \tag{23}$$

No regime de altas energias (pequeno x_{Bj}) os dados do experimento HERA indicam que a distribuição de glúons exibe comportamento dominante sobre as distribuições de quarks e quarks de mar (Figura 6) Portanto, no regime de pequeno x_{Bj} a equação DGLAP pode ser aproximada considerando apenas a distribuição de glúons $g(x_{Bj}, Q_2)$ (BARONE; PREDAZZI, 2002):

$$\frac{\partial g(x_{Bj}, Q^2)}{\partial \log \frac{1}{x_{Bj}} \partial \log Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} g \left(\frac{x_{Bj}}{z}, Q^2 \right). \tag{24}$$

Neste limite a equação DGLAP tem a solução aproximada (BARONE; PREDAZZI, 2002):

$$g(x_{Bj}, Q^2) \sim \exp \left(2 \sqrt{\frac{\alpha_s N_c}{\pi} \log \frac{1}{x_{Bj}} \log \frac{Q^2}{Q_0^2}} \right). \tag{25}$$

Na Figura 6 são apresentadas medidas de HERA para as funções de distribuição em função de x para $Q^2 = 10$ GeV^2. No regime de pequeno x_{Bj}, devido aos processos de emissão comentados anteriormente, a densidade de glúons aumenta exponencialmente de acordo com a Equação (25) e a distribuição de glúons domina as distribuições de quarks. Nós vimos que a equação DGLAP ressoma termos proporcionais a $\alpha \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)$, que são relevantes no limite de grande Q^2. Entretanto, em altas energias, x_{Bj} se torna pequeno e passa a existir a necessidade de se considerar diagramas que contenham termos $\alpha_s \log\left(\frac{1}{x_{Bj}}\right)$, que são amplificados nesta região (BARONE; PREDAZZI, 2002). Esses diagramas são gerados na descrição de processos onde os glúons são emitidos com um forte ordenamento na variável x_{Bj}:

$$x_{Bj_1} \gg x_{Bj_2} \gg \ldots \gg x_{Bj_{n-1}} \gg x_{Bj_n} \tag{26}$$

ou seja, cada glúon emitido tem uma fração de momento x_n de seu antecessor que é muito menor que a anterior, gerando termos com $\alpha_s^n \log^n\left(\frac{1}{x_{Bj}}\right)$ em cada etapa do processo (Figura 5). Esses diagramas podem ser ressomados às funções de distribuição, gerando uma equação de evolução integro-diferencial na variável x_{Bj}, denominada equação BFKL (FADIN; KURAEV; LIPATOV, L. N., 1975; KURAEV; LIPATOV, L. N.; FADIN, 1976; KURAEV; LIPATOV L. N. . F., V. S., s.d.; BALITSKY, Y.; LIPATOV, L. N., 1978):

$$\frac{\partial \phi(x_{Bj}, k_T^2)}{\partial \log \frac{1}{x_{Bj}}} = \frac{\alpha_S N_c}{\pi^2} \int \frac{d^2 q_T}{k_T^2 - q_T^2} \left[\phi(x_{Bj}, q_T^2) - \frac{k_T^2}{2q_T^2}\phi(x_{Bj}, k_T^2)\right] \tag{27}$$

Como a equação BFKL não faz uso da aproximação colinear, cada glúon pode ser emitido com um momento transverso k_T que não é irrelevante, gerando uma difusão da distribuição em momento transverso. Neste formalismo, as funções de distribuição $\phi(x_{Bj}, k_T^2)$ são dependentes de k_T e podem se relacionar com a distribuição de glúons colineares pela relação:

$$\phi(x_{Bj}, k_T^2) = \frac{\partial G(x_{Bj}, k_T^2)}{\partial k_T^2} \tag{28}$$

Essa distribuição dependente de momento transverso é conhecida como distribuição de glúons não integrada (UGD - Unintegrated Gluon Distribution). A equação BFKL pode ser resolvida na aproximação de ponto de sela (KOVCHEGOV, Y. V.; LEVIN, E., 2013), resultando em um comportamento tipo lei de potência:

$$\phi(x_{Bj}, k_T^2) \sim \left(\frac{1}{x_{Bj}}\right)^{\frac{4\alpha_s N_c \log 2}{\pi}} \tag{29}$$

para o crescimento da distribuição de glúons e, por consequência, para as seções de choque dos processos que envolvem interações de hádrons.

A Figura 7 ilustra a dinâmica da evolução da distribuição de glúons no próton conforme as equações DGLAP e BFKL. O forte ordenamento p_T da equação DGLAP

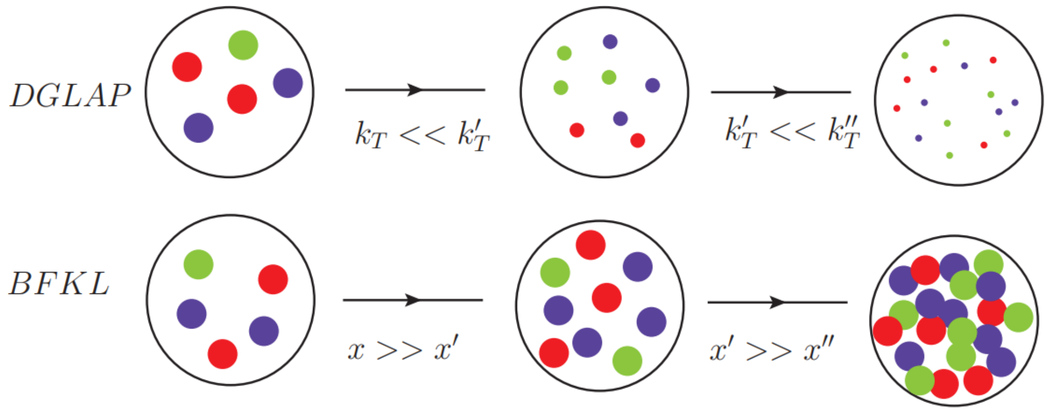

Figura 7 – *A evolução da distribuição partônica no interior do próton de acordo com as equações de evolução: enquanto uma evolução em Q^2 das equações DGLAP leva a um regime cada vez mais diluído, a evolução em x das equações BFKL leva a um regime saturado de pártons. A imagem foi retirada da referência(MORIGGI, 2021).*

produz cada vez mais glúons com o aumento de Q^2, sendo que os glúons emitidos passam a ocupar uma área transversal cada vez menor, $A \sim \frac{1}{k_T^2}$. Já a evolução BFKL aumenta o número de glúons que ocupam uma mesma região transversal, fazendo com que eles passem a se sobrepor, resultando em um regime cada vez mais denso de glúons.

2.3 SATURAÇÃO PARTÔNICA

Nós vimos através das equações (25) e (29) que as equações DGLAP e BFKL preveem um crescimento das distribuições de glúons com uma potência da energia da colisão. Assim, as equações DGLAP e BFKL sugerem que a seção de choque pode assumir valores infinitamente altos para x_{Bj} suficientemente pequeno. No entanto, sabemos que a unitariedade da matriz de espalhamento no limite de altas energias ($s \to \infty$) impõe um crescimento máximo para a seções de choque em função da energia de colisão $\sqrt{s}$, conhecido como limite de Froissart-Martin (FROISSART, 1961):

$$\sigma^{tot}(s) \leq \frac{\pi}{m_\pi^2} \log^2\left(\frac{s}{s_0}\right), \tag{30}$$

sendo s_0 uma escala de energia e m_π a massa dos píons intermediários da interação forte. As equações DGLAP e BFKL assumem implicitamente que, em altas energias, o processo mais importante a ser considerado é a emissão de glúons, onde os glúons são emitidos de maneira independente e não há interação entre eles.

Em 1983 Gribov, Levin e Ryskin (GLR - Gribov-Levin-Ryskin) (GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, 1983) propuseram que, no regime de pequeno x_{Bj}, a interação entre os glúons deve ser levada em consideração. Em altas energias, ocorre uma transição do regime descrito pela dinâmica linear dos processos de emissão de glúons para um novo regime em que os processos de recombinação se tornam importantes, conhecido como

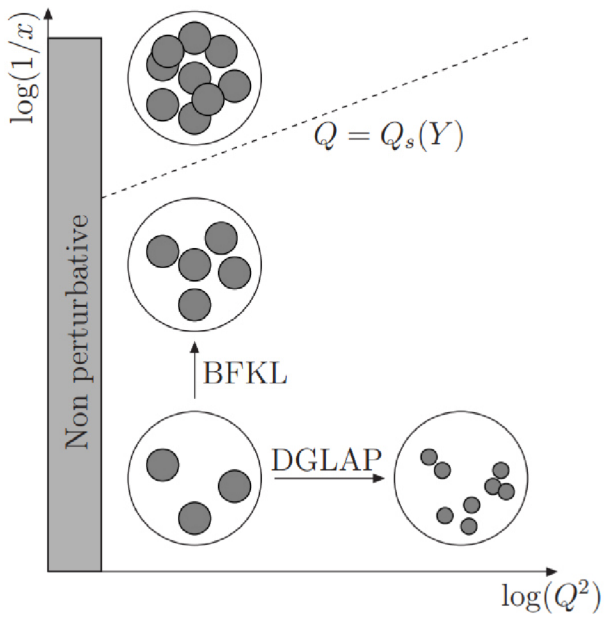

Figura 8 – *Representação do próton no espaço de fase definido pelas variáveis do DIS, Q^2 e $\ln 1/x$. A imagem foi retirada da referência (SOYEZ, 2006).*

regime de saturação partônica. A consideração dos processos de recombinação $gg \to g$ leva à inclusão de um termo não linear às equações de evolução:

$$\frac{\partial^2 xG(x,Q^2)}{\partial \log \frac{1}{x} \partial \log \frac{Q^2}{\Lambda^2}} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} xG(x,Q^2) - \frac{\alpha_s N_c \pi}{2C_F S_T Q^2}[xG(x,Q^2)]^2. \tag{31}$$

No regime de saturação, a área transversa ocupada pelos glúons se sobrepõem, o que favorece o processo de fusão. Isso resulta em um termo quadrático nas equações de evolução, que depende da área transversal do hádron S_T. Assim, a transição do regime linear para o regime de saturação partônica é governada por uma equação de evolução não linear, que surge quando processos de recombinação de glúons são levados em consideração.

A saturação partônica é uma propriedade bem estabelecida em sistemas físicos de altas energias e tem sido capaz de descrever de forma consistente os dados experimentais de DIS exclusivo e difrativo (PECCINI *et al.*, 2020). O desenvolvimento dessas ideias levou ao entendimento de que esses sistemas podem ser caracterizados como um novo estado da matéria, conhecido como condensado de vidro de cor (CGC - Color Glass Condensate) (GELIS, 2013; GELIS *et al.*, 2010; IANCU; LEONIDOV; MCLERRAN, 2002; MCLERRAN, 2002). O CGC é a mais completa teoria efetiva construída através de QCD perturbativa e que descreve a física das interações hadrônicas em altas energias. O CGC é caracterizado por uma limitação no espaço de fase, que descreve a densidade partônica na função de onda do próton (Figura 8). A transição entre a região diluída e o regime saturado é especificada por uma escala de saturação Q_s, que depende da energia e de uma potência de λ (GOLEC-BIERNAT; WÜSTHOFF, 1998):

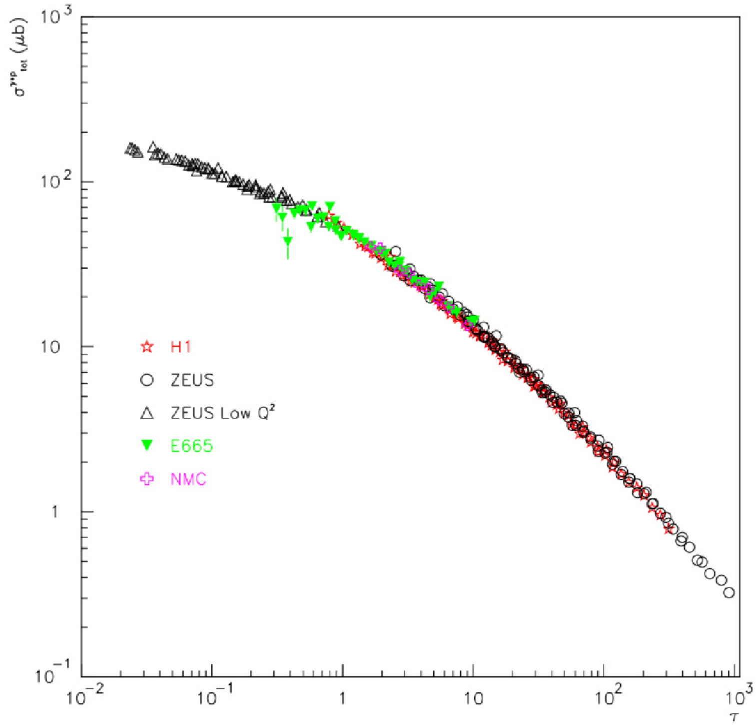

Figura 9 – *Seção de choque total do DIS inclusivo $\gamma^* p$ em função de τ para $x_{Bj} < 0,001$. A figura foi retirada da referência (MARQUET; SCHOEFFEL, 2006).*

$$Q_s^2 \sim \left(\frac{1}{x_{Bj}}\right)^{\lambda}, \tag{32}$$

onde λ é um parâmetro obtido originalmente através de dados de F_2. A Equação (32) indica que a escala de saturação, Q_s, aumenta à medida que o valor de x_{Bj} diminui. Portanto, quanto menor for o valor de x_{Bj}, maior será a região em Q^2 na qual a seção de choque para esse processo permanece saturada.

Uma propriedade importante da dinâmica não linear do DIS em altas energias é o escalamento geométrico. No formalismo de saturação partônica, a seção de choque total e difrativa $\gamma^* p(A)$ não depende das duas variáveis independentes x_{Bj} e Q^2, mas é uma função de uma única variável $\tau = Q^2/Q_s^2(Y)$ com $Q_s^2(Y) = Q_0^2 e^{\lambda Y}$ (Figura 9), onde $Y = \log(1/x_{Bj})$ é o chamado intervalo de rapidez. Isso significa que, em altas energias, o comportamento da seção de choque pode ser descrito em termos dessa única variável:

$$\sigma_{tot}(x_{Bj}, Q^2) = \sigma_{tot}(Q^2/Q_s^2(Y)). \tag{33}$$

2.4 A EQUAÇÃO BK

No Capítulo 3 nós iremos discutir no modelo de dipolos (MUELLER, A. H., 1990; NIKOLAEV; ZAKHAROV, 1991). Dentro de tal modelo, a interação $\gamma^* p$ é interpretada como a interação de um dipolo de cor, que é um par quark-antiquark ($q\bar{q}$), com o próton e

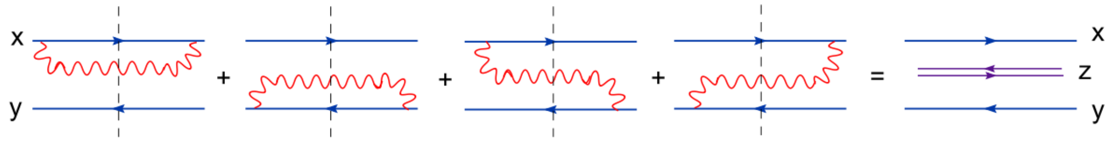

Figura 10 – Evolução de um dipolo elementar através da emissão de um glúon. A Figura foi retirada da referência(IANCU, 2005).

a dinâmica QCD é contida na amplitude de espalhamento dipolo-próton, ou simplesmente amplitude de dipolo, $\mathcal{T}$. Além da rapidez Y, a amplitude de espalhamento de dipolo depende do vetor que representa o tamanho transversal do dipolo, $\mathbf{r}$, e do parâmetro de impacto da colisão dipolo-próton, $\mathbf{b}$.

A evolução de $\mathcal{T}(\mathbf{r}, \mathbf{b}, Y)$ acontece através de um incremento dY na rapidez de um dipolo elementar, que emite um glúon de pequeno x (IANCU, 2005). O primeiro passo na evolução do dipolo original através da emissão de um glúon é representado na Figura 10. O glúon pode ser emitido tanto pelo quark quanto pelo antiquark que compõem o dipolo elementar. O glúon emitido então pode ser reabsorvido novamente tanto pelo quark quanto pelo antiquark. Esse processo dá origem aos quatro primeiros termos da figura 10. Matematicamente, no limite de grande número de cores, $N_c \to \infty$, o glúon emitido na coordenada $\mathbf{z}$ pode ser substituído por um dipolo de coordenada $\mathbf{z}$ (MUELLER, A.; PATEL, 1994; MUELLER, A., 1995). Então, o resultado efetivo da evolução do dipolo elementar ($\mathbf{x}$,$\mathbf{y}$) é a sua divisão em dois dipolos de coordenadas ($\mathbf{x}$,$\mathbf{z}$) e ($\mathbf{z}$,$\mathbf{y}$). No modelo de dipolos, portanto, a evolução com a energia é do ponto de vista do projétil (dipolo), e não do alvo (próton) como nas equações DGLAP e BFKL.

A equação de evolução (em Y) não linear mais simples, e mais popular, para a amplitude de espalhamento de dipolo, é a equação de Balitsky-Kovchegov (BK) (BALITSKY, I., 1996; KOVCHEGOV, Y. V., 2000). No caso (aproximado) em que considera-se que a amplitude não depende do parametro de impacto, e depende apenas de $r = |\mathbf{r}| = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$, essa equação tem a forma:

$$\frac{\partial \mathcal{T}(r, Y)}{\partial Y} = \int \frac{d^2 z}{2\pi} K(\vec{r}, \vec{r_1}, \vec{r_2})[\mathcal{T}(r_1, Y) + \mathcal{T}(r_2, Y) - \mathcal{T}(r, Y) - \mathcal{T}(r_1, Y)\mathcal{T}(r_2, Y)], \quad (34)$$

onde

$$K(\vec{r}, \vec{r_1}, \vec{r_2}) = \bar{\alpha_s} \frac{r^2}{r_1^2 r_2^2} \quad (35)$$

, $r_1 = |\mathbf{x} - \mathbf{z}|$, $r_2 = |\mathbf{z} - \mathbf{y}|$ e $\bar{\alpha_s} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi}$.

O diagrama de Feynmann correspondente a cada um dos termos entre os colchetes da Equação (34) é mostrado na Figura 11. A interação entre o dipolo e o próton é mediada pela troca de dois glúons e o processo é representado pelo diagrama 11(a). Um incremento de rapidez dY na amplitude de espalhamento é equivalente à emissão de um novo dipolo, que aparece representado no interior do dipolo original nos diagramas 11(b), 11(c) e 11(d). O termo negativo $-\mathcal{T}(r, Y)$ é representado pelo diagrama 11(b), e corresponde ao caso

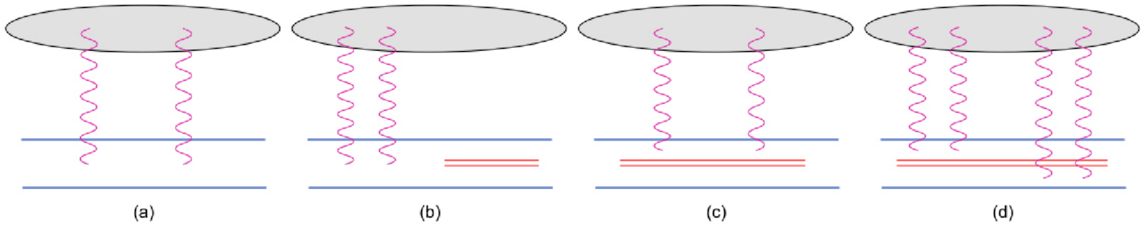

Figura 11 – *Diagramas que correspondem a cada um dos termos da Equação (11). A imagem foi retirada da referência(IANCU, 2005).*

quando o dipolo que teve origem no incremento dY não interage com o próton. O diagrama da $11(c)$ mostra a interação de um dos dipolos, $\mathcal{T}(r_1, Y)$ ou $\mathcal{T}(r_2, Y)$, oriundos da evolução em Y com o próton. O diagrama em $11(d)$ representa o caso de interação simultânea de ambos os dipolos (termo não linear $-\mathcal{T}(r_1, Y)\mathcal{T}(r_2, Y)$) com o alvo; ele corresponde a um diagrama de fusão glúon-glúon e representa um efeito típico do regime de saturação (IANCU, 2005), responsável por manter a unitarização da amplitude de dipolos no regime de altas energias. Apesar de a equação BK não possuir uma solução analítica exata, existem soluções assintóticas bem conhecidas. Na referência (LEVIN; TUCHIN, 2000), Levin e Tuchin obtiveram uma solução aproximada para a equação BK dentro da região de saturação, a chamada fórmula de Levin-Tuchin:

$$\mathcal{T}(r, Y) \approx 1 - e^{-\frac{\ln^2\left(r^2 Q_s^2(Y)\right)}{2c}}. \tag{36}$$

Podemos observar que na região de saturação a amplitude só depende de rQ_s. Essa propriedade é chamada de escalamento geométrico da amplitude *forward*. Além disso, quando $\mathcal{T}$ é pequeno, o termo quadrático na Equação (34) pode ser desprezado e nós obtemos a equação BFKL para a amplitude de dipolos. Próximo a região de saturação a equação BFKL para $\mathcal{T}$ tem como solução aproximada (IANCU; ITAKURA; MCLERRAN, 2002):

$$\mathcal{T}(r, Y) \approx N_0 \left(\frac{rQ_s}{2}\right)^{2\left(\gamma_s + \frac{\ln\left(\frac{2}{rQ_s}\right)}{k\lambda Y}\right)}. \tag{37}$$

As equações (36) e (37) são a base para a formulação do modelo CGC para amplitude $\mathcal{T}$, que será discutido no Capítulo 3 e que é o ponto de partida para a formulação dos modelos MPS e b-CGC que utilizaremos no Capítulo 4.

Após realizada a transformada de Fourier

$$\mathcal{T}(r; Y) = \frac{r^2}{2\pi} \int d^2\mathbf{k} e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}} T(k; Y), \tag{38}$$

pode-se obter a equação de BK no espaço de momentum, que evolui a amplitude $T(k, Y)$, que depende do módulo k do momentum transversal $\mathbf{k}$ associado ao dipolo. A equação BK no espaço de momentum é dada por (KOVCHEGOV, Y. V., 2000):

$$\frac{\partial T(k, Y)}{\partial Y} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \chi \left(-\frac{\partial}{\partial \ln k^2}\right) T(k, Y) - \frac{\alpha_s N_c}{\pi} T^2(k, Y), \tag{39}$$

onde

$$\chi(\lambda) = \Psi(1) - \frac{1}{2}\Psi\left(1 - \frac{\lambda}{2}\right) - \frac{1}{2}\Psi\left(\frac{\lambda}{2}\right) \tag{40}$$

é o kernel BFKL com $\Psi(\lambda) = \Gamma^{'}(\lambda)/\Gamma(\lambda)$, com $\lambda = -\partial/\partial \ln k$ sendo um operador diferencial atuando em $T(k, Y)$ e que permite que o kernel integral da equação BK no espaço de coordenadas seja escrito como um operador diferencial no espaço de momento após a transformada de Fourier (KOVCHEGOV, Y. V., 2000).

Na referência (MUNIER; PESCHANSKI, 2003), Munier e Peschanski mostraram que com uma expansão de segunda ordem no kernel BFKL e com as devidas mudanças de variáveis, a Equação (39) se reduz à equação FKPP (FISHER, 1937; KOLMOGOROV; PETROVSKII; PISKUNOV, 1937). Ainda na referência (MUNIER; PESCHANSKI, 2003), foi mostrado que, assim como a equação FKPP, a equação BK no espaço de momentum (39) admite soluções do tipo ondas progressivas para a amplitude *forward* (o que significa que o momentum transferido na colisão é nulo) $T(k, Y)$. Isto significa que, progressivas quando $Y \to \infty$, a amplitude *forward* apresenta escalamento geométrico no espaço de momento, ou seja:

$$T(k, Y) = T\left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right) \tag{41}$$

A Equação (41) também é uma solução assintótica da Equação (39), de modo que o escalamento geométrico aparece como uma propriedade universal deste tipo de equação (MUNIER; PESCHANSKI, 2003). Na Equação (41), a escala de saturação é dada por:

$$Q_s^2(Y) = Q_0^2\, e^{\lambda Y}, \tag{42}$$

onde Q_0 é a escala dura. As propriedades das soluções de ondas progressivas da equação BK também motivaram outros modelos fenomenológicos para a amplitude $T(k, Y)$, como é o caso do modelo AGBS (Amaral-Gay Ducati-Betemps-Soyez) (AMARAL, J.T.S. *et al.*, 2007) e o modelo WYKWC (WANG *et al.*, 2021).

3 O MODELO DE DIPOLOS DE COR

Neste capítulo nós sumarizamos alguns resultados importantes do modelo de dipolos (MUELLER, A. H., 1990; NIKOLAEV; ZAKHAROV, 1991), que são usados no cálculo das seções de choque diferenciais no capítulo 4. Nosso objeto de estudo é a amplitude de espalhamento $\mathcal{T}(Y)$. Primeiramente nós mostramos que a seção de choque total do processo $\gamma^* p \to X$ pode ser obtida, através do teorema ótico, a partir da amplitude do processo elástico $\gamma^* p \to \gamma^* p$. A seção de choque diferencial, objeto de estudo deste trabalho, pode então ser obtida a partir da seção de choque total. Chamamos atenção ao fato de que o modelo de dipolos pode ser estendido à produção exclusiva de mésons vetoriais. Nesse caso a única diferença entre a seção de choque do processo de produção exclusiva de mésons vetoriais e a seção de choque do processo inclusivo $\gamma^* p \to X$ é a função de sobreposição, que leva em conta a função de onda do méson formado no estado final. Nós discutimos as representações da amplitude em diferentes espaços de fase e, por fim, nós apresentamos os modelos para $\mathcal{T}(Y)$ que nós utilizamos para os cálculos numéricos do Capítulo 4. A discussão deste capítulo é baseada na referência (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006).

3.1 A INTERAÇÃO DIPOLO-HÁDRON

No modelo de dipolos de cor, o DIS é visto como a interação de um dipolo de cor, composto por um par $q\bar{q}$, com o próton. No referencial de repouso do próton, onde o modelo de dipolos é descrito, toda a energia da colisão é carregada pelo fóton virtual. Nesse referencial, o tempo de vida do par $q\bar{q}$ é muito maior do que o tempo de interação do dipolo com o próton, e então o dipolo interaje com o próton sem alterar seu tamanho (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006). No modelo de dipolos, assume-se (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006) que o espalhamento elástico $\gamma^* p$ ocorre em três etapas: primeiro, o fóton virtual se divide e dá origem à um par $q\bar{q}$, que é o dipolo de cor. Em seguida, o dipolo interage com o próton. Por fim, o dipolo se recombina para formar novamente um fóton virtual. Esse processo é ilustrado na Figura 12. Na Seção 2.4 nós antecipamos que no modelo de dipolos a evolução QCD é descrita do ponto de vista do dipolo, e não do próton. Nesse cenário o objeto de interesse se torna a amplitude de espalhamento $\mathcal{T}(Y)$, que está relacionada com a ditribuição de glúons através de uma transformada de Fourier. Nós estamos particularmente interessados na seção de choque diferencial do processo $\gamma^* p \to Vp$ onde V representa um méson vetorial produzido no estado final. Nós veremos que a seção de choque diferencial $\gamma^* p \to Vp$ é escrita em termos da amplitude $A_{T,L}^{\gamma^* p \to Vp}$, que por sua vez pode ser obtida a partir da amplitude $A_{T,L}^{\gamma^* p \to \gamma^* p}$ do processo elástico $\gamma^* p \to \gamma^* p$.

A amplitude para o processo elástico $\gamma^* p$ no modelo de dipolos é dada por (KOWALSKI;

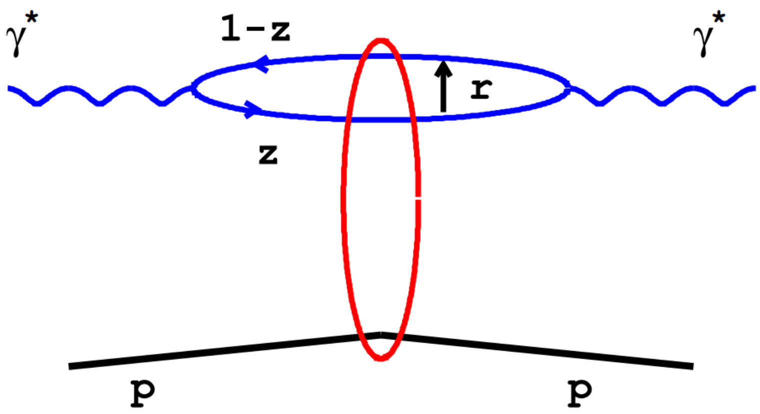

Figura 12 – *Espalhamento elástico $\gamma^* p$ no modelo de dipolos: antes da interação com o próton o fóton flutua em um par $q\bar{q}$ (dipolo de cor) e a interação acontece entre o dipolo e o próton. A imagem foi retirada da referência (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006).*

TEANEY, 2003):

$$\mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^* p \rightarrow \gamma^* p}(x, Q, \mathbf{q}) = \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 \frac{d\mathbf{z}}{4\pi} \Psi^*(\mathbf{r}, z, Q) \mathcal{A}_{dip}(\mathbf{r}, Y, \mathbf{q}) \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{z}, Q). \tag{43}$$

Nessa equação, Ψ e Ψ^* são as funções de onda que descrevem a flutuação do fóton em um par $q\bar{q}$ e a subsequente transição desse par em um fóton, respectivamente. $\mathcal{A}_{dip}(\mathbf{r}, Y, \mathbf{q})$ é a amplitude para o espalhamento de um dipolo de tamanho $\mathbf{r}$ com o próton.

A amplitude $\mathcal{A}_{dip}(\mathbf{r}, Y, \mathbf{q})$ é definida de maneira que a seção de choque diferencial elástica para o espalhamento do par $q\bar{q}$ no próton é:

$$\frac{d\sigma_{qq}}{dt} = \frac{1}{16\pi} |\mathcal{A}_{dip}(\mathbf{r}, Y, \mathbf{q})|^2, \tag{44}$$

onde $t = -\mathbf{q}^2$ é o momento transferido. Além disso, $\mathcal{A}_{dip}(\mathbf{r}, Y, \mathbf{q})$, pode ser escrita em termos da matriz de espalhamento $S(x, \mathbf{r}, \mathbf{b})$ para o espalhamento de um dipolo de tamanho $\mathbf{r}$ e parâmetro de impacto $\mathbf{b}$:

$$\mathcal{A}_{dip}(\mathbf{r}, Y, \mathbf{q}) = \int d^2\mathbf{b} e^{-i\mathbf{b}.\mathbf{q}} \mathcal{A}_{dip}(\mathbf{r}, Y, \mathbf{b}) = i \int d^2\mathbf{b} e^{-i\mathbf{b}.\mathbf{q}} 2[1 - S(\mathbf{r}, Y, \mathbf{b})]. \tag{45}$$

O teorema óptico estabelece que a seção de choque de dipolo é proporcional à parte imaginária da amplitude de espalhamento de dipolo (BARONE; PREDAZZI, 2002) *forward*, ou seja, com $\mathbf{q} = 0$:

$$\sigma_{dip}(\mathbf{r}, Y) = Im\mathcal{A}_{dip}(\mathbf{r}, Y, \mathbf{q} = 0) = \int d^2\mathbf{b} 2[1 - ReS(\mathbf{r}, Y, \mathbf{b})]. \tag{46}$$

A Equação (46) também define a seção de choque diferencial de interação do dipolo com o hádron:

$$\frac{d\sigma_{dip}}{d^2\mathbf{b}} = 2[1 - ReS(\mathbf{r}, Y, \mathbf{b})]. \tag{47}$$

Finalmente, a seção de choque total do espalhamento $\gamma^* p$ pode ser obtida usando as equações (43) e (46):

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^* p \to X}(\mathbf{r}, Y, Q) = Im \mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^* p}(x, Q, \mathbf{q} = 0) = \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} (\Psi^* \Psi)_{T,L}^{f} \sigma_{dip}(\mathbf{r}, Y), \qquad (48)$$

onde $(\Psi^* \Psi)_{T,L}^{f}$ é a função de sobreposição. Nós falamos mais a respeito da função de sobreposição ao discutir a produção exclusiva de mésons vetoriais no Capítulo 4 (Seção 3.1). A Equação (48) é um resultado importante do modelo de dipolo. Ela nos mostra que a seção de choque total do DIS pode ser fatorizada como o produto da função de sobreposição pela seção de choque de dipolo.

Na região perturbativa, que corresponde a dipolos de pequeno r, a amplitude elástica $\gamma^* p$, corresponde à troca de uma escada de glúons, como ilustrado no diagrama da Figura 13 (esquerda) (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006). A seção de choque total (48) inclui todos os estados finais possíveis do DIS.

Dentro dos processos possíveis da reação $\gamma^* p \to X$, temos os chamados processos difrativos. Os processos difrativos são aqueles em que o próton fica intacto e separado do estado final produzido por regiões do acelerador onde não há produção de partículas, ou seja, existem lacunas no intervalo de rapidez Y em que as partículas do estado final são produzidas (BARONE; PREDAZZI, 2002).

Entre os processos difrativos estão os processos exclusivos, onde todas as partículas do estado final são detectadas. No caso da produção exclusiva o dipolo se recombina para formar uma partícula real que é detectada no estado final, como mostrado na Figura 13 (direita). Neste trabalho estaremos interessados no caso quando o par $q\bar{q}$ se recombina para formar um méson vetorial $E = \rho$ ou $E = J/\Psi$ no estado final. Nesse caso a amplitude para o processo $\gamma^* p \to Ep$ é dada por (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006):

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^* p \to Ep}(x, Q, \mathbf{q}) &= \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} * (\Psi_E^* \Psi)_{T,L} \mathcal{A}_{dip}(x, \mathbf{r}, \mathbf{q}) \\ &= i \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} \int d^2\mathbf{b} (\Psi_E^* \Psi)_{T,L} e^{-i\mathbf{b}.\mathbf{q}} 2[1 - S(\mathbf{r}, \mathbf{b}; Y)] \end{aligned} \qquad (49)$$

onde $(\Psi_E^* \Psi)_{T,L}$ é a função de sobreposição entre as funções de onda do fóton incidente e do méson vetorial produzido. Além disso, as funções de onda não *forward* ($\mathbf{q} \neq 0$) podem ser escritas em termos das funções *forward* multiplicadas por uma exponencial, $\exp[\pm i(1 - z)\mathbf{r}.\mathbf{q}/2]$ (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006). Desta forma, assumindo que o elemento de matriz S é predominantemente real, podemos usar $2[1 - S(x, \mathbf{r}, \mathbf{b})]$ na Equação (47) e substituir em (49) para obter:

$$\mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^* p \to Vp}(x, Q, \mathbf{q}) = i \int d^2\mathbf{r} \int \frac{dz}{4\pi} \int d^2\mathbf{b} (\Psi_E^* \Psi)_{T,L}\, e^{-i[\mathbf{b} - (1-z)\mathbf{r}].\mathbf{q}} \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2\mathbf{b}} \qquad (50)$$

Desta forma, a seção de choque diferencial para a produção de mésons vetorias é dada por (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006):

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^* p\to Vp}}{dt} &= \frac{1}{16\pi}\left|\mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^* p\to Ep}\right|^2 \\ &= \frac{1}{16\pi}\left|\int d^2\mathbf{r}\int_0^1 \frac{d\mathbf{z}}{4\pi}\int d^2\mathbf{b}(\Psi_E^*\Psi)_{T,L}e^{-i[\mathbf{b}-(1-z)\mathbf{r}].\mathbf{q}}\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2\mathbf{b}}\right|^2. \end{aligned} \tag{51}$$

A Equação (47) também pode ser escrita em termos da amplitude de espalhamento $\mathcal{T}(\mathbf{r},\mathbf{b};Y)$:

$$\frac{d\sigma_{dip}}{d^2\mathbf{b}} \equiv 2[1 - ReS(\mathbf{r}, Y, \mathbf{b})] \equiv 2\mathcal{T}(\mathbf{r},\mathbf{b};Y), \tag{52}$$

de modo que a Equação (51) se torna:

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^* p\to Vp}}{dt} = \frac{1}{16\pi}\left|\int d^2\mathbf{r}\int_0^1 \frac{dz}{4\pi}\int d^2\mathbf{b}(\Psi_E^*\Psi)_{T,L}e^{-i[\mathbf{b}-(1-z)\mathbf{r}].\mathbf{q}}2\mathcal{T}(\mathbf{r},\mathbf{b};Y)\right|^2. \tag{53}$$

Nós vimos na Seção 2.4 que a amplitude de espalhamento está relacionada com a transformada de Fourier da distribuição de glúons, e sua evolução é dada pela equação BK, que não possui solução analítica exata. Assim, a amplitude de dipolo pode ser obtida através da solução numérica da equação BK, ou, pode ser modelada fenomenologicamente. Nessa dissertação nós iremos trabalhar com modelos fenomenológicos para a amplitude. Os modelos usados por nós são apresentados na Seção 3.2. Na Equação (53) a seção de choque diferencial está escrita em termos da amplitude $\mathcal{T}(\mathbf{r},\mathbf{b};Y)$ no espaço de coordenadas. A amplitude também pode ser expressa no espaço misto ($\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r},\mathbf{q};Y)$). A amplitude no espaço misto está relacionada com a amplitude no espaço de coordenadas através da seguinte transformada de Fourier (MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2007):

$$\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r},\mathbf{q};Y) = \int d^2b e^{i\mathbf{q}.\mathbf{b}}\mathcal{T}(\mathbf{r},\mathbf{b};Y), \tag{54}$$

de modo que a Equação (53) pode ser escrita como:

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^* p\to Vp}}{dt} = \frac{1}{16\pi}\left|\int d^2\mathbf{r}\int_0^1 \frac{dz}{4\pi}(\Psi_E^*\Psi)_{T,L}e^{i[(1-z)\mathbf{r}].\mathbf{q}}2\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r},\mathbf{q};Y)\right|^2 \tag{55}$$

Nos modelos fenomenológicos que não dependem do parâmetro de impacto, assume-se que a dependência em **b** da amplitude de espalhamento pode ser fatorizada (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006) como:

$$\mathcal{T}(\mathbf{r},\mathbf{b},Y) = \mathcal{T}(\mathbf{r},Y)\Theta(b_s - b), \tag{56}$$

onde b_s é um parâmetro livre relacionado com o raio transversal do próton. Assim, nós podemos escrever:

$$\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2\mathbf{b}} = \mathcal{T}(\mathbf{r},Y)\Theta(b_s - b) \tag{57}$$

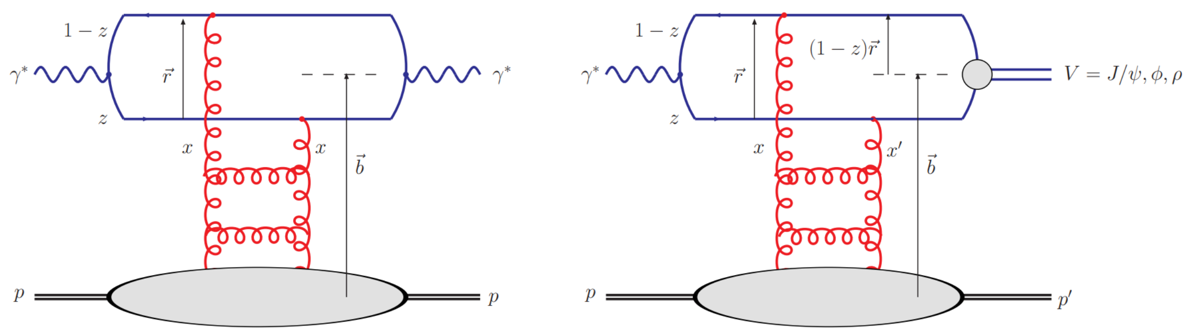

Figura 13 – *Amplitude elástica para o DIS inclusivo (esquerda) e produção exclusiva de méson vetorial (direita).*

e a integral em **b** fornece (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006):

$$\sigma_{q\bar{q}} = \sigma_0 \mathcal{T}(\mathbf{r}, Y) = 2\pi R_p^2 \mathcal{T}(\mathbf{r}, Y), \tag{58}$$

onde R_p é o raio do próton. Assim, para o caso dos modelos independentes do parâmetro de impacto, a Equação (51) é escrita como:

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^* p \to Vp}}{dt} = \frac{1}{16\pi} \left| \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} (\Psi_E^* \Psi)_{T,L} e^{-i[\mathbf{b}-(1-z)\mathbf{r}].\mathbf{q}} 2\sigma_0 \mathcal{T}(\mathbf{r}; Y) \right|^2 . \tag{59}$$

A partir da Equação (58), a seção de choque pode ser escrita em termos da amplitude *forward* no espaço de momentum, $T(\mathbf{k}, Y)$, a partir da transformada de Fourier (38):

$$\mathcal{T}(\mathbf{r}; Y) = \frac{r^2}{2\pi} \int d^2\mathbf{k} e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}} T(\mathbf{k}; Y).$$

Neste caso, para a amplitude de espalhamento no espaço de momento, a seção de choque diferencial de produção exclusiva de mésons vetorias é dada por:

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^* p \to Vp}}{dt} = \frac{1}{16\pi} \left| R_p^2 \int_0^1 dz \int d^2\mathbf{r} \int d^2\mathbf{k} r^2 (\Psi_E^* \Psi)_{T,L} e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}} e^{i\mathbf{b}[(1-z)\mathbf{r}].\mathbf{q}} T(\mathbf{k}; Y) \right|^2 \tag{60}$$

O modelo de dipolos se tornou uma ferramenta popular após Golec-Biernat-Wüstoff (GBW) (GOLEC-BIERNAT; WÜSTHOFF, 1998, 1999) proporem um ansatz para a amplitude de dipolos integrada no parâmetro de impacto **b**, que é capaz de descrever tanto as seções de choque total inclusiva quanto difrativa:

$$\mathcal{T}_{GBW} = \left(1 - e^{-r^2 Q_s^2(x)/4}\right). \tag{61}$$

com $Q_s^2 = (x_0/x_{Bj})^{\lambda_{GBW}}$,onde λ_{GBW} e x_0 são parâmetros determinados a partir de dados de F_2. É importante notar que, embora seja um modelo simples, o modelo GBW descreve razoavelmente bem dados HERA até uma região de Q^2 moderada.

Na referência (BARTELS; GOLEC-BIERNAT; KOWALSKI, 2002), Bartels-Golec-Biernat-Kowalski (BGBK) propuseram uma modificação do modelo GBW ao substituir a escala de saturação Q_s^2 pela distribuição de glúons com evolução DGLAP explícita:

$$\mathcal{T}_{BGBK} = \left(1 - e^{-\pi^2 r^2 \alpha_s(\mu^2) x G(x,\mu^2)/3\sigma_0}\right), \tag{62}$$

A escala de energia μ^2 é definida como $\mu^2 = C/r^2 + \mu_0^2$ e a distribuição de glúons $xG(x, \mu^2)$ é obtida a partir da evolução DGLAP em leading-order (LO). Essa modificação permite levar em conta efeitos de violação de escalamento em grande Q^2 e descreve os dados HERA significantemente melhor que o modelo GBW nessa região (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006). Entretanto, a evolução DGLAP que é usada em HERA pode não ser apropriada quando x se aproxima do regime de saturação.

Na referência (IANCU; ITAKURA; MUNIER, 2004) Iancu-Itakura-Munier (IIM) propuseram outro modelo de saturação, usualmente chamado de modelo Color Glass Condensate (CGC), em que os efeitos de saturação são incluídos através das soluções aproximadas da equação BK (BALITSKY, I., 1996; KOVCHEGOV, Y. V., 2000), discutidas na Seção 2.4. Esse modelo tem se mostrado eficaz na descrição dos dados experimentais em altas energias, onde os efeitos de saturação são dominantes. A amplitude de dipolos no modelo CGC é:

$$\mathcal{T}_{CGC}(r,x) = \begin{cases} \mathcal{N}_0 \left(\frac{rQ_s}{2}\right)^{2\left(\gamma_s + \frac{\ln\left(\frac{2}{rQ_s}\right)}{\kappa \lambda Y}\right)}, & rQ_s \leq 2 \\ 1 - e^{-A \ln^2(BrQ_s)}, & rQ_s > 2 \end{cases}, \tag{63}$$

onde $\kappa = 9.9$ e a escala de saturação é:

$$Q_s(x) = \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\lambda}. \tag{64}$$

Os parâmetros livres γ_s, σ_0, $\mathcal{N}_0$, x_0 e λ são obtidos a partir de ajustes aos dados experimentais de F_2. As constantes A e B são determinadas pela continuidade de σ_{dip} e sua derivada com relação a rQ_s em $rQ_s = 2$ e são dadas por:

$$A = -\left(\gamma_s \frac{\mathcal{N}_0}{1 - \mathcal{N}_0}\right)^2 \frac{1}{\ln(1 - \mathcal{N}_0)} \tag{65}$$

e

$$B = \frac{1}{2}(1 - \mathcal{N}_0)^{\frac{1-\mathcal{N}_0}{\gamma_s \mathcal{N}_0}}. \tag{66}$$

O fator $\frac{\ln\left(\frac{2}{rQ_s}\right)}{\kappa\lambda Y}$ na Equação (63) para pequenos dipolos introduz uma violação do escalamento geométrico, importante quando Y não é grande o suficiente (MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2007).

3.2 OUTROS MODELOS PARA A AMPLITUDE DE DIPOLOS $\mathcal{T}(Y)$

Na Seção 3.1 nós mostramos que no modelo de dipolos a seção de choque diferencial de produção exclusiva de mésons vetoriais é escrita em termos da amplitude de espalhamento de dipolo, e que a amplitude é evoluída na variável Y através da equação BK, que não possui uma solução analítica exata fora do limite assintótico. Portanto, diversos modelos fenomenológicos têm sido propostos para a amplitude de dipolo (KOWALSKI; TEANEY, 2003; MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2007; WANG *et al.*, 2021). Nesta Seção nós apresentamos os modelos fenomenológicos para a amplitude que são utilizados em nossos cálculos.

3.2.1 Modelo MPS

Na seção 2.4 vimos que o escalamento geométrico da amplitude *forward* $T(k, Y)$, expresso por

$$T(k;Y) = T\left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right), \quad \text{com} \quad Q_s(Y) = Q_0 e^{\lambda Y}, \tag{67}$$

está diretamente relacionado com as soluções de ondas progressivas da equação BK no espaço de momentum, conforme mostrado na referência (MUNIER; PESCHANSKI, 2003). Por outro lado, na referência (MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2005) foi mostrado que o comportamento de onda progressiva não se restringe ao caso *forward*, mas também se estende para o caso em o momentum transferido é diferente de zero, $\mathbf{q} \neq 0$, (não *forward*), em duas situações distintas: no espaço misto, em que a amplitude depende de $\mathbf{r}$ e de $\mathbf{q}$ ($\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, Y)$, Equação (54)), e no espaço de momentum completo, em que a amplitude depende de $\mathbf{k}$ e de $\mathbf{q}$. Em particular, no espaço misto, o comportamento de onda progressiva (escalamento geométrico) da amplitude, $\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, Y)$, implica

$$\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r}, \mathbf{q}; Y) = \tilde{\mathcal{T}}(r^2 Q_s^2(\mathbf{q}, Y), \mathbf{q}), \tag{68}$$

com a escala de saturação dependendo do momentum transferido (MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2005)

$$Q_s^2(Y) = \mathbf{q}^2 e^{\lambda Y}, \tag{69}$$

diferente do que ocorre no caso *forward* (Equação (42)).

Baseado nos resultados das referências (MUNIER; PESCHANSKI, 2003) e (MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2005), Marquet-Peschanski-Soyez propuseram modelo fenomenológico para descrever a produção exclusiva de mésons vetoriais, atualmente conhecido como modelo MPS (MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2007). No modelo MPS a amplitude $\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r}, \mathbf{q}; Y)$ é escrita como:

$$\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r}, \mathbf{q}; Y) = 2\pi R_p^2 f(\mathbf{q}) \mathcal{N}(r^2 Q_s^2(Y, \mathbf{q})). \tag{70}$$

O fator de forma $f(\mathbf{q})$ dado pela expressão:

$$f(\mathbf{q}) = e^{-B\mathbf{q}^2}, \tag{71}$$

descreve a dependência da amplitude no momento transferido. Para a função $\mathcal{N}(r^2 Q_s^2(Y, \mathbf{q}))$ os autores utilizaram a mesma expressão da amplitude *forward* do modelo CGC (Equação (63)). A escala de saturação com dependência no momento transferido é parametrizada como:

$$Q_s^2(\mathbf{q}, Y) = Q_0^2(1 + c\mathbf{q}^2)e^{\lambda Y}. \tag{72}$$

O parâmetro c na equação (72) está relacionado com a escala em que a dependência em q da escala de saturação passa a ser importante (MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2007). É importante notar que quando $\mathbf{q} = 0$ a Equação (72) recupera o mesmo resultado *forward* para escala de saturação, ou seja, $Q_s^2(\mathbf{q}, Y) = Q_0^2 e^{\lambda Y}$. A amplitude $\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r}, \mathbf{q}; Y)$ do modelo MPS é então construída a partir das expressões (63), (70), (71) e (72) e é dada por (MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2007):

$$\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r}, \mathbf{q}; Y) = 2\pi R_p^2 f(\mathbf{q}) \begin{cases} \mathcal{N}_0 \left(\frac{rQ_s}{2}\right)^{2\left(\gamma_s + \frac{\ln\left(\frac{2}{rQ_s}\right)}{\kappa\lambda Y}\right)}, & rQ_s \leq 2 \\ 1 - e^{-A\ln^2(BrQ_s)}, & rQ_s > 2 \end{cases}, \tag{73}$$

onde $\mathcal{N}_0 = 0.7$ e as constantes A e B são dadas pelas expressoões (65) e (66), respectivamente. Assim como a escala de saturação (72) recupera o caso *forward* quando $q = 0$, a amplitude (73) recupera o caso em *forward* do modelo CGC (Equação (63)). O parâmetro κ da Equação (73) é obtido do kernel da equação BFKL, enquanto os demais parâmetros foram originalmente obtidos a partir de dados do colisor HERA da função de estrutura F_2 (MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2007). A Tabela 1 apresenta os parâmetros recentemente atualizados do modelo MPS, de acordo com a referência (XIE; GONCALVES, 2022), para os modelos BG e LCG, que descrevem a função de sobreposição.

	$R_p(GeV^{-1})$	γ_s	λ	x_0	$c(GeV^{-2})$	$B(GeV^{-2})$
BG	$3,44$	$0,720$	$0,207$	$7,97 \times 10^{-6}$	1,35	3,25
LCG	3,46	0,728	0,205	$8,01 \times 10^{-6}$	1,48	3,09

Tabela 1 – *Parâmetros do modelo MPS atualizados na referência (XIE; GONCALVES, 2022) para os modelos BG e LCG que descrevem a função de overlap.*

Na Figura 14 nós apresentamos a amplitude $\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r}, \mathbf{q}; Y)$ do modelo MPS como função de r para alguns valores de $q = |\mathbf{q}|$ e Y. Nós fixamos q em $q = 0$ GeV, $q = 1$ GeV e $q = 2$ GeV. Para cada valor fixado de q nós calculamos $\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r}, \mathbf{q}; Y)$ com $Y = 1, 2, 4, 6$. Na Figura 14, as linhas contínuas são calculadas com $q = 0$ GeV, as linhas tracejadas com $q = 1$ GeV e as linhas pontilhadas com $q = 2$ GeV. Observamos que com q fixado, um aumento na rapidez Y faz com que a saturação da amplitude ocorra para valores cada vez menores de r. Da mesma forma, observamos que para Y fixado, quanto maior o valor de q, menor é o valor de r para o qual ocorre a saturação. Esse comportamento é esperado, visto que um aumento tanto em Y quanto em q é equivalente a um aumento da escala de saturação Também é possível observar que, como esperado, a amplitude satura em $\tilde{\mathcal{T}} \approx 1$.

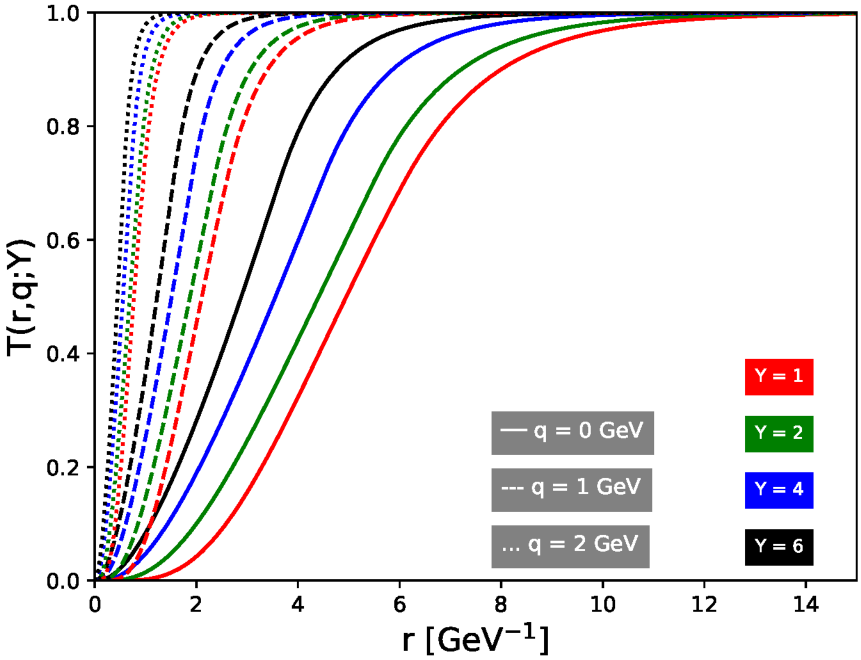

Figura 14 – *Amplitude $\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r}, \mathbf{q}; Y)$ do modelo MPS em função de r para alguns valores de q e Y. Um aumento tanto em q quanto em Y faz com a saturação da amplitude seja observada para valores cada vez menores de r.*

3.2.2 Modelo b-CGC

O modelo b-CGC (KOWALSKI; TEANEY, 2003) também é uma modificação do modelo CGC (IANCU; ITAKURA; MUNIER, 2004) que introduz uma dependência no parâmetro de impacto $\mathbf{b}$ na escala de saturação Q_s e a amplitude de dipolo é parametrizada como:

$$\mathcal{T}_{bCGC}(\mathbf{r}, \mathbf{b}; Y) = 2 \times \begin{cases} N_0 \left(\frac{rQ_s}{2}\right)^{2\left(\gamma_s + \frac{\ln\left(\frac{2}{rQ_s}\right)}{\kappa\lambda Y}\right)}, & rQ_s \leq 2 \\ 1 - e^{-A\ln^2(BrQ_s)}, & rQ_s > 2 \end{cases}, \tag{74}$$

com a dependência em b presente na escala de saturação:

$$Q_s(x, \mathbf{b}) = (x/x_0)^{\lambda/2} \exp\left(-\frac{\mathbf{b}^2}{4\gamma_s B_{CGC}}\right). \tag{75}$$

O parâmetro B_{CGC} é originalmente obtido a partir de dados HERA de distribuição em t de produção exclusiva de mésons vetoriais (REZAEIAN; SCHMIDT, 2013) e os demais parâmetros a partir de dados HERA para função de estrutura F_2. Os parâmetros utilizados foram retirados de (REZAEIAN; SCHMIDT, 2013) e são mostrados na Tabela 2.

Na Figura 15 apresentamos a amplitude $\mathcal{T}(\mathbf{r}, \mathbf{b}; Y)$ do modelo b-CGC em função de r para alguns valores de $b = |\mathbf{b}|$ e Y. Nós fixamos b em $b = 0$ GeV (linhas contínuas),

B_{CGC}/GeV^{-2}	m_c/GeV	γ_s	N_0	x_0	λ
5,5	$1,27$	$0,6599$	$0,3358$	$0,00105 \pm 1.13 \times 10^{-5}$	$0,2063$
5.5	1,4	$0,6492$	0.3658	$0,00069 \pm 6.46 \times 10^{-6}$	$0,2023$

Tabela 2 – *Parâmetros do modelo b-CGC obtidos em (REZAEIAN; SCHMIDT, 2013).*

$b = 5$ GeV (linhas tracejadas) e $b = 2$ GeV. Para cada valor fixado de b nós calculamos $\mathcal{T}(\mathbf{r}, \mathbf{b}; Y)$ para $Y = 0, 1, 4, 6$. Assim como no caso MPS a escala de saturação aumenta quando Y cresce, fazendo com que a amplitude sature para valores menores de r. Por outro lado, no modelo b-CGC a escala de saturação diminui quando b aumenta, de modo que quanto maior o valor de b maior é o valor de r para o qual a saturação é atingida. Na região de saturação, também como esperado, $\mathcal{T} \approx 1$.

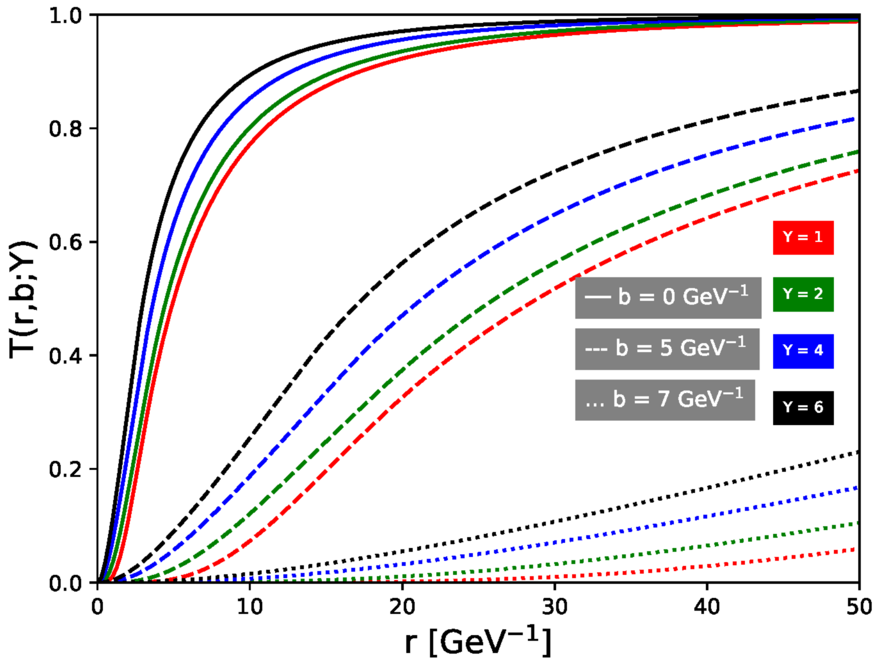

Figura 15 – *Amplitude $\mathcal{T}(\mathbf{r}, \mathbf{b}; Y)$ do modelo b-CGC em função de r para alguns valores de q e Y. Um aumento tanto em Y faz com a saturação da amplitude seja observada para valores cada vez menores de r. Por outro lado, um aumento ded b corresponde a uma diminuição da escala de saturação, fazendo com que $\mathcal{T}(\mathbf{r}, \mathbf{b}; Y)$ sature para valores cada vez maiores de r.*

3.2.3 Modelo WYKWC

Ambos os modelos MPS e b-CGC são aproximações que interpolam entre a região de dipolos grandes (regime saturado), onde se considera uma solução aproximada da equação BK, e a região de dipolos pequenos (regime diluído) onde utiliza-se aproximação de ponto de sela para a equação BFKL em LO.

Na referência (WANG *et al.*, 2022), Wang-Yang-Kou-Wang-Chen (WYKWC) calcularam as seções de choque diferencial e total de produção exclusiva de mésons vetoriais utilizando uma solução analítica da equação BK no espaço de momento para modelar a amplitude . A solução foi obtida em (WANG *et al.*, 2021), a partir de uma aproximação difusiva, em que o kernel BFKL foi expandido até segunda ordem. Nesse caso, a equação BK é equivalente à equação FKPP (MARQUET; PESCHANSKI; SOYEZ, 2007), cuja soluções reproduzem a propriedade de escalamento geométrico. A equação BK simplificada, neste caso, é dada por:

$$A_0 T - T^2 - \frac{\partial T}{\partial Y} - A_1 \frac{\partial T}{\partial L} + A_2 \frac{\partial^2 T}{\partial^2 Y} = 0, \tag{76}$$

e possui a seguinte solução analítica aproximada (WANG *et al.*, 2021):

$$T_{WYKWC}\left(\frac{\kappa^2}{Q_s^2(Y)}\right) = \frac{A_0}{\left[1 + e^{-\theta}\left(\frac{\kappa^2}{Q_s^2(Y)}\right)^{\frac{A_0}{6A_2}}\right]^2} \tag{77}$$

em que

$$Q_s^2(Y) = \kappa_0^2 e^{(A_1 + 5\sqrt{A_0 A_2/6})0.191Y}. \tag{78}$$

Os parâmetros A_0, A_1, A_2 e θ são obtidos a partir de ajustes aos dados de F_2 (WANG *et al.*, 2022). Assim como no modelo MPS, os autores em (WANG *et al.*, 2022) assumem que amplitude não *forward* pode ser fatorizada como um produto da amplitude *forward* por uma exponencial $e^{-B_D|t|}$. O parâmetro B_D depende do méson vetorial produzido sendo que para o méson ρ:

$$B_D = 0.55\left(14\left(\frac{1}{Q^2 + M_V^2}\right)^{0.2} + 1\right), \tag{79}$$

e para o méson J/Ψ:

$$B_D = 4.15 + 4 \times 0.116 \ln\left(\frac{W}{90}\right), \tag{80}$$

se $Q^2 \leq 1$ GeV^2 e:

$$B_D = 4.72 + 4 \times 0.07 \ln\left(\frac{W}{90}\right), \tag{81}$$

se $Q^2 \geq 1$ GeV^2 (WANG *et al.*, 2022). Além disso $M_V = 3.097$ GeV para o méson J/Ψ e $M_V = 0.776$ GeV para o méson ρ. Os parâmetros utilizados nesse trabalho são os mesmos da referência (WANG *et al.*, 2022), obtidos através de ajustes aos dados da função de estrutura F_2 (AARON *et al.*, 2010; COLLABORATION, 2014) medidos em HERA e são mostrados na Tabela 3.

Nós calculamos a amplitude $T(k;Y)$ do modelo WYKWC no espaço de momento, com os mesmos parâmetros e valores de Y da referência (WANG *et al.*, 2021). O resultado é apresentado na Figura 16. A amplitude apresenta saturação, esperada para valores de $k \ll Q_s$. Quanto maior Y, maior o intervalo de k para o qual a amplitude permanece

κ_0/GeV	A_0	A_1	A_2	θ
0.2	33.3	-58.3	26.2	-3.09

Tabela 3 – *Parâmetros do modelo WYKWC obtidos a partir de ajustes de dados de F_2 medidos em HERA (AARON et al., 2010; COLLABORATION, 2014).*

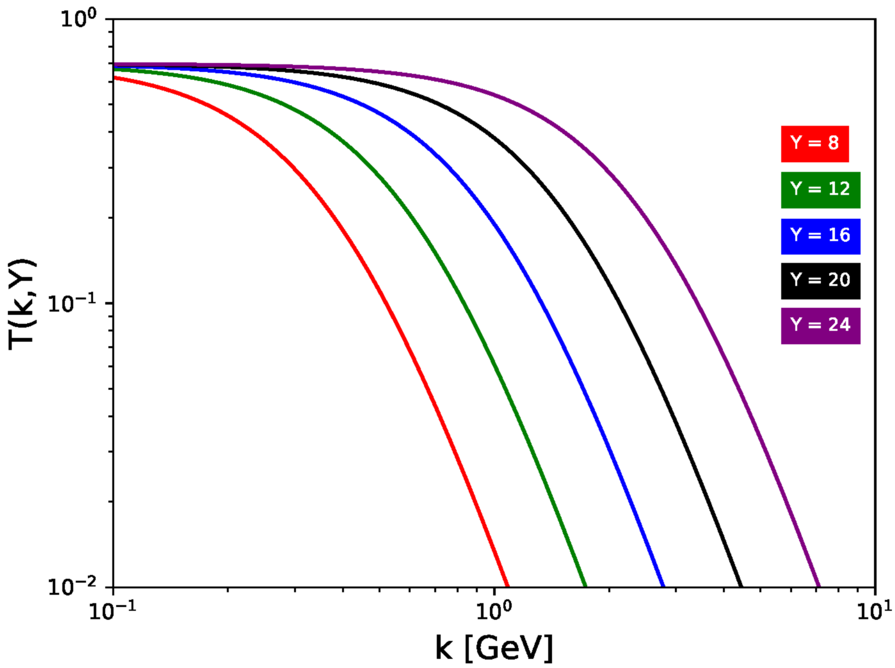

Figura 16 – *Amplitude $T(k, Y)$ do modelo WYKWC como função de k para alguns valores de Y.*

saturada. Esse resultado está de acordo com aquele obtido na referência (WANG *et al.*, 2021).

No Capítulo 4, para o cálculo dos observáveis de interesse, serão utilizados modelos para a amplitude de esalhamento de dipolo no espaço de coordenadas. Por essa razão, na Figura 17 apresentamos a amplitude $T(r, Y)$ do modelo WYKWC no espaço de coordenadas como função de r para diversos valores de Y. A expressão no espaço de coordenadas é obtida a partir da expressão (KOVCHEGOV, Y. V., 2000):

$$T(r; Y) = r^2 \int_0^\infty dk\, k J_0(kr) T(k; Y) \tag{82}$$

Os parâmetros utilizados nesse cálculo são os mesmos da Tabela 3. Na Figura 17 nós observamos que a amplitude $T(r; Y)$ do modelo WYKWC é crescente em r até assumir um valor máximo e então começa a apresentar um comportamento descrescente, com $T(\mathbf{r}, Y)$ tendendo a zero quando $r \to \infty$. O valor de r para o qual acontece o máximo é maior conforme aumentamos a rapidez. Comparando a Figura 17 com as Figuras 14 e 15 nós notamos que a amplitude $T(\mathbf{k}; Y)$ do modelo WYKWC apresenta um comportamento completamente distindo das demais, tendo em vista que as amplitudes para os outros dois modelos saturam para $\mathbf{r}$ elevado, tendendo a 1 quando $r \to \infty$. Além disso pode-se notar que há uma diferença de normalização para o valor máximo da amplitude do

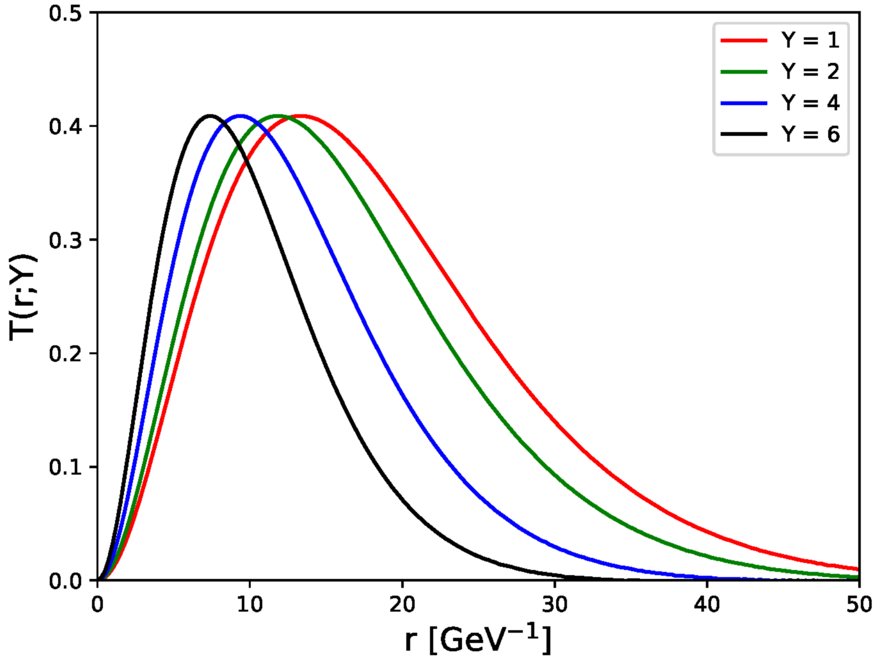

Figura 17 – *Amplitude $T(\mathbf{r}, Y)$ do modelo WYKWC como função de r para alguns valores de Y. Mesmo para valores elevados de r a amplitude apresenta valores consideravelmente abaixo dos modelos MPS e b-CGC.*

modelo WYKWC em comparação com os outros dois modelos: enquanto as amplitudes dos modelos MPS e b-CGC saturam em $\tilde{\mathcal{T}} = 1$ e $\mathcal{T} = 1$, respectivamente, o valor máximo da amplitude WYKWC no espaço de coordenadas é $T \approx 0.4$.

4 PRODUÇÃO EXCLUSIVA DE MÉSONS VETORIAIS EM COLISÕES ULTRAPERIFÉRICAS

Neste capítulo, nosso objetivo é avaliar os processos exclusivos em colisões ultraperiféricas, através da formulação de dipolos de cor. Na seção 4.1 nós apresentamos as expressões que são calculadas numericamente e comentamos brevemente as funções de sobreposição. Na seção 4.2 falamos sobre aproximação de Weizsäcker-Willians (VON WEIZSACKER, 1934; WILLIAMS, 1935), que permite escrever as seções de choque do diferenciais do processo $pA \to \rho p$ em colisões ultraperiféricas como um produto do fluxo equivalente de fótons pela seção de choque do processo $(\gamma p \to \rho p)$. Por fim nós apresentamos e discutimos os resultados na seção 4.3.

4.1 A PRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS E O MODELO DE DIPOLOS

No capítulo 3 nós apresentamos o modelo de dipolos enfatizando a amplitude de espalhamento de dipolo. Nós discutimos que a seção de choque diferencial para produção exclusiva de mésons vetoriais pode ser escrita em termos da amplitude de espalhamento no espaço de coordenadas, no espaço misto, ou no espaço de momento, através das equações (53), (55) e (60), respectivamente. Nós também apresentamos os modelos fenomenológicos para a amplitude de espalhamento na seção 3.2, sendo que o modelo b-CGC é um modelo para amplitude no espaço de coordenadas $(\mathcal{T}(\mathbf{r},\mathbf{b};Y))$, o modelo MPS é um modelo para amplitude no espaço misto $(\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{r},\mathbf{q};Y))$ e o modelo WYKWC é um modelo para amplitude no espaço de momento $(T(\mathbf{k};Y))$. Além disso, nós iremos calcular as seções de choque incluindo correções fenomenológicas relacionadas à parte real da amplitude de espalhamento de dipolo (KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006):

$$\beta = \tan(\pi\lambda/2), \tag{83}$$

com

$$\lambda \equiv \frac{\partial \ln\left(\mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^* p}\right)}{\partial \ln 1/x}, \tag{84}$$

e também o fator *skewedness*, associado ao fato de que os glúons emitidos do quark e do antiquark no dipolo podem carregar diferentes frações de momento (SHUVAEV *et al.*, 1999):

$$R_g = \frac{2^{2\lambda+3}}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\lambda+5/2)}{\Gamma(\lambda+4)}, \tag{85}$$

com λ dado pela Equação (84). Dessa forma, a seção de choque diferencial de produção exclusiva de mésons vetoriais para o modelo b-CGC é obtida a partir da Equação (53) e é escrita como :

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^* p \to Vp}}{dt} = \frac{R_g^2(1+\beta^2)}{16\pi}\left|\int d^2\mathbf{r}\int_0^1 \frac{dz}{4\pi}\int d^2\mathbf{b}(\Psi_E^*\Psi)_{T,L} e^{-i[\mathbf{b}-(1-z)\mathbf{r}].\mathbf{\Delta}} 2\mathcal{T}_{bCGC}(\mathbf{r},\mathbf{b};Y)\right|^2. \tag{86}$$

Para o modelo MPS a seção de choque diferencial é obtida a partir da Equação (55):

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^* p \to Vp}}{dt} = \frac{R_g^2(1+\beta^2)}{16\pi}\left|\int d^2\mathbf{r}\int_0^1 \frac{dz}{4\pi}(\Psi_E^*\Psi)_{T,L} e^{-i[(1-z)\mathbf{r}].\mathbf{q}} 2\tilde{\mathcal{T}}_{MPS}(\mathbf{r},\mathbf{q};Y)\right|^2, \tag{87}$$

e a seção de choque diferencial para o modelo WYKWC a partir da Equação (60):

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^* p \to Vp}}{dt} = \frac{R_g^2(1+\beta^2)}{16\pi}\left|R_p^2\int d^2\mathbf{r}\int_0^1 \frac{dz}{4\pi}\int d^2\mathbf{k} r^2(\Psi_V^*\Psi)_{T,L} e^{-i[(1-z)\mathbf{r}].\mathbf{q}} e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}} T(\mathbf{k};Y)\right|^2. \tag{88}$$

Assim como na referência (WANG *et al.*, 2022), no caso específico do modelo WYKWC, no espaço de momentum, assumimos que a dependência em t da seção de choque diferencial é exponencial:

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^* p \to Vp}}{dt} = \frac{R_g^2(1+\beta^2)}{16\pi}\left|\mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^* p \to Ep}\right|^2_{t=0} e^{-B_D|t|}, \tag{89}$$

de modo que a expressão (88) fica:

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^* p \to Vp}}{dt} = \frac{R_g^2(1+\beta^2)}{16\pi}\left|R_p^2\int d^2\mathbf{r}\int_0^1 \frac{dz}{4\pi}\int d^2\mathbf{k} r^2(\Psi_V^*\Psi)_{T,L} e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}} T(\mathbf{k};Y)\right|^2 e^{-B_D|t|}. \tag{90}$$

As expressões (86), (87) e (90) são as expressões que utilizaremos para o cálculo das seções de choque diferenciais do processo $\gamma^* p \to Vp$. Na seção 4.2 nós iremos mostrar que a seção de choque diferencial para o caso de uma colisão pA ultraperiférica pode ser escrita como um produto da seção de choque do processo $\gamma^* p \to Vp$ pelo fluxo de fótons equivalentes.

As funções de overlap $(\Psi_V^*\Psi)_{T,L}$ descrevem a flutuação do fóton em um dipolo e a posterior formação do méson vetorial no estado final. A forma exata das funções de overlap para a produção de mésons vetoriais ainda é um tema em aberto (GONCALVES; NAVARRA; SPIERING, 2019) e portanto essas funções são, atualmente, modeladas. Assumindo que o méson vetorial é predominantemente um estado ligado $q\bar{q}$ com a mesma estrutura de polarização e spin do fóton, as funções de overlap para a produção de mésons vetoriais podem ser escritas como (KOWALSKI; TEANEY, 2003; KOWALSKI; MOTYKA; WATT, 2006):

$$(\Psi_V^*\Psi)_T = \hat{e}_f e\frac{N_c}{\pi z(1-z)}[m_f^2[K_0(\epsilon r)\phi_T(r,z) - (z^2+(1-z)^2)\epsilon K_1(\epsilon r)\partial_r\phi_T(r,z)], \tag{91}$$

e

$$(\Psi_V^*\Psi)_L = \hat{e}_f e\frac{N_c}{2\pi}2Qz(1-z)K_0(\epsilon r)\left[M_V\phi_L(r,z) + \delta\frac{m_f^2+\Delta_r^2}{M_V z(1-z)}\phi_L(r,z)\right], \tag{92}$$

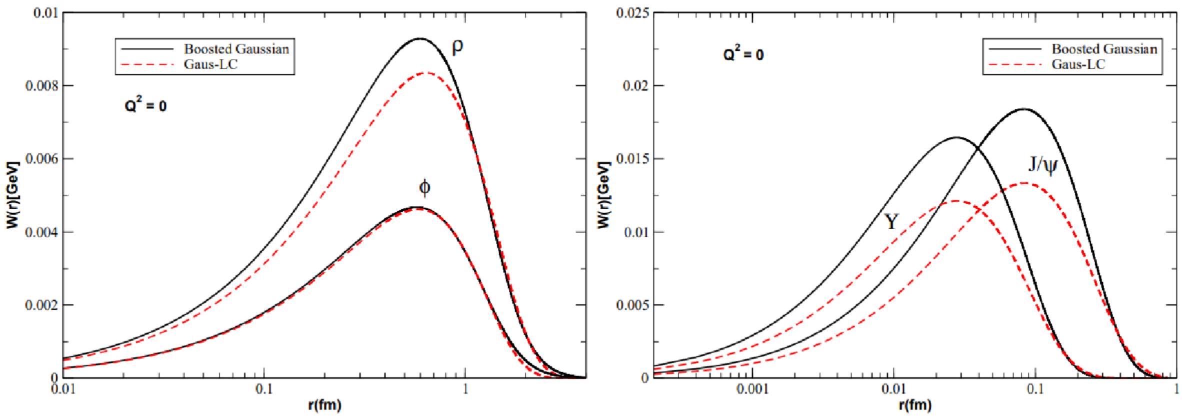

Figura 18 – *Dependência no tamanho do dipolo r da função $W(r) = 2\pi r \int_0^1 dz(\Psi_V^* \Psi)$ para mésons leves (esquerda) e pesados (direita). A imagem foi retirada da referência (GONÇALVES* et al., *2017).*

onde $\hat{e}_f$ é a carga efetiva dos quarks, $N_c = 3$ é o número de cores, $\phi_{T,L}(r,z)$ é a parte escalar da função de overlap e $\epsilon = z(1-z)Q^2 + m_f^2$. Dois modelos populares para as funções escalares são os modelos Boosted Gaussian (FORSHAW; SANDAPEN; SHAW, 2004) (BG) e Light-Cone Gaussian (LCG) (KOWALSKI; TEANEY, 2003).

No modelo BG, temos $\delta = 1$ e as funções escalares são dadas por:

$$\phi_{T,L}(z,r) = \mathcal{N}_{T,L} \exp\left(-\frac{m_f^2 \mathcal{R}^2}{8z(1-z)} - \frac{2z(1-z)r^2}{\mathcal{R}^2} + \frac{m_f^2 \mathcal{R}^2}{2} \right), \tag{93}$$

em que os parâmetros livres $\mathcal{N}_{T,L}$ e $\mathcal{R}$ são determinados pelas condições de normalização da função de onda do méson.

No modelo LCG, temos $\delta = 0$ e as funções escalares são dadas por:

$$\phi_T(z,r) = N_T[z(1-z)]^2 \exp -\frac{r^2}{2R_T^2}, \tag{94}$$

e

$$\phi_L(z,r) = N_L[z(1-z)]^2 \exp -\frac{r^2}{2R_L^2}, \tag{95}$$

em que os parâmetros $N_{T,L}$ e $R_{T,L}$ são determinados das condições de normalização da função de onda, assim como no modelo BG.

Na referência (GONÇALVES *et al.*, 2017), os autores estudaram o comportamento da quantidade $W(r) = 2\pi r \int_0^1 dz(\Psi_V^* \Psi)$. O resultado é mostrado na Figura 18. Podemos observar que a produção de mésons vetoriais pesados está associada a dipolos pequenos, enquanto os mésons leves são associados a dipolos grandes. Assim, estudar esses diferentes estados finais significa que estamos mapeando diferentes regimes da QCD. Isso indica que uma análise global da produção de mésons ρ e J/Ψ é ideal para restringir a descrição do regime de altas energias da QCD (GONÇALVES *et al.*, 2017).

4.2 APROXIMAÇÃO DE WEZSÄCKER-WILLIANS E COLISÕES ULTRAPERIFÉRICAS

As interações fóton-hádron também podem ser estudadas a partir de colisões hádron-hádron. Apesar de colisões frontais hádron-hádron serem dominadas pela interação forte, no caso ultraperiférico a interação eletromagnética passa a ser dominante. Uma colisão hadrônica ultraperiférica é caracterizada por $b \gg R_1 + R_2$ onde $R_{1,2}$ são os raios associados a cada um dos hádrons e b é a distância entre os centros. Devido a ação coletiva dos prótons presentes nos hádrons pesados, o campo eletromagnético ao redor deles se torna intenso e atua por um breve período de tempo.

Sabemos que as linhas de campo eletromagnético de uma carga em movimento se agrupam cada vez mais na direção transversa ao movimento com o aumento da velocidade da carga (Figura 19). A uma certa distância da carga, o campo eletromagnético é semelhante ao campo de um fóton real (FERMI, 1924; VON WEIZSACKER, 1934; WILLIAMS, 1935). Em (FERMI, 1924), Fermi propôs o método de fótons equivalentes para o cálculo de seções de choque em processos eletrogmanéticos e, nas referências (VON WEIZSACKER, 1934; WILLIAMS, 1935), Wezsäcker e Willians estenderam a aproximação de Fermi para partículas ultrarrelativísticas. A ideia do método é substituir o efeito do campo eletromagnético gerado pela carga em movimento por um fluxo de fótons quase reais associado a ela.

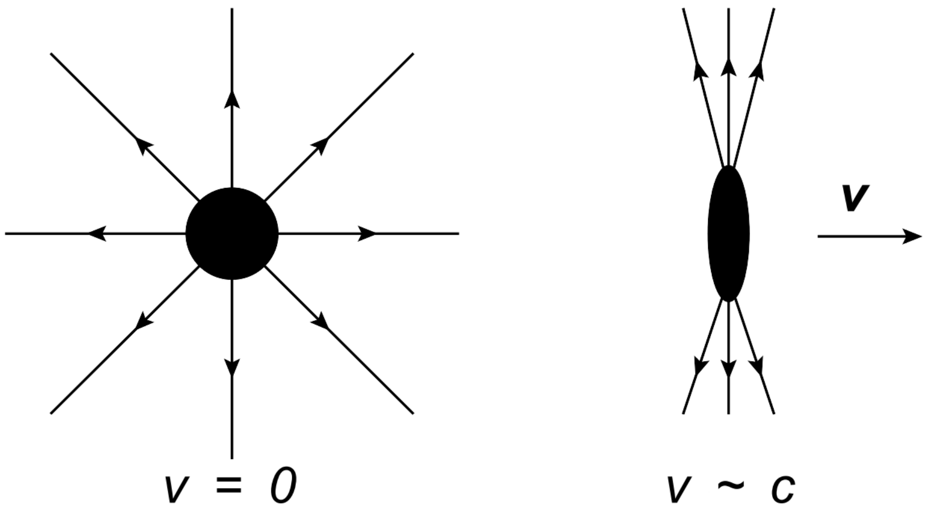

Figura 19 – *Linhas de campo eletromagnético de uma carga se movendo com $v \approx 0$ e $v \approx c$. Quanto maior a velocidade, mais agrupadas na direção transversal estarão as linhas de campo.*

Neste caso, em uma colisão ultraperiférica entre duas partículas carregadas A e B ultrarrelativísticas, podemos considerar que a partícula A emite um fóton virtual γ^* que interage com a partícula B, produzindo um estado final X, ou seja, $A + B \to A + X = A + (\gamma^* B)$. Assim, em altas energias e baixas virtualidades, a seção de choque para esse processo pode ser fatorizada como o produto do fluxo de fótons equivalentes pela seção de choque. Na figura, o fóton quase real ($Q^2 \approx 0$) que tem origem no campo eletromagnético do núcleo A se separa em um dipolo que interage com o próton. O estado final será caracterizado por dois hádrons intactos (p e $A = Pb, Ca$) e duas lacunas no intervalo de rapidez. A seção de choque diferencial de produção exlusiva de mésons vetoriais em colisões próton-alvo (pA) pode ser expressa como (BALTZ *et al.*, 2008):

$$\frac{d\sigma[A+p \to A \otimes V \otimes p]}{dY\,dt} = n_A(\omega)\frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \to V \otimes p), \tag{96}$$

onde a rapidez (Y) do méson vetorial no estado final é determinada pela energia ω do fóton no referencial do colisor e pela massa M_V do méson vetorial, ou seja, $Y \propto \log(\omega/M_V)$. É importante observarmos que, embora estejamos usando o mesmo símbolo, Y, deve ficar clara a diferença entre a rapidez definida nos capítulos anteriores, relcionada com a energia do centro de massa do processo sistema γp, e a rapidez do méson vetorial no estado final, considerada neste Capítulo. A Equação (96) é calculada na seção 4.3 com $\frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \to V \otimes p)$ dada pelas equações (86), (87) e (88), enquanto $n_A(\omega)$ é dado pela Equação (97). Na Equação (96), o símbolo $\otimes$ representa a presença de uma lacuna no intervalo de rapidez, onde não são observadas partículas produzidas. Processos nos quais se observam lacunas de energia no estado final são eventos chamados de difrativos (BARONE; PREDAZZI, 2002). Além disso, $n_A(\omega)$ representa o fluxo de fótons equivalentes do núcleo de Pb e é dado por (BALTZ *et al.*, 2008)

$$n_A(\omega) = \frac{2Z^2\alpha_{em}}{\pi}\left[\xi K_0(\xi)K_1(\xi) - \frac{\xi^2}{2}(K_1^2(\xi) - K_0^2(\xi))\right], \tag{97}$$

onde $\xi = \omega(R_A + R_p)/\gamma_L$, com γ_L sendo o fator de Lorentz e R_A e R_p são os raios do núcleo e do próton, respectivamente.

Dado que a parte QED das UPC's é bem conhecida, podemos usar esses processos para estudar a dinâmica QCD (GONÇALVES *et al.*, 2017). Logo, em uma UPC entre dois núcleos carregados, os fótons das nuvens associadas a cada um deles interagem com o outro núcleo. Desta forma a produção exclusiva de mésons vetoriais em UPC's pPb e pCa é dominada por interações fóton-próton. Nesses processos, devido ao fluxo de fótons que tem origem no núcleo, as seções de choque são proporcionais ao quadrado da carga nuclear Z. Uma outra vantagem ao estudar UPC's é que elas são processos mais limpos quando comparados com processos puramente hadrônicos, visto que o fóton não se fragmenta para formar um estado de muitas partículas. O processo de produção exclusiva de mésons vetoriais numa colisão ultraperiférica é ilustrado na Figura 20.

Na próxima seção nós apresentamos os cálculos numéricos para as seções de choque diferenciais de produção exclusiva de ρ e J/Ψ em colisões ep e colisões pA ultraperiféricas, com o objetivo de comparar cada um dos modelos apresentados na seção 3.2.

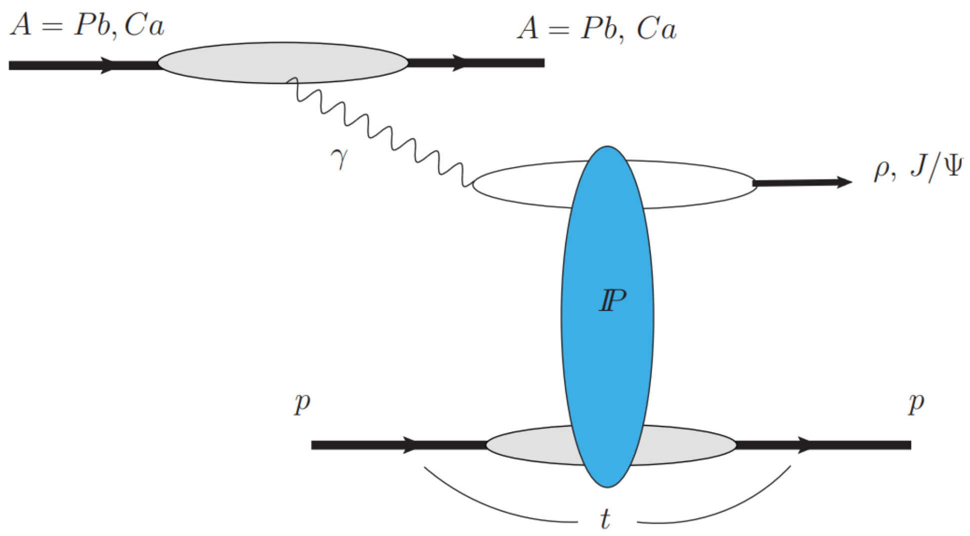

Figura 20 – *Produção exclusiva de mésons vetoriais no formalismo de dipolos de cor. A figura foi retirada da referência (GONCALVES; NAVARRA; SPIERING, 2019).*

4.3 RESULTADOS

Nesta seção nós apresentamos os cálculos numéricos para as seções de choque diferenciais de produção exclusiva de mésons ρ e J/Ψ. Nós calculamos as seções de choque $\gamma p \to \rho p$ e comparamos com dados experimentais extraídos do LHC. Também calculamos as seções de choque do processo $pA \to Vp$ $(V = \rho, J/\Psi)$ em UPCs com núcleos de Pb e Ca. Nosso objetivo é comparar os modelos fenomenológicos b-CGC, MPS e WYKWC para a amplitude de espalhamento de dipolo. A nossa discussão é baseada na análise da referência (GONCALVES; NAVARRA; SPIERING, 2019). Primeiramente nós calculamos a seção de choque diferencial do processo $\gamma p \to \rho p$ a partir das equações (86), (87) e (88), que estão relacionadas aos modelos b-CGC, MPS e WYKWC, respectivamente. Os dados experimentais preliminares das distribuições em $|t|$ do processo $\gamma p \to \rho p$ em diferentes energias de centro de massa W do sistema γp são apresentados na referência (COLLABORATION *et al.*, 2019). Esses dados são obtidos de distribuições em $|t|$ medidas no LHC em colisões pPb com energia $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV. Na Figura 21 nós comparamos o cálculo numérico das equações (86), (87) e (88) com os dados experimentais. Podemos observar que todos os três modelos descrevem razoavelmente bem as distribuições para $|t| \leq 0.4$ GeV^2. No entanto, para valores de $|t|$ mais altos, onde a incerteza dos dados é maior, todos os modelos subestimam os pontos experimentais, com o modelo MPS sendo o que mais se aproxima dos dados. Nessa região o modelo b-CGC apresenta uma forte supressão em relação aos poucos dados existentes e prevê um padrão difrativo nas distribuições, diferente dos modelos MPS e WYKWC.

Nós calculamos as seções de choque diferenciais de produção exclusiva de ρ e J/Ψ em UPC's pCa e pPb com energia $\sqrt{s_{NN}} = 8.16$ TeV. A Equação (96) foi calculada para

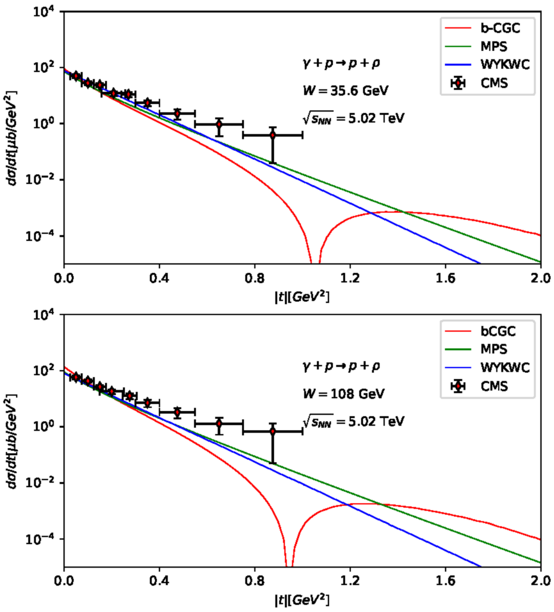

Figura 21 – *Distribuições em $|t|$ para a produção exclusiva de mésons ρ em colisões γp para diferentes energias de centro de massa W (W = 35.6 GeV, 59.2 GeV, 108 GeV e 176 GeV) . Dados preliminares da colaboração CMS disponíveis em (COLLABORATION et al., 2019).*

cada um dos modelos fenomenológicos, com a contribuição do processo γp sendo dada pelas equações (86), (87), (88) e a contribuição eletromagnética é dada pela Equação (97). A Equação (96) foi calculada para o intervalo $0 \leq Y \leq 7$ com t fixado em $t_{min} = -m_n^2 M_V^4/W^4$, onde M_V é a massa do méson vetorial produzido e m_N é a massa de um nucleon no núcleo. Os resultados são mostrados na Figura 22. Os gráficos no topo são os

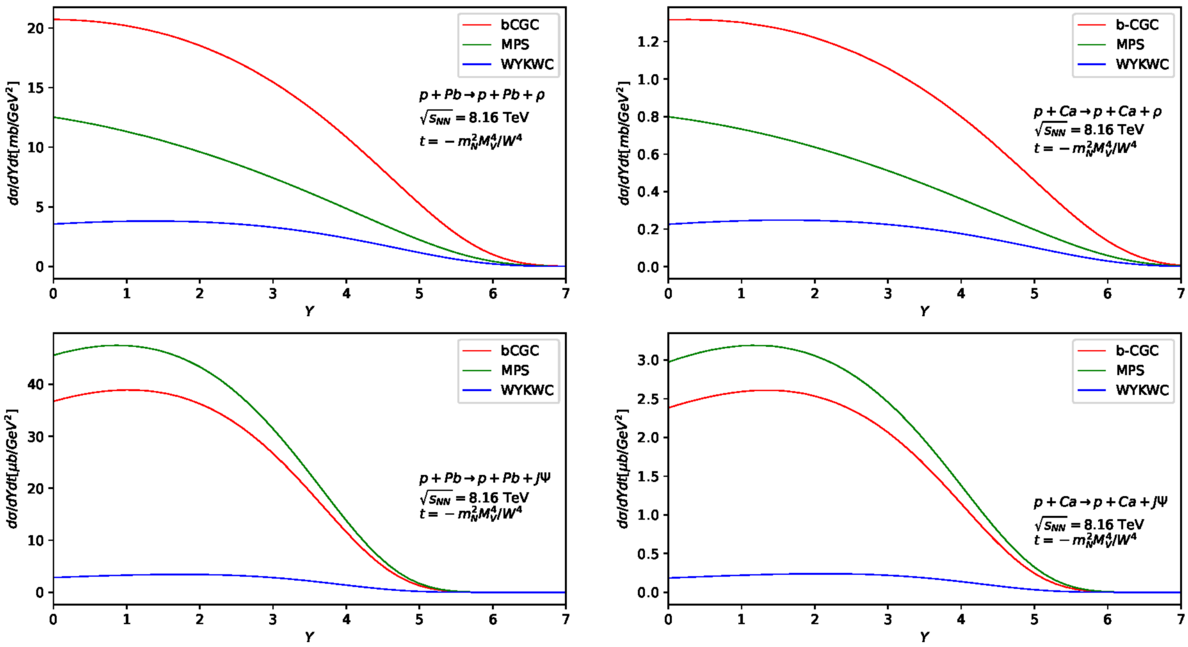

Figura 22 – *Distribuições em Y para produção exclusiva de mésons ρ (acima) e J/Ψ (abaixo).*

resultado para o méson ρ e os gráficos na parte inferior são os resultados para J/Ψ. Para ambos os mésons o modelo WYKWC para $T(r, Y)$ prevê valores da seção de choque muito menores do que os previstos pelos modelos b-CGC e MPS. Esse resultado provavelmente está relacionado com o comportamento do modelo WYKWC no espaço de coordendas, combinado, é claro, com os comportamentos do fluxo de fótons, Equação ((97)), e da função $W(r)$, apresentada na Figura 18 . O comportamento da amplitude $T(r, Y)$ do modelo WYKWC foi analisado no Capítulo 3 (Figura 17). Diferente dos modelos b-CGC (Figura 15) e MPS (Figura 14), a amplitude $T(r, Y)$ do modelo WYKWC não exibe saturação no espaço de coordenadas. Embora amplitude se comporte como uma potência de r para r pequeno, ela decresce após atingir um valor máximo. Ainda assim, mesmo se a saturação fosse observada para o valor máximo obtido de $T(r, Y) \approx 0.4$, ainda haveria uma diferença significativa de normalização em relação aos modelos MPS e b-CGC para $T(r, Y)$. Nós também podemos observar na Figura 22 que para pequeno t, o modelo b-CGC prevê valores maiores do que o modelo MPS para produção de ρ e menores do que o modelo MPS para produção de J/Ψ. Ao comparar os gráficos à direita com os da esquerda, observamos que a diferença entre as seções de choque diferenciais calculadas para as colisões pCa e pPb é a normalização, sendo que as seções de choque são maiores para as colisões pPb; esse resultado é esperado pois as ditribuições são dadas pelo produto do fluxo de fótons n_A pela seção de choque γp, sendo que n_A é proporcinal à Z^2. Além disso, as seções de choque de produção de J/Ψ são maiores do que as do méson ρ. Esse resultado também faz sentido, pois a produção de ρ está associada a dipolos dipolos de grande r e é suprimida pelos efeitos de saturação.

Finalmente, nós calculamos as distribuição em t considerando UPC's pPb em $\sqrt{s_{NN}} = 8.16$ TeV fixando os valores da rapidez do méson ($Y = 0, 2, 4$). A Equação (96) foi novamente calculada para cada um dos modelos fenomenológicos, com a contribuição do processo γp sendo dada pelas equações (86), (87), (88) e a contribuição eletromagnética é dada pela Equação (97). Os resultados são apresentados na Figura 23 para ρ (painéis acima) e J/Ψ (painéis abaixo). De maneira geral, para ambos os mésons, o modelo MPS e o modelo b-CGC apresentam resultados semelhantes em pequeno $|t|$, equanto o modelo BK prevê valores consideravelmente mais baixos do que ambos MPS e b-CGC, principalmente no caso do méson J/Ψ. Observamos que os vales do modelo b-CGC acontecem para valores de $|t|$ cada vez menores quanto maior a rapidez Y, também para ambos os mésons ρ e J/Ψ. As seções de choque diferenciais também apresentam uma leve supressão quanto maior a rapidez Y.

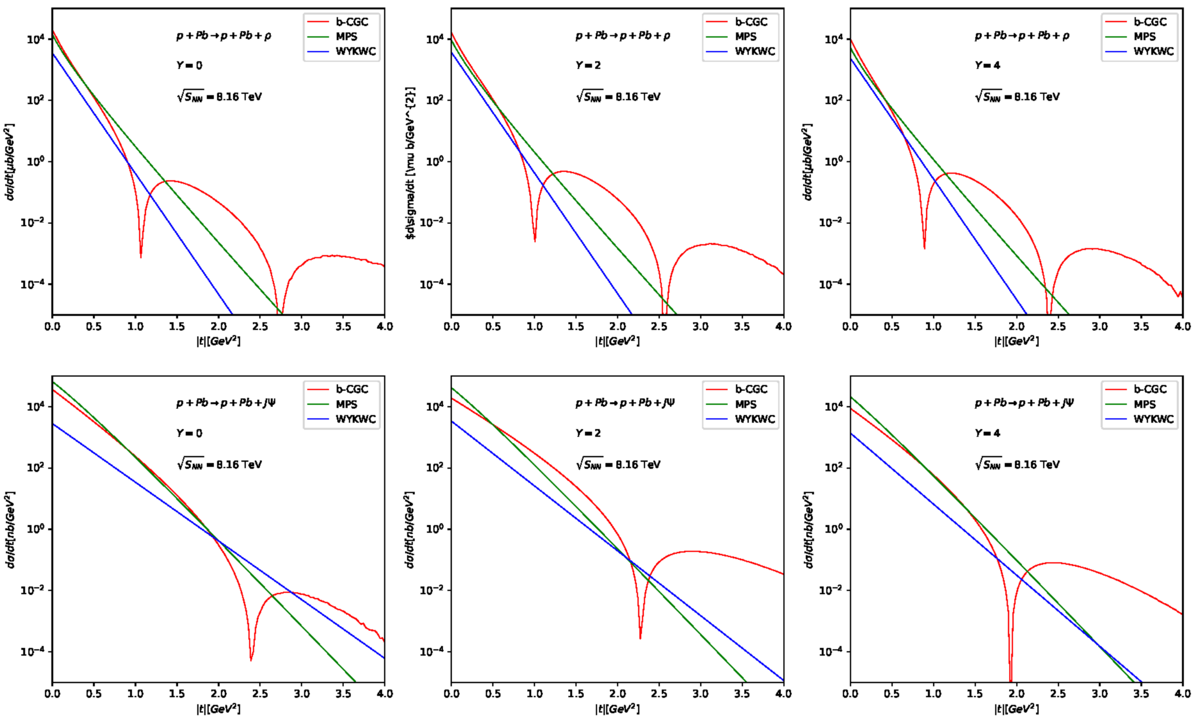

Figura 23 – *Distribuições em $|t|$ para a produção exclusiva de mésons ρ (acima) e J/Ψ (abaixo) em colisões ultraperiféricas pPb em $\sqrt{s_{NN}} = 8.16$ TeV para diferentes valores fixos de rapidez Y $(Y = 0, 2, 4)$.*

5 CONCLUSÃO

Nós investigamos a fotoprodução de mésons vetoriais ρ e J/Ψ em UPC's pA utilizando os modelos fenomenológicos MPS, b-CGC e BK, baseados em diferentes suposições a respeito do regime de saturação e que descrevem bem os dados de HERA. Quanto às distribuições em Y, o modelo BK apresenta uma supressão significativa em relação aos demais. As predições para as distribuições em $|t|$ são semelhantes em pequeno t, com todos os modelos descrevendo com certa qualidade os dados nesta região, e significantemente diferente para grande $|t|$, com o modelo b-CGC prevendo um comportamento difrativo das distribuições. Nossos resultados sugerem que os efeitos de saturação desempenham um papel importante na distribuição em t, principalmente para t grande. Estes resultados indicam que a análise experimental da distribuição de momento transverso poderá ser útil para restringir as suposições a respeito do regime de saturação partônica. Como perspectiva futura, podemos considerar a inclusão de outros modelos fenomenológicos para a amplitude de espalhamento de dipolo, como por exemplo o modelo AGBS (AMARAL, J.T.S. *et al.*, 2007) no espaço de momento, que foi atualizado recentemente na referência (AMARAL, J.T.; FAGUNDES; MACHADO, 2021). Também podemos estudar a dependência dos observáveis com a função *overlap* comparando nossos resultados, obtidos através do modelo b-CGC, com aqueles obtidos a partir de outros modelos para a função de *overlap*, como por exemplo o modelo LCG.

REFERÊNCIAS

AARON, F. D. *et al.* Combined measurement and QCD analysis of the inclusive e ± p scattering cross sections at HERA. **Journal of High Energy Physics**, Springer Science e Business Media LLC, v. 2010, n. 1, jan. 2010. ISSN 1029-8479.

ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic freedom in parton language. **Nuclear Physics B**, Elsevier, v. 126, n. 2, p. 298–318, 1977.

AMARAL, J.T.; FAGUNDES, D.A.; MACHADO, M.V.T. QCD traveling waves phenomenology revisited. **Physical Review D**, APS, v. 103, n. 1, p. 016013, 2021.

AMARAL, J.T.S.; DUCATI, M.B.G.; BETEMPS, M.A.; SOYEZ, G. γ^* p cross section from the dipole model in momentum space. **Physical Review D**, APS, v. 76, n. 9, p. 094018, 2007.

BALITSKY, I. Operator expansion for high-energy scattering. **Nuclear Physics B**, Elsevier, v. 463, n. 1, p. 99–157, 1996.

BALITSKY, Y.; LIPATOV, L. N. The Pomeranchuk singularity in quantum chromodynamics. **Yad. Fiz.**, v. 28, p. 1597–1611, 1978.

BALTZ, A.J. *et al.* The physics of ultraperipheral collisions at the LHC. **Physics reports**, Elsevier, v. 458, n. 1-3, p. 1–171, 2008.

BARONE, V.; PREDAZZI, E. **High-energy particle diffraction**. Alemanha: Springer Science & Business Media, 2002.

BARTELS, J.; GOLEC-BIERNAT, K.; KOWALSKI, H. Modification of the saturation model: Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi evolution. **Physical Review D**, APS, v. 66, n. 1, p. 014001, 2002.

BJORKEN, J.; PASCHOS, E. Inelastic electron-proton and γ-proton scattering and the structure of the nucleon. **Physical Review**, APS, v. 185, n. 5, p. 1975, 1969.

BREIDENBACH, M.; FRIEDMAN, J. I.; KENDALL, H. W.; BLOOM, E. D.; COWARD, D.H.; DESTAEBLER, H.; DREES, J.; MO, L. W.; TAYLOR, R. E. Observed behavior of highly inelastic electron-proton scattering. **Physical Review Letters**, APS, v. 23, n. 16, p. 935, 1969.

CALLAN JR, C. G.; GROSS, D. J. High-energy electroproduction and the constitution of the electric current. **Physical Review Letters**, APS, v. 22, n. 4, p. 156, 1969.

CHEKANOV, S. *et al.* An NLO QCD analysis of inclusive cross-section and jet-production data from the ZEUS experiment. **European Physical Journal C–Particles & Fields**, Springer, v. 42, n. 1, 2005.

COLLABORATION, CMS *et al.* Measurement of exclusive ρ (770) 0 photoproduction in ultraperipheral pPb collisions at s NN= 5.02 TeV. Springer Verlag, 2019.

COLLABORATION, H1. **Measurement of Inclusive ep Cross Sections at High Q2 at sqrt(s) = 225 and 252 GeV and of the Longitudinal Proton Structure Function FL at HERA**. [*S.l.*: *s.n.*], 2014. arXiv: 1312.4821 [hep-ex].

DOKSHITZER, Y. L. Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and e+ e-annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics. **Zh. Eksp. Teor. Fiz**, v. 73, p. 1216, 1977.

FADIN, V. S.; KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N. On the Pomeranchuk singularity in asymptotically free theories. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 60, n. 1, p. 50–52, 1975.

FERMI, E. On the Theory of the impact between atoms and electrically charged particles. **Z. Phys**, v. 29, n. 1, p. 315–327, 1924.

FEYNMAN, R. P. Very high-energy collisions of hadrons. **Physical Review Letters**, APS, v. 23, n. 24, p. 1415, 1969.

FISHER, R.A. The wave of advance of advantageous genes. **Annals of eugenics**, Wiley Online Library, v. 7, n. 4, p. 355–369, 1937.

FORSHAW, J.R.; SANDAPEN, R.; SHAW, G. Color dipoles and ρ, φ electroproduction. **Physical Review D**, APS, v. 69, n. 9, p. 094013, 2004.

FROISSART, M. Asymptotic behavior and subtractions in the Mandelstam representation. **Physical Review**, APS, v. 123, n. 3, p. 1053, 1961.

GELIS, F. Color glass condensate and glasma. **International Journal of Modern Physics A**, World Scientific, v. 28, n. 01, p. 1330001, 2013.

GELIS, F.; IANCU, E.; JALILIAN-MARIAN, J.; VENUGOPALAN, R. The color glass condensate. **Annual Review of Nuclear and Particle Science**, Annual Reviews, v. 60, p. 463–489, 2010.

GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low Q 2 and its implications on diffraction. **Physical Review D**, APS, v. 59, n. 1, p. 014017, 1998.

GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation in diffractive deep inelastic scattering. **Physical Review D**, APS, v. 60, n. 11, p. 114023, 1999.

GONCALVES, V. P.; NAVARRA, F. S.; SPIERING, D. Exclusive ρ and J/Ψ photoproduction in ultraperipheral pA collisions: Predictions of the gluon saturation models for the momentum transfer distributions. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 791, p. 299–304, 2019.

GONÇALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T.; MOREIRA, B. D.; NAVARRA, F. S.; SANTOS, G. S. dos. Color dipole predictions for the exclusive vector meson photoproduction in p p, p Pb, and PbPb collisions at run 2 LHC energies. **Physical Review D**, APS, v. 96, n. 9, p. 094027, 2017.

GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, M. G. Semihard processes in QCD. **Physics Reports**, Elsevier, v. 100, n. 1-2, p. 1–150, 1983.

GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. Deep inelastic electron scattering in perturbation theory. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 37, n. 1, p. 78–80, 1971.

HALZEN, F.; MARTIN, A. D. **Quark & Leptons: An introductory course in modern particle physics**. Canada: John Wiley & Sons, 2008.

IANCU, E. Physics of the Color Glass Condensate. **<*Disponível em*: https://inspirehep.net/literature/1494642>**, 2005.

IANCU, E.; ITAKURA, K.; MCLERRAN, L. Geometric scaling above the saturation scale. **Nuclear Physics A**, Elsevier, v. 708, n. 3-4, p. 327–352, 2002.

IANCU, E.; ITAKURA, K.; MUNIER, S. Saturation and BFKL dynamics in the HERA data at small-x. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 590, n. 3-4, p. 199–208, 2004.

IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. The colour glass condensate: An introduction. **QCD perspectives on hot and dense matter**, Springer, p. 73–145, 2002.

KOLMOGOROV, A.; PETROVSKII, I.; PISKUNOV, N. Study of a diffusion equation that is related to the growth of a quality of matter, and its application to a biological problem. **Moscow University Mathematics Bulletin**, v. 1, n. 1-26, 1937.

KOVCHEGOV, Y. V. Unitarization of the BFKL pomeron on a nucleus. **Physical Review D**, APS, v. 61, n. 7, p. 074018, 2000.

KOVCHEGOV, Y. V.; LEVIN, E. **Quantum chromodynamics at high energy**. Inglaterra: Cambridge University Press, 2013.

KOVCHEGOV, Y.V. Introduction to the physics of saturation. *In*: AMERICAN INSTITUTE OF PHYSICS, 1. AIP Conference Proceedings. [*S.l.*: *s.n.*], 2013. v. 1520, p. 3–26.

KOWALSKI, H.; MOTYKA, L.; WATT, G. Exclusive diffractive processes at HERA within the dipole picture. **Physical Review D**, APS, v. 74, n. 7, p. 074016, 2006.

KOWALSKI, H.; TEANEY, D. Impact parameter dipole saturation model. **Physical Review D**, APS, v. 68, n. 11, p. 114005, 2003.

KRASNY, M.W. Deep Inelastic Electron-Proton Scattering at HERA Results from the HI experiment. **HERA**, World Scientific, p. 210, 1993.

KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Multireggeon processes in the Yang-Mills theory. **Zhurnal Ehksperimental'noj i Teoreticheskoj Fiziki**, v. 71, n. 9, p. 840–855, 1976.

KURAEV, E. A.; LIPATOV L. N .AND FADIN, V. S. The Pomeranchuk singularity in nonabelian gauge theories 1977. **Sov. Phys. JETP**, v. 45, n. 199, p. 3.

LEVIN, E; TUCHIN, K. Solution to the evolution equation for high parton density QCD. **Nuclear Physics B**, Elsevier, v. 573, n. 3, p. 833–852, 2000.

MARAGE, P. Hadronic structure, low x physics and diffraction. **arXiv preprint hep-ph/9911426**, 1999.

MARQUET, C.; PESCHANSKI, R.; SOYEZ, G. Exclusive vector meson production at HERA from QCD with saturation. **Physical Review D**, APS, v. 76, n. 3, p. 034011, 2007.

MARQUET, C.; PESCHANSKI, R.; SOYEZ, G. Traveling waves and geometric scaling at nonzero momentum transfer. **Nuclear Physics A**, Elsevier, v. 756, n. 3-4, p. 399–418, 2005.

MARQUET, C.; SCHOEFFEL, L. Geometric scaling in diffractive deep inelastic scattering. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 639, n. 5, p. 471–477, 2006.

MCLERRAN, L. The color glass condensate and small-x physics. *In*: LECTURES on Quark Matter. Berlin, Heidelberg: Springer, 2002. P. 291–334.

MORIGGI, L.S. A produção de hádrons no formalismo de fatorização kT e o impacto das funções de glúons não integradas com efeitos de saturação partônica em colisões pp e AA, 2021.

MUELLER, A. H. Small-x behavior and parton saturation: A QCD model. **Nuclear Physics B**, Elsevier, v. 335, n. 1, p. 115–137, 1990.

MUELLER, A.H. Unitarity and the BFKL pomeron. **Nuclear Physics B**, Elsevier, v. 437, n. 1, p. 107–126, 1995.

MUELLER, A.H.; PATEL, B. Single and double BFKL pomeron exchange and a dipole picture of high energy hard processes. **Nuclear Physics B**, Elsevier, v. 425, n. 3, p. 471–488, 1994.

MUNIER, S.; PESCHANSKI, R. Geometric scaling as traveling waves. **Physical review letters**, APS, v. 91, n. 23, p. 232001, 2003.

NIKOLAEV, N.N.; ZAKHAROV, B.G. Colour transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. **Zeitschrift für Physik C Particles and Fields**, Springer, v. 49, n. 4, p. 607–618, 1991.

PECCINI, G. M.; KOPP, F.; MACHADO, M. V. T.; FAGUNDES, D. A. Soft diffraction within the QCD color dipole picture. **Physical Review D**, APS, v. 101, n. 7, p. 074042, 2020.

PESKIN, M. **An introduction to quantum field theory**. Inglaterra: CRC press, 2018.

REZAEIAN, A. H.; SCHMIDT, I. Impact-parameter dependent Color Glass Condensate dipole model and new combined HERA data. **Physical Review D**, APS, v. 88, n. 7, p. 074016, 2013.

SHUVAEV, A.G.; GOLEC-BIERNAT, K. J.; MARTIN, A.D.; RYSKIN, M.G. Off-diagonal distributions fixed by diagonal partons at small x and ξ. **Physical Review D**, APS, v. 60, n. 1, p. 014015, 1999.

SOYEZ, G. Saturation in High-energy QCD. **Brazilian journal of physics**, SciELO Brasil, v. 36, p. 1194–1203, 2006.

STERMAN, G. **An introduction to quantum field theory**. Inglaterra: Cambridge university press, 1993.

VON WEIZSACKER, C. F. Radiation emitted in collisions of very fast electrons. **Z. Phys**, v. 88, n. 612, p. 95, 1934.

WANG, X.; KOU, W.; XIE, G.; XIE, Y.; CHEN, X. Exclusive vector meson production with the analytical solution of Balitsky-Kovchegov equation. **Chinese Physics C**, IOP Publishing, v. 46, n. 9, p. 093101, 2022.

WANG, X.; YANG, Y.; KOU, W.; WANG, R.; CHEN, X. Analytical solution of Balitsky-Kovchegov equation with homogeneous balance method. **Physical Review D**, APS, v. 103, n. 5, p. 056008, 2021.

WILLIAMS, E. J. **Correlation of certain collision problems with radiation theory**. Denmark: Levin & Munksgaard Aboulevard, 1935.

XIE, Y.; GONCALVES, V. P. Exclusive processes in e p collisions at the EIC and LHeC: A closer look on the predictions of saturation models. **Physical Review D**, APS, v. 105, n. 1, p. 014033, 2022.