



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE – FURG
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS



Adriane Beatriz Liscano Janisch

**A EXPERIMENTAÇÃO E A ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA NO 9º ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL: Uma análise investigativa do livro didático e do
trabalho docente articulado à BNCC**

Santo Antônio da Patrulha

2023

ADRIANE BEATRIZ LISCANO JANISCH

**A EXPERIMENTAÇÃO E A ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA NO 9º ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL: Uma análise investigativa do manual do
professor no livro didático e do trabalho docente articulado à BNCC**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Rio Grande – FURG, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Ficha Catalográfica

J33e

Janisch, Adriane Beatriz Liscano.

A experimentação e a argumentação Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental: uma análise investigativa do manual do professor no livro didático e do trabalho docente articulado à BNCC / Adriane Beatriz Liscano Janisch. – 2023.

102 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Santo Antônio da Patrulha / RS, 2023.

Orientadora: Dra. Karin Ritter Jelinek.

1. Experimentação matemática 2. Argumentação matemática
3. Manual do professor 4. Livro didático I. Jelinek, Karin Ritter
II. Título.

CDU 51:37

Catálogo na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

ADRIANE BEATRIZ LISCANO JANISCH

**A EXPERIMENTAÇÃO E A ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA NO 9º ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL: Uma análise investigativa do manual do
professor no livro didático e do trabalho docente articulado à BNCC**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Rio Grande – FURG, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª. Dra. Karin Ritter Jelinek (Orientadora)
Universidade Federal do Rio Grande – FURG

Prof^ª. Dra. Aline Silva de Bona
Instituto Federal do Rio Grande do Sul – IFRS

Prof. Dr. João Alberto da Silva
Universidade Federal do Rio Grande – FURG

AGRADECIMENTOS

Ao encerrar esta etapa muito importante em minha vida, agradeço a todos aqueles que, de vários modos, contribuíram para a realização desta conquista:

À Deus por ser meu refúgio e fortaleza.

À minha orientadora Prof.^a Dra. Karin Ritter Jelinek, que sempre foi um bálsamo nos momentos mais difíceis. Agradeço pela paciência e dedicação em me orientar, contribuindo, decisivamente, na minha construção pessoal, profissional e intelectual. Agradeço as orientações e os ensinamentos que me inspiram e me encorajam a prosseguir com a pesquisa.

À minha filha Gabriela Liscano Janisch e meu esposo João Janisch pelo apoio e compreensão que dedicaram a mim durante esta trajetória.

À Universidade Federal do Rio Grande, pelo espaço de construção do saber, de formação humana e de pesquisa em educação.

Ao Prof. Dr. João Alberto da Silva e a Prof.^a Dr.^a Aline Silva de Bona pelas contribuições na defesa desta dissertação.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da FURG de Santo Antônio da Patrulha pelo aprimoramento de minha Formação.

À CAPES, pelo financiamento, por meio da Bolsa de Estudos que arcou com os custos do curso, oportunizando-me condições necessárias para concluir o Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas – FURG.

Muito obrigada a todos!
Adriane Janisch

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CNLD – Comissão Nacional do Livro Didático

DCN – Diretrizes Curriculares Nacionais

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

LD – Livro Didático

LEM – Laboratório de Ensino de Matemática

MEC – Ministério da Educação

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PDDE – Programa Dinheiro Direto na Escola

PNE – Plano Nacional de Educação

PNLD - Programa Nacional do Livro Didático

SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica

SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estudo comparativo entre PCNs e BNCC	22
Figura 2 – Ciclo investigativo no ensino por experimentação em Matemática	25
Figura 3 – Ciclo investigativo adaptado de Wild e Pfannkuch (1999)	32
Figura 4 – Etapas metodológicas da pesquisa	45
Figura 5 – Capa do livro Araribá Mais Matemática - 9º ano (2020)	58
Figura 6 – Unidade Temática Geometria - Atividade: Verificação experimental do Teorema de Pitágoras no <i>Geogebra</i>	60
Figura 7 – Unidade Temática Números e Grandezas e Medidas – Atividade: Notação Científica e tirinhas argumentativas	63
Figura 8 – Unidade Temática Probabilidade e Estatística – Atividade: Eventos independentes e de eventos dependentes	65
Figura 9 – Unidade Temática Álgebra – Atividade: Integrando Aritmética e Álgebra	67
Figura 10 – Capa do livro Apoema Matemática - 9º ano (2020)	69
Figura 11 – Unidade Temática Números - Atividade: Números Irracionais.....	71
Figura 12 – Unidade Temática Geometria – Atividade: Explorando o Teorema de Pitágoras	73
Figura 13 – Unidade Temática Álgebra – Atividade: Cálculo do cubo da soma	75
Figura 14 – Unidade Temática Probabilidade e Estatística – Atividade: Eventos independentes e de eventos dependentes.....	77
Figura 15 – Unidade Temática Grandezas e Medidas – Exercícios de Notação Científica.....	79

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Levantamento de Teses e Dissertações do catálogo da CAPES	10
Quadro 2 – Análise da pesquisa de Almeida (2017)	11
Quadro 3 – Análise da pesquisa de Costa (2017)	11
Quadro 4 – Análise da pesquisa de Dantas (2017)	12
Quadro 5 – Análise da pesquisa de Pereira (2017)	13
Quadro 6 – Análise da pesquisa de Lacerda (2018)	13
Quadro 7 – Análise da pesquisa de Schwartzbach (2018)	14
Quadro 8 – Análise da pesquisa de Lima (2018)	14
Quadro 9 – Análise da pesquisa de Cortinaz (2019)	15
Quadro 10 – Análise de pesquisa de Silva (2020)	16
Quadro 11 – Análise da pesquisa de Rigo (2021)	16
Quadro 12 – Análise da pesquisa de Fey (2021)	17
Quadro 13 – Modelo de Toulmin completo	35
Quadro 14 – Potencialidades, interações e desenvolvimentos entre experimentação e argumentação.....	56

TABELA

Tabela 1 – Respostas de questões fechadas	47
---	----

SUMÁRIO

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	9
3. ESTUDO HISTÓRICO-EVOLUTIVO ENTRE OS PCNS E A BNCC: CONCEPÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL	19
3.1 UM PONTO DE CONVERGÊNCIA DE IDEIAS	23
4. UMA ANÁLISE REFLEXIVA ENTRE EXPERIMENTAÇÃO E ARGUMENTAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA	24
4.1 EXPERIMENTAÇÃO MATEMÁTICA: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA	26
4.2 EXPERIMENTAÇÃO MATEMÁTICA & CONSTRUÇÃO DE HIPÓTESES	31
4.3 A ARGUMENTAÇÃO E O ENSINO DE MATEMÁTICA	33
5. O MANUAL DO PROFESSOR EM LIVROS DIDÁTICOS E O ENSINO DE MATEMÁTICA	37
5.1 A POLÍTICA DO LIVRO DIDÁTICO	37
5.2 IMPORTÂNCIA DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA: POTENCIALIDADES E LIMITES	39
5.3 O LIVRO DIDÁTICO PÓS-BNCC: UM OLHAR SOB AS LENTES DA EXPERIMENTAÇÃO E DA ARGUMENTAÇÃO EM MATEMÁTICA	41
6. METODOLOGIA	44
7. ANÁLISES	47
7.1. ANÁLISES DAS INFORMAÇÕES DO QUESTIONÁRIO	47
7.2 ANÁLISES DESCRITIVA DOS LIVROS DIDÁTICOS	55
7.2.1. Livro Didático - Araribá Mais Matemática, 9º ano (2020), Editora Moderna	58
7.2.2 Livro II – Apoema Matemática 9º ano (2020) Editora do Brasil	69
8. O PRODUTO EDUCACIONAL	81
9. CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	87
APÊNDICES	97

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO	98
APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO	101

RESUMO

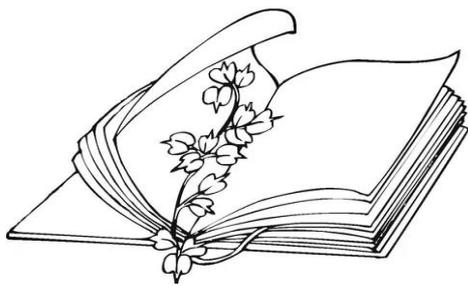
Explorar distintos métodos que possam ser potencializadores da experimentação e argumentação matemática em sala de aula é uma alternativa bastante promissora na educação contemporânea, pois possibilita ao educando o dinamismo e a participação ativa na construção do conhecimento, momento este que o educador envolve os estudantes em situações desafiadoras que os levem a refletir, questionar, confrontar ideias, conjecturas e interpretação de dados. Nesta perspectiva, buscamos investigar atividades que possam ser potencializadoras da experimentação e argumentação, porém, com um olhar voltado para o “manual do professor no livro didático de Matemática”, recurso este, disponibilizado em escolas, que apresenta ao professor orientações quanto à abordagem de conteúdos e suas potencialidades. Buscamos analisar este importante instrumento didático, dando um enfoque especial na abordagem que o mesmo apresenta sobre atividades que podem ser potencializadoras da experimentação e argumentação matemática em sala de aula pelos estudantes. Assim, este trabalho tem como principal objetivo analisar de que forma pode-se explorar a experimentação e a argumentação em sala de aula tendo como aporte em potencial o manual do professor no livro didático de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental. Para consolidar esta pesquisa, foram analisadas duas coleções de livro didático do Ensino Fundamental (Araribá e Apoema, ambos de 2020). Em termos de procedimentos metodológicos, a pesquisa constitui-se numa análise documental, com uma abordagem qualitativa, baseada em observações de manuais do professor em livros didáticos de Matemática do 9º ano pós BNCC, buscando enredos que possibilitem a exploração da experimentação e argumentação em sala de aula através de conteúdos matemáticos. A pesquisa apresenta também uma abordagem descritiva interpretativa, voltada para a análise de questões semiabertas propostas em um questionário respondido por professores de Matemática atuantes na Educação Básica, analisando as percepções e discursos desses professores sobre experimentação e argumentação, com um olhar voltado também ao manual do professor no livro didático, construindo assim, parâmetros para embasar a investigação e delineamento epistemológico sobre objetos e pesquisa. A partir deste estudo, viabilizou-se um produto educacional denominado “GUIA DIDÁTICO SOBRE EXPERIMENTAÇÃO E ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA: Guia de sugestões para professores que ensinam matemática”, construído a partir das lacunas apresentadas em questionário respondidos por professores de Matemática acerca dos conhecimentos sobre experimentação e argumentação em sala de aula, objetivando possibilitar que professores tenham ao seu alcance um material que possa ampliar a visão do que é a experimentação e argumentação matemática e como explorar atividades potencialmente ativas com esta temática no manual do professor no livro didático, motivando-os a implementar esta tendência em sala de aula. Através do delineamento desta pesquisa, evidencia-se a importância de ensinar e aprender Matemática por meio da experimentação e argumentação, utilizando o manual do professor em livros didáticos como apoio ao educador ao desenvolvimento das habilidades dos estudantes.

Palavras-chaves: Experimentação matemática; Argumentação matemática; Manual do professor; Livro Didático.

ABSTRACT

Exploring different methods that can enhance mathematical experimentation and argumentation in the classroom is a very promising alternative in contemporary education, as it allows the student to dynamism and active participation in the construction of knowledge, a moment in which the educator involves students in challenging situations that lead them to reflect, question, confront ideas, conjectures and data interpretation. In this perspective, we seek to investigate activities that can enhance experimentation and argumentation, however, with focus on the “teacher's manual in the Mathematics textbook”, a resource available in schools, which presents the teacher with guidelines regarding the approach of content and its potential. We seek to analyze this important didactic instrument, giving a special focus on the approach it presents on activities that can enhance mathematical experimentation and argumentation in the classroom by students. Thus, this work has as its main objective to analyze how experimentation and argumentation can be explored in the classroom, having as a potential contribution the teacher's manual in the Mathematics textbook of the 9th grade of Elementary School. To consolidate this research, two elementary school textbook collections (Araribá and Apoema, both from 2020). In terms of methodological procedures, the research consists of a documentary analysis, with a qualitative approach, based on observations of teacher manuals in Mathematics textbooks for the 9th year after BNCC, seeking plots that allow the exploration of experimentation and argumentation in the classroom through mathematical content. The research also presents an interpretative descriptive approach, focused on the analysis of semi-open questions proposed in a questionnaire answered by Mathematics teachers working in Basic Education, analyzing the perceptions and discourses of these teachers about experimentation and argumentation, with also a look turned to the manual of the teacher in the textbook, building that way parameters to base the investigation and epistemological design on objects and research. From this study, an educational product called “DIDACTIC GUIDE ON EXPERIMENTATION AND MATHEMATICAL ARGUMENTATION: Guide of suggestions for teachers who teach mathematics”, built from the gaps presented in a questionnaire answered by Mathematics teachers about the knowledge about experimentation and argumentation in the classroom, aiming to enable teachers to have at their disposal material that can broaden the vision of what mathematical experimentation and argumentation is and how to explore potentially active activities with this theme in the teacher's manual in the textbook, motivating them to implement this trend in the classroom. Through the design of this research, the importance of teaching and learning Mathematics through experimentation and argumentation, using the teacher's manual in textbooks as support for the educator in the development of students' skills, is evident.

Keywords: Mathematical experimentation; Mathematical argumentation; Mathematics Teaching; Textbook Guide.



[...] educador é aquele que reinventa a relação com o mundo, que reinventa sua relação com o conteúdo que ensina, com o espaço da sala de aula e com seus alunos. É aquele que se permite ver nos alunos possibilidade e processos em realização. Por isso pode ser comparado a um artista na arte de mediar aprendizagens e buscar sempre o (re)encantamento com sua profissão (BRASIL, 2009, p. 36).

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O meu interesse em pesquisar diferentes abordagens que possam potencializar a experimentação e a argumentação matemática em sala de aula, surgiu ainda na graduação. O fator motivador desta pesquisa foi a minha participação em projetos que atuei, enquanto bolsista. Desde meu segundo semestre, em 2015, até a minha conclusão no curso de graduação em Licenciatura em Ciências Exatas em 2020, tive a grata felicidade de ser bolsista em projetos de pesquisa, extensão, do Programa de Educação Tutorial - PET e na Residência Pedagógica. Diante do exposto, tive como motivação para a produção da dissertação, uma inquietação a respeito de atividades que podem ser promotoras da experimentação e da argumentação matemática.

Para ser mais específica, vou destacar dois projetos que me impulsionaram a investigar a experimentação em Matemática, sendo o primeiro um projeto de pesquisa titulado “Altas Habilidades em Matemática: Incentivando Potenciais no Ensino Fundamental” e o segundo de extensão “Incentivando Potenciais em Matemática no Ensino Básico”. Ambos foram muito importantes em minha formação acadêmica e profissional, proporcionando-me experiências enriquecedoras, frutos de muito trabalho, desenvolvido no LEPEMAT - Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática. É válido destacar que no LEPEMAT o principal objetivo é estabelecer um ambiente de estudo, pesquisa e ações que contribuam para a melhoria do ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica e Superior.

Fazendo um breve detalhamento destes dois projetos, no primeiro, o de pesquisa, “Altas Habilidades em Matemática: Incentivando Potenciais no Ensino Fundamental”, coordenado pela professora Jelinek, visávamos estudar como se constituía o sujeito de altas habilidades em Matemática, e também desenvolvíamos atividades e ações que proporcionassem a utilização de recursos didático-pedagógicos a estudantes do Ensino Básico. Já no Projeto de extensão “Incentivando Potenciais em Matemática no Ensino Básico”, sob orientação da mesma professora, visávamos, dentre algumas de suas ações, criar um espaço de incentivo e desenvolvimento de possíveis potenciais em matemática. Em ambos projetos, estruturávamos oficinas pedagógicas para o Ensino Fundamental sempre amparadas em livros didáticos e em consonância com a BNCC¹, claro, além de

¹ A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 20 de dezembro de 2017 é um documento normativo que prioriza o desenvolvimento de práticas que conduzam à construção de competências, habilidades e atitudes na perspectiva de uma formação integral dos estudantes. Tem por objetivo promover

outros recursos como materiais manipuláveis, artigos, livros, revistas, etc, e aplicávamos nas escolas parceiras de Santo Antônio da Patrulha. Neste trabalho, constantemente ponderando o saber prévio do estudante e a argumentação que ele trazia de seu cotidiano, porque, de acordo com Jelinek,

Em meio ao conflito entre a matemática escolar e a não escolar, fica evidente a existência de uma relação poder-saber na escola, onde apenas o saber das práticas científicas é aceito e tido como verdadeiro. Contudo, não podemos ignorar o fato que podemos interagir de diferentes formas sobre uma dada situação e que não podemos falar de um saber universal, pois se esse fosse universal, não seria mais um saber! [...] pois o pensamento matemático é diferente nas diferentes pessoas, enquanto as normas matemáticas são as mesmas para todos (JELINEK, 2013, p. 105).

Dessa forma, priorizávamos um ensino que valorizasse tanto o conhecimento prévio do estudante quanto o contexto que ele se encontrava, para só então dar continuidade a questões mais complexas. Assim, através dessas oficinas pedagógicas, tive meus primeiros passos com a experimentação matemática em sala de aula. O planejamento destas oficinas era embasado em muito estudo, leitura, reflexões e discussões, juntamente com a professora orientadora, visando a aproximação e o entendimento dos estudantes com conceitos matemáticos. Além disso, oportunizava a nós, bolsistas, o desenvolvimento de um belo trabalho com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, possibilitando-nos ampliar os horizontes referentes a prática docente.

Ao fazer parte destes projetos, pude perceber o quanto os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, os quais eu acompanhava periodicamente, como parte integradora do projeto, sentiam-se motivados e curiosos, em sala de aula, ao explorar atividades matemáticas por experimentação, através de levantamento de hipóteses e argumentação. Então, neste período, surgiu meu interesse em explorar atividades didático pedagógicas presentes em manuais do professor em livros didáticos de Matemática que potencializavam a experimentação e argumentação em sala de aula, tendência esta, que já estava sendo desenvolvida pela orientadora do projeto. Neste momento eu estava finalizando o curso de licenciatura e percebi que no mestrado, eu poderia aprender mais sobre esta temática e também ampliar, aprimorar e lapidar meus conhecimentos que adquiri enquanto estudante de graduação, pois acredito que o professor deve estar sempre

a igualdade educacional, fornecendo orientações para a elaboração de currículos em todo o país, se adequando aos diferentes contextos (BNCC, 2017).

em busca de novos desafios, numa constante busca de (re)construção entre o saber e o ensinar, porque em concordância com Becker (2012, p. 192), “Se o professor parou de aprender, ele não consegue ensinar. Se ele parou de pesquisar, ele não tem o que ensinar”. Portanto, espera-se que o educador ressignifique constantemente seus conhecimentos.

Neste contexto, a exploração da experimentação e a argumentação matemática em sala de aula podem ser alternativas metodológicas bastante promissoras na educação contemporânea, pois possibilitam ao educando o dinamismo e a participação ativa na construção do conhecimento. Em vista disto, este trabalho busca investigar como ocorrem as interações na tríade manual do professor no livro didático/ Educação Básica/ BNCC, devido as recentes mudanças da BNCC (2017).

Como o livro didático é um dos recursos mais utilizados em sala de aula (GUEUDET et al. 2016), se constitui num importante recurso metodológico para o ensino de Matemática, auxiliando o professor no desenvolvimento de diferentes estratégias pedagógicas. Para isso, requer que o professor faça uma avaliação crítica e construtiva de seus conteúdos, principalmente os que podem potencializar a experimentação e argumentação devido ao envolvimento e participação ativa do estudante com os conceitos envolvidos. Tais fatos justificam o enfoque dessa pesquisa e deste modo, entendemos que é preciso explorar como ocorre a experimentação e argumentação em sala de aula com um olhar voltado para as estratégias didático pedagógicas que o manual do professor em livros didáticos apresenta.

A necessidade de discutir atividades experimentais e suas abordagens no ensino de Matemática tem sido amplamente discutido por diferentes pesquisadores. Assim, para embasar esta pesquisa, inicialmente, nos apoiamos em autores como D’Aquino Rosa (2017), Botelho (2019), Oliveira (2020), Costa (2021) que apresentam distintos trabalhos considerando a relevância dos livros didáticos de Matemática aliados a BNCC na Educação Básica, em Lorenzato (2008), Almeida (2017), Fey (2021) e Jelinek e Ximenes (2021), que são pesquisadores que abordam a experimentação matemática na escola e autores como Marcondes (2008) e Sasseron (2013) que discutem a construção da argumentação em sala de aula. Assim, tais pesquisas entrelaçadas podem ser uma alternativa interessante e promissora no ensino de Matemática.

Para dar sequência em nossos estudos, nos alicerçamos em Lorenzato quanto ao entendimento acerca da experimentação em sala de aula, quando diz que,

Na escola, a experimentação é um processo que permite ao aluno se envolver com o assunto em estudo, participar das descobertas e socializar-se com os colegas. Inicialmente, a experimentação pode ser concebida como uma ação sobre objetos (manipulação), com valorização da observação, comparação, montagem, decomposição (separação), distribuição (LORENZATO, 2008, p. 72).

Portanto, a experimentação permite ao estudante se envolver com o conteúdo em estudo, levantar hipóteses, procurar alternativas, avaliar resultados e socialização com colegas (LORENZATO, 2008). Dessa forma, as atividades experimentais possuem um caráter motivador, promovendo o raciocínio, a reflexão e a construção do conhecimento (ALMEIDA, 2017). Assim, através da experimentação matemática, o professor pode incentivar a argumentação em sala de aula, possibilitando ao estudante a valorização do raciocínio matemático, da linguagem e da interação social para a aprendizagem, proporcionando condições necessárias para desenvolvimento de certas competências transversais, entre as quais, a competência argumentativa (BOAVIDA, 2005).

Por conseguinte, a experimentação e argumentação além de estimularem a criatividade, aprendizagem e socialização do estudante, também são capazes de promover desenvolvimento cognitivo (TOLEDO; FERREIRA, 2016). Ainda, de acordo com Toledo e Ferreira (2016), a experimentação matemática é uma tendência que busca motivar e ampliar o espectro de aprendizagem, auxiliando o estudante a assumir seu papel de agente do próprio aprendizado, estimulando a autonomia, a reflexão, e o senso crítico. Portanto, a experimentação deve oferecer oportunidades para que o estudante possa confrontar e argumentar suas ideias e estratégias juntamente com o professor.

Nessa perspectiva, a argumentação e a experimentação ocupam um papel essencial na consolidação do conhecimento. Para Sasseron (2013) a argumentação em sala de aula, é um processo de explicitação de ideias que acontece por meio de análise de dados, evidências e variáveis para o estabelecimento de uma afirmação ou conclusão que podem estar associadas a justificativas e/ou refutações, sendo necessário que o professor promova situações de investigação. Tais características estão diretamente relacionadas ao manual do professor no livro didático (LD), estabelecendo relações, diferenciações e conceitos matemáticos.

O manual do professor nos livros didáticos de Matemática apresenta ao professor análises, reflexões e orientações quanto a abordagem de conteúdos e suas potencialidades, parâmetros estes, que podem promover a experimentação e argumentação em sala de aula,

voltados para o protagonismo do estudante, fazendo-o despertar habilidades essenciais na aprendizagem.

Diante do papel significativo do manual do professor,

[...] o livro didático é uma importante ferramenta pedagógica a serviço do professor, assim como é o computador, a televisão, a rede web, etc. Mas, sua eficiência, assim como a de outras ferramentas, está associada ao controle do trabalho pedagógico, responsabilidade do professor. Em outras palavras, o pedagogo do livro deve ser o professor e não ao contrário (PARANÁ, 2008, p. 64).

Em consonância com tais argumentos, o livro não pode ser considerado como um instrumento de informações prontas e acabadas, onde o estudante apenas reproduza respostas elaboradas, que nem sempre condizem com sua realidade (SANTOS; MARTINS, 2011). Portanto, é considerado um material pedagógico imprescindível no processo de construção do conhecimento, apresentando competências e habilidades na perspectiva de uma formação integral, dinâmica e contemporânea dos estudantes.

Nesta perspectiva, esta pesquisa tem como objetivo geral analisar de que forma pode-se explorar a experimentação e a argumentação em sala de aula tendo como aporte em potencial o manual do professor em livros didáticos de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental. Neste sentido, os objetivos específicos são:

- Compreender como os professores de Matemática se apropriam do que está proposto no manual do professor no livro didático;
- Empreender uma experimentação teórica entrelaçando o manual do professor no livro didático, a experimentação e a argumentação no ensino de Matemática;
- Analisar a forma que o manual do professor no livro didático propõe a resolução de determinadas atividades, a fim de estimular e potencializar a experimentação e a argumentação do estudante;
- Identificar itens/questões em manuais do professor nos livros didáticos de Matemática que possam promover a experimentação através de atividades que envolvam levantamento de hipóteses e a argumentação;
- Estruturar um produto educacional em formato de um guia que apresente sugestões ao professor para trabalhar com experimentação e argumentação matemática em sala de aula tendo como apoio o livro didático e apropriações das habilidades e competências da BNCC.

Assim, para embasar esta pesquisa, estruturamos a seguinte questão norteadora:

De que forma pode-se explorar a experimentação e a argumentação em sala de aula tendo como aporte em potencial o manual do professor no livro didático de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental?

A partir deste questionamento, buscamos compreender como o professor pode explorar atividades conceituais de Matemática, potencializando a experimentação e a argumentação do estudante em sala de aula, tendo o manual do professor no livro didático LD como norteador na abordagem de conteúdos sobre números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística no 9º ano do Ensino Fundamental. Para isso, foi estabelecido um olhar atento e cauteloso em livros de 9º ano porque é o momento em que os estudantes concluem um importante ciclo em suas vidas, ou seja, o Ensino Fundamental, construindo a autonomia e auferindo maturidade, ou seja, desenvolvendo estruturas cognitivas, metacognitivas e metalinguísticas para atuar criticamente em sociedade. Para isso, é necessário um ensino que possibilite análises, discussões, elaboração de conjecturas e apropriações de conceitos fundamentais para que realmente ocorra um progresso no aprendizado.

Logo, o ensino que potencialize a experimentação e argumentação em sala de aula, pode contemplar estas possibilidades, evidenciando assim, que é um assunto necessário e de muita relevância na educação contemporânea na buscar por diferentes caminhos para (re)pensar a educação. À vista disso, optamos por mapear atividades potencializadoras da experimentação em manuais do professor em livros didáticos, pois este é considerado um importante recurso, utilizado por uma maioria de professores (GUEUDET et al. 2016).

Para alcançar os objetivos propostos, a dissertação está estruturada em 9 capítulos. Este primeiro, é dedicado as “Considerações Iniciais” em que são apresentadas as questões motivadoras, o tema e o problema de pesquisa, o objetivo geral e os objetivos específicos. Já no Capítulo dois, “Revisão de literatura” se caracteriza como um estudo que “[...] possibilita uma análise mais minuciosa sobre um determinado campo teórico de uma área de conhecimento e permite saberes, contribuições e enfoques possíveis sobre a área estudada” (FLOR et al. 2021, p. 1). Este segundo Capítulo é dedicado ao levantamento de teses e dissertações da CAPES sobre experimentação, trabalhos estes que possam complementar a trajetória de nossa investigação. Neste contexto, apresentamos um breve resumo das pesquisas selecionadas, destacando os principais objetivos e contextualizando com nossos estudos e ideias iniciais da presente pesquisa.

Na sequência, o Capítulo três, denominado ‘Estudo histórico-evolutivo entre os PCNs e BNCC: concepções sobre o ensino de matemática no ensino fundamental’ investiga os documentos PCNs, aludindo um momento histórico que já abordava a experimentação, transitando para a BNCC que é um documento de caráter normativo, que define quais são as habilidades e competências que o estudante deve desenvolver durante sua formação básica. Já o Capítulo quatro intitulado “Uma análise reflexiva entre experimentação e argumentação no ensino de matemática”, explana a investigação, a construção de hipóteses e a argumentação, condições estas, que consideramos essenciais no ensino por experimentação na educação matemática.

O Capítulo cinco intitulado “O manual do professor em livros didáticos e o ensino de Matemática” tem como objetivo apresentar algumas considerações acerca do livro didático, tais como sua relevância e importância no contexto educacional. Neste capítulo, destacamos alguns elementos que consideramos fundamentais sobre o manual do professor no LD, a política do livro didático e algumas considerações acerca do PNLD (2020), aliados a capacidade de explorar a argumentação e a experimentação em sala de aula.

O Capítulo seis “Metodologia” apresenta os procedimentos metodológicos que foram adotados durante o delineamento da pesquisa, ou seja, o percurso, a sistematização, critérios e etapas adotados, métodos utilizados na análise das informações e o mapeamento de conteúdos que podem ser potencializados através da experimentação e argumentação em sala de aula, tendo convicção de que tanto a experimentação quanto a argumentação são atividades do sujeito epistêmico, ou seja, do sujeito que aprende, pois “nós não estamos aí na educação matemática, dentro das escolas públicas, para formar operários padrão” (MUNIZ, 2021). Nesta etapa, busca-se também, analisar as percepções e discursos de professores, a partir do que é ofertado no manual do professor no LD, construindo parâmetros para que a investigação e delineamento epistemológico sobre objetos e pesquisas presentes em LD.

Neste encadeamento, o Capítulo sete, “Análises” busca interpretar os dados construídos ao longo de nossa investigação. Esta etapa se subdividiu em dois eixos: o primeiro direcionado a análise de questionário aplicado a professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, questionário este que busca compreender como o professor utiliza o manual do professor no livro didático e como aborda a experimentação e argumentação em sala de aula, a fim de conhecer e analisar as percepções que os professores têm sobre tais processos na aprendizagem matemática e a partir destes dados,

construirmos um produto que atenda as possíveis lacunas no ensino por experimentação e argumentação; e o segundo eixo, centralizado na análise de duas coleções de livros didáticos com um viés nas atividades que abordem tanto a experimentação quanto argumentação nas cinco unidades temáticas da BNCC (Álgebra, Geometria, Números, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística).

O Capítulo oito denominado “O produto educacional” aborda uma breve apresentação do produto educacional, construído a partir dessa pesquisa, denominado “GUIA DIDÁTICO SOBRE EXPERIMENTAÇÃO E ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA: Guia de sugestões para professores que ensinam matemática”. Este guia foi construído a partir das lacunas apresentadas em questionário respondidos por professores de Matemática acerca dos conhecimentos sobre experimentação e argumentação em sala de aula. O principal objetivo deste guia é possibilitar que professores tenham ao seu alcance um material que possa ampliar a visão do que é a experimentação e argumentação matemática e como explorar atividades com tais potencialidades em manuais do professor em livros didáticos, motivando o educador a implementar esta tendência em suas aulas.

O Capítulo nove “Considerações Finais” traz as considerações finais acerca dos resultados, discussões e possíveis contribuições de nossa pesquisa. Na sequência, apresentamos as referências utilizadas, e por fim, os “Apêndices A e B” que são questionários que foram aplicados no decorrer da pesquisa a professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Para compor a revisão literária, inicialmente, foram realizadas buscas², no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Ao fazer esta sondagem, tínhamos por objetivo mapear pesquisas relacionadas a experimentação e/ou argumentação no ensino de Matemática e/ou análise de livros didáticos de Matemática, a partir da visão de diferentes pesquisadores, buscando assim, ampliar nossos estudos e mantermos atualizadas do que está sendo pesquisado na área de nosso interesse. Com isso, poderíamos aprofundar nossas investigações, embasadas em referenciais da nossa área de pesquisa, ou seja, a aplicabilidade de conteúdos e conceitos com abordagem experimentais e argumentativas em livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, em consonância com a BNCC. Para isso, foi realizado um levantamento de dissertações e teses produzidas no período entre 2017 e 2022 para investigar produções atuais dos último cinco anos.

Considerando o universo de possibilidades, refinamos os caminhos metodológicos de pesquisa. Restringimos nossas buscas na área multidisciplinar, depois área de Ensino em Ciências e Matemática e por fim, área de ensino. Este refinamento serviu para filtrar teses e dissertações que pudessem estar em consenso com a área do nosso Mestrado em Ciências Exatas FURG SAP. A princípio utilizamos os descritores “experimentação matemática” AND “livros didáticos de matemática” AND “BNCC Matemática”. Neste contexto foram encontrados apenas 8 trabalhos, sendo 2 teses de doutorados, 3 dissertações do Mestrado e 3 do Mestrado Profissional. Porém, como a maioria não contemplava o interesse de nossa pesquisa, consideramos mais adequado realizar uma segunda busca, utilizando os descritores “experimentação matemática” AND “argumentação matemática” AND “livros didático matemática”. Nesta perspectiva, nos deparamos com 6 trabalhos, sendo 1 tese de doutorado, 3 dissertações do Mestrado e 2 dissertações do Mestrado Profissional. Devido aos poucos resultados encontrados, utilizamos uma terceira busca, com os descritores “experimentação matemática” AND “argumentação matemática”. Nesta conjectura, ampliaram-se os resultados e foram encontrados 112 trabalhos, sendo 26 de doutorados, 62 dissertações do Mestrado e 24 do Mestrado Profissional.

² As pesquisas foram realizadas no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES em 15 de fevereiro de 2022.

Nesta etapa, com um número considerável de teses e dissertações, totalizando 126 pesquisas, selecionadas nas três buscas, realizamos uma leitura dos títulos e dos resumos, para investigar a adequabilidade à nossa pesquisa. Devido à diversidade destes trabalhos, sendo alguns repetidos, e vários deles estavam distantes do nosso foco de interesse, pois estavam voltados para formação de professores, alfabetização, Educação de Jovens e Adultos, anos iniciais, Ensino Médio, Etnomatemática e educação financeira, efetivamos uma análise criteriosa, definindo apenas onze trabalhos, que se identificaram com o objetivo e o foco da nossa pesquisa, sendo quatro teses e sete dissertações.

No Quadro 1, apresentamos as teses e dissertações selecionadas, nas quais, buscamos por contribuições que pudessem dar complementariedade a nossos estudos, em diferentes concepções. Utilizamos a ordem cronológica das publicações para a organização do quadro:

Quadro 1- Levantamento de Teses e Dissertações do catálogo da CAPES

Título	Autor	T/D	Ano
A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de Matemática: O problema das formas em um clube de Ciência	ALMEIDA, Willa Nayana Correa	D	2017
Desenvolvimento de senso crítico por meio de argumentações matemáticas: A análise de experimentos didáticos no Ensino Fundamental	COSTA, Valter Magalhaes	D	2017
O mundo da vida na matemática: análise do livro didático de matemática sob uma perspectiva bakhtiniana	DANTAS, Franceliza Monteiro da Silva	T	2017
Uso de jogos digitais no desenvolvimento de competências curriculares da matemática	PEREIRA, Adalberto Bosco Castro	T	2017
A Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental: uma análise nos livros didáticos	LACERDA, Madson Soares	D	2018
Análise de livros didáticos: conceitos de relações e funções e suas múltiplas representações	SCHWARTZBACH, Claudia	D	2018
Contextualização: o sentido e o significado na aprendizagem de matemática	LIMA, Wanessa Aparecida Trevizan de	T	2018
A construção da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental	CORTINAZ, Tiago	T	2019
Geometria no 9º ano: uma abordagem dinâmica	SILVA, Rodrigo Nicolino da	D	2020
Argumentação e aprendizagem de matemática: Uma experiência de geometria no Ensino Fundamental	RIGO, Franciele Simionato	D	2021
Experimentação Matemática como possibilidade de (re)construção do conhecimento na Educação Básica	FEY, Franciele	D	2021

Fonte: Própria autora, 2022.

Com as teses e dissertações que formam a revisão de literatura selecionadas e organizadas, realizamos um estudo investigativo e individualizado destes onze trabalhos, buscando neles aproximações com nossa pesquisa. De maneira a fornecer maior subsídio, organizamos um quadro para a análise de cada pesquisa correlata, com uma síntese dos textos, conforme descrito abaixo:

Quadro 2 - Análise da pesquisa de Almeida (2017)

A ARGUMENTAÇÃO E A EXPERIMENTAÇÃO INVESTIGATIVA NO ENSINO DE MATEMÁTICA: O PROBLEMA DAS FORMAS EM UM CLUBE DE CIÊNCIA	
AUTOR	ALMEIDA, Willa Nayana Correa
ANO	2017
PROGRAMA	Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas: Universidade Federal do Pará.
PALAVRAS-CHAVE	Argumentação no Ensino de Matemática; Experimentação Investigativa; Clube de Ciências.
OBJETIVO GERAL	“Analisar as contribuições das intervenções da “professora-monitora” para o surgimento e desenvolvimento da argumentação e experimentação, durante uma atividade experimental investigativa sobre os conceitos introdutórios de área e perímetro”. (O termo professora-monitora, refere-se aos propósitos pedagógicos e epistemológicos expressados para favorecer a argumentação entre os estudantes).
ANÁLISE	Foi aplicada uma sequência de ensino baseada nas etapas da experimentação investigativa (CARVALHO et al. 2009; CARVALHO, 2013), problematizando os conceitos introdutórios de área e perímetro de figuras planas, almejando estimular o desenvolvimento de conjecturas, testagem de hipóteses e a explicitação individual e conjunta de ideias, favorecendo o surgimento da argumentação.
CONTEXTUALIZAÇÕES	Nesta dissertação foram abordados dois tópicos discutidos em nossa pesquisa “experimentação e argumentação em Matemática”. O que difere nosso estudo é o fato que neste trabalho foi aplicada uma sequência de ensino visando os conteúdos de área e perímetro, para estudantes do 5º e 6º ano enquanto nós buscamos analisar também a experimentação e argumentação nas cinco unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Números, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística em livros didáticos pós BNCC (2017), com estudantes do 9º ano.

Fonte: Própria autora, 2022.

Quadro 3 - Análise da pesquisa de Costa (2017)

DESENVOLVIMENTO DE SENSO CRÍTICO POR MEIO DE ARGUMENTAÇÕES MATEMÁTICAS: A ANÁLISE DE EXPERIMENTOS DIDÁTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL	
AUTOR	COSTA, Valter Magalhaes

ANO	2017
PROGRAMA	Mestrado em Ensino de Matemática: Universidade de São Paulo.
PALAVRAS-CHAVE	Cidadania; Senso Crítico; Argumentação; Validações Matemáticas; Cenários para investigações.
OBJETIVO GERAL	“Analisar como argumentos presentes no dia a dia dos alunos e conhecimentos de diversos tipos de raciocínios podem ser empregados para validarem ou refutarem afirmações em diferentes contextos”.
ANÁLISE	Este trabalho elaborou duas sequências didáticas e aplicou em estudantes do 6º e do 7º ano, tendo em vista a experimentação e argumentação matemática, usando os termos “prova”, demonstração e “raciocínio”. Com estudantes do 6º ano foi trabalhado geometria: soma de ângulos internos e com estudantes do 7º ano foi trabalhado grandezas e medidas e análise estatístico de dados. Em linhas gerais, o ensino baseado em argumentações favoreceu no desenvolvimento matemático e também na formação de sujeitos críticos.
CONTEXTUALIZAÇÕES	Este trabalho faz uma abordagem bem interessante sobre experimentação e argumentação matemática. O que difere esta dissertação de nossa pesquisa é o fato de ser uma sequência didática para 6º e 7º anos, enquanto nosso trabalho é uma investigação em livros didáticos do 9º ano com um olhar na BNCC e demais unidades temáticas.

Fonte: Própria autora, 2022.

Quadro 4 - Análise da pesquisa de Dantas (2017)

O MUNDO DA VIDA NA MATEMÁTICA: ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA SOB UMA PERSPECTIVA BAKHTINIANA	
AUTOR	DANTAS, Franceliza Monteiro da Silva
ANO	2017
PROGRAMA	Doutorado em Estudos da Linguagem: Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
PALAVRAS-CHAVE	Linguística Aplicada; Matemática; Livro didático; Mundo da vida.
OBJETIVO GERAL	“Analisar livros didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, a fim de identificar “se”, “como” e “até que ponto” estes livros propõe um ensino de Matemática voltado ao mundo da vida”.
ANÁLISE	Esta pesquisa foi motivada a partir de dois questionamentos: 1º) A abordagem de atividades presentes em livros didáticos de Matemática busca um ensino de Matemática voltado para a formação do cidadão? 2º) Como os enunciados nas atividades em livros didáticos de Matemática consideram os conteúdos direcionados para o mundo da vida? Para compreender estes questionamentos, se analisaram livros didáticos de Matemática. Na análise interpretativa, se fez bastante presente a argumentação em atividades, fazendo o estudante sair do mero papel de espectador para o de construtor do conhecimento matemático.

CONTEXTUALIZAÇÕES	Ao analisar esta pesquisa, percebe-se que ela aponta para um ensino por argumentação em livros didáticos de Matemática, propiciando ao estudante a aquisição de um melhor nível de interpretação e compreensão matemática. O que difere este trabalho de nossa pesquisa é a abordagem dos conteúdos presentes em livros didáticos, e o fato que ela está direcionada a estudantes do 6º ano enquanto que a nossa está direcionada a estudantes do 9º ano e também a não abordagem da BNCC e experimentação no ensino de Matemática, fatores estes, que contemplam nossa pesquisa.
-------------------	---

Fonte: Própria autora, 2022.

Quadro 5 - Análise da pesquisa de Pereira (2017)

USO DE JOGOS DIGITAIS NO DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS CURRICULARES DA MATEMÁTICA	
AUTOR	PEREIRA, Adalberto Bosco Castro
ANO	2017
PROGRAMA	Doutorado em Ciência da Computação: Universidade de São Paulo.
PALAVRAS-CHAVE	Ensino Fundamental II, Jogos Digitais, Mobile Learning, Matemática, Feuerstein.
OBJETIVO GERAL	“Investigar e avaliar as contribuições dos jogos digitais para o desenvolvimento da aprendizagem de conceitos matemáticos”.
ANÁLISE	Este trabalho é uma pesquisa-ação que investiga as contribuições dos jogos digitais no desenvolvimento das competências curriculares em Matemática previstas na legislação educacional.
CONTEXTUALIZAÇÕES	Ao fazer uma análise deste trabalho, percebemos que ele está pautado tanto na argumentação quanto na experimentação matemática, porém, através de jogos. Enquanto que em nossa pesquisa propõe em abordagem em livros didáticos.

Fonte: Própria autora, 2022.

Quadro 6 - Análise da pesquisa de Lacerda (2018)

A ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE NOS LIVROS DIDÁTICOS	
AUTOR	LACERDA, Madson Soares
ANO	2018
PROGRAMA	Mestrado Matemática em Rede Nacional: Universidade Federal do Rio de Janeiro.
PALAVRAS-CHAVE	Ensino Fundamental II, Jogos Digitais, Mobile Learning, Matemática, Feuerstein.
OBJETIVO GERAL	“Analisar como ocorre o ensino de Álgebra em livros didáticos de Matemática (aprovados no ano de 2017, pelo Programa Nacional do Livro Didático) nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e verificar se os mesmos atendem as orientações referentes ao ensino de Álgebra”.
	Buscando contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem do conteúdo algébrico nos anos finais do

ANÁLISE	Ensino Fundamental, inicialmente foi realizado um resgate histórico da evolução da Álgebra, apresentando seus aspectos no currículo brasileiro e discutindo suas orientações pedagógicas. Posteriormente foram analisados exercícios referentes ao conteúdo algébrico de três coleções de livros didáticos, analisando suas concepções e formas que promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico.
CONTEXTUALIZAÇÕES	Esta dissertação se identifica com nossa pesquisa ao propor uma análise de conteúdos matemáticos em livros didáticos nos anos finais do Ensino Fundamental (álgebra). Novamente, o que a diferencia de nosso estudo é a abordagem nos livros didáticos, pois a nossa pesquisa está direcionada na experimentação e argumentação matemática e também ampliado às cinco unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Números, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Fonte: Própria autora, 2022.

Quadro 7- Análise da pesquisa de Schwartzbach (2018)

ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS: CONCEITOS DE RELAÇÕES E FUNÇÕES E SUAS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES	
AUTOR	SCHWARTZBACH, Claudia
ANO	2018
PROGRAMA	Mestrado em Matemática em Rede Nacional: Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
PALAVRAS-CHAVE	Relações; Funções; Currículos; Livro didático; Conceitos; Representações.
OBJETIVO GERAL	“Analisar livros didáticos de Matemática para o 9º ano do Ensino Fundamental participantes do PNLD 2017 sobre os conceitos de relações e funções”.
ANÁLISE	Foram escolhidos os livros das cinco coleções mais distribuídas no PNLD 2017, entre as onze disponibilizadas e distribuídas no Ensino Público do Brasil. Foram verificados se os conceitos, as definições e abordagens estavam matematicamente corretas para a apropriação e compreensão dos conceitos de relações e funções e sua plena utilização na resolução de problemas nas diversas áreas de aplicação.
CONTEXTUALIZAÇÕES	O aspecto que aproxima esta dissertação com nossa pesquisa é a análise de conteúdos em livros didáticos de Matemática. O que a diferencia de nosso trabalho é o foco. Esta pesquisa se concentra em conceitos de relações e funções e também na escolha a abordagem dos conteúdos, enquanto nossos estudos são voltados para experimentação e argumentação matemática.

Fonte: Própria autora, 2022.

Quadro 8 - Análise da pesquisa de Lima (2018)

CONTEXTUALIZAÇÃO: O SENTIDO E O SIGNIFICADO NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	
AUTOR	LIMA, Wanessa Aparecida Trevizan de

ANO	2018
PROGRAMA	Doutorado em Educação: Universidade de São Paulo.
PALAVRAS-CHAVE	Ensino de Matemática. Contextualização. Matemática e Música. Progressões Geométricas. Aprendizagem Significativa. Teoria da Atividade.
OBJETIVO GERAL	“Investigar se determinada sequência didática, elaborada a partir de uma concepção específica de contextualização, contribui para inferir sentido e significado para o aprendizado de progressões geométricas”.
ANÁLISE	Observou-se que práticas pedagógicas como oficinas matemáticas e música são capazes de conferir sentido e significado para aprendizagem. Para isso, foi aplicada uma sequência didática sobre progressões geométricas aos estudantes embasada em Teorias de Aprendizagem que apontam caminhos para acreditar que a aprendizagem escolar deve ser relevante e significativa, conectada as necessidades dos estudantes.
CONTEXTUALIZAÇÕES	Os aspectos que aproximam esta pesquisa de nosso estudo é que neste belo trabalho com oficinas pedagógicas, a argumentação e experimentação estão presentes. O que diferencia é a ausência de diálogo com os livros didáticos e BNCC.

Fonte: Própria autora, 2022.

Quadro 9 - Análise da pesquisa de Cortinaz (2019)

A CONSTRUÇÃO DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC) PARA A EDUCAÇÃO INFANTIL E O ENSINO FUNDAMENTAL	
AUTOR	CORTINAZ, Tiago
ANO	2019
PROGRAMA	Doutorado em Educação: Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
PALAVRAS-CHAVE	BNCC; política curricular; currículo escolar; conhecimento escolar.
OBJETIVO GERAL	“Investigar a construção da Base Nacional Comum Curricular – BNCC para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental”.
ANÁLISE	A postura assumida nesta tese foi a de valorizar o trabalho de quem se envolve com tarefas curriculares práticas e também se envolve moral e intelectualmente com as mesmas. Procurou identificar por que a BNCC se tornou uma prioridade na agenda governamental. Também buscou compreender o trabalho dos professores que se dedicaram à construção da BNCC.
CONTEXTUALIZAÇÕES	Esta Tese não se refere diretamente ao ensino de Matemática nem ao livro didático, porém consideramos relevante estudá-la para um entendimento mais amplo e aprofundado sobre a BNCC, documento amplamente abordado em nossa pesquisa.

Fonte: Própria autora, 2022.

Quadro 10- Análise de pesquisa de Silva (2020)

GEOMETRIA NO 9º ANO: UMA ABORDAGEM DINÂMICA	
AUTOR	SILVA, Rodrigo Nicolino da
ANO	2020
PROGRAMA	Mestrado Profissional em Matemática: PROFMAT/SBM. Universidade Federal de Mato Grosso.
PALAVRAS-CHAVE	GeoGebra; matemática; demonstrações; aulas; atividades.
OBJETIVO GERAL	O objetivo principal desta dissertação é “diversificar as maneiras de se explicar os conteúdos de geometria euclidiana, apresentamos uma proposta de abordagem dinâmica, tendo como foco o aprendizado do estudante através daquilo que ele está vendo, experimentando, testando e conhecendo”.
ANÁLISE	Foi elaborada uma sequência didática a estudantes do 9º ano, com tópicos consultados em livros didáticos em conformidade com a BNCC, descrevendo exemplos de como utilizar o GeoGebra em definições, explicações de conteúdos e demonstrações de propriedades ou teoremas presentes nas figuras geométricas, valorizando o processo empírico entre experiência e vivência valorizando o entendimento e o convencimento de certas propriedades.
CONTEXTUALIZAÇÕES	Nesta dissertação, pode-se observar a presença do livro didático, abordagens da BNCC e o uso da experimentação, ambas temáticas também abordadas em nossas investigações. Porém, o que a diferencia de nosso estudo é o direcionamento que está voltado ao ensino de geometria, enquanto procuramos ampliar para as cinco unidades temáticas: Geometria, Álgebra, Números, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística focando também na argumentação matemática.

Fonte: Própria autora, 2022.

Quadro 11 - Análise da pesquisa de Rigo (2021)

ARGUMENTAÇÃO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL	
AUTOR	RIGO, Franciele Simionato
ANO	2021
PROGRAMA	Mestrado Profissional em Rede Nacional PROFMAT/UFGS: Universidade Federal da Fronteira Sul Campus Chapecó.
PALAVRAS-CHAVE	Argumentação. Aprendizagem Significativa. Polígonos Regulares. Ensino Fundamental.
OBJETIVO GERAL	“Analisar as relações entre a argumentação e os processos de aprendizagem de matemática presentes em uma experiência de ensino de geometria na Escola Básica”.
ANÁLISE	Foi aplicada uma sequência de atividades de ensino sobre polígonos regulares. Elaborada e aplicada de modo remoto, em aulas do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Pôde-se perceber que os processos de argumentação, por mais elementares que sejam, produzem significados para conceitos e proposições, além de praticar a linguagem matemática, torna a aprendizagem significativa.

CONTEXTUALIZAÇÕES	Neste trabalho, a argumentação em aulas de Matemática ficou bem evidente como facilitadora no processo de aprendizagem sobre polígonos regulares com estudantes de 8º ano. Percebemos que ela pode ser adaptada ao 9º ano. Porém, nossa pesquisa, amplia-se na interação entre experimentação, unidades temáticas, livro didático e BNCC.
-------------------	---

Fonte: Própria autora, 2022.

Quadro 12 - Análise da pesquisa de Fey (2021)

EXPERIMENTAÇÃO MATEMÁTICA COMO POSSIBILIDADE DE (RE)CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
AUTOR	FEY, Franciele
ANO	2021
PROGRAMA	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas: Universidade Federal do Rio Grande, Santo Antônio da Patrulha.
PALAVRAS-CHAVE	Experimentação matemática. Construção e reconstrução do conhecimento matemático. Guia de Ensino Experimental de Matemática.
OBJETIVO GERAL	“Investigar como a experimentação matemática pode contribuir no processo de construção e reconstrução do conhecimento matemático para professores e estudantes da Educação Básica”.
ANÁLISE	Esta dissertação destaca o conceito, a importância e eficácia da experimentação para o ensino e aprendizagem em Matemática, apresentando sugestões de atividades didáticas que envolvem a experimentação como elemento motivador. Também apresenta um produto educacional denominado “Guia Experimental de Matemática” desejando que estudantes e professores construam e reconstruam conceitos e concepções matemáticas de forma significativa.
CONTEXTUALIZAÇÕES	Nesta dissertação, o entendimento sobre experimentação matemática está bem detalhado e esclarecido, desta forma podemos ter um ótimo delineamento sobre experimentação matemática para explorarmos em livros didáticos, fator este que a diferencia de nossa pesquisa.

Fonte: Própria autora, 2022.

As teses e dissertações selecionadas e estudadas apresentam distintas abordagens matemáticas relativas à experimentação, argumentação, livros didáticos e BNCC, sendo consideradas de grande relevância para a educação contemporânea e conseqüentemente para o desenvolvimento de nossa pesquisa. Porém em nossas buscas, não encontramos trabalhos que abordassem experimentação e argumentação em manuais do professor em livros didáticos do Ensino Fundamental, fator este, que distingue nossa pesquisa das demais analisadas.

Outro fator que consideramos importante mencionar é com relação a poucas pesquisas direcionadas ao manual do professor no livro didático de Matemática. Porém,

entendemos que estas questões ainda podem ser exploradas em pesquisas futuras. Tais concepções tornam-se elementos importantes, visando o aprendizado do estudante e a prática docente.

3. ESTUDO HISTÓRICO-EVOLUTIVO ENTRE OS PCNS E A BNCC: CONCEPÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

“A Educação Básica é direito universal e alicerce indispensável para a capacidade de exercer em plenitude o direito à cidadania” (BRASIL, 2013, p.17). Diante desta prerrogativa, em 1996, consolidou-se a criação dos PCNs no Brasil, a partir de pesquisas, discussões e debates desenvolvidos em todas as regiões brasileiras. Os Parâmetros Curriculares foram elaborado como referencial para o trabalho do professor das diferentes áreas de ensino, contando com a participação ativa de muitos educadores, “[...] respeitando a sua concepção pedagógica própria e a pluralidade cultural brasileira. [...] podendo ser adaptados à realidade de cada região” (BRASIL, 1997, p. 5).

A área de Matemática, neste documento é considerada um “[...] componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar” (BRASIL, 1997, p. 19). Assim, “a atividade matemática escolar não é ‘olhar para coisas prontas e definitivas’, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo estudante, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade” (BRASIL, 1998, p. 19). Neste contexto, emergia a necessidade de repensar o ensino da Matemática no Brasil, transformando um ensino centralizado em métodos mecânicos, destituído de significados, numa aprendizagem mais significativa para o estudante (BRASIL, 1998).

À vista disso, desde a construção dos PCNs, se vem planejando a elaboração de “uma base curricular nacional que possa ultrapassar os limites da interdisciplinaridade, das disciplinas em si, dos conceitos abstratos desconectados da realidade, atemporais e sem significado sociocultural para os sujeitos que buscam conhecer” (SBEM, 2016, p. 35). A discussão sobre a construção de uma base já estava prevista na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – Lei nº 9.394 de 1996, especificamente, no art. 26 que assegura que

Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos.

Diante destes pressupostos, Cortinaz (2019) destaca que em 22 de dezembro de 2017 foi homologada a BNCC para o Ensino Fundamental, resultado de versões anteriores³, sob coordenação do MEC, proposta pelo Plano Nacional de Educação (PNE nº 13.005/14). Este processo é resultante de um processo democrático, apoiando-se em dois fundamentos pedagógicos, o compromisso com a educação integral e o foco no desenvolvimento de competências e habilidades aos estudantes em todas as dimensões – intelectual, física, emocional, social e cultural (BNCC, 2017), considerando que a BNCC “é um documento completo e contemporâneo, que corresponde às demandas do estudante desta época, preparando-o para o futuro” (BRASIL, 2017, p. 5).

As propostas e concepções da BNCC aprofundam e ampliam os conhecimentos dos PCNs, portanto, compreender ambos documentos é uma forma de conhecer a organização do ensino. Diante disto, Nicolau, et al. (2018) argumentam que a BNCC é um convite à reflexão acerca das condições de possibilidade da educação, enquanto conjunto de conceitos, procedimentos, valores e atitudes empregados no processo educativo, visando o desenvolvimento pleno do estudante. Porém, Lopes (2019) critica uma base curricular padronizada a nível nacional e aponta que BNCC apresenta uma visão fragmentada e superficial do mundo. Entretanto, Filipe, Silva e Costa (2021) apontam que a prerrogativa de “base-comum” foi contemplada nos PCNs, mas estas não se estabeleceram como diretrizes obrigatórias, assim como na BNCC, que é referência nacional obrigatória para adequação dos currículos da Educação Básica.

Castro et al. (2020, p.15), destacam que uma das mudanças entre os PCNs e BNCC, é que “[...] os antigos eixos temáticos passam a se chamar unidades, os conteúdos foram substituídos por objetos de conhecimentos e os objetivos são agora habilidades”. Enquanto que Tarlau e Moeller, (2020) destacam que os PCNs são documentos de referencial mais filosófico, que discute o propósito de cada área, em vez de especificar competências ou conteúdo para cada série como a BNCC. Tais autores salientam também que a diferença entre a BNCC e os PCNs é o grau de detalhamento para cada etapa da Educação Básica e também o fato de a BNCC ser bem específica e de caráter obrigatório.

³ A partir de um conjunto amplo e heterogêneo de contribuições à primeira versão em 2015, uma segunda versão da BNCC foi construída em 2016. A terceira versão foi entregue ao Conselho Nacional de Educação em abril de 2017 apresentando orientações para a Educação Infantil e Ensino Fundamental, não apresentando orientações para o Ensino Médio. O governo Temer (MDB) justificou que pretendia realizar uma reforma no Ensino Médio, por este motivo não apresentou uma versão da BNCC para essa etapa de ensino que foi homologada posteriormente em 2018 na terceira versão (CORTINAZ, 2019).

Por conseguinte, tanto os PCNs quanto a BNCC são referenciais nacionais muito importantes para a educação brasileira, servindo de orientação a prática docente, visando sistematizar a atividade de ensino e aprendizagem. A BNCC reafirma a intencionalidade educativa dos PCNs, implementando e transformando em novas ideias as já existentes, buscando atualizá-las não somente ao componente curricular de Matemática, mas também a educação brasileira de forma geral, buscando atender as demandas sociais e culturais contemporâneas.

A BNCC, assim como os PCNs abre espaço para a intervenção criativa do professor, pautados em inovações didáticas como uso de recursos tecnológicos e diálogos argumentativos em sala de aula. Porém, a BNCC bem como os PCNs, também não trata a experimentação matemática de forma pontual. Todavia, destaca que a dimensão investigativa tais como:

Identificar problemas, formular questões, identificar informações ou variáveis relevantes, propor e testar hipóteses, elaborar argumentos e explicações, escolher e utilizar instrumentos de medida, planejar e realizar atividades experimentais e pesquisas de campo, relatar, avaliar e comunicar conclusões e desenvolver ações de intervenção, a partir da análise de dados e informações sobre as temáticas da área (BRASIL 2018, p. 550).

Tais pressupostos, podem gerar debates e discussões em sala de aula, oportunizando a ampliação de conhecimentos do estudante e métodos de ensino do professor. Portanto, percebe-se que a experimentação matemática está subtendida em ambos documentos, podendo ser empregada e explorada em sala de aula, como um facilitador para o desenvolvimento do pensamento do estudante. Porém, ao ser utilizada, cabe ao professor criar situações que promovam associações entre hipóteses, discussões, resoluções de problemas e conteúdos, facilitando o entendimento dos conceitos e da aprendizagem.

No que tange à contextualização, tanto os PCNs quanto a BNCC determinam que o ensino matemático não se limite a cálculos. Assim sendo, é de fundamental importância promover diálogos, questionamentos e reflexões que possibilitem ao estudante argumentar, investigar e experimentar, identificando as principais características e métodos particulares de resoluções na significação de conceitos.

O comparativo entre PCNs e BNCC de Matemática no Ensino Fundamental, demonstra que ambos documentos apresentam mais aproximações do que distanciamentos conforme demonstra o infográfico abaixo representado pela Figura 1:

Figura 1 – Estudo comparativo entre PCNs e BNCC

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE OS PCNS E A BNCC

O documento referente aos PCNs de Matemática organizou o Ensino Fundamental em ciclos. A área de Matemática foi dividida em quatro blocos de conteúdo.

A BNCC, por sua vez, organiza os conteúdos das áreas de conhecimento em Unidades Temáticas, apresentando uma listagem de Competências e Habilidades para cada ano letivo que os estudantes devem desenvolver em todas as etapas da Educação Básica.



O Ensino de Álgebra

De acordo com os PCNs de Matemática, a Álgebra deve representar problemas por meio de equações e inequações, englobando a construção e interpretação de planilhas, utilizando recursos tecnológicos como a calculadora e o computador. A Álgebra na BNCC tem como finalidade que os estudantes desenvolvam um pensamento algébrico e o conhecimento das propriedades das operações, incentivados a criação de modelos matemáticos, para compreensão, representação e análise das relações quantitativas e qualitativas entre grandezas, utilizando de estruturas matemáticas que fazem o uso de letras e símbolos.

O Ensino de Geometria

Nos PCNs, os conceitos geométricos permitem ao estudante compreender, descrever e representar o mundo em que vive.

Para a BNCC, a Geometria do Ensino Fundamental busca promover o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, possibilitando análises de propriedades, conjecturas e produção de argumentos geométricos convincentes, não ficando reduzida a mera aplicação de fórmulas.



O Ensino de Números

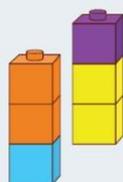
Nos PCNs, na Unidade de Números, as generalizações ainda são bastante elementares e estão ligadas a possibilidade de observar, experimentar, lidar com representações, sem chegar, no entanto, a formalização de conceitos.

De acordo com a BNCC, o desenvolvimento do pensamento numérico deve ser ampliado e aprofundado nas demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

O Ensino de Grandezas e Medidas

Os PCNs destacam que as relações usuais como metro, centímetro, grama, quilograma, etc., devem ser exploradas sem exagerar em conversões desprovidas de significado prático.

De acordo com a BNCC, a Unidade Temática "Grandezas e Medidas" tem como finalidade desenvolver o estudo das medidas e as relações entre elas, fazendo uma integração entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.



O Ensino de Probabilidade e Estatística

Os PCNs salientam que desde o Ensino Fundamental é importante trabalhar com elementos de estatística, probabilidade e combinatória para atender à demanda social, política e educacional. Na BNCC destaca-se o uso de tecnologias, como calculadoras, planilhas eletrônicas, etc., contribuindo na construção de gráficos e cálculos, para compreensão da realidade, presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana.

Fonte: Própria autora, 2023.

Ao investigar como ensinar matemática, percebe-se que tanto a BNCC quanto os PCNs apresentam a utilização de recursos didáticos como resolução de problemas, malhas

quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, uso de computadores, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica, entre outros. Através desta análise, infere-se que a experimentação e argumentação matemática são tendências que apresentam um alto potencial de exploração na educação matemática.

3.1 UM PONTO DE CONVERGÊNCIA DE IDEIAS

O estudo dos PCNs (1998) e da BNCC (2017) possibilita tecer muitas reflexões sobre o ensino contemporâneo na Educação Básica. Ambos documentos propõem a formação de um indivíduo crítico, autônomo, reflexivo. Os PCNs demonstram a preocupação em valorizar a Matemática como cotidiana para que o estudante possa “compreender o mundo à sua volta e vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas” (BRASIL, 1998, p.15). Diante disso, a Matemática desempenha um importante papel na formação dos estudantes, contribuindo nas capacidades intelectuais, estruturação do pensamento e agilidades do raciocínio (BRASIL, 1998).

A BNCC (2017), visa a aplicabilidade da matemática escolar em diversificadas situações, em contexto genuinamente matemático ou rotineiro. Este documento, mantém uma aproximação educacional e social entre a contemporaneidade, cotidiano do estudante e tecnologias digitais, contribuindo assim, na formação de cidadãos cientes de suas responsabilidades.

De acordo com Castro et al. (2020), o presente cenário da Educação Básica trazida pela BNCC apresenta aos professores novas reflexões quanto à atuação profissional, devido a necessidade de formar estudantes cada vez mais capazes de interpretar, argumentar, articular e relacionar a realidade na qual estão inseridos. Porém, a BNCC tem de ser vista como mínimo e não máximo a ser cumprido. Diante disso, explorar diferentes formas que possam estimular a experimentação e argumentação em sala de aula pode ser considerado um catalizador de tais aprendizagens. Esta discussão será abordada no próximo capítulo.

4. UMA ANÁLISE REFLEXIVA ENTRE EXPERIMENTAÇÃO E ARGUMENTAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

“...ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua própria produção ou a sua construção” (FREIRE, 2003, p. 47).

Segundo D’Ambrósio (2012), repensar o processo de ensino e aprendizagem é uma tarefa permanente do professor na tentativa de ultrapassar barreiras e valorizar as potencialidades dos estudantes, criando possibilidades que possam auxiliar na superação de dificuldades em Matemática e favorecer no processo cognitivo do aprendiz. D’Ambrósio (2012), propõe a implementação de uma matemática experimental, devido a fragilidade do estruturalismo pedagógico dominante e propõe a adoção de um novo paradigma da educação, substituindo o desgastado ensino e aprendizado baseado numa relação obsoleta de causa-efeito, por uma educação universal para o pleno desenvolvimento da criatividade desinibida, implícita numa ética da diversidade, baseada no respeito, na solidariedade e cooperação.

Diante disso, Miranda, Merib e Pimenta (2017) destacam que

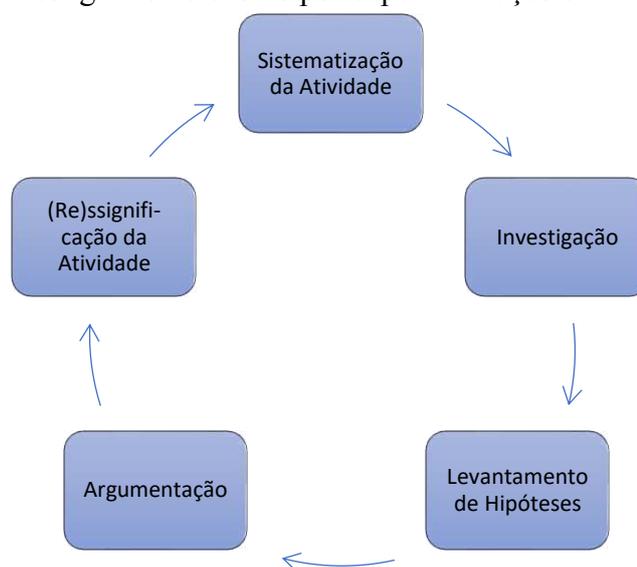
[...] a experimentação é um recurso que pode ser utilizado em qualquer momento, principalmente quando o intuito é estimular o aluno a refletir, de forma que este não se preocupe em encontrar a resposta certa, mas valorizar o caminho, a solução, a estratégia. Para que isso ocorra é necessário favorecer, sempre que possível, a realização da descoberta como decorrência da experimentação. (MIRANDA; MERIB; PIMENTA, 2017, p. 356).

Portanto, a experimentação matemática é uma articulação entre investigação, argumentações, levantamento de hipóteses e análise de resultados, ou seja, é o envolvimento como um todo no processo do aprendizado. Desse modo, as abordagens de atividades experimentais em Matemática, iniciam com a investigação em torno de um determinado problema, experimento ou situação. Para isso, o professor deve criar condições investigativas e estratégias didáticas que facilitem a participação do aprendiz, podendo contribuir significativamente na compreensão de conceitos matemáticos, ao fato que,

experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois, na formação do aluno, mais importante que conhecer a solução é saber como encontrá-la. Enfim, experimentar é investigar (LORENZATO, 2010, p. 72).

Em atividades experimentais deve-se utilizar tarefas investigativas e produtivas nas quais podem ser construídos e empregados os conhecimentos assimilares (SILVA; NÚÑEZ, 2002). Desta forma, o desenvolvimento de atividades matemáticas por experimentação, permitirá ao estudante perceber a multiplicidade de interpretações de conceitos, e as abordagens podem ser representadas em ciclos em forma de helicóide, ou seja, o mesmo assunto apresentado e retomado com diferentes níveis de profundidade, ampliando para conceitos mais complexos e retomando sempre que necessário, conforme ilustrado nas Figura 2.

Figura 2 – Ciclo investigativo no ensino por experimentação em Matemática



Fonte: Adaptado de Santana e Cazorla (2020).

O professor pode criar diferentes ciclos investigativos, com base nas quatro fases propostas, com novas hipóteses e novos argumentos, provocando diversas análises, reflexões e questionamentos em torno da experimentação em questão naquele momento. Para isso, é importante o educador estimular a criticidade, mediar o desenvolvimento e planejamento de ações e possíveis soluções entre os estudantes. Estes ciclos, poderão ser ampliados em distintos patamares a serem retomados em níveis mais elevados, (re)significando os conhecimentos.

Nesta perspectiva, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), declaram que uma investigação matemática é decorrente de quatro momentos principais, vinculado ao planejamento das atividades, mediadas pelo professor,

O primeiro momento abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento

refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado (PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA, 2013, p. 20).

A experimentação matemática favorece o ensino porque deixa de ser uma simples aglomeração de conteúdo (ALMEIDA, 2017). Enquanto que a função básica do levantamento e hipóteses, é propor uma possível solução para um problema investigado (GUIMARÃES; GITIRANA, 2013), e a argumentação, pode potencializar o desenvolvimento de atitudes críticas, analíticas e propositivas (SASSERON, 2015).

Para Weisz (2009, p. 65) “não é o processo de aprendizagem que deve se adaptar ao ensino, mas o processo de ensino é que tem que se adaptar ao de aprendizagem”. Logo, o ensino baseado na experimentação matemática pode facilitar o domínio de determinados conteúdos, fazendo articulações, relações, comparações, analogias, etc. Porém, para se obter um bom resultado, as atividades por experimentação devem possibilitar a troca de informações entre colegas e professor para possíveis esclarecimentos e ampliação de conhecimentos. Em suma, é de fundamental importância o professor propiciar um aprendizado interativo, participativo e dinâmico, incentivando o protagonismo, a autonomia e atitudes construtivas dos estudantes, considerando que todo problema pode gerar levantamento de hipóteses, investigação e experimentação.

4.1 EXPERIMENTAÇÃO MATEMÁTICA: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA

A experimentação é uma tendência para o ensino de Matemática que prima por envolver os estudantes em situações desafiadoras que os levem a refletir, questionar, confrontar ideias e interpretar dados, diminuindo assim, a abstração de alguns conceitos e teorias. Em concordância com Jelinek e Ximenes (2021),

[...] a experimentação constitui-se um recurso que possibilita ao aluno criar possibilidades e refletir sobre o que está sendo abordado, elaborando estratégias por meio da vivência, da observação e da criação. Além disso, a experimentação em sala de aula permite que aconteça uma socialização do tema abordado entre os estudantes, propiciando um maior envolvimento com o tema em estudo (JELINEK; XIMENES, 2021, p. 214).

Nesta conjectura, Lorenzato (2010) afirma que atividades por experimentação promovem a participação ativa do estudante. A experimentação matemática pode permear diferentes momentos em sala de aula, desde a introdução de um conteúdo novo, até a revisão de conceitos. O importante é uma abordagem em que possa estimular o estudante na construção do conhecimento e no desenvolvimento de habilidades matemáticas, intelectuais, sociais e cotidianas, podendo ser de forma interligadas ou independentes.

A investigação matemática em sala de aula, pode ser considerada como um “trabalho com tarefas de natureza investigativa e exploratória, em que os estudantes vivem uma experiência (SANTOS et al. 2002). Portanto, a experimentação faz mais sentido para a aprendizagem do estudante quando ela está inserida em um contexto de investigação (CARVALHO, 1998; MADRUGA; KLUG, 2015; MONTEIRO; RODRIGUES; SANTIN, 2017; FEY, 2021). Neste sentido,

[...] a experimentação pode ser concebida como uma ação sobre os objetos (manipulação), com valorização da observação, comparação, montagem, decomposição (separação), distribuição. Mas a importância da experimentação reside no poder que ela tem de conseguir provocar raciocínio, reflexão, construção do conhecimento (LORENZATO, 2010, p. 72).

Neste encadeamento, Carvalho (1998, p.42) nos afirma que em uma proposta que utilize o ensino por experimentação e investigação “[...] o aluno deixa de ser apenas um observador das aulas, muitas vezes, expositivas, passando a exercer grande influência sobre ela: argumentando, pensando, agindo, interferindo, questionando, fazendo parte da construção de seu conhecimento”. Ressaltamos que as “[...] nas atividades experimentais com abordagem investigativa, propõe-se ao estudante uma situação-problema que deve ser resolvida. Nesse processo, “o aluno possui papel ativo em sua aprendizagem e ao professor cabe orientá-lo na busca de soluções” (MONTEIRO; RODRIGUES; SANTIN, 2017, p. 2).

A exploração da experimentação e argumentação em sala de aula estão interligadas à investigação. Diante disto, na investigação matemática, é apresentado ao estudante “um problema que atribui sentido e significado e que o desafia a ir além de seus próprios pensamentos e conhecimentos” (GOMES; NACARATO, 2010, p. 4). Assim, assumimos que a experimentação matemática ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade genuína, investigativa e desafiadora, não se aplicando somente na formulação de questões e conjecturas, provas e refutações, mas também na apresentação de resultados, discussão e argumentação (PONTE, BROCARD; OLIVEIRA, 2013).

Diante disso, D'Ambrósio (2012) defende uma educação que desenvolva a autonomia do estudante, que naturalmente têm grande potencial criativo. Assim, as atividades matemáticas por experimentação podem ser empregadas com múltiplas finalidades e por meio de modalidades bem distintas uma da outra, dependendo da abordagem, enfoque e propósito do professor. Não precisa necessariamente estar ligada ao material concreto, nem necessariamente estar associado a locais específicos, como laboratórios, embora, ambos sejam igualmente importantes para um ensino de qualidade.

A experimentação deve estar com foco direcionado na organização, discussão e análise de conceitos afim de promover a aprendizagem significativa. Neste contexto, Fey (2021), destaca que a experimentação matemática acontece nos processos de descobertas e nas investigações realizadas durante o processo de envolvimento das atividades, muitas vezes imprevisíveis.

A experimentação matemática leva em consideração os meios utilizados para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos. Assim, o que importa é o caminho a ser percorrido pelo estudante e os processos de descoberta e investigações (FEY, 2021). Neste contexto, Malheiros e Fernandes (2015) ressaltam que o trabalho experimental investigativo tem como interesse resolver um problema real, constituindo-se numa estratégia pedagógica com potencial inovador, que possibilita o trabalho em grupo, a pesquisa e a construção de novos saberes.

Para Carvalho (2013, p. 103), a “experimentação é pensada como uma investigação dos estudantes para a solução de um problema novo a eles”. Em concordância com D'Ambrósio (2012, p. 79) “É fundamental na preparação para a cidadania o domínio de um conteúdo relacionado com o mundo atual”. Desta maneira, ao trabalhar com atividades por experimentação em Matemática,

O professor precisa ter um papel questionador, fazendo provocações, problematizando. Como mediador, é preciso que encoraje seus alunos a ler, investigar, resolver problemas, discutir, criar, questionar, comparar, perguntar. É dever do educador estimular os alunos a comunicarem suas ideias, descobertas e conclusões (MADRUGA; KLUG, 2015, p. 60).

Vale ressaltar que muitas vezes, o estudante dirá que não sabe, porém, com a técnica adequada relacionada ao estímulo do raciocínio, será possível obter bons resultados. A experimentação não é uma tarefa que se realize de forma abstrata, requer a participação ativa dos estudantes, sendo de fundamental importância a mediação do

professor nas interações estabelecidas entre a metodologia adotada e a construção da aprendizagem.

Nesse sentido, Carvalho (2013), ressalta que,

[...] é fundamental que a situação proposta permita variações das suas ações, escolha de objetos, opções para decisões diversas por parte dos alunos, intermediadas pelas ações do professor. A situação, assim organizada, deve promover estímulo a ações e pensamentos criativos, com adaptações a suas necessidades específicas de reflexão, de modo que as aprendizagens resultantes para cada aluno e para cada grupo podem variar dependendo de seus conhecimentos prévios e da natureza de suas interações no ambiente da sala de aula (CARVALHO, 2013, p. 103).

De acordo com Carvalho (2013) o ensino por experimentação, oportuniza aos estudantes a fazer pesquisas e incentiva a busca por respostas a partir de questões problematizadoras, tornando o aprendizado mais investigativo. Neste contexto, alguns dos parâmetros que podem definir uma atividade enquanto experimentação podem ser a elaboração e testagem de hipóteses, promoção de discussões e debates, interpretação de dados, seguido de validação ou refutação de resultados, manipulação de materiais, etc.

Porém, Souza e Oliveira (2015) destacam que “não se podem sugerir receitas prontas para a sala de aula, pois cada contexto indica a necessidade de se estabelecer relações entre os fatos e as pessoas envolvidas no processo de ensino e aprendizagem” (SOUZA; OLIVEIRA, 2015, p. 60). Mas, “o objetivo da atividade deve estar muito claro para o professor, de modo que ele faça perguntas, proponha problemas e questione os comentários e informações trazidos pelos estudantes tendo como intuito o trabalho investigativo com o tema da aula” (SASSERON, 2013, p. 42). Desta forma, a experimentação é inerente ao trabalho investigativo em sala de aula.

Ao optar por trabalhar com atividades experimentais, Lorenzato (2010) propõe que os materiais didáticos estejam disponíveis, ou sejam produzidos, ou até mesmo, inventados pelos próprios estudantes. Tais abordagens podem promover debates, motivação, ideias e significação dos conceitos, viabilizando a autonomia pedagógica.

Deste modo, Silva e Nuñez destacam que,

Por meio de experimentos, a atividade experimental pode-se converter numa atividade cognoscitiva criadora e, para isso, não se devem utilizar tarefas reprodutivas, mas investigativas e produtivas, nas quais possam ser construídos e empregados os conhecimentos assimilados (SILVA; NUÑEZ, 2002, p. 1199).

A partir dessa compreensão, o ensino por experimentação oportuniza ao professor

criar um ambiente inovador em sala de aula, podendo promover interações entre colegas e proporcionar condições favoráveis para que o estudante raciocine, analise e investigue. Diante deste contexto, as atividades experimentais em Matemática podem exercitar a capacidade de abstração do aprendiz, portanto, vindo apresentar um melhor desempenho quando confrontado com o conhecimento sistematizado. Assumimos, portanto, que experimentação matemática é o ato de conhecer. E a ação de experimentar é uma concepção de procurar, seja ancorado em diferentes recursos, meios, formas e atividades.

Assim sendo, o ensino de Matemática por experimentação viabiliza a descoberta, a reflexão e a construção do conhecimento (LORENZATO, 2010), devendo o professor criar situações e propor atividades que levem à ação e à reflexão. Deve-se valorizar também as tentativas de erro e acerto, as ideias e o desenvolvimento do senso crítico do estudante para formalizar conceitos. Para isso, o professor precisa questioná-lo, para sistematização de ideias, e dar tempo para o estudante refletir, pois, “o erro, quando trabalhado e superado pelo próprio estudante, ensina mais que aulas expositivas quando o aluno segue o raciocínio do professor e não o seu próprio” (CARVALHO, 2013, p. 3). As intenções e atitudes manifestam a subjetividade no processo argumentativo matemático. Por conseguinte, atividades experimentais em sala de aula deixam de ser uma simples comprovação de conhecimentos, transformando-se em atividades motivadoras, podendo ajudar os estudantes a desenvolverem atitudes e questionarem as próprias ideias (SILVA; NUÑEZ, 2002). Diante disso,

[...] o importante das atividades experimentais não é a manipulação de objetos, mas que ofereça condições para que os alunos possam levantar e testar suas ideias e suposições sobre os fenômenos científicos na busca de uma solução para a situação problema apresentada. Ou seja, deve permitir uma postura ativa por parte do aluno, sendo ele estimulado a descobrir os conceitos que envolvem os fenômenos observados na atividade (PINTO; SANTANA; ANDRADE, 2012, p.3).

No âmbito dessa discussão, Lorenzato (2010) destaca que trabalhar com experimentação matemática exige alguns requisitos do professor, como conhecer bem o assunto tratado, ter os objetivos da aula claramente definidos e as estratégias de ensino adequadas ao nível de desenvolvimento dos estudantes, pois podem surgir muitas dúvidas e indagações. Nesta mesma perspectiva, D’Ambrósio (2012), destaca que para o professor fazer um bom uso de qualquer auxílio pedagógico, deve-se ter um olhar crítico, reflexivo e questionador sobre o material, métodos e ações a serem utilizados durante a atividade.

Diante da complexidade da prática educativa, ao optar por trabalhar com experimentação matemática, o professor deve pesquisar e planejar com antecedência a atividade pedagógica adotada, afim de garantir aos estudantes uma aprendizagem sólida e significativa. Visto que esta tendência de ensino e aprendizagem possibilita muita interação, contextualização e socialização em sala de aula.

A experimentação matemática conduz o estudante ao estímulo de questionamentos investigativos e raciocínio dedutivo, não cabendo atividades meramente reprodutoras. Portanto, cabe ao professor proporcionar circunstâncias favoráveis para explorar tais abordagens, interligando a experimentação a conceitos mais complexos da Matemática, favorecendo o conhecimento, o diálogo e a postura crítica do estudante.

4.2 EXPERIMENTAÇÃO MATEMÁTICA & CONSTRUÇÃO DE HIPÓTESES

Ao propor uma atividade que possa ser potencializadora da experimentação matemática, o professor pode promover discussões, debates e mediar o andamento das investigações, requerendo que as conclusões encontradas pelos estudantes, sejam sustentadas por conhecimentos prévios, cotidianos ou novos (argumentação). Neste caso, é de suma importância inferir hipóteses, para verificar posteriormente se os desfechos serão aceitos ou refutados, baseadas em justificativas plausíveis.

Nesta conjectura, Guimarães e Gitirana (2013, p.100) descrevem hipótese como “uma afirmativa elaborada como resposta a uma questão, apoiada em uma justificativa e que será colocada à prova, de maneira que poderá ser rejeitada ou não”. Portanto, o levantamento de hipóteses relaciona-se com a fase de levantamento, interpretação e análise de dados e/ou resoluções de problemas ou situações (CAVALCANTE, 2019). Assim, o levantamento de hipóteses em sala de aula, possibilita aos estudantes a criação de argumentos, justificativas, pontos de vista e contra-argumentos (LEITÃO, 2011).

Diante disso, elaborar e testar hipóteses se constitui numa etapa imprescindível no ensino de Matemática por experimentação, pois possibilita ao estudante investigar, refletir e analisar os meios cabíveis para se obter um ou mais resultados. Para isso, o estudante precisa fazer conjecturas, analisá-las, testá-las e descobrir regularidades e/ou propriedades. Neste contexto, a argumentação é fundamental para validar ou refutar hipóteses e conclusões. Assim, os conteúdos matemáticos podem ser mais significativos.

Diante disso, Bizzo (2012) aborda que num processo de experimentação o estudante precisa,

[...] reconhecer e delimitar um problema, identificar variáveis, elaborar hipóteses, projetar e realizar experimentos, coletar dados e avaliar as hipóteses levantadas inicialmente a partir dos dados coletados. Adicionalmente deverá comunicar os resultados e confrontá-los com outros (BIZZO, 2012, p. 93).

De acordo com Cavalcante (2019), quando se trata de experimentação matemática em sala de aula, o levantamento de hipóteses constitui-se numa fase de suposição, como parte de um ciclo investigativo, sugerindo explicações ainda não foram aceitas como verdadeiras. Conforme destaca Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) é fundamental que o estudante sentir que as suas ideias são valorizadas.

Em vista disto, Ferreira e Silva (2019) destacam que “levantar hipóteses” sobre os processos de ensino e de aprendizagem, considera-se uma rede de informações que confere uma “antecipação” da aula que o professor pretende propor, desenvolvendo no estudante a capacidade de distinguir fatos, hipóteses e problemas.

Neste âmbito de processos de experimentação matemática, Guimarães e Gitirana (2013) salientam que a aplicação de hipóteses é muito comum em trabalhos investigativos e em resolução de problemas. Assim sendo, apresentamos o Ciclo Investigativo proposto por Wild e Pfannkuch (1999) *apud* Santana e Cazorla (2020), (investigado na área de estatística, para ser mais específico), que é constituído por cinco fases conforme mostra a figura 4.

Figura 3 – Ciclo investigativo adaptado de Wild e Pfannkuch (1999)



Fonte: Adaptado de Wild e Pfannkuch (1999) *apud* Santana e Cazorla (2020, p. 5).

A primeira fase apresentada é o “Problema”, que diz respeito ao conhecimento do contexto dos dados, a segunda é o “Planejamento”, que inclui a definição das ações para

a investigação. Já na terceira fase são apresentados os “Dados”, processo este que envolve a coleta de dados. Na quarta fase são realizadas as “Análises” da investigação e por fim, a quinta fase é a “Conclusão”, que possibilita gerar novas ideias e novos questionamentos (SANTANA; CAZORLA, 2020).

Em experimentação matemática, o professor poderá mediar a análise das hipóteses formadas pelos estudantes, na aceitação ou refutação dos resultados encontrados, com as devidas justificativas, podendo redefinir e/ou recriar novas hipóteses, num novo ciclo ou helicóide de conhecimento, ampliando o aprendizado e as possibilidades de investigação. Neste contexto, os estudantes podem realizar novas investigações, mais estruturadas, com a finalidade de se obter melhores compreensões de um determinado conteúdo, conceito, situação ou problema, e conseqüentemente, mais conhecimentos decorrentes dos resultados alcançados.

4.3 A ARGUMENTAÇÃO E O ENSINO DE MATEMÁTICA

A argumentação matemática é inerente a experimentação e ao processo de aprender, como uma forma de comunicação. Pode ser de forma desenhada, escrita ou falada. Assim o professor irá construindo uma linguagem de comunicação.

Assim sendo, no ensino de Matemática, a argumentação é fundamental para que os estudantes possam desenvolver a capacidade de se comunicarem matematicamente e de refletir sobre os resultados encontrados (PONTE, BOCARDO, OLIVEIRA, 2013). Porém, o professor precisa ter alguns cuidados, para que o debate não se transforme em um monólogo, devendo propiciar uma interação, que permita um compartilhamento de ideias a serem consideradas coletivamente (ROCHA; MALHEIRO, 2018).

Em concordância com Ramos (2004), a argumentação faz parte da nossa vida cotidiana, pois vivemos numa sociedade comunicativa e argumentativa. Quando relacionada ao ensino em sala de aula, Leitão (2011), declara que a argumentação favorece o desenvolvimento do pensamento crítico-reflexivo e discursivo do estudante. Deste modo, o engajamento em argumentar, cria no indivíduo, um tipo de experiência metacognitiva (pensar sobre o próprio pensamento) e metalinguística (escrita ou a oralidade, ou seja, a fala, a escrita, os gestos ou figuras) que lhe possibilita fundamentar, avaliar, reafirmar e reformular (LEITÃO, 2011). Partindo destas premissas, a argumentação em sala de aula “é todo e qualquer discurso em que estudante e professor apresentam suas opiniões em aula, descrevendo ideias, apresentando hipóteses e

evidências, justificando ações ou conclusões a que tenham chegado, explicando resultados alcançados” (SASSERON; CARVALHO, 2011, p. 100).

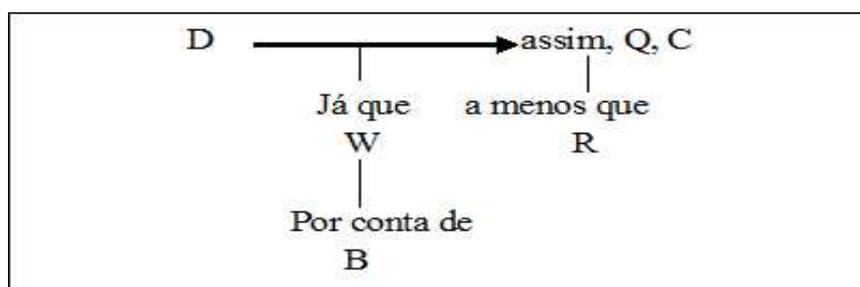
De acordo com Boavida (2005), a expressão “argumentação matemática” é uma conversação oral, escrita ou visual de carácter explicativo e justificativo. Boavida (2005), destaca que nas aulas de Matemática, a argumentação quando se reveste da forma oral, é uma troca discursiva entre os participantes com o objetivo de convencer outros de certas ideias ou modos de pensamento. No tratamento escrito e visual, Boavida (2005) ressalta que o desenvolvimento de investigações colaborativas requer um novo posicionamento epistemológico, no sentido de valorizar as distintas formas de conhecimentos.

Neste contexto, as pesquisas de Nunes e Almouloud (2013) trazem abordagens significativas sobre argumentos matemáticos em aulas de Matemática. Estes autores utilizam o modelo de Toulmin, composto da seguinte forma:

Para analisar se um argumento é válido ou não, Toulmin (2006) postula que devemos representá-lo em uma estrutura ou modelo, na qual é feita a distinção entre os diferentes componentes que constituem um argumento. Os elementos fundamentais de uma estrutura ou modelo de Toulmin (2006) são: dados (D) – fatos aos quais recorreremos para fundamentar nossa conclusão; conclusão (C) – afirmações que buscamos estabelecer como válidas; garantias (W) – justificam a passagem dos dados a conclusão, atribuindo força ao argumento. Essa força aparece algumas vezes expressa por meio de qualificadores modais (Q) – que, por sua vez, podem se apresentar na forma de possibilidades ou impossibilidades. Nesse segundo caso, haverá a necessidade de se estabelecer quais as situações em que as garantias não se aplicam, ou seja, as condições de refutação (R); podemos ainda fazer uso explícito ou implícito de apoios (B) na forma de afirmações categóricas que podem fundamentar nossas garantias (NUNES; ALMOULOU, 2013, p. 489).

Assim, de acordo com Nunes e Almouloud (2013), o Esquema de Argumento de Toulmin, ilustrado no Quadro 13, identifica os elementos fundamentais de um argumento, bem como as relações existentes entre eles. Nesta perspectiva, Nunes e Almouloud, destacam que essa proposta de modelo pode ser usada para analisar validações de argumentos matemáticos e investigar conjecturas matemáticas, conforme apresentado no seguinte esquema:

Quadro 13 – Modelo de Toulmin completo



Fonte: Toulmin (2006, p. 150) *apud* Nunes e Almouloud (2013, p. 490).

Sendo D os dados que fundamentam a questão, Q são os qualificadores modais que podem se apresentar na forma de possibilidades ou impossibilidades, C são afirmações estabelecidas como válidas, W são as garantias que justificam a passagem dos dados à conclusão, averiguando fortalecer o argumento, e por fim, B é o apoio na forma de afirmações concludentes que podem fundamentar as garantias (NUNES; ALMOULOU, 2013).

Segundo Nunes e Almouloud (2013), o modelo de Toulmin evidencia a prática da argumentação em sala de aula, possibilitando determinar o tipo de raciocínio, ou seja, dedutivo, indutivo, abduutivo, etc., podendo se apresentar como método favorável a compreensão de noções matemáticas. Nesta perspectiva, Nunes e Almouloud (2013), destacam ainda que o modelo de Toulmin permite identificar aproximações entre argumentação e demonstração, no caso de estruturas similares, e o distanciamento no caso de estruturas diferentes.

Diante disso, Costa (2017) defende que atividades argumentativas na disciplina de Matemática precisam ser trabalhadas, não apenas objetivando validar resultados puramente matemáticos, mas também, validando informações em contextos extrínsecos a esta ciência. Conforme Sasseron (2013), o professor deverá oferecer condições para que surja a argumentação, propondo questionamentos, que sejam possíveis para o estudante analisar observações feitas, hipóteses levantadas e com isso contrapor situações.

Um importante fator a ser considerado em atividades argumentativas no ensino de Matemática, são os questionamentos investigativos do professor, carregados de significados e sentidos nas discussões que propositalmente se consolidam na linguagem matemática. Nesta conjectura, Leitão (2011) apresenta situações que o professor pode utilizar para criar condições de hipóteses e argumentos em sala de aula. Sendo elas: desafiar os estudantes a formarem pontos de vista e justificá-los; colocar os estudantes nas posições de oponentes em relação à concordância ou discordância de conceitos;

estimular o estudante para que (re)examine seus próprios pontos de vista, argumentos e contra-argumentos; e por fim, definir metas para que o trabalho argumentativo se instale em sala de aula, chegando a um consenso ou solução.

Nesta perspectiva, os processos de ensino e aprendizagem propostos por Boavida (2005), Leitão (2011), Nunes e Almouloud (2013) e Costa (2017) com base em argumentações, refutações e possíveis soluções abrem um leque de possibilidades que podem ser explorados em experimentações matemáticas, para que os estudantes possam enfrentar e superar dificuldades. Para isso, o professor necessita observar, analisar e argumentar em torno de ideias inconsistentes apresentadas pelos estudantes e de maneira análoga compará-las aos conceitos aceitos cientificamente.

Tais abordagens são estratégias que podem ser exploradas numa multiplicidade de contextos, podendo ser representações de testagens experimentais, orais, escritas, ou através de gráficos ou desenhos. Logo, abordagens argumentativas em experimentações matemáticas, podem estimular o estudante a pensar criticamente, podendo se constituir em processos de verificação do professor, ou seja, verificar os conhecimentos de determinados conceitos, pré-estabelecidos, aliando o que o estudante já sabe a conceitos novos, para melhor interpretação e aprendizagem.

Porém “assim como o professor deve oferecer condições para o surgimento de argumentos em sala de aula, os estudantes também devem apresentar intenções e ações para que ocorra o desenvolvimento da argumentação” (ALMEIDA; MALHEIROS, 2018, p. 63). Logo, o estímulo argumentativo e reflexivo entre professor e estudantes é necessária para formação cognitiva, cultural e social no processo educativo.

Portanto, ao explorá-la em atividades por experimentação em Matemática, pode promover uma ampla discussão de temas ou assuntos pré-estabelecidos, interligando uma pluralidade de informações à compreensão de conteúdos e conceitos mais complexos. Podendo relacioná-la a situações cotidianas e multidisciplinares, tornando os estudantes protagonistas na construção do conhecimento.

Diante do que foi exposto sobre a experimentação matemática e a relevância da argumentação e o levantamento de hipóteses, compreendemos que ambas abordagens podem contribuir significativamente no ensino e aprendizado de Matemática e na formação de cidadãos críticos, conscientes de sua atuação no mundo contemporâneo e globalizado. Neste contexto, para viabilizar o prosseguimento de nossa pesquisa, no próximo capítulo serão realizadas investigações em torno do livro didático de Matemática.

5. O MANUAL DO PROFESSOR EM LIVROS DIDÁTICOS E O ENSINO DE MATEMÁTICA

O manual do professor em livros didáticos do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de Matemática do ano de 2020 apresenta abordagens relevantes para explorar a experimentação e argumentação em sala de aula, pois incita o professor a estimular “situações que possibilitam ao estudante interpretar, refletir, analisar, discutir, criar, representar, levantar hipóteses, argumentar, concluir e expor resultados de diversas maneiras” (BRASIL, 2020, p. 119). Este documento destaca que o conhecimento matemático é essencial para todos os estudantes, tendo em vista a sociedade cada vez mais complexa e tecnológica. Esses aspectos são imprescindíveis no ensino e aprendizado de Matemática, por possibilitar a compreensão de conceitos aliados a práticas experimentais e argumentativas.

Neste contexto, faz-se necessária a participação ativa e democrática do professor no processo de seleção e escolha dos livros didáticos que irá trabalhar com os estudantes e planejar suas aulas. Destacamos, ainda, o alto grau de relevância em explorar o manual do professor no livro didático, pois de acordo com Ramos (2004) o professor, muitas vezes pode deixar de utilizar este recurso por estar indisponível na escola ou por considerá-lo inoportuno, mas nunca por desconhecê-lo.

5.1 A POLÍTICA DO LIVRO DIDÁTICO

A preocupação com os livros didáticos em nível oficial, no Brasil, iniciou com a Legislação do Livro Didático, criada pela Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD) em 30 de dezembro de 1938 pelo Decreto-Lei 1006, marcado por intensa mobilização nos campos econômico, político e social (TELO; SCHUBRING, 2018). Porém, o Livro didático passou a ser empregado com mais periodicidade em nosso país a partir da década de 1960, se modernizado e melhorando com o intuito de atingir uma educação de qualidade (ROMANATTO, 2008). No entanto, foi somente em 1985 que foi promulgado o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), (Decreto n.91.542 de 19 de agosto de 1985), resultante de políticas que foram sucedendo-se a partir da implantação do Estado Novo, na década de 1930, persistindo até os dias de hoje (CASSIANO, 2007). Foi neste período, a partir de 1985, com a instituição do PNLD que a política do livro didático passou a ser ampliada e o atendimento e qualificação de estudantes e professores

passaram a ganhar mais atenção (COPATTI, 2021). Salientamos que de acordo com a política de 1998 os LD eram estruturados de acordo com os PCN e a partir de 2019 os mesmos devem estar alinhados à BNCC.

Cabe destacar que, em 2012, o PNLD apresentou avanços de disponibilização de materiais digitais, passando a incluir, além de livros impressos, material multimídia em DVD, com jogos, simuladores e infográficos para serem utilizados como recurso didático.

Desta forma,

[...] esse novo material multimídia, que inclui jogos educativos, simuladores e infográficos animados, será enviado para as escolas em DVD para utilização pelos alunos dos anos finais do ensino fundamental no ano letivo de 2014. O DVD é um recurso adicional para as escolas que ainda não têm internet. Os novos livros didáticos trarão também endereços on-line para que os estudantes tenham acesso ao material multimídia, complemente o assunto estudado, além de tornar as aulas mais modernas e interessantes (BRASIL, 2012).

Assim, para Silva (2012, p. 805), a permanência do livro didático nas escolas está relacionada à “[...] capacidade que editores e autores demonstraram ao longo da história da educação brasileira de adaptar o livro didático às mudanças de paradigmas, alterações dos programas oficiais de ensino, renovações de currículos e inovações tecnológicas [...]”. Diante deste contexto, o PNLD já foi ampliado e modificado em muitos aspectos e atualmente abrange, além dos livros didáticos, ações e distribuições de outros materiais pedagógicos, como obras didáticas, pedagógicas, literárias (COPATTI, 2021). A vista disto, o PNLD “tem como principal objetivo subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da educação básica” (SCHWARTZBACH, 2018, p. 36).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental também destacam a importância do livro didático,

O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileira. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma visão ampla do conhecimento (BRASIL, 1998, p. 67).

Neste processo de atualizações, “com a homologação da BNCC, um dos objetivos do PNLD passou a ser apoiar a implementação da BNCC” (MATO; MATOS; ALVES, 2021, p. 584) . Neste sentido, registra-se que:

O Decreto N° 9.099, de 18 de julho de 2017 define que os Programas relacionados a livro foram unificados. O PNLD passou a significar Programa Nacional do Livro e do Material Didático, pois além de livros passou a distribuir livros literários – funções antes atribuídas ao Programa Nacional Biblioteca na Escola (PNBE). E ainda, a dimensão do Programa passou a atender, a partir do PNLD 2019, a Educação Infantil e as instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos (MATO; MATOS; ALVES, 2021, p. 584).

O livro didático é parte de uma política, e o manual não é de acesso de todos os professores, e a escolha depende da gestão da instituição. Porém, a participação dos professores na seleção dos livros didáticos, deveria ser de fundamental importância para o ensino e aprendizado. À vista disso, a escolha dos livros didáticos também é realizada virtualmente, por meio do Sistema PDDE Interativo (ferramenta de apoio à gestão escolar desenvolvida pelo Ministério da Educação, em parceria com as Secretarias de Educação e está disponível para todas as escolas públicas cadastradas no Censo Escolar). O acesso ao sistema é concedido pela Secretária de Educação e a operação deve ser realizada pelo diretor de cada escola. Diante de tais fatores, o professor é responsável pela escolha do livro didático que optará por trabalhar e pelas distintas formas de uso e adaptação quando julgar necessário.

Apesar das mudanças no cenário educativo, o livro didático continua em lugar de destaque na educação contemporânea (MÂCEDO, BRANDÃO, NUNES, 2019). Assim, o livro didático é um recurso de fundamental importância nas ações realizadas na escola⁴, por professores e estudantes, independentemente da cultura, condição socioeconômica ou região, permitindo ao estudante adquirir conteúdos, valores e atitudes (FONSECA, 2013). Portanto, faz-se necessário criar estratégias e entendimentos para usufruir da melhor forma possível deste recurso educacional atualizado, que serve para dar suporte a professores e estudantes em processos educacionais contemporâneos.

5.2 IMPORTÂNCIA DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA: POTENCIALIDADES E LIMITES

Autores como Bittencourt (2004), Pereira (2016), Macêdo, Brandão e Nunes (2019) entre outros, defendem a importância e utilização do livro didático em sala de aula.

⁴ “Compete às escolas e às redes de ensino garantir que o corpo docente da escola participe do processo de escolha de modo democrático. Para registrar a participação dos professores e dar transparência ao processo, a decisão sobre a escolha das coleções deve ser documentada por meio por meio da Ata de Escolha de Livro Didáticos” (BRASIL, 2018, p. 14).

Segundo Bittencourt (2004, p. 471), o livro didático “apesar de ser um objeto bastante familiar e de fácil identificação, é praticamente impossível defini-lo”, pois o mesmo serve como suporte de conhecimento e métodos de ensino das diversas disciplinas que compõem o currículo escolar, grandemente assumido como recurso único em muitas das escolas. Assim, pode-se dizer que o livro didático, com suas bases teóricas e concepções de ensino, direciona a maioria dos professores no planejamento de aulas e avaliações, constituindo-se numa das principais fontes de informação do estudante no progresso da aquisição do conhecimento escolar (VERCEZE; SILVINO, 2008; PEREIRA, 2016).

Mas nem sempre é obrigatório o uso deste instrumento para a preparação de aula, uma vez que se defende também que o professor deve ter autonomia para o seu planejamento docente (JANUARIO, 2017). Para ter uma melhor utilidade em sala de aula, o livro didático deve ser claro, objetivo e sistemático, porém,

o livro didático utilizado nas escolas do Ensino Fundamental não deve ser apresentado como única fonte para direcionar o processo de ensino-aprendizagem. Este deve ser visto apenas como um dos instrumentos de apoio necessário ao trabalho pedagógico e, que, por melhor que seja, precisa ser ampliado com exercícios, sugestões de atividades e consultas a outras bibliografias que contemplem a realidade local do aluno (VERCEZE; SILVINO, 2008, p. 99 -100).

De acordo com Bittencourt (2004) o livro didático assume funções diferentes, dependendo das condições, lugar, disciplina e momento em que é utilizado. Portanto cabe ao professor explorar este importante recurso educacional com seus estudantes.

No ensino de Matemática, Macêdo, Brandão e Nunes (2019, p. 73), salientam que o professor de Matemática deve repensar as formas de uso do livro didático, utilizando-o de forma dinâmica, “uma vez que os livros didáticos em sua maioria apresentam propostas de modelo tradicional enfatizando a memorização de fórmulas, regras e reprodução de conceitos”, favorecendo somente a reprodução de conhecimento. Porém, Pereira (2016) considera que o livro didático de Matemática pode proporcionar um ensino sem mecanização, dependendo, claro, da maneira como será conduzido pelo professor. Dessa forma, o processo de apropriação dos recursos, é fundamental para o professor.

Logo, o desafio é saber como utilizar o livro didático de forma estratégica, funcional e criativa para enriquecer a prática pedagógica do professor. Para atender esta demanda, frequentemente o educador deve superar as limitações dos próprios livros, que muitas vezes apresentam um caráter genérico, não atendendo às problemáticas e necessidades locais (MACÊDO; BRANDÃO; NUNES, 2019).

o ideal seria que cada professor pudesse consultar, com calma, todas as coleções que constam do Guia, examinando-as cuidadosamente, e analisando-as, com auxílio da ficha de avaliação que consta deste Guia. Como é impossível, sugerimos a leitura atenta das resenhas, juntamente com seus colegas professores de Matemática da escola, discutindo-as e comparando-as (GEBRIM, 2004, p. 196-197).

Assim, para alcançar os objetivos fundamentais que o educador almeja em sala de aula, o mesmo pode criar estratégias e possibilidades em diferentes conteúdos presentes em livros didáticos, adaptando de acordo com a necessidade da turma e as diretrizes da escola, visando sempre, dar maior sentido ao aprendizado e conhecimento estudantil, criando circunstâncias propícias à autonomia do estudante.

5.3 O LIVRO DIDÁTICO PÓS-BNCC: UM OLHAR SOB AS LENTES DA EXPERIMENTAÇÃO E DA ARGUMENTAÇÃO EM MATEMÁTICA

Para o ensino de Matemática, o livro didático é um recurso metodológico que tem uma função informativa, sintetizadora e operacional, pois além de apresentar exercícios contextualizados, que buscam favorecer a educação escolar, também está estruturado para desenvolver nos estudantes conhecimentos, objetos e habilidades da BNCC. Este importante instrumento educacional, além de assessorar o estudante, é também considerado um referencial de ideias e conceitos para o professor (MÂCEDO, BRANDÃO, NUNES, 2019).

Segundo Silva (2009, p.113), “a importância do livro didático não está apenas no papel que ele exerce no processo ensino-aprendizagem, mas, também, pela função política e ideológica que cumpre como ferramenta do sistema educacional”. De acordo com o autor,

Além de consagrado em nossa cultura escolar, o livro didático tem assumido a primazia entre os recursos didáticos utilizados na grande maioria das salas de aula do Ensino Básico. Impulsionados por inúmeras situações adversas, grande parte dos professores brasileiros o transformara no principal ou, até mesmo, o único instrumento a auxiliar o trabalho nas salas de aula (SILVA, 2012, p. 806).

No que tange sua utilização, o LD facilita a relação professor/estudante/conhecimento e engloba uma diversidade de elementos utilizados principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino e aprendizagem (PASSOS, 2009).

A BNCC afirma que “[...] é importante fortalecer a autonomia [dos] adolescentes, oferecendo lhes condições e ferramentas para acessar e interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação” (BRASIL, 2017, p. 60). Nesta perspectiva, o manual do professor em livros didáticos de Matemática do Plano Nacional do Livro Didático (2020), além de priorizar uma educação baseada em práticas inovadoras, sublima também a importância da experimentação favorecendo o desenvolvimento da competência argumentativa em Matemática, enfatizando que a qualidade do texto e a adequação deste importante material deve, juntamente com as matrizes das avaliações em larga escala como as aplicadas pelo SAEB, aproximando,

gradativamente os principais processos, práticas e procedimentos de análise e investigação, por meio de propostas de atividades que estimulem observação, curiosidade, **experimentação**, interpretação, análise, discussões de resultados, criatividade, síntese, registros e comunicação (BRASIL, 2020, p. 14, grifos nossos).

De acordo com Pereira (2016), apesar dos esforços políticos e educacionais, os livros didáticos ainda apresentam uma gama de textos e de exercícios, frequentemente desconectado com a realidade, sendo esperado que o estudante realize extensas listas de exercícios que foram abordados em sala de aula. Nesse sentido, “[...] a mera transmissão de conteúdo (ainda que justificados), centrada em um treinamento de técnicas de resolução de algoritmos, não contribui para uma formação crítica” (SÁ, ATTIE, 2020, p. 2). Porém, de acordo com Nacarato, Mengali e Passos (2009, p. 33) o professor deve adaptar o roteiro conteudista politicamente instituído “[...] e pensar na educação matemática como uma prática de possibilidades [...]”.

Conforme ressalta D’Ambrósio e Lopes (2015, p. 1), o professor deve “[...] atrever-se a criar e ousar na ação docente decorrendo do desejo de promover uma aprendizagem na qual os estudantes atribuam significados ao conhecimento matemático”. Portanto, muito do que está no LD é para atender a demanda dos professores de matemática, tais como vastas listas de exercícios mecânicos. Se as formações continuadas não fazem avançar as concepções dos professores, eles continuam buscando nos livros as atividades pelos quais eles mesmos foram formados.

Diante disso, a exploração da experimentação e argumentação matemática em sala de aula, podem se constituir em importantes alternativas metodológicas para ressignificar e adaptar muitos conteúdos presentes em livros didáticos. Assim, Borges, Oliveira e Borges (2021) reafirmam o pensamento de Nacarato, Mengali e Passos (2009), de que é

o professor que cria oportunidades para a aprendizagem, escolhendo atividades significativas e desafiadoras, perguntas e indagações interessantes, estimulando o pensamento investigativo dos estudantes e a imprevisibilidade constantemente presente em sala de aula, pois a experimentação não é aquilo que está no LD, mas no que fazemos daquilo que o currículo e os recursos propõem, o que implica pelo processo de ressignificação, pela lente epistemológica do professor.

Trabalhar com argumentação nas aulas de Matemática é um desafio para os professores. “[...] as ideias relativas ao diálogo e à relação estudante-professor são desenvolvidas do ponto de vista geral de que a educação deve fazer parte de um processo de democratização” (SKOVSMOSE, 2008, p. 18). Nesta conjectura, o PNLD, (2020, p.3), salienta que “[...] o conhecimento matemático não envolve somente a aplicação de fórmulas e técnicas, mas também a resolução de problemas que exigem argumentações significativas e consistentes, nos mais variados contextos”. Assim sendo, “argumentação, reflexão e construção do conhecimento são processos estreitamente relacionados” (LEITÃO, 2011, p.13).

De acordo com o PNLD (2020, p. 145), planejado após a implementação da BNCC, o livro didático de Matemática deve sugerir “[...] o uso de recursos como jogos educacionais, laboratório de informática e laboratório de ensino de Matemática, que podem constituir-se como elementos adicionais de mobilização e favorecimento da aprendizagem”. Tais sugestões podem ser consideradas excelentes oportunidades para explorar a experimentação e argumentação matemática, possibilitando ao estudante uma participação ativa no aprendizado.

Diante de tais prerrogativas, o manual do professor no livro didático de Matemática pode simultaneamente servir como suporte ao planejamento de atividades educacionais e contemplar um aprendizado significativo, ou seja, pode possibilitar um ensino e aprendizado criativo e participativo. Porém, é essencial que o professor e estudantes não se limitem ao livro didático, fazendo uso também de outros materiais didáticos.

6. METODOLOGIA

Diante das possibilidades oferecidas pelas análises em manuais do professor no livro didático de Matemática, inicialmente nossa pesquisa constitui-se num a análise documental, baseada em observações de manuais do professor em livros didáticos de Matemática do 9º ano pós BNCC. Buscamos nesse material passagens que possam potencializar a exploração da experimentação e argumentação em sala de aula através de conteúdos matemáticos.

Na abordagem da pesquisa documental, ressalta-se que a mesma,

[...] caracteriza-se pela busca de informações em documentos que não receberam nenhum tratamento científico, como relatórios, reportagens de jornais, revistas, cartas, filmes, gravações, entre outras matérias de divulgação (OLIVEIRA, 2007, p. 69).

A análise Documental é o “[...] momento de reunir todas as partes – elementos da problemática ou do quadro teórico, contexto, autores, interesses, confiabilidade, natureza do texto, conceitos-chave” (CELLARD, 2008, p. 303). Assim sendo, “o desafio a esta técnica de pesquisa é a capacidade que o pesquisador tem de selecionar, tratar e interpretar a informação, visando compreender a interação com sua fonte” (KRIPKA; SCHELLER; BONOTTO, 2015, p. 57).

A pesquisa também é voltada para a análise de questões semiabertas propostas em um questionário respondido por professores de Matemática atuantes na Educação Básica. Diante disso, levando em consideração os aportes teóricos e os objetivos elaborados, os procedimentos técnicos presentes nesta pesquisa, se delinearão a partir de uma abordagem qualitativa. Quanto a este procedimento, Tuzzo e Braga (2016) ressaltam que,

Na pesquisa qualitativa o destaque não está na busca da quantidade, não se baseando em números e estatísticas, mas enfatizando a qualidade e a profundidade de dados e descobertas a partir de fenômenos. [...] A pesquisa qualitativa é analítica, explicativa, ou seja, ela é regida pelos dados que gerarão conclusões e reflexões, baseados na complexidade da sociedade onde a pesquisa foi gerada (p. 144-145).

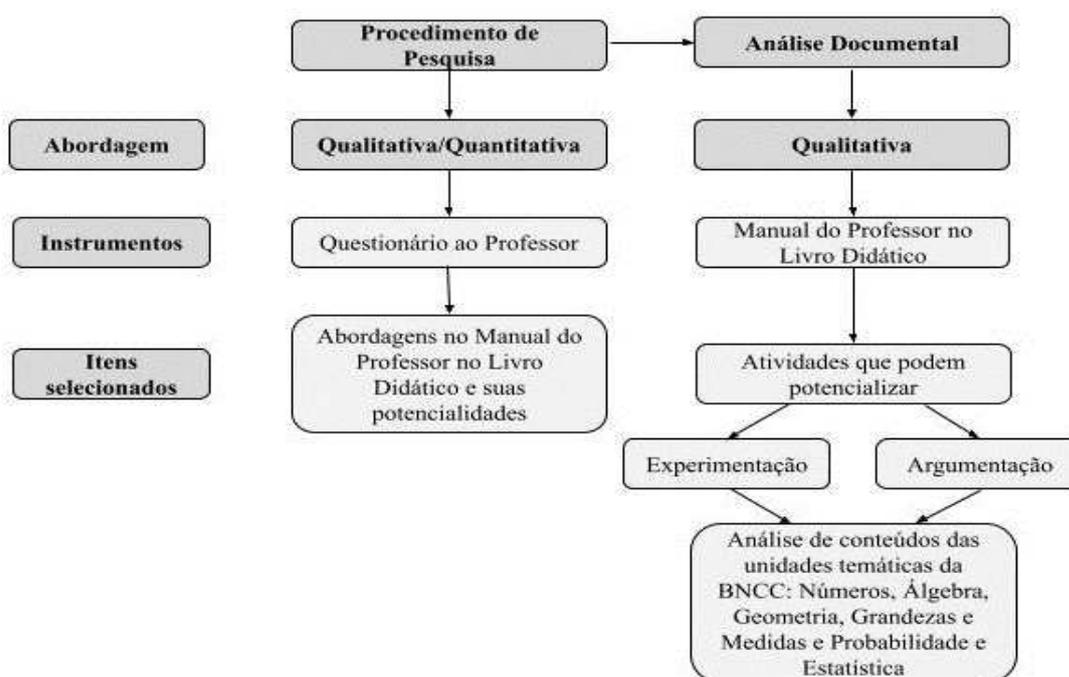
Vale ressaltar que a análise documental, numa perspectiva qualitativa, se configura em um procedimento que utiliza técnicas específicas para a apreensão e compreensão de variados tipos de documentos e que adota para tal cauteloso processo de seleção, coleta, análise e interpretação dos dados (JUNIOR; OLIVEIRA; SANTOS; SCHNEKENBERG, 2021, p. 49). Logo, a abordagem qualitativa, conforme Tuzzo e

Braga (2016, p. 142) “não se apresenta como uma proposta rigorosamente estruturada, permitindo que a imaginação e a criatividade levem os investigadores a propor trabalhos que explorem novos enfoques”.

De maneira análoga, este trabalho também apresenta algumas características quantitativas, referentes a algumas questões fechadas do questionário. Sobre a pesquisa quantitativa evidencia-se que a mesma “[...] procura estudar os fenômenos de interesse da pesquisa em educação geralmente através de estudos experimentais ou correlacionais, caracterizados, primordialmente, por medições objetivas e análises quantitativas” (MOREIRA, 2011, p.18).

Diante destas abordagens, a Figura 5 mostra as etapas metodológicas decorrentes da presente pesquisa:

Figura 4 – Etapas metodológicas da pesquisa



Fonte: Própria autora, 2023.

Portanto, a pesquisa se apoia em dois momentos, inicialmente, delimitando a amostra dos sujeitos da pesquisa, foi enviado um questionário, com questões semiestruturadas, que se encontra disposto no Apêndice A, para escolas municipais e estaduais de uma região metropolitana de Porto Alegre. Esta etapa tem como finalidade saber como os professores estão se adequando ao novo formato do manual do professor alinhados a BNCC e como estão fazendo essa intersecção entre experimentação e argumentação em sala de aula.

Para aplicação do questionário, foram enviados e-mails para todas as escolas municipais e estaduais, de uma determinada cidade, localizada na região metropolitana de Porto Alegre, RS, que de acordo com o censo de 2021 possui uma população estimada em quarenta e três mil, trezentos e noventa e sete habitantes e conta com vinte e quatro escolas estaduais e dezesseis escolas municipais. Buscando o apoio dos professores atuantes na área da Matemática na Educação Básica destas escolas, especificamos os objetivos e propósitos da pesquisa nos e-mails enviados, seguida com o link do questionário.

O questionário foi estruturado através da ferramenta Google Forms, tendo como principal objetivo, compreender como os educadores estão utilizando o manual do professor no LD no planejamento de suas aulas e como conseguem elencar determinadas atividades, fazendo com que a experimentação e argumentação estejam contempladas. Com as respostas obtidas, foi possibilitado um aprofundamento em nossos estudos e nos fornecendo aporte para elaboração do produto educacional.

Quanto a análise e interpretação do questionário foram baseadas nas respostas obtidas pelos professores respondentes. Para preservar a identidade dos mesmos, a pesquisa manteve o anonimato, exigindo apenas o fornecimento de um e-mail.

No que tange à pesquisa documental, foram analisados os manuais do professor em duas coleções de LD de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, investigando possíveis abordagens de conteúdos sobre experimentação e argumentação em sala de aula nas cinco unidades temáticas da BNCC. Para esta etapa foram selecionadas as seguintes coleções: Coleção Araribá mais Matemática, da Editora Moderna e Coleção Apoema da Editora do Brasil, ambas aprovadas no PNLD de 2020. Foram analisados apenas os livros do 9º ano, momento este que o estudante está concluindo uma etapa importante em sua vida estudantil, o Ensino Fundamental.

O critério de escolha destas coleções teve como base indicações de professores de Matemática de duas escolas públicas pertencentes à mesma região em que foi aplicado o questionário mencionado anteriormente, (uma escola municipal e uma escola estadual), sendo que ambas coleções foram utilizadas nestas escolas no ano letivo de 2021, momento inicial da pesquisa. É importante ressaltar também que os critérios para seleção de atividades nos manuais do professor foram baseados nas potencialidades que os mesmos podem apresentar com relação à experimentação e argumentação matemática. Esta etapa da pesquisa é mais detalhada no próximo capítulo.

7. ANÁLISE

Este capítulo dedica-se a análise das informações obtidas e interpretações construídas ao longo de nossa investigação e estudo. Em primeiro momento, buscamos realizar a análise de um questionário respondido por professores de Matemática que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental. Em segundo momento, estruturamos a análise de dois manuais do professor em livros didáticos de Matemática previamente selecionados, com um olhar voltado nas possibilidades de explorar a experimentação e argumentação matemática em sala de aula.

A interpretação do questionário buscou compreender como o professor utiliza o manual do professor no LD. Esta etapa buscou também conhecer as percepções que os educandos têm sobre experimentação e argumentação matemática. A partir das informações coletadas foi possível elaborarmos um produto educacional, considerando que nosso mestrado é profissional, ou seja, necessita de um produto educacional alinhado e independente da pesquisa de dissertação.

O segundo momento foi centralizado nas análises de duas coleções de livros didáticos com um viés nas orientações das atividades propostas nos manuais do professor. Quanto estas análises, buscamos investigar como está sendo apresentado ao educador as orientações que possam potencializar o ensino e aprendizagem por experimentação e argumentação.

7.1 ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES DO QUESTIONÁRIO

Com a finalidade de consolidar nossa análise, a Tabela 1 mostra as respostas dos participantes para as questões fechadas que foram propostas no formato de questionário, que encontra-se no apêndice A, aplicado a professores de Matemática atuante nos anos finais do Ensino Fundamental. Foram analisados um total de 18 questionários. Os professores estão identificadas como P1, para o primeiro professor, até P18, para o último professor, identificados em ordem crescente de idade.

Tabela 1 – Respostas de questões fechadas

Profesor	Idade	Tempo de atuação (anos)	Formação Licenciatura	Pós-Graduação	Parte inicial da questão 5	Parte inicial da questão 6	Parte inicial da questão 7	Parte inicial da questão 8
----------	-------	-------------------------	-----------------------	---------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

P1	<25	<5	Ciências Exatas	Não possui	Não	Não	Não	Não
P2	25-30	<5	Ciências Exatas	Mestrado em andamento em Ensino de Ciências Exatas	Sim	Sim	Não	Sim
P3	25-30	<5	Ciências Exatas	Não possui	Sim	Sim	Não	Não
P4	25-30	<5	Matemática	Não possui	Sim	Sim	Não	Não
P5	25-30	<5	Matemática	Neuropsicopedagogia	Sim	Não	Não	Não
P6	31-35	6-10	Matemática	Gestão Escolar	Sim	Sim	Não	Sim
P7	36-40	16-20	Matemática	Mestrado em Ensino de Ciências Exatas	Sim	Sim	Sim	Sim
P8	36-40	11-15	Matemática	Supervisão Orientação e AEE	Não	Não	Não	Não
P9	36-40	11-15	Matemática	Mídias Digitais	Sim	Sim	Não	Sim
P10	41-45	< 5	Ciências Exatas	Não possui	Sim	Sim	Não	Sim
P11	41-45	11-15	Matemática	Ensino de Matemática, Supervisão e Orientação Escolar	Sim	Sim	Sim	Não
P12	41-45	16-20	Matemática	Gestão e Supervisão Escolar	Sim	Não	Não	Não
P13	41-45	< 5	Matemática	Não possui	Sim	Sim	Sim	Sim
P14	>45	>20	Matemática	Oreintação e gestão	Sim	Não	Não	Raramente
P15	>45	>20	Matemática	Não possui	Sim	Sim	Sim	Não
P16	>45	>20	Matemática	Geometria Analítica Espacial	Sim	Sim	Não	Raramente
P17	>45	11-15	Matemática	Supervisão e Orientação	Sim	Sim	Não	Não
P18	>45	>20	Matemática	Educação Inclusiva	Sim	Sim	Não	Sim

Fonte: Própria autora, 2022.

Ao observar essa tabela, percebe-se que os participantes possuem idades variadas e desempenham a função como professores em intervalos de tempo distintos, ou seja, desde inferiores a cinco anos ou superiores a 20 anos, porém, a maioria é atuante há mais de cinco anos. A idade e o tempo de experiência profissional de tais professores ajudam na compreensão de seus percursos na área da educação. Dos dezoito participantes desta pesquisa, 13 possuem curso de Pós-Graduação em diferentes áreas da educação e apenas 5 não possuem este tipo de formação continuada. A partir da questão⁵, 5 até a questão 8 obtinha-se uma parte da pergunta fechada e outra parte aberta.

⁵ Detalhamento das questões que apresentam uma parte da pergunta aberta e outra fechada: Questão 5 - O livro didático tem influência em sua prática docente? De que forma? Questão 6 - Você utiliza o livro didático no planejamento de suas aulas? Faz uso de alguma coleção em especial? Questão 7 - Você considera importante o manual do professor no livro didático? Porquê? Você faz uso do manual do professor? Se sim, de que forma? Questão 8 - Você utiliza o livro didático disponibilizado pela escola com seus estudantes? Se sim, de que forma? E se não, por qual razão?

Os professores respondentes da pesquisa ao serem questionados na questão 5 se o livro didático tem influência em suas práticas docentes dezesseis professores afirmaram que sim e apenas dois participantes declararam não serem influenciados por este recurso educacional. Aqueles professores que não utilizam justificam que,

P1 - *Não tem influência, devido à complexidade da maioria dos exercícios, nem sempre conseguiria trabalhar com os estudantes utilizando livros didáticos.*

P8 - *Não tem influência, pois nem sempre consigo trabalhar com os estudantes utilizando apenas um determinado livro didático.*

Vejamos agora algumas respostas daqueles professores que tem influência do livro didático em suas práticas pedagógicas:

P2 – *Sim. Somente para a aplicação de conteúdos e exercícios.*

P3 – *Sim, nas listas de exercícios principalmente.*

P4 – *Sim, tem influência, porém pouca, somente na resolução de alguns exercícios, principalmente nesse "retorno pós-pandemia" a dificuldade dos livros didáticos está muito elevada para os alunos. A defasagem deles está grande e acabo tendo que adaptar muito o conteúdo.*

P6 – *Sim, mas devido ao enredamento de muitos exercícios, uso apenas como apoio para algumas listas específicas de exercícios, mas não é a única ferramenta utilizada em sala de aula.*

P7 – *Sim. No planejamento de algumas atividades.*

P17 – *Sim. Para consultas de atividades.*

De acordo com as justificativas obtidas na questão 5, os 16 participantes que utilizam o livro didático com os estudantes, porém, afirmam que a influência deste recurso é válida e variada, auxiliando no planejamento de algumas atividades, consulta de listas de exercícios, ou somente pesquisas. Em suma, a maioria prioriza as listas de exercícios. Dentre as justificativas aponta-se que apesar da defasagem referente ao contexto atual da educação, devido a dois anos de ensino totalmente remoto, o livro didático tem influência no planejamento de aulas, apesar da complexidade da abordagem de alguns conteúdos apresentados nos livros. Ressaltamos que uma atividade dentro de uma lista de exercícios pode alimentar uma experimentação e consequente argumentação, dependendo da abordagem do professor.

Na questão 6 sobre se utilizam o livro didático no planejamento de suas aulas, 13 respondentes afirmaram que utilizam e 5 responderam que não. Alguns participantes que responderam que utilizam o livro didático no planejamento de suas aulas, justificam que:

P3 – *Utilizo o livro como um norteador no plano de aula, para ver a sequência que devo seguir ao ensinar um conteúdo. A escola utiliza a coleção da Moderna.*

P12 – *Utilizo em partes para o planejamento de exercícios. Como nem sempre a escolha do livro é atendida e além disso não é disponibilizado a quantidade suficiente para todos os alunos porque consideram o número de estudantes do ano anterior se torna uma ferramenta pouco utilizada. Araribá e Praticando Matemática foram as coleções recebidas nas escolas que trabalho.*

P13 – *Sim, como complemento para parte do planejamento.*

Os professores que utilizam o LD, consideram que o mesmo contribui como um complemento na sequência de exercícios. Desta forma, utilizar o LD como complemento no planejamento de aulas, pode flexionar o educador a agir com autonomia na consolidação do processo de ensino e aprendizagem.

Porém, de maneira análoga, da totalidade dos participantes, quando indagados se consideram importante o manual do professor no LD e se leem ou utilizam “o manual do professor no livro didático”, questionamento referente a questão 7, os 18 professores consideram importante esse recurso, porém, a maioria alegou não usufruir desse material. Apenas 4 professores afirmaram utilizar o manual do professor no LD e 14 professores afirmam não utilizá-lo, nem lê-lo. De acordo com eles:

P4 – *Uso muito pouco, apenas quando preciso buscar alguma análise de algo. Gosto de realizar o estudo como se fosse um aluno para ter a perspectiva dele.*

P7 – *Sim. Utilizo as dicas que os autores trazem para auxiliar na abordagem dos conteúdos.*

P12 – *As vezes, mas raramente. Analisando as propostas de atividades e conceitos expostos em manuais diversos.*

P13 – *Sim, para aumentar as possibilidades de aplicações das atividades.*

Quanto ao não uso do manual do professor no LD, as respostas obtidas foram bem sucintas. Embora a finalidade do manual é orientar o professor quanto ao uso do livro em como enriquecer as atividades propostas, percebe-se que este objetivo ainda não é alcançado pelas Editoras.

Com referência a questão 8, quando interrogados se utilizam o livro didático disponibilizado pela escola com seus estudantes, nove destes participantes não o utilizam, dois responderam que raramente utilizam e sete destes professores afirmam utilizar o livro didático com os estudantes. Logo, o objetivo das Editoras de que a maioria dos estudantes utilizem este recurso, também não está sendo contemplado. No que diz respeito a forma de utilização, eles registram que:

P6 - *Sim, utilizo os livros como fonte de atividades, para evitar perdendo tempo copiando, do mesmo modo usamos as vezes como fonte de pesquisa e apoio para os estudantes consultar.*

P7 - *Sim. Cada aluno recebeu um livro da coleção ARARIBÁ. Utilizamos o livro para verificar exemplos, aplicações práticas do conteúdo e para realizar os exercícios que o mesmo propõe.*

P10 - *Sim. Utilizo para complementar as aulas, de modo que o aluno possa ler, fazer exercícios e atividades de estudo fora da sala de aula.*

P13 - *Sim, como possibilidade de pesquisa dos alunos e para aqueles alunos que gostam de acompanhar os futuros conteúdos da série/ano.*

P16 - *Raramente utilizo, porque o número de livros nunca é suficiente para atender todos os alunos da turma.*

Dos professores participantes da pesquisa, que preferem não utilizar o livro didático com os estudantes, justificam que:

P1 - *Não, eu não utilizo livros didáticos, pois os livros que a escola disponibiliza não contemplam todos os estudantes, e são de coleções muito antigas.*

P3 - *Não utilizo com o Ensino Fundamental, somente com o Ensino Médio. Com o Fundamental, prefiro me basear pelo portal da matemática da Obmep.*

P4 - *Não. A escola não tem quantidade suficiente. Acabo produzindo as aulas baseadas no livro.*

P8 - *Não utilizo. Os alunos não gostam de aula com livro, prefiro passar no quadro e selecionar algumas atividades do livro, gosto de trabalhar com atividades práticas e relacionadas com dia a dia, livro tem muito exercícios abstratos e repetitivos.*

P11 - *Não, porque acho poucos exercícios de cada matéria e um nível muito difícil para os alunos.*

P17 - *Não gosto das coleções. Uso livros que baixo na internet.*

Analisando as respostas, percebemos que são distintas as motivações em torno daqueles professores que optam por utilizar ou não o LD com o estudante e o manual do professor no LD em seus planejamentos. Aqueles que usufruem deste recurso, o utilizam como complemento, fonte de pesquisa, seguido de aplicações de atividades. Já aqueles que optam por não o utilizar, alegam insuficiência de livros por estudante, disponibilidade somente de livros antigos e/ou preferência pessoal.

As três últimas questões foram direcionadas a exploração da experimentação e argumentação em sala de aula, tendo como o manual do professor no LD, com um olhar direcionado na BNCC, já que os livros precisam estar alinhados a este documento norteador do ensino contemporâneo. Considerando que uma das competências Gerais (Competência 2) para as diferentes áreas da Educação Básica trata de,

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das

ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BNCC, 2017, p.11).

Ao desenvolver esta competência na área da Matemática, com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, pode-se favorecer o desenvolvimento do raciocínio do estudante, contextualizando com formulação de hipóteses, experimentações, interpretações e possíveis conclusões. Para compreendermos como os professores identificam esta aproximação, a questão 9 traz o seguinte questionamento: “Você consegue identificar em manuais do professor em livros didáticos atuais de Matemática atividades que envolvam a investigação, a criação de hipótese, a argumentação, a criação de soluções próprias por parte dos estudantes, ...? Se sim, cite um breve exemplo que você tenha conhecimento.

Neste questionamento, considerando que a maioria não utiliza o manual do professor, apenas o LD do estudante, até mesmo no planejamento, as respostas foram com base no LD do estudante. Diante disso, 11 professores, responderam que não conseguem identificar tais atividades no LD e sete afirmaram que sim. De forma geral, apresentamos algumas respostas:

P1 – *Sim, eu conheço um livro didáticos que aborda a Resolução de problemas em todas as suas unidades. Algumas atividades desse livro possibilitam ao estudante investigar, criar hipóteses, argumentar, que são características da metodologia de Resolução de problemas.*

P3 – *Nunca usei, não identifiquei.*

P4 – *Não. Uma atividade que contemple todas essas habilidades de uma só vez, não.*

P6 – *Algumas atividades trazem sim, por exemplo quando o problema propõe uma pesquisa e a partir dela a elaboração de uma resposta aplicada a um problema específico acredito que essa habilidade está sendo desenvolvida.*

P7 – *Sim. Percebo que os livros atuais trazem uma articulação com temas das outras áreas do conhecimento ou mesmo com as situações cotidianas do ambiente em que estamos inseridos. Além disso, trazem atividades que visam desenvolver a interpretação.*

P10 – *Sim. Num livro que utilizo, há a proposta de o aluno descobrir, por meio de dobraduras, como "funciona" a potenciação.*

P11 – *Sim, em Geometria Espacial tem bastante situações problema.*

P12 – *Sim. É possível verificar o alinhamento com a BNCC nos livros didáticos atuais. Exploração geométrica, através da investigação e da argumentação pelos estudantes é visível nas sequências propostas.*

Nesta questão, alguns professores optaram por não justificar suas respostas, limitando-se apenas a frase “Não identifiquei”. Aqueles professores que conseguem

trabalhar com investigação, criação de hipóteses e argumentação a partir do manual do professor, propõem construção de conceitos, jogos, recortes para validar propriedades e aprimorar conhecimentos.

Já na sequência, referente a questão 10, os professores participantes da pesquisa consideram possível trabalhar nas aulas de Matemática atividades que envolvam a investigação, a criação de hipótese, a argumentação, a criação de soluções próprias por parte dos estudantes. A maioria dos professores responderam que sim, consideram possível esta abordagem.

P1 – *Sim, é possível desenvolver aulas que possibilitem aos estudantes investigar, interrogar, criar soluções, serem criativos. Para isso é preciso que o professor proporcione um ambiente de aprendizagem propício a investigação.*

P2 – *Alguns conteúdos sim, outros não, as vezes não tem como argumentar e investigar alguns conteúdos de matemática.*

P3 – *Acredito que seja possível, primeiro dividiria a turma em pequenos grupos e exoria o problema, assim conforme os grupos fossem argumentando poderiam trocar as ideias com os outros grupos, tendo assim a construção de uma hipótese.*

P4 – *Sim. Atualmente estou fazendo um projeto para trabalhar com meus alunos, juntamente com a professora de língua portuguesa, em que faremos um tribunal. Nesse projeto eles serão organizados em grupos de defesa do réu, de promotoria e júri. Nós professores seremos os juizes, e os alunos deverão utilizar da argumentação logica, investigação etc para o julgamento de, por exemplo, Einstein é responsável pela morte das vítimas das bombas atômicas? O conteúdo prévio necessário será abordado ao longo de um bimestre, para no próximo ser o julgamento.*

P6 – *Sim é possível, uma metodologia que engloba essa prática é a modelagem matemática, que pode ser desenvolvida de diversas formas.*

P7 – *Sim. Por meio da experimentação matemática, por exemplo. Os alunos seriam apresentados a uma situação na qual realizariam uma atividade de experimentação com uso de material manipulável. Em segunda, seria proposto um questionamento sobre tal atividade, levando o aluno à elaboração de hipóteses, à argumentação e à construção de um determinado conceito*

P8 – *Atividades de pesquisa, atividades com recorte e colagem, uso de jogos interativos, como por exemplo: Cálculo de porcentagens com atividades propostas utilizando contas de água e luz, cupom fiscal, panfletos de supermercado e lojas.*

P10 – *Sim. Podemos explorar conceitos matemática, através de materiais manipuláveis, por exemplo na geometria, explorar ângulos, congruência cálculo de área, etc.*

P11 – *Sim, poderia ser através da resolução de um problema da realidade dos alunos através da Modelagem Matemática ou resolvendo problemas do próprio livro didático ou através de jogos.*

P13 – *Sim, porém depende dos alunos em questão, do local onde estão inseridos, buscando temas e linguagem própria de cada comunidade,*

instigando os mesmos a desenvolver estratégias na resolução de problemas.

P15 – *Sim. Teria que ser uma atividade fora da sala de aula, para que o aluno possa pesquisar e buscar soluções.*

Diante da análise dos resultados, nossa amostragem de participantes entende que permitir que os estudantes observem, levantem hipóteses, classifiquem e partam para a exploração por meio de experimentações é um diferencial para a consolidação da aprendizagem, agregando maiores possibilidades de conhecimentos ao estudante. Nas respostas obtidas evidenciou-se a resolução de problemas, modelagem matemática e materiais concretos.

Para finalizar o questionário, a questão 11, indaga se na prática docente de tais professores, busca-se desenvolver tais características mencionadas nas perguntas anteriores, e se o professor faz uso destas atividades quando presentes no livro didático. A seguir, apresentam-se alguns apontamentos dos professores:

P1 – *Eu procuro trazer atividades que priorizem a autonomia dos estudantes, possibilitando a investigação e argumentação na resolução do problema proposto.*

P3 – *Utilizo materiais didáticos como o frac-soma ou o Geoplano, para a construção de ideias matemáticas. Não utilizo os recursos disponíveis no livro didático.*

P4 – *Sim. Procuro utilizar a modelagem matemática. Quando presente no livro, busco aproveitar, mas dependendo do livro é difícil encontrar algo mais significativo.*

P6 – *Sim, no entanto, ultimamente está muito difícil contemplar essa habilidade, com a pandemia temos muitas defasagens que nos fazem até ter que revisar a alfabetização nas séries finais.*

P7 – *Sim. Faço uso de tais atividades tanto se estiverem presentes no livro didático quanto se for uma adequação à necessidade de aprendizagem dos alunos. Neste último caso, eu mesma planejo a atividade.*

P8 – *Busco desenvolver práticas significativas. Faço pouco ou quase nada ultimamente com livro.*

P10 – *Sim. Gosto de trazer atividades que o aluno possa investigar, encontrar no cotidiano dele, relação com o que aprendemos em sala de aula.*

P11 – *Sim, através de situações problema relacionando a matemática com a realidade, o livro didático é um grande apoio neste sentido.*

P12 – *Com certeza! Busco temas reais e que possam fazer parte da experiência dos estudantes. A partir desses temas criamos sequências que possibilitam o crescimento pedagógico dos estudantes.*

P15 – *Sim. Procuro envolver o aluno para que ele possa sistematizar e organizar os problemas, fazendo com que organize o seu raciocínio. Não uso o livro didático.*

P17 – *Alguns conteúdos sim. Trabalhei na matemática financeira e na interpretação e coletas de dados. Este tipo de atividades presentes em livros didáticos não me idêntico, acho muito confuso.*

Vemos nestas respostas que apenas 4 dos 18 professores relataram utilizar atividades ou métodos que podem potencializar a experimentação e argumentação com os estudantes. Os demais participantes alegam não desenvolver esse tipo de atividade por vários motivos, como não identificação pessoal, preferência por listas de exercícios e complexidade de determinados exercícios, turmas grandes, etc. Logo, percebe-se que a metodologia experimentação e argumentação matemática

Em síntese, dos 18 participantes, 16 afirmaram que utilizam o LD do estudante no planejamento de plano de aula e 4 utilizam o manual do professor no LD. Em contrapartida, quanto a utilização do LD com os estudantes, 9 dos participantes afirmam que utilizam em alguns momentos, como forma complementar de ensino.

A maioria dos professores participantes da pesquisa enfatizam, o valor e importância da experimentação e argumentação nas aulas de Matemática, porém, poucos relatam utilizar esta tendência em suas aulas, devido a vários fatores variados que vão desde a não identificação pessoal até a complexidade de conteúdos. Diante da análise, evidenciamos que muitos professores ainda não utilizam o LD com o estudante e pouquíssimos leem ou utilizam o manual do professor no LD.

Apesar da maioria dos participantes da pesquisa relatarem não utilizar o manual do professor no LD, nem optarem por trabalhar em sala de aula com metodologias promotoras da experimentação e argumentação matemática, compreendem que tais abordagens são bem significativas e têm ideias de como trabalhar com essa metodologia, através de resolução de problemas, modelagem ou materiais concretos, não associando diretamente ao LD.

Dado o exposto, apesar do pequeno número de participantes da pesquisa pressupõem-se que os professores possuem conhecimentos sobre experimentação e argumentação matemática. Também, reconhecem a importância do LD, porém, o manual do professor no LD necessita, ainda, ser (re)pensados acerca de seu uso, pois o mesmo mostrou-se pouco utilizado pelos professores.

7.2 ANÁLISE DESCRITIVA DOS LIVROS DIDÁTICOS

Para concretizar a análise das atividades presentes nos livros didáticos selecionados, utilizamos alguns critérios que possam envolver diálogo, reflexão, relevância na problematização, motivação, capacidade epistemológica e interpretativa do material, categorizados da seguinte forma:

- 1- Aspecto visual;
- 2- Contextualizações;
- 3- Leitura exploratória e analítica;
- 4 - Interpretativa do material;
- 5 - Sistematização dos apontamentos.

Com base nestes critérios, investigamos o que o manual do professor no LD propõe na atividade que possa estimular a experimentação e argumentação em sala de aula, podendo potencializar o aprendizado. Para isso, apresentamos no Quadro 14, alguns aspectos que podem favorecer promoção da experimentação e argumentação matemática com os estudantes, considerando que a argumentação é uma notável tendência para explorar a experimentação e vice versa, sendo que ambas podem ser trabalhadas juntas, simultaneamente.

Quadro 14 – Potencialidades, interações e desenvolvimentos entre experimentação e argumentação

EXPERIMENTAÇÃO	<ul style="list-style-type: none"> - Apresentar situações de investigação, discussão e debates; - Possibilidades de criação de hipóteses, descobertas e redescobertas; - Estimular a reflexão matemática através de questionamentos acerca do experimento, problema ou situação apresentada; - Valorização do “caminho percorrido”, da solução apresentada e da estratégia utilizada; - Validação, seguido de demonstração sempre que julgar necessário; - Promoção de estímulo, ações e pensamentos criativos.
ARGUMENTAÇÃO	<ul style="list-style-type: none"> - Apresentar situações de investigação, discussão e debates; - Observação, análise de dados, evidências e variáveis; - Justificativas e/ou refutações em processos investigativos matemáticos; - Contexto dialógico, discursivo e reflexivo com refinamento de conjecturas e questões problematizadoras; - Conversação oral, escrita ou visual de carácter explicativo e justificativo; - Apresentar multiplicidade de interpretações de conceitos e diferentes pontos de vista sobre as mesmas questões; - Estabelecimento de relações e comunicação (diferentes linguagens); - Discutir e analisar possíveis validações; - Favorecer ao estudante o desenvolvimento do raciocínio e imaginação, potencializando o desenvolvimento de atitudes críticas e propositivas.

EXPERIMENTAÇÃO & ARGUMENTAÇÃO	A experimentação e argumentação podem ser potencializadas simultaneamente em sala de aula, dependendo da abordagem do professor e o envolvimento dos estudantes.
--	--

Fonte: Própria autora, 2023.

As atividades não precisam necessariamente ter todas características citadas no Quadro 14 para serem potencializadoras da experimentação e argumentação. Não existe uma sequência pré-determinada, nem um conjunto de etapas a serem seguidos exatamente como descrito, como uma receita pronta. Estas são apenas algumas sugestões, baseadas em nossa pesquisa, que nos nortearam na seleção de atividades nos manuais do professor em livros didáticos e que podem auxiliar o educador que optar por trabalhar com experimentação e argumentação matemática com os estudantes.

Diante de tais encadeamentos, apresentamos na sequência, as atividades escolhidas, previamente selecionadas em dois distintos livros didáticos, com base nos critérios mencionados anteriormente, objetivando potencializar a experimentação e argumentação matemática. Para isso, consideramos relevante apresentar atividades referentes a unidades temáticas Números, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística e Álgebra.

Os exemplares dos livros didáticos selecionados fazem parte das coleções voltadas aos anos finais do Ensino Fundamental, porém a análise da pesquisa está direcionada para o 9º ano, momento em que os estudantes estão concluindo o Ensino Fundamental, construindo maturidade e desenvolvimento metacognitivo, ou seja, desenvolvendo estruturas cognitivas para atuar criticamente em sociedade.

No âmbito das seções subsequentes, buscamos apresentar a análise individual de ambos os livros que compõem nosso corpus documental. Inicialmente foi analisado o livro Araribá Mais Matemática 9º ano (2020), Editora Moderna e posteriormente o livro Apoema Matemática 9º ano (2020) Editora do Brasil, conforme descrito na sequência. Diante disso, reafirmamos nosso principal objetivo que consiste em analisar de que forma pode-se explorar a experimentação e a argumentação em sala de aula tendo como aporte em potencial o manual do professor no livro didático de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental.

Salientemos que as atividades potencializadoras de experimentação e argumentação selecionadas em ambos LD, podem estar sobre o objetivo concreto, ou

além dele, ou seja, podendo ser concreto ou abstrato. Logo, a tipificação quanto a atividade pode ser com base em problemas, investigações, tipo de jogo enunciados, ou recurso (concreto ou digital), etc.

Assim, nos exemplos citados dos LD não é a atividade ou o tipo de experimento que faz a ação de experimentar, e que esta pode acontecer a qualquer tempo e momento. A essência é a postura do docente com qualquer recurso ou atividade.

7.2.1 LIVRO I - ARARIBÁ MAIS MATEMÁTICA, 9º ANO (2020), EDITORA MODERNA

O livro didático Araribá Mais Matemática 9º ano⁶, de Maria Regina Garcia Gay e Willian Raphael Silva, primeira edição, foi publicado pela editora Moderna no ano de 2020. A Figura 6 mostra a capa do exemplar. A editora Moderna, segundo informações da própria editora, tem como foco principal a produção de livros didáticos e foi criada em 1968 no Brasil.

Figura 5 – Capa do livro Araribá Mais Matemática - 9º ano (2020)



Fonte: Gay; Silva (2020).

⁶ O volume analisado é o manual do professor, organizado para que o docente da disciplina se reconheça por meio dos títulos das seções e das estratégias de ensino e aprendizagem. Apresenta de forma completa e detalhada todos os tópicos, alinhados a BNCC, buscando aprimorar as dinâmicas das aulas e ampliar os conhecimentos do professor.

A obra *Araribá Mais Matemática*⁷ do 9º ano possui 272 páginas e está estruturada em 10 capítulos. O manual do professor traz indicações de leituras para o desenvolvimento profissional do educador e orientações ao professor seguida de sugestão de sites educativos. Traz também, textos de aprofundamento destinado a cada capítulo evidenciando os objetivos, as competências específicas e habilidades da BNCC. A obra incentiva o uso da calculadora, a resolução de desafios, o trabalho em grupo, o cálculo por estimativa e os cálculos mentais e analisar textos que envolvem conceitos matemáticos.

Como orientações gerais o manual do professor no LD é composto de reflexões sobre o ensino da Matemática; formação do professor; textos de aprofundamento; considerações sobre a avaliação; princípios norteadores; estrutura da coleção e sugestões de jogos e atividades para completar o trabalho pedagógico. Já as orientações específicas são relacionadas individualmente ao conteúdo e à atividade proposta em comum acordo com a BNCC.

Sintetizando as análises no manual do professor no LD, apresentamos recortes de atividades, com base em critérios categorizados em aspecto visual, contextualização, leitura exploratória e analítica, interpretativa do material e sistematização dos apontamentos.

Na sequência, apresentamos a Unidade Temática Geometria, conforme ilustrado na Figura 7, com uma atividade que consiste na verificação experimental do Teorema de Pitágoras através do software Geogebra:

⁷ O exemplar apresenta resumo na borda esquerda os objetivos referentes à atividade da página, seguido de imagens ilustrativas e orientações didáticas. No rodapé traz a (as) habilidade (es) da BNCC que devem ser exploradas.

Figura 6 – Unidade Temática Geometria – Atividade: Verificação experimental do Teorema de Pitágoras no *Geogebra*

INFORMÁTICA E MATEMÁTICA

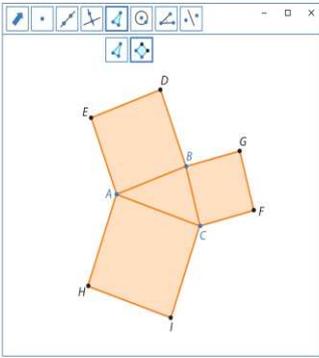
Verificação experimental

Nesta seção, você vai utilizar um *software* de geometria dinâmica para construir um triângulo e três quadrados, cada quadrado com um lado em comum com o triângulo e externo a ele, e, então, comparar a área do quadrado maior com a soma das áreas dos quadrados menores.

CONSTRUA No 2º e 3º passos, oriente os alunos a construir os quadrados de forma que eles fiquem externos ao triângulo para facilitar a investigação.

Utilize a ferramenta para a construção de polígonos e siga os passos descritos a seguir.

- 1º) Construa um triângulo ABC qualquer.
- 2º) Sobre o lado AB , construa um quadrado $ABDE$ externo ao triângulo.
- 3º) Da mesma forma, construa o quadrado $BCFG$ sobre o lado BC e o quadrado $ACIH$ sobre o lado AC .



Quando o triângulo se aproxima de um triângulo retângulo, a área do quadrado maior se aproxima da soma das áreas dos quadrados menores.

INVESTIGUE

- Meça os três ângulos internos do triângulo ABC e, usando a ferramenta de cálculo de área, determine as áreas dos quadrados $ABDE$, $BCFG$ e $ACIH$.
- Movimente um dos vértices do triângulo construído de forma que obtenha um triângulo acutângulo. Compare a área do quadrado maior com a soma das áreas dos quadrados menores. O que você observa? Nos quadrados construídos sobre os lados do triângulo acutângulo, a área do quadrado maior é menor que a soma das áreas dos quadrados menores.
- Movimente, agora, um dos vértices do triângulo de forma que obtenha um triângulo obtusângulo. Compare a área do quadrado maior com a soma das áreas dos quadrados menores. O que você observa? Nos quadrados construídos sobre os lados do triângulo obtusângulo, a área do quadrado maior é maior que a soma das áreas dos quadrados menores.
- Mais uma vez, movimente um dos vértices do triângulo de forma que um dos seus ângulos internos se aproxime de 90° . O que você observa?
- Repita a construção descrita acima, porém desenhe um triângulo retângulo no 1º passo. Determine as áreas dos quadrados e compare a área do quadrado maior com a soma das áreas dos quadrados menores. Movimente a construção. O que você observa? A área do quadrado maior é igual à soma das áreas dos quadrados menores.

151

Informática e Matemática

Objetivo

- Verificar experimentalmente, com o auxílio de um *software* de Geometria dinâmica, a validade do teorema de Pitágoras.

Orientações

- Nessa seção, os alunos terão a oportunidade de construir quadrados sobre os lados de um triângulo retângulo e verificar que a área do quadrado sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados sobre os catetos. Oriente-os quanto às ferramentas que devem utilizar na construção e, depois, na investigação que deverão realizar. Deixe-os livres para conjecturar e trocar ideias.
- Relembre os alunos que um triângulo é acutângulo quando seus ângulos internos são menores que 90° , um triângulo é obtusângulo quando um de seus ângulos mede mais que 90° e um triângulo é retângulo quando um dos seus ângulos mede 90° .

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ERICSSON GUILHERME LUCIANO

Veja sequência didática no *Material do Professor – Digital*.

Nesta atividade de Geometria⁸, ilustrada na Figura 7, o manual do professor no LD propõe apresentar o Teorema de Pitágoras através de demonstração experimental, visual e gráfica, por intermédio do software *Geogebra*, proporcionando ao estudante uma dinâmica interativa. Nesta abordagem, seguido de questões problematizadoras, o aplicativo de *Geogebra* pode apresentar uma abordagem investigativa, plausível de discussão e debates entre professor (mediador) e estudantes.

O manual do professor no LD apresenta no canto direito a seguinte habilidade (EF09MA13) que consiste em “demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos”, que articula a experimentação matemática em consonância com os requisitos propostos pela BNCC. No canto esquerdo, o manual do professor no LD apresenta as seguintes orientações:

Nessa seção, os alunos terão a oportunidade de construir quadrados sobre os lados de um triângulo retângulo e verificar que a área do quadrado sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados sobre os catetos. Oriente-os quanto às ferramentas que devem utilizar na construção e, depois, na investigação que deverão realizar. Deixe-os livres para conjecturar e trocar ideias (ARARIBA, 2020, p. 151).

O manual do professor no LD sugere deixar o estudante livre para conjecturar ideias na construção do conhecimento. Neste contexto, o *Geogebra* pode ser uma importante ferramenta para exploração a experimentação e argumentação com os estudantes. Assim sendo, salientamos que é o professor que potencializa a atividade didático pedagógica em sala de aula, com a promoção de estímulo, ações, pensamentos dialógico, discursivo e reflexivo, potencializando o desenvolvimento de atitudes críticas e propositivas.

Diante de abordagens matemáticas por experimentação, Lorenzato (2008) destaca que os questionamentos geralmente são evidenciados nas atividades em questão. Diante dessa verificação na atividade em análise na Figura 7, a participação ativa do estudante ainda é pouco explorada. Além de verificar o Teorema Pitágoras, poderia ser ampliado o repertório de questionamentos, hipóteses e testagens, até mesmo ampliando para outras questões geométricas. Além da relação entre as áreas dos catetos e da hipotenusa, poderia,

⁸ O livro didático em análise salienta que o trabalho com o espaço e as figuras geométricas vem sendo negligenciado no Ensino Fundamental e pouco explorado no Ensino Médio. Todavia, pode ser iniciado nos primeiros anos do Ensino Fundamental, com a exploração de macro espaços e de figuras tridimensionais, devendo ser continuamente desenvolvido e ampliado com o estudo de propriedades de figuras geométricas, pequenos estudos axiomáticos.

entre outras formas, analisar e testar outros polígonos regulares, explorando figuras e áreas, seguido de questionamentos e argumentações com base em hipóteses inferidas e os resultados encontrados.

Portanto, o professor pode ampliar os conceitos e abordagens sugeridas no manual do professor no LD, considerando que a experimentação e argumentação são atividades do sujeito epistêmico. Neste contexto, apesar da atividade em análise ser promotora da experimentação e argumentação em sala de aula, a mesma poderia ser potencializada, abrangendo mais conceitos e questionamentos, valorizando este momento de aprendizado e o desenvolvimento cognitivo do estudante, promovendo amplamente o protagonismo e autonomia na formação estudantil.

Para dar sequência em nossa pesquisa, na Figura 8, exemplificamos uma proposta de atividade referente a duas unidades temáticas: Números e Grandezas e Medidas com abordagens numéricas sobre Notação Científica:

Figura 7 – Unidade Temática Números e Grandezas e Medidas – Atividade: Notação Científica e tirinhas argumentativas

• Converse com os alunos sobre aparelhos ou objetos que estão presentes no cotidiano deles e que utilizam unidades de medida como as exploradas na atividade 10. Por exemplo: *pen-drives*, CDs e DVDs.

• Resolução da atividade 10: Pelo enunciado, temos:
 $1 \text{ GB} = 2^{10} \text{ MB}$
 $1 \text{ MB} = 2^{10} \text{ kB}$
 $1 \text{ kB} = 2^{10} \text{ bytes}$

Portanto:
 $1 \text{ GB} = 2^{10} \text{ MB} = 2^{10} \cdot 2^{10} \text{ kB} = (2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}) \text{ bytes} = 2^{30} \text{ bytes}$
 $160 \text{ GB} = 160 \cdot 2^{30} \text{ bytes}$

Como cada byte corresponde a um determinado caractere, um microcomputador que permite guardar 160 GB de dados binários é capaz de guardar $160 \cdot 2^{30}$ caracteres. Logo, o valor máximo de n é $160 \cdot 2^{30}$.

Alternativa b.

• No item b da atividade 11, peça aos alunos que compartilhem o problema elaborado com um colega e que resolvam o problema proposto por ele.

Raiz enésima de um número real

Objetivos

- Compreender como se calcula a raiz enésima de um número real.
- Compreender a noção de radical, suas propriedades e mobilizá-las na resolução de problemas.
- Favorecer o desenvolvimento da seguinte habilidade da BNCC: EF09MA04.

Habilidades da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA04, uma vez que propõe aos alunos que resolvam e elaborem problemas com números reais envolvendo a operação de radiciação.

8 (Mackenzie-SP) Considere as seguintes afirmações:
 1) $(0,001)^{-3} = 10^9$
 2) $-2^2 = \frac{1}{4}$
 3) $(a^{-1} + b^{-1})^{-2} = a^2 + b^2$

Associando V ou F a cada afirmação, nesta ordem, conforme seja Verdadeiro ou Falso, tem-se: **alternativa e**

a) VVV d) FVF
 b) VVF e) VFF
 c) VFF

9 Observe a conversa entre Schroeder e Lucy.



• Junte-se a um colega e façam o que se pede.

a) Escrevam no caderno, em notação científica, o valor de 1 googol. $1 \cdot 10^{100}$

b) Na opinião de vocês, esse número é grande ou pequeno? Isso significa que é muito provável ou pouco provável que Schroeder e Lucy se casem um dia?

Lembre-se:
Não escreva no livro!

10 (Etec-SP) Os microprocessadores usam o sistema binário de numeração para tratamento de dados.

- No sistema binário, cada dígito (0 ou 1) denomina-se *bit* (*binary digit*).
- *Bit* é a unidade básica para armazenar dados na memória do computador.
- Cada sequência de 8 bits, chamada de *byte* (*binary term*), corresponde a um determinado caractere.
- Um *kilobyte* (kB) corresponde a 2^{10} bytes.
- Um *megabyte* (MB) corresponde a 2^{10} kB.
- Um *gigabyte* (GB) corresponde a 2^{10} MB.
- Um *terabyte* (TB) corresponde a 2^{10} GB.

Atualmente, existem microcomputadores que permitem guardar 160 GB de dados binários, isto é, são capazes de armazenar n caracteres. Nesse caso, o valor máximo de n é: **alternativa b**

a) $160 \cdot 2^{20}$ d) $160 \cdot 2^{50}$
 b) $160 \cdot 2^{30}$ e) $160 \cdot 2^{60}$
 c) $160 \cdot 2^{40}$

11 Considerando os dados apresentados na atividade anterior, faça o que se pede.

a) Certo HD externo tem capacidade de armazenamento de 3 TB. Calcule a quantidade de caracteres, no máximo, que esse HD é capaz de armazenar. $3 \cdot 2^{40}$ caracteres

b) Elabore um problema envolvendo medidas de armazenamento de dados em um computador. **Resposta pessoal.**

2. Raiz enésima de um número real

■ **Raiz quadrada**

No Capítulo 1, estudamos a **raiz quadrada** de 2.

Para determinar a raiz quadrada de um número real a , precisamos encontrar um número não negativo b que, multiplicado por ele mesmo, resulte em a .

Observação

Podemos indicar uma raiz quadrada usando os símbolos: $\sqrt[2]{\quad}$ ou $\sqrt{\quad}$.

$\sqrt[n]{a} = b$, em que b é um número real não negativo, tal que $b \cdot b = a$ ou $b^2 = a$.

índice
radicando

32

(EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

Veja sequência didática no Material do Professor – Digital.

32

Fonte: Gay; Silva (2020, p. 32).

De acordo com o livro didático Araribá, no decorrer do Ensino Fundamental, os conhecimentos numéricos devem ser construídos pelos estudantes num processo dialético, como instrumentos eficazes para resolver problemas, considerando-se suas propriedades, relações e o modo como se configuram. Diante desta prerrogativa, consoante com o livro em questão, a proposta de atividade selecionada pode envolver duas unidades temáticas, sendo elas “Números e Grandezas e Medidas”.

A atividade traz algumas indagações relacionadas ao termo *googol*, seu significado e suas casas numéricas através de uma tirinha investigativa e para isso, o

63

manual do professor no LD apresenta a habilidade “(EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações”, não evidenciando orientação direcionada, deixando a critério do professor explorar da maneira que achar mais adequado. De certo modo, os autores conseguem trazer questionamentos sobre Números e Grandezas e Medidas atribuindo aos estudantes determinada curiosidade e reflexão sobre Notação Científica.

Com base em nossas análises, a tirinha investigativa, selecionada no manual do professor no LD (Figura 8), pode potencializar a experimentação e argumentação em sala de aula, pela capacidade de envolvimento do estudante, podendo assim, promover investigação, reflexão, conversação oral, escrita ou visual de carácter explicativo e justificativo. Portanto, esta atividade pode ser rica e significativa exibindo múltiplas abordagens.

Nesta perspectiva, a problematização matemática em atividades investigativas favorece o desenvolvimento das práticas epistêmicas e pedagógicas, facilitando ao estudante realizar suas próprias investigações, suscitando não apenas a aprendizagem mecânica, mas induzindo-o a raciocinar, relacionar, problematizar e pesquisar, (re)examinando e (re)interpretando atividades.

Dando continuidade às análises, foi selecionada uma atividade relativa à Unidade Temática Probabilidade e Estatística (Figura 9), com eventos independentes e eventos dependentes, que de acordo com os critérios de análise pode ser considerada promotora da experimentação e argumentação, visando investigar e problematizar as ações e interpretações dos estudantes.

Figura 8– Unidade Temática Probabilidade e Estatística – Atividade: Eventos independentes e de eventos dependentes

Estatística e Probabilidade

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF09MA20.

Habilidade da BNCC

- Essa seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA20 porque os alunos terão a oportunidade de reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Orientações

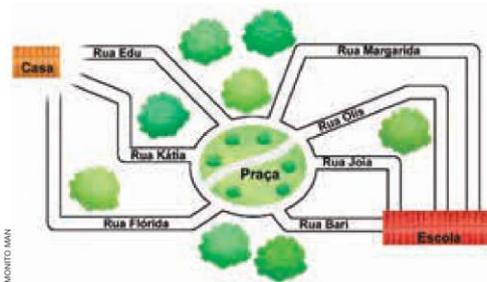
- Em muitas situações o experimento aleatório pode ser separado em etapas. A informação do que ocorreu em determinada etapa pode influenciar ou não na probabilidade de ocorrência das etapas sucessivas. É importante que os alunos compreendam que dois eventos são considerados independentes quando a informação da ocorrência de um deles não interfere na probabilidade de ocorrência do outro, caso contrário os eventos são dependentes.

- Sempre que possível, proponha aos alunos que analisem as situações utilizando como recurso a árvore de possibilidades. Esse tipo de representação permite representar os eventos e as probabilidades condicionais associadas às realizações. Chame a atenção dos alunos para o fato de que cada um dos caminhos da árvore indica uma possível ocorrência.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

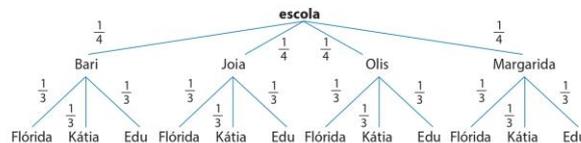
Probabilidade de eventos independentes e de eventos dependentes

Elisa vai caminhando todos os dias para a escola. Da sua casa até a escola, ela pode fazer diferentes caminhos. Considerando que Elisa faça um caminho diferente por dia, veja na ilustração a seguir os caminhos possíveis.



Priscila, sua amiga de escola, vai visitá-la depois da aula. Qual é a probabilidade de Priscila sair da escola e chegar à casa de Elisa passando pela Rua Joia e pela Rua Flórida?

Esse tipo de situação envolve **eventos independentes**, pois existem dois trechos para chegar até o destino e a escolha de um não depende da escolha do outro. Para calcular essa probabilidade, podemos desenhar a árvore de probabilidades. Veja abaixo.



A probabilidade da ocorrência de eventos independentes é calculada multiplicando as probabilidades de cada evento ocorrer. Nesse caso, a probabilidade de Priscila escolher a Rua Joia é $\frac{1}{4}$, e a probabilidade de escolher a Rua Flórida é $\frac{1}{3}$. Portanto, a probabilidade final será $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$.

230

(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Para esta atividade, as autoras apresentam a habilidade (EF09MA19) que propõe “reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência nos dois casos”. Como orientação, é estabelecido que o professor evidencie claramente em aula as diferenças entre eventos independentes e

dependentes e sugerido que os estudantes utilizem como recurso a árvore de possibilidades, permitindo representar os eventos e as probabilidades condicionais associadas às realizações e para o fato de que cada um dos caminhos da árvore indica uma possível ocorrência. Esta atividade pode potencializar a experimentação e argumentação matemática através da criação de hipóteses, análise de dados, evidências e variáveis, valorizando assim, o processo de descobertas e redescobertas do estudante.

Ao tentar resolver esta atividade, o estudante precisa experimentar diferentes possibilidades apresentadas pelo problema, até encontrar a probabilidade que corresponde ao menor caminho, podendo elencar alguma regularidade. Este tipo de abordagem investigativa, pode provocar “[...] mudança de atitude dos alunos, que deixam de se comportar apenas como ouvintes/observadores de aulas expositivas e passam a refletir, pensar, questionar e argumentar, participando de discussões propostas pelo professor” (SILVA, 2016, p.25). Com isso, o estudante parte de uma situação problema necessitando investigar possibilidades para sustentar suas ideias e hipóteses, estimulando a curiosidade e a busca do conhecimento, o que pode se configurar uma experimentação e argumentação matemática.

No próximo tópico, selecionamos uma atividade integrando Aritmética e Álgebra (Figura 10) que propõe ao estudante uma investigação na formação do Triângulo de Pascal.

Figura 9 – Unidade Temática Álgebra – Atividade: Integrando Aritmética e Álgebra

Triângulo de Pascal

1. Descreva as regularidades que você observa no Triângulo de Pascal.

Os coeficientes do polinômio relacionado a $(x + a)^3$ estão na 4ª linha.

Os coeficientes do polinômio relacionado a $(x + a)^2$ estão na 3ª linha.

1ª linha

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1
1	6			6	1
1	7			7	1
1	8			8	1
1	9			9	1
1	10			10	1

2. Complete os espaços vazios do Triângulo de Pascal.
3. Qual é a forma fatorada do polinômio $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$?
4. Com o auxílio do Triângulo de Pascal, escreva o polinômio correspondente a $(x + a)^{10}$ e a $(x - a)^{10}$.

Avaliação

- Descreva as dificuldades que você enfrentou nessa atividade e relate oralmente a um colega o que você fez para superá-las.
- Registre em uma folha o relato que você fez para seu colega e entregue-a para o seu professor.

Capítulo 5

Atividade: Interpretando texto

- Pedir aos alunos que leiam o texto a seguir:

Tales, o homem da sombra

[...] Após alguns dias de uma viagem interrompida por numerosas escalas nas cidades à margem do rio, ele a avistou. Erguida no meio de um platô, não longe da beira do rio, a pirâmide de Quéops! Tales nunca havia visto nada tão imponente. Duas outras pirâmides, a de Quéfren e a de Miquerinos, se elevavam no platô; ao lado daquela, pareciam pequenas. [...]

As dimensões do monumento superavam tudo que ele havia imaginado. [...] À medida que se aproximava, seu andar foi ficando mais lento, como se o monumento, por sua simples massa, conseguisse moderar sua marcha. Sentou-se, vencido. Um felâ de idade indefinida acorreu-se a seu lado. “– Sabes, estrangeiro, quantos mortos custou esta pirâmide, que tu parece admirar?” “Milhares, sem dúvida.” [...]

Quaisquer que tenham sido os objetivos do faraó, uma coisa era certa: a altura da pirâmide era impossível de ser medida. Era a construção mais visível do mundo habitado e a única que não podia ser medida. Tales resolveu enfrentar o desafio. [...] Quando o Sol clareou o horizonte, Tales se levantou. Viu sua sombra se estender na direção oeste; pensou que, qualquer que fosse a pequenez de um objeto, sempre existia uma luz que o tornasse grande. [...] “Como minha mão não pode efe-

Para esta atividade, o manual do professor no LD não apresenta sugestões ao professor em como trabalhá-la em sala de aula, limitando-se a descrevê-la como “um problema a se resolver”, portanto, fica a critério do professor explorá-la da forma que melhor convir para a turma. A mesma, apresenta a habilidade EF09MA09, que propõe compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas. Como Competência Específica da BNCC, as autoras preconizam,

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (BNCC, 2017, p. 267).

Para o desenvolvimento algébrico proposto nesta atividade (Figura 10), o estudante pode criar e discutir estratégias afim de encontrar possíveis soluções do problema, que possibilitem a identificação de regularidades e padrões. Assim, em concordância com Silva, Uhmman e Heckler, (2017), o professor pode potencializar a experimentação em sala de aula a partir de uma situação que oportunize uma diversidade de pontos de vista, proporcionando debates e investigações. Portanto, pode-se inferir que esta atividade analisada é promotora da experimentação e argumentação, possibilitando a análise de hipóteses que podem ser aceitas, questionadas e/ou refutadas, desenvolvendo e expandindo o raciocínio dedutivo e habilidades matemáticas.

De acordo com nossa pesquisa, o manual do professor no LD Araribá pode auxiliar significativamente o professor nas propostas educacionais por experimentação e argumentação, apresentando relevância para explorar esta tendência com os estudantes. Nesta perspectiva, Weisz (2009, p.11) destaca que “[...] a função do professor é criar condições para que o estudante possa exercer a sua função de aprender participando de situações que favoreçam isso”. Neste sentido, não basta envolver os estudantes na realização de experimentos, mas sim procurar integrar o trabalho a discussões, análise e interpretação (ROSITO, 2008). Portanto, cabe ao professor mediar à condução dessas atividades, indo além de roteiros pré-estabelecidos.

7.2.2 LIVRO II – APOEMA MATEMÁTICA 9º ANO (2020) EDITORA DO BRASIL

O livro didático Apoema Matemática 9º ano⁹, de Adilson Longen, primeira edição, foi publicado pela Editora do Brasil no ano de 2020. Segundo informações da mesma coleção, a qual pertence este exemplar foi organizada para atender à BNCC com temas atuais e tratamento visual atraente, sendo que a contextualização dos conteúdos está interligada à realidade do estudante, com propostas de atividades lúdicas, incentivando também o trabalho em grupo que pode favorecer o levantamento de hipóteses e estratégias. A Figura 12 ilustra a capa do exemplar.

Figura 10 – Capa do livro Apoema Matemática - 9º ano (2020)



Fonte: Longen (2020).

A obra Apoema Matemática¹⁰ do 9º ano possui 272 páginas, distribuídas em 24 capítulos. O manual do professor no LD traz reflexões sobre a postura do educador contemporâneo e os recursos didáticos que se pode usar em sala de aula, como calculadora, computadores e *softwares* de Matemática, apresentando seções fixas no decorrer de cada capítulos (Antever; De olho no legado; Conviver; Em foco; Atividades;

⁹ O volume analisado é o manual do professor. Segundo o autor, a obra é conduzida valorizando as relações, os problemas, o raciocínio, os contextos e as conexões, possibilitando o desenvolvimento do sentido numérico e os significados das operações em diferentes contextos.

Ampliar; Viver). As orientações e sugestões ao professor estão presente em todas as páginas, de acordo com a atividade proposta. Ao final de cada unidade, são apresentadas listas de exercícios, identificadas como atividades de revisão. As sugestões de leitura e sites são para que o professor possa buscar e compartilhar informações complementares ao conteúdo a ser estudado, ampliando o repertório e possibilitando a prática da leitura, a expansão do conhecimento e até a retomada de conteúdos.

Para análise de atividades que podem potencializar a experimentação e argumentação em sala de aula no manual do professor no LD Apoeima, foi realizado recortes de atividades por Unidade Temática, com base em nossos critérios de seleção, mencionados anteriormente. Inicialmente analisamos a unidade “Números”. Diante deste contexto, selecionamos uma atividade sobre números irracionais conforme mostra a Figura 13, problematizando o número π :

Figura 11 – Unidade Temática Números - Atividade: Números Irracionais e comprimento da circunferência


Conviver

O número irracional pi (π)

Em alguns momentos dessa coleção, você já fez atividades que envolveram o comprimento de uma circunferência e a medida de seu diâmetro. Caso queira fazer novamente esse tipo de atividade, considere uma latinha em forma de cilindro e observe suas duas bases, que têm a forma de círculo.

O contorno do círculo é uma circunferência. Para obtermos o comprimento da circunferência, podemos contornar a lata com um barbante e depois medir o comprimento do barbante correspondente ao contorno da lata. Observe as ilustrações a seguir:



Junte-se a mais três ou quatro colegas para fazer esta atividade e sigam as instruções!

Instruções

1. Separem os seguintes materiais:
 - uma calculadora;
 - uma caneca redonda;
 - uma régua;
 - uma lata de milho verde;
 - um pedaço de barbante de 1 m;
 - um CD.
 - uma moeda de R\$ 0,50;
2. Utilizando a régua, obtenham a medida do diâmetro (D) dos objetos e, com base nela, calculem seus raios (r), que têm a metade da medida do diâmetro.
3. Com o barbante, contornem cada objeto para conseguir a medida do comprimento de suas circunferências (C). Copiem e preencham as três primeiras colunas da tabela com valores aproximados.
4. Dividam, utilizando a calculadora, o comprimento da circunferência pelo diâmetro correspondente de cada objeto; em seguida copiem e completem a tabela abaixo.

	D (cm)	r (cm)	C (cm)	C/D
Moeda				
Caneca				
Lata				
CD				

5. Apresentem as tabelas para os demais colegas e respondam às seguintes perguntas:
 - a) Todos os valores da última coluna são números iguais? **Aproximadamente iguais.**
 - b) Qual é a conclusão que se pode chegar com os resultados obtidos? **Resposta pessoal.**

Orientações

Para realizar a atividade proposta nesta página, providencie ou solicite antecipadamente o material necessário para cada grupo de 3 ou 4 alunos.

Antes de iniciar a atividade, solicite aos alunos que copiem a tabela no caderno atentando-se a quais medidas devem ser descritas em cada coluna e aos objetos de cada linha.

Auxilie os alunos na medição do comprimento das circunferências, se necessário.

Ao final, peça que cada grupo explique os procedimentos adotados para os demais alunos da turma e comparem as respostas encontradas.

O intuito desta seção é comprovar experimentalmente aproximações racionais para o número irracional π .

NA BNCC

COMPETÊNCIA GERAL

2

A atividade proposta nesta seção visa exercitar a curiosidade intelectual, propondo que o aluno realize medições utilizando um barbante. Dessa maneira ele realizará a investigação para elaborar e testar hipóteses e formular e resolver problemas.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

5

Por meio da atividade proposta o aluno é convidado a utilizar processos e ferramentas matemáticas para modelar e resolver problemas cotidianos, validando estratégias e resultados.

17

17

Fonte: Longen (2020, p. 17).

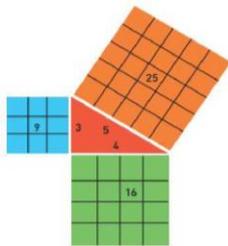
Como Competência Geral, esta atividade visa exercitar a curiosidade intelectual do estudante, propondo a participação de um experimento, realizando medições com barbantes. Como Competência Específica, a atividade recomenda a Competência 5, que o estudante é convidado a utilizar processos e ferramentas matemáticas para modelar e resolver problemas cotidianos, validando estratégias e resultados.

Para esta atividade, o manual do professor no LD orienta o professor a formar grupos de 3 a 4 integrantes, providenciando ou solicitando antecipadamente o material necessário para cada grupo, auxiliando-os, sempre que necessário, na medição do comprimento das circunferências e ao final, cada grupo deve explicar os procedimentos adotados para os demais colegas, comparando as respostas. O intuito desta atividade é comprovar experimentalmente aproximações racionais com o número irracional π , o que é um desafio, quando muitos professores recaem em erro conceitual no trato do π a partir de razão entre medidas que são expressas por números racionais.

Desta maneira, a partir da análise experimental e da troca de informações entre colegas, o estudante ao realizar investigações em torno do experimento, pode fortalecer e potencializar o aprendizado por experimentação e argumentação em sala de aula, momento este que o professor pode mediar, formulando e problematizando questões, além das propostas no manual do professor no LD. Com isso, tornando o aprendizado mais significativo. Nesta atividade, o professor pode iniciar ou retomar os conceitos sobre números irracionais, podendo elaborar planos de ação complementares, com base nas informações produzidas encontrados seguido de questionamentos e argumentos dos estudantes para dar mais sentido ao experimento.

A próxima imagem (Figura 13) apresenta uma atividade envolvendo a Unidade Temática Geometria. O manual do professor no LD propõe uma abordagem demonstrativa tendo como foco inicial o Teorema de Pitágoras para o entendimento das propriedades geométricas.

Figura 12 – Unidade Temática Geometria– Atividade: Explorando o Teorema de Pitágoras



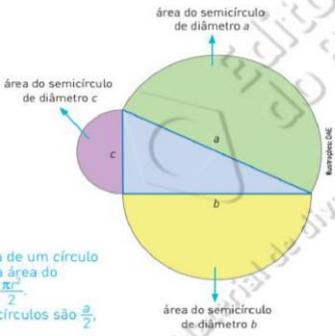
Quando obrigados a demarcar os campos lodosos, após o retraimento das águas do Nilo, os agrimensores egípcios faziam uso prático desta relação, e poderia alguém pensar que nisto se resumisse toda a utilidade do teorema.

Paul Karson. A magia dos números. São Paulo: Globo, 1961. p. 89-92.

Há uma generalização do teorema de Pitágoras muito curiosa:

Se figuras semelhantes são construídas sobre os lados de um triângulo retângulo, a área da figura construída sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas das figuras construídas sobre os catetos.

Verifique se essa generalização é verdadeira para a figura a seguir:



Considerando que a área de um círculo de raio r é igual a $\pi \cdot r^2$, a área do semicírculo é a metade, $\frac{\pi r^2}{2}$. Como os raios dos semicírculos são $\frac{a}{2}$, $\frac{b}{2}$ e $\frac{c}{2}$, temos:

Mostre que a área do semicírculo de diâmetro igual à medida da hipotenusa é igual à soma das áreas dos semicírculos de diâmetros sobre os catetos.

$$A_1 = \pi \cdot \frac{a^2}{8}, A_2 = \pi \cdot \frac{b^2}{8}, A_3 = \pi \cdot \frac{c^2}{8} \text{ e } A_2 + A_3 = \pi \cdot \frac{b^2}{8} + \pi \cdot \frac{c^2}{8} = \frac{\pi}{8} (b^2 + c^2)$$

Pelo teorema, temos que $a^2 = b^2 + c^2$. Portanto, $\frac{\pi}{8} \cdot (b^2 + c^2) = \frac{\pi}{8} \cdot a^2$

NA BNCC

COMPETÊNCIAS GERAIS
1 e 2

O texto apresentado nesta seção propicia aos alunos a valorização dos conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo social e cultural, bem como a estimulação da curiosidade intelectual por meio da recorrência própria das ciências.

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS
1, 3 e 5

Nesta seção os alunos poderão reconhecer que a Matemática é uma ciência humana e fruto das necessidades de diferentes povos em vários momentos históricos; a compreensão da relação entre a Geometria e outros campos do conhecimento por meio de processos e ferramentas matemáticas como modeladoras de problemas cotidianos.

Saiba mais

Teorema de Pitágoras e áreas. Disponível em: <www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>. Acesso em: nov. 2018.

Fonte: Longen (2020, p. 181)

Nesta atividade, é apresentada as Competências Gerais 1 e 2 que propicia ao estudante a valorização do conhecimento historicamente construído sobre o mundo social e cultural bem como a estimulação da curiosidade intelectual por meio da recorrência própria da ciência (BNCC, 2017). Para isso, o autor sugere como orientação, explorar o contexto histórico da geometria, trazendo o site do OBMEP, como sugestão ao professor.

Visitamos o material sugestionado, intitulado “Teorema de Pitágoras e Áreas” de Eduardo Wagner e o mesmo apresenta uma abordagem histórica e demonstrativa. Diante

disso, o professor pode desafiar o estudante a relacionar pesquisas, demonstrações e verificações experimentais, em determinadas situações problemas em sala de aula, através de investigações e problematizações, articulando o contexto histórico com o atual. O autor propõe também como sugestão ao professor mostrar ao estudante que a área do semicírculo de diâmetro igual a medida da hipotenusa é igual a soma das áreas dos semicírculos de diâmetros sobre os catetos. Esta abordagem pode-se transformar num problema provocativo, através de observações, discussões e debates.

De acordo com Tardif, “[...] o saber não é uma substância ou um conteúdo fechado em si mesmo; ele se manifesta através de relações complexas entre o professor e seus alunos” (TARDIF, 2014, p. 13). Logo, nesta atividade, podemos ir além do aspecto histórico ou demonstrativo, podendo fazer uso de material concreto, problematização, *softwares* educativos, entre outros métodos em torno do Teorema de Pitágoras, para consolidar a aprendizagem, oportunizando o estudante a fazer conjecturas, levantar hipóteses, visando a ampliação de conhecimentos geométricos.

Na sequência, apresentamos uma atividade da Unidade Temática Álgebra, ilustrada na Figura 14, que aborda o cálculo do cubo da soma.

Figura 13 – Unidade Temática Álgebra – Atividade: Cálculo do cubo da soma

Conviver

Cálculo do cubo da soma

Expandiremos o estudo do trinômio quadrado perfeito para analisar expressões que envolvem o cubo de uma soma.

Participantes:

- 3 ou 4 alunos.

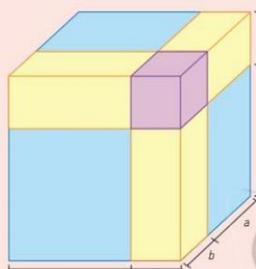
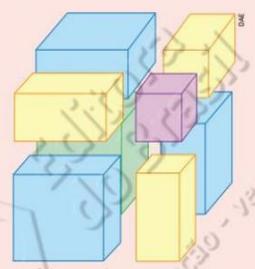
Material:

- papel;
- lápis.

Encaminhamento

Sigam as instruções.

I. Leiam a explicação abaixo:
Além das representações dos produtos notáveis trabalhadas até agora, podemos encontrar situações nas quais apareçam cubos. Vejam o exemplo:

Cubo separado em partes.

A imagem representa um cubo maior formado por outros cubos e blocos retangulares menores.

II. Escrevam uma expressão que represente o volume do cubo cuja aresta mede $a + b$. $[a + b]^3$

III. Observando a figura da direita, escrevam uma expressão equivalente à soma dos volumes das partes do cubo. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

IV. Desenvolvam as seguintes potências:

a) $(x + 1)^3$ $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

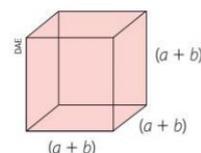
b) $(3z + x)^3$ $27z^3 + 27z^2x + 9zx^2 + x^3$

V. Mostrem que $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$ utilizando a propriedade distributiva na expressão $(a + b + c)(a + b + c)$

Orientações

Esta seção permite investigar a potência $(a + b)^3$. Auxilie os alunos na interpretação do desenho apresentado no item I.

Outra maneira de mostrar geometricamente a potência $(a + b)^3$ é associá-la ao volume de um cubo de aresta $(a + b)$, no caso $(a + b)^2$ refere-se à área da base do cubo e $(a + b)$, à altura do cubo.



Assim, algebricamente:

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

O item V pode ser resolvido da seguinte maneira:

$$(a + b + c)(a + b + c) = a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc + ca + cb + c^2 = a^2 + 2ab + 2ac + 2bc + b^2 + c^2$$

Ao final deste capítulo proponha que os alunos façam uma autoavaliação. Sugerimos as seguintes perguntas:

1. Compreendi a fatoração da diferença de dois quadrados?
2. Compreendi a fatoração do trinômio quadrado perfeito da soma?
3. Compreendi a fatoração do trinômio quadrado perfeito da diferença?

NA BNCC

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

3

Por meio do trabalho referente à Geometria os alunos compreendem as ideias da Álgebra.

Fonte: Longen (2020, p. 67).

De acordo com o exemplar em análise, esta atividade apresenta a Competência Específica 3 que aponta que por meio do trabalho referente a Geometria os estudantes compreendam as ideias de Álgebra. Neste contexto, o manual do professor no LD não traz a habilidade da BNCC trabalhada, e como orientação sugere apenas que o professor auxilie o estudante na interpretação do problema.

Elucidando alguns aspectos do nosso critério de análises no manual do professor no LD, esta atividade pode ser potencializadora da experimentação e argumentação entre os estudantes, podendo se tornar um problema interessante, instigando a curiosidade e o desenvolvimento algébrico. Momento este que o professor pode questionar as possíveis soluções, manipulações e regularidades. Assim, o professor valoriza variadas formas de pensamento do estudante, na compreensão e construção de explicações.

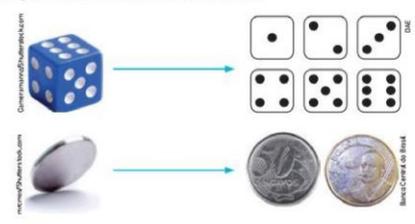
Atividades como esta, quando exploradas de maneira adequada, podem ser uma ferramenta potencializadora da experimentação e argumentação matemática, momento em que o estudante pode inferir hipóteses entre colegas e professor (mediador). Diante disso, os principais enfoques experimentais e argumentativos podem ocorrer através da observação, análise de dados, ou em contexto dialógico, discursivo e reflexivo com refinamento de conjecturas e questões problematizadoras, numa conversação oral, escrita ou visual de carácter explicativo e justificativo, podendo apresentar multiplicidade de interpretações de conceitos e diferentes pontos de vista sobre as mesmas questões.

Na sequência, ilustramos na Figura 15 uma atividade sobre eventos independentes e eventos dependentes, da Unidade Temática Probabilidade e Estatística:

Figura 14 – Unidade Temática Probabilidade e Estatística – Atividade: Eventos independentes e de eventos dependentes

Eventos independentes e eventos dependentes

A turma inventou uma brincadeira um pouco diferente. Lançava-se um dado e uma moeda. Ganhava a brincadeira quem adivinhasse os dois resultados.



Resposta:

- Se o evento *A* consiste em sair a face 2 no dado, qual é a probabilidade de ocorrência desse evento? $\frac{1}{6}$
- Se o evento *B* consiste em sair coroa na moeda, qual é a probabilidade de ocorrer esse evento? $\frac{1}{2}$
- Quantos resultados ao todo podem ocorrer ao lançarmos simultaneamente um dado e uma moeda? **12 resultados.**

Eventos independentes

Vamos voltar à brincadeira. Imagine que você escolheu a face 5 no dado e a face cara na moeda. Qual é a probabilidade de você acertar os dois resultados?

- Vamos fazer um quadro com os resultados possíveis do dado e da moeda. Representamos cada resultado por um par ordenado:

(1; cara)	(2; cara)	(3; cara)	(4; cara)	(5; cara)	(6; cara)
(1; coroa)	(2; coroa)	(3; coroa)	(4; coroa)	(5; coroa)	(6; coroa)

- Como são 12 os resultados e queremos apenas o que está destacado, a probabilidade de ele ocorrer é:

$$p = \frac{1}{12}$$

- Note que ocorrer a face 5 no dado não interfere na ocorrência de sair cara na moeda. Dizemos que esses dois **eventos são independentes**. Podemos calcular a probabilidade de ocorrer a face 5 no dado e cara na moeda multiplicando as probabilidades, isto é:

$$\text{probabilidade de sair face 5} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \quad \text{probabilidade de sair cara}$$

Se dois eventos *A* e *B* ocorrem em um mesmo espaço amostral e são **independentes entre si** (a ocorrência de um não influencia na ocorrência do outro), a probabilidade de ocorrência de *A* e *B* é calculada pelo produto das probabilidades de cada um desses eventos.

Orientações

Se necessário construa, na questão 3, o espaço amostral utilizando uma árvore de possibilidades e calcule a quantidade de elementos do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo: são duas possibilidades para a moeda e seis possibilidades para o dado, logo $2 \cdot 6 = 12$ possibilidades.

Depois de discutir o experimento aleatório, lançamento de uma moeda e um dado, conclua com os alunos que eventos independentes são aqueles cuja ocorrência de um deles não altera a probabilidade de ocorrência do outro acontecer.

NA BNCC

HABILIDADE EF09MA20

Neste tópico os alunos reconhecerão, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e, além disso, calcularão a probabilidade de sua ocorrência nos dois casos.

É possível articular este conteúdo à **Sequência didática 1 – Eventos independentes e eventos dependentes**.

143

Fonte: Longen (2020, p. 143).

Neste tópico, o manual do professor no LD visa que o estudante desenvolva a habilidade EF09MA20, reconhecendo, em experimentos aleatórios, eventos independentes, calculando a probabilidade de sua ocorrência nos dois casos. Como orientação, é sugerido que depois de discutir o experimento aleatório, o professor faça o lançamento de uma moeda e um dado concluindo com os estudantes que eventos

independentes são aqueles cuja ocorrência de um deles não altera a probabilidade de ocorrência do outro acontecer.

Ao tentar resolver esta atividade, o estudante precisa investigar e analisar as possibilidades através de lançamento de moedas e dados. Com isso, parte de uma situação problema, estimulando a curiosidade, o levantamento de hipóteses e a busca do conhecimento, tornando-se uma atividade potencializadora da experimentação e argumentação entre os estudantes. Através esta atividade, o professor pode explorar situações de investigação, discussão e debates, estimulando a reflexão matemática através de questionamentos acerca da situação apresentada, valorizando a estratégia utilizada e a promoção de estímulo, ações e pensamentos criativos.

Na sequência, abordamos a Unidade Temática Grandezas e Medidas. Porém de acordo com nosso “critério de seleção” que abrange: aspecto visual, contextualizações, leitura exploratória e analítica, interpretativa do material e sistematização dos apontamentos, não encontramos atividades que atendessem ao nosso critério de seleção. O exemplar Apocema apresenta uma abordagem conteudista, com extensas listas de exercícios conforme mostra a Figura 16. Este tipo de abordagem é recorrente no livro em análise.

Figura 15 – Unidade Temática Grandezas e Medidas – Exercícios de Notação Científica

2 Escreva os números a seguir utilizando a notação científica.

a) 0,00000015 $1,5 \cdot 10^{-7}$
 b) 230 000 000 $2,3 \cdot 10^8$
 c) 0,000000000345 $3,45 \cdot 10^{-10}$
 d) 455 000 $4,55 \cdot 10^5$

3 Escreva os números a seguir como potências de base 10.

a) 100 000 10^5 c) 0,001 10^{-3} e) 100 000 000 10^8
 b) 1 000 000 10^6 d) 0,1 10^{-1} f) 0,0001 10^{-4}

4 Calcule o valor numérico da expressão seguinte.

$$2^{-2} + 5^{-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^0 \cdot \frac{29}{20}$$

5 Quando calculamos uma potência com expoente natural, podem ocorrer as seguintes situações:

- base positiva, expoente par: resultado positivo;
- base positiva, expoente ímpar: resultado positivo;
- base negativa, expoente par: resultado positivo;
- base negativa, expoente ímpar: resultado negativo.

Observando essas possibilidades, calcule o valor numérico de cada item a seguir.

a) $(-3)^4 = 81$ f) $-3^5 = -243$ j) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = 0,015625$
 b) $(-5)^3 = -125$ g) $(-4)^2 = 256$ k) $(-0,5)^4 = 0,0625$
 c) $(-0,2)^3 = -0,008$ h) $-4^4 = -256$ l) $(-0,01)^3 = -0,000001$
 d) $(-7)^3 = -343$ i) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3 = -0,008$

6 Em um papel milimetrado, cada quadradinho tem 0,001 m de medida de lado. Qual é a área desse quadradinho em m²? $0,000001 \text{ m}^2$

7 O volume de um cubo é calculado elevando a medida de sua aresta ao cubo. Qual é o volume de um cubo cuja aresta mede 0,2 cm? $0,008 \text{ cm}^3$

8 Escreva os números a seguir em notação científica.

	Número	Notação científica	Número	Notação científica
$1 \cdot 10^3$	1 000		0,001	$1 \cdot 10^{-3}$
$1 \cdot 10^6$	1 000 000		0,000001	$1 \cdot 10^{-6}$
$1 \cdot 10^9$	1 000 000 000		0,000000001	$1 \cdot 10^{-9}$
$1 \cdot 10^{12}$	1 000 000 000 000		0,000000000001	$1 \cdot 10^{-12}$

9 Na escola de Paula, cada aula tem duração de 50 minutos. Em uma manhã, ela assiste a 5 aulas. Escreva, em notação científica, o tempo, em segundos, correspondente ao total de aulas às quais ela assiste em uma manhã. $1,5 \cdot 10^6$ segundos

10 Elabore um problema que envolva números macroscópicos. Entregue a um colega para que ele o resolva. Verifique se a resposta está correta. *Resposta pessoal.*

Orientações

Na atividade 2, solicite aos alunos que avaliem se o número de cada item é muito grande ou muito pequeno.

A atividade 5 retoma algumas características da potenciação considerando a base negativa ou positiva, e expoente par ou ímpar.

Embora a atividade 8 possa ser considerada como de resolução imediata, é fundamental que os alunos, individualmente, consigam preencher o correspondente quadro evidenciando o conhecimento sobre potências de base 10 e a notação científica.

Saiba mais

Notação científica: uma abordagem contextualizada. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31581/000783852.pdf?...1>>. Acesso em: 16 set. 2018.

NA BNCC

HABILIDADES
EF09MA03 e EF09MA18

As atividades desta página trabalham os cálculos com números reais. Além disso, os alunos reconhecem e empregam unidades para expressar medidas muito grandes e muito pequenas.

Fonte: Longen (2020, p. 25).

Neste exercício referente a Notação Científica, o exemplar apresenta na borda direita a seguinte orientação ao professor: “solicitar aos alunos que avaliem se o número de cada item é muito grande ou muito pequeno”. A atividade traz as habilidades EF09MA18 que consiste em “Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores,

entre outros. Assim sendo, o manual do professor propõe o exercício, apresentado na sequência a resolução final.

Apesar do manual do professor no LD Apoema apresentar uma abordagem conteudista, isso não significa que o professor não possa pegar uma lista de conteúdos e através dela potencializar a experimentação e argumentação em sala de aula. Portanto depende da abordagem do professor, que por vezes pode pegar um material maravilhoso e torná-lo numa atividade monótona e sem sentido prático ao estudante. De forma análoga, pode pegar uma lista de exercícios descontextualizadas e a partir dela apresentar situações de investigação, discussão e debates, possibilitando a criação de hipóteses, descobertas e redescobertas. Portanto, o manual do professor no LD Apoema pode favorecer ao estudante o desenvolvimento do raciocínio e imaginação, potencializando o desenvolvimento de atitudes críticas e propositivas, dependendo da abordagem do professor.

8. O PRODUTO EDUCACIONAL

Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar fazendo erros e aprendendo com eles (BRAUMANN, 2001, p. 5).

O Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas possibilita desenvolver e disponibilizar um “Produto Educacional”, ou seja, elaborar um material ou recurso que possa orientar o professor em sua prática pedagógica e/ou o estudante em seu aprendizado. Desta forma, a nossa proposta de produto educacional, é um guia didático que apresenta conceitos, reflexões, sugestões e dicas ao professor em como trabalhar com experimentação e argumentação matemática com os estudantes. Também apresenta algumas estratégias de como explorar esta temática em manuais do professor em livros didáticos atualizados, sendo este, um importante recurso metodológico para o ensino de Matemática contemporâneo.

No que tange o guia educacional, produto desta dissertação, o mesmo foi construído a partir das lacunas encontradas no questionário referente ao apêndice A, respondidos por professores de Matemática acerca dos conhecimentos sobre experimentação e argumentação em sala de aula. O principal objetivo deste guia é possibilitar que professores tenham ao seu alcance um material que possa ampliar a visão do que é a experimentação e argumentação matemática e como explorar atividades potencialmente ativas com esta temática em manuais do professor em livros didáticos, motivando o educador a implementar esta tendência em suas aulas.

Nesta perspectiva, nosso guia educacional é denominado “GUIA DIDÁTICO SOBRE EXPERIMENTAÇÃO E ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA: Guia de sugestões para professores que ensinam matemática”. Este material apresenta dicas, sugestões e estratégias educacionais ao professor de matemática.

O guia educacional apresenta abordagem que podem possibilitar ao professor explorar a experimentação e argumentação com os estudantes em sala de aula como metodologia facilitadora do ensino e aprendizagem. Também aborda sobre a importância da BNCC, do manual do professor no livro didático, com sugestão de pontos a serem observados pelo educador, bem como o uso de materiais manipuláveis como ferramentas complementares que podem potencializar a experimentação matemática, seguida de exploração de recursos visuais presentes em livros didáticos. Tais sugestões se dão

através de situações-problemas, aplicação de softwares educativos e uso de dobraduras em papel (origami).

Por fim, o guia propõe ao professor formar um laboratório de ensino de Matemática (LEM) a partir de conceitos e/ou atividades propostas em livros didáticos.

Após elaborarmos o produto educacional, buscamos fazer uma primeira análise sobre sua utilização pelo professor e sua aplicabilidade em sala de aula. Para isso, com o intuito de validação do produto, enviamos o mesmo aos dezoito professores de Matemática, respondentes do questionário inicial da pesquisa (Apêndice A). Enviamos via e-mail, tendo em vista que tínhamos os e-mails destes professores, que foram fornecidos obrigatoriamente ao responder o primeiro questionário. Com isso, reelaboramos um “novo” questionário (Apêndice B), e reenviamos (via e-mail) aos dezoito professores respondentes da primeira etapa metodológica da pesquisa. Este último questionário apresenta seis questões como forma de validação ou não do nosso produto educacional, bem como a aceitação ou não da elaboração, abordagens e sugestões apresentadas no mesmo, como forma de potencializar a exploração da experimentação e argumentação em sala de aula.

Obtivemos um retorno de seis professores que afirmaram que o guia é um material muito importante para explorar a experimentação e argumentação em sala de aula. Na primeira questão “Você acredita que as estratégias mencionadas no produto educacional sejam factíveis de serem observadas pelo professor em sala de aula, nas escolhas de atividades pedagógicas?”, os professores foram unânimes em afirmar que sim, que as atividades pedagógicas mencionadas no produto educacional apresentam um suporte de ensino para os professores em sala de aula, que as propostas são de fácil acesso para os professores e bem explicadas e o livro didático é apenas um apoio ao professor, e a ele cabe o papel de interpretar, organizar, adaptar para a realidade do estudante, as atividades propostas pelo livro. Assim, através das estratégias mencionadas podemos aprimorar nossa prática em sala de aula, pois, trata-se de propostas nas quais os estudantes são protagonistas na construção dos conceitos e conteúdos abordados.

Em relação a questão dois¹¹, os respondentes afirmaram que as sugestões e dicas do produto educacional podem auxiliá-los na potencialização da experimentação em sala de aula, mencionaram também que as atividades pedagógicas do produto apresentam um

¹¹ Questão dois: As sugestões e dicas do produto educacional podem auxiliar você a potencializar a experimentação matemática em sala de aula? De que forma?

suporte de ensino para os professores em sala de aula, que as propostas são de fácil acesso para os professores e bem explicadas, que através das estratégias mencionadas pode-se aprimorar a prática em sala de aula.

Os professores respondentes argumentaram que o produto pode fazer o professor refletir sobre possibilidades de utilizar a experimentação Matemática de forma clara e objetiva e as sugestões do mesmo proporcionam ao leitor diferentes ideias e inspirações de atividades para serem trabalhadas em sala de aula. Além disso, também ajuda o professor a ter um olhar mais atento as possibilidades de aprendizagem que a experimentação matemática pode proporcionar. Os professores argumentaram ainda que as sugestões e dicas podem auxiliar a comunicação e criação em sala de aula, possibilitando ter o entendimento de como conduzir as atividades relacionadas à experimentação matemática, que são sugestões muito valiosas para a prática em sala de aula.

Na questão 3, “Como você descreve a utilização ou não do produto educacional para potencializar a experimentação e argumentação matemática através de recursos do manual do professor no livro didático?” os professores responderam que é muito didático e através dele é possível buscar, estratégias de ensino, suporte, métodos de ensino para suas aulas. Entre as repostas foi mencionado que falta divulgação desses tipos de materiais, pois pode possibilitar que vejamos o livro didático por uma nova perspectiva, voltada para a experimentação e argumentação em sala de aula, pois muitas vezes entendemos o livro didático como um material pronto, que não pode ser alterado ou adaptado. Foi mencionado também que o guia educacional possibilita quebrar paradigmas, mostrando-se um recurso muito rico em sugestões de como trabalhar por meio da argumentação e da experimentação, auxiliando na prática de professores de Matemática.

Na questão 4 “Através do produto educacional analisado você sente-se mais motivado a utilizar atividades do manual do professor no livro didático para potencializar a experimentação e argumentação matemática? De que forma ou com qual(is) objetivos?”, os professores responderam que sim, através de temas mais cotidianos, através de experimentos matemáticas e argumentos matemáticos, jogos, enfim, novos métodos de ensino e aprendizagem. O professores responderam que os materiais são muito bem estruturados, prático e objetivo, salientaram ainda que a estratégia 3 que une experimentação e *softwares* educativos, são sugestões bem interessantes para serem

utilizadas em aulas, objetivando tornar as aulas cada vez mais atrativas e os conteúdos mais significativos para os estudantes.

Na questão 5 “Você julga que as estratégias e sugestões apresentadas no produto educacional teriam qual aceitação pelos estudantes em sala de aula? Porquê?”, os professores responderam que teriam sim, principalmente com o uso dos *softwares*, que teria uma boa aceitação, pois os estudantes gostam de aulas diferentes das expositivas e dialogadas, pois as aulas que possibilitem a argumentação e a experimentação, pois, apesar de serem estratégias de ensino muito debatidas no meio acadêmico, ainda são raras nas salas de aula. Foi respondido que tais estratégias mencionadas no guia, as aulas se tornariam mais dinâmicas, motivando o interesse dos estudantes nos conteúdos abordados.

Por fim, na questão 6 abordamos que “Gostaríamos de ouvir sua opinião para além do produto educacional. Você concorda ou discorda com as abordagens, dicas e estratégias apresentadas nele? Mudaria algo? Caso sim, o que mudaria? Deixe uma sugestão”. Os seis professores respondentes afirmaram que concordam com a íntegra do material, que as abordagens e dicas podem contribuir muito para a docência em sala de aula, pois apresentam argumentos que podem motivar os estudantes, dando um suporte ao educador. Também foi mencionado que a leitura é agradável, traz dicas e sugestões interessantes para serem abordadas em sala de aula.

Diante dos resultados apresentados pelos professores respondentes, o produto educacional apresenta organização, clareza e objetividade. Foi enviado email aos 18 professores respondentes da primeira pesquisa, porém, apenas seis professores retornaram nosso questionário, mas a partir das respostas enviadas e analisadas, percebemos que o produto, enquanto material de apoio, obteve um ótimo retorno pelos professores da Educação Básica. Neste contexto, desejamos que este material possa auxiliar ao professor e estudantes, podendo promover reflexões quanto a prática pedagógica docente, pois o educador deve estar em constante aperfeiçoamento e inovação para que assim possa fazer um trabalho com excelência.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esperamos que os resultados decorrentes desta pesquisa permeiem o ambiente escolar da Educação Básica e possam ampliar o olhar do professor sobre as potencialidades das temáticas experimentação e argumentação matemática com os estudantes, podendo contribuir com o professor em suas práticas pedagógicas.

A revisão literária foi o primeiro recurso utilizado, quando buscamos teses e dissertações dos últimos cinco anos, no catálogo CAPES, desenvolvidas sobre experimentação, argumentação, BNCC e livro didático, auxiliando-nos em nossos estudos iniciais e investigações ao longo de nosso trabalho. Esta etapa nos permitiu ampliar os conhecimentos e horizontes.

Foi possível perceber, após nossas análises histórico evolutiva realizadas nos documentos PCNs e BNCC que os mesmos valorizam a formação do cidadão para a sociedade, sendo que ambos discutem sobre a argumentação em sala de aula, impulsionando práticas de experimentação matemática. Contudo, fica a critério do professor escolher os momentos adequados de sua utilização.

O manual do professor no LD continua sendo um importante recurso educacional que perpassou muitos ciclos e permanece eficiente. Nesta perspectiva, sempre que necessário passa por adaptações para manter-se atualizado, conforme aconteceu recentemente após a homologação da BNCC (2017), fator este que motivou a nossa pesquisa.

Ao analisar o questionário aplicado aos professores, observamos que a maioria dos respondentes não utiliza o manual do professor no LD, material este que pode ser de relevância na educação contemporânea. Percebemos também que os professores respondentes da pesquisa têm conhecimentos sobre o que é experimentação e argumentação matemática, embora, a maioria opte por não trabalhar com esta metodologia. A análise do questionário, também serviu como suporte para compreendermos como os professores se apropriam do que está proposto no manual do professor no livro didático e quais os conhecimentos e aplicabilidade com relação à experimentação e argumentação matemática em suas aulas.

Quanto ao mapeamento de atividades nos manuais do professor em livros didáticos, salientamos que tanto a experimentação quanto a argumentação são potencialidades do estudante, não sendo esta, encontrada em manuais do professor e LD. Porém, pode-se potencializar a experimentação e argumentação em sala de aula através

de atividades investigativas e/ou experimentais, problemas reflexivos, materiais concretos, *softwares* educativos, etc.

Destacamos que os manuais dos LD Araribá e Apoema são ótimos, pois os autores são construtivistas e estão com uma formação crescente quanto a educação matemática. Dessa forma, as análises em manuais do professor em LD de Matemáticas destas coleções serviram como aporte para sabermos como está sendo apresentado atividades potencializadoras da experimentação e argumentação matemática.

De acordo com nossa investigação e análise de um questionário aplicado a professores de Matemática, percebemos que muitos professores atuantes nesta área ainda estão muito apegados ao paradigma de listas de exercícios e pouco exploram atividades diferenciadas presentes em livros didáticos. Também, por diferentes motivos, fazem pouco uso deste importante recurso educacional referente ao manual do professor e LD do estudante.

Mediante tal análise, percebemos que o manual do professor no livro didático requer uma atenção especial no que se refere a utilização, buscando-se formas de estimular o professor a explorá-lo cada vez mais. Portanto, ressalta-se a necessidade de um estudo mais amplo e informativo sobre as potencialidades da experimentação e argumentação a longo.

Na análise das atividades potencializadoras da experimentação e argumentação, podendo facilitar o entendimento do estudante e incentivá-lo na busca de novos conhecimentos. Por fim, acreditamos que através de nossas investigações, tem sido possível aprender e aprimorar o que sabíamos sobre experimentação e argumentação matemática. Assim, as reflexões obtidas no decorrer da pesquisa, reforçaram a importância de ensinar e aprender Matemática por meio da experimentação e argumentação, utilizando preferencialmente o manual do professor no livro didático como apoio ao professor e facilitador ao desenvolvimento das habilidades dos estudantes.

10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, W. N. C. **A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática: o problema das formas em um clube de ciências.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, PA, 2017.
- ALMEIDA, W. N. C.; MALHEIRO, J. M. S. A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 57-83, nov. 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982-5153.2018v11n2p57/37895>. Acesso em: 12 nov. 2021.
- BARRETO, B. C.; MONTEIRO, M. C. G. G. Professor, livro didático e contemporaneidade. **Revista Pesquisas em Discurso Pedagógico**, Rio de Janeiro, n. 1, p. 01-06, 2008. Disponível em: < <https://www.maxwell.vrac.pucrio.br/11983/11983.PDF> >. Acesso em: 15/03/2022.
- BASSOLI, F. Atividades práticas e o ensino-aprendizagem de ciência(s): mitos, tendências e distorções. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru, v. 20, n. 3, p. 579-593, 2014.
- BECKER, F. **Educação e construção do conhecimento.** 2.a ed. revista e ampliada. Porto Alegre: Penso, 2012. BECKER, F. Ensino e pesquisa: Qual a relação? In: BECKER, Fernando; MARQUES, Tania (orgs.). **Ser professor é ser pesquisador.** Porto Alegre: Mediação, 2007. p.11-20.
- BITTENCOURT, C. M. F. **Em foco: história, produção e memória do livro didático.** Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 47-473, dez.2004.
- BOAVIDA, A. M. R. A. **A argumentação em Matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração.** Tese de doutorado em educação - Universidade de Lisboa, Lisboa, 2005.
- BORGES, J. R. A.; OLIVEIRA, G. S.; BORGES, T. D. Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o ensino-aprendizagem de Matemática. **Cadernos da Fucamp**, v.20, n.49, p.22-40/2021.
- BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Guia de Livros Didáticos PNLD 2020: Matemática. Brasília: MEC, 2020.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Educação é a base.** Brasília, DF. 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf. Acesso em: 23 mar. 2022.
- BRASIL. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional.** Brasília: Senado Federal, 2017.

BRASIL. **Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)**. 2012. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=668&id=12391&option=com_content&view=article. Acesso em: 23/03/2022.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática - ensino de 5.^a a 8.^a**. 2. ed. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 2001.

BRASIL. 1998. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5^a a 8^a séries)**. Brasília: MEC/SEF.

BRASIL. Ministério da educação e Cultura. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade. **Série Mais Educação: educação integral** (Texto referência para o debate nacional). Brasília: 2009. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/cadfinal_educ_integral.pdf. Acesso em: 11 março 2021.

BRAUMANN, C. **Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática**. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.), *Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. p. 5-24. Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

CARVALHO, A. M. P. de (Org). **Ciências no Ensino Fundamental: o conhecimento físico**. São Paulo: Scipione, 1998.

CARATTI, J. M.; CENTENO Y. F. Reflexões sobre o uso do livro didático nas aulas de História no Ensino fundamental e Ensino Médio. **Revista Latinoamericana de Estudiosen Cultura y Sociedad**. V. 05, ed. especial, abr., 2019.

CARVALHO, A. M. P. **O Ensino de Ciências por investigação: Condições para implementação em sala de aula**. São Paulo: Cengage Learning. 2013, p. 1-20.

CASSIANO, C. C. de F. **O mercado do livro didático no Brasil: da criação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) à entrada do capital internacional espanhol (1985-2007)**. Tese de Doutorado, 234 p. PUC: São Paulo, 2007.

CASTRO, G. A. M., SANTO, C. F. A. E., BARATA, R. C., ALMOULOU, S. A. (2020). Desafios para o Professor de Ciências e Matemática Revelados pelo Estudo da BNCC do Ensino Médio. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Volume 15. Florianópolis P.01- 32. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e73147>. Acesso em: 22 fev. 2022.

CAVALCANTI, E. S. **Aprendizagem de estudantes do Ensino Fundamental sobre levantamento de hipóteses, análise de dados e conclusões a partir de dados estatísticos'**, 185 f. Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica Instituição de Ensino: Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

CENTENARO, J. B. **Políticas educacionais e a formação de cidadãos razoáveis: uma análise reflexiva das competências gerais da BNCC.** 2019. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, RS, 2019.

COPATTI, C. Olhares ao programa nacional do livro e do material didático: relações entre estado, mercado editorial e os livros didáticos na escola. **I Congresso Latino Americano de Ensino de Geografia.** Santa Maria:UFSM,2021.

CORTINAZ, T. da S. **A construção da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental'** 10/07/2019 116 f. Doutorado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL, Porto Alegre Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da UFRGS.

COSTA, V. M. **Desenvolvimento de senso crítico por meio de argumentações matemáticas: a análise de experimentos didáticos no ensino fundamental'** 24/05/2017 undefined f. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: www.teses.usp.br IME-USP.

COSTA, V. S. S. **Base Nacional Comum Curricular como política de regulação do currículo, da dimensão global ao local: o que pensam os professores?** 185 f. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

COSTA, J. de O. **Guia de ensino para análise combinatória a partir dos livros didáticos, ENEM e BNCC.** 2021. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba, Brasil, 2021.

D'AQUINO ROSA, M. O uso do livro didático de ciências na educação básica: uma revisão dos trabalhos publicados. **Revista Contexto & Educação**, [S.l.], v. 32, n. 103, p. 55-86, dez. 2017. ISSN 2179-1309. Disponível em: <https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/6787>. Acesso em: 22 out 2021.

DANTAS, F. M. da S. **O MUNDO DA VIDA NA MATEMÁTICA: Análise do livro didático de matemática sob uma perspectiva bakhtiniana'** 11/09/2017 undefined f. Doutorado em ESTUDOS DA LINGUAGEM Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE, Natal Biblioteca Depositária: undefined.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. **Trajetórias profissionais de educadoras matemáticas.** Campinas: Mercado de Letras, 2015.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da teoria à prática.** 23. ed. Campinas – SP: Papyrus, (Coleção Perspectivas em Educação Matemática): 2012.

FERREIRA, P. A.; SILVA, K. A. Modelagem Matemática e uma Proposta de Trajetória Hipotética de Aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 33, n. 65, p. 1233-1254, dez. 2019.

FEY, F. **Experimentação matemática como possibilidade de (re)construção do conhecimento na educação básica'** 23/07/2021 82 f. Mestrado Profissional em

ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE, Santo Antônio da Patrulha Biblioteca Depositária: ARGO FURG - Sistema de Administração de Bibliotecas da FURG.

FILIPE, F. A.; SILVA, D. dos S.; COSTA, Á. de C. Uma base comum na escola: análise do projeto educativo da Base Nacional Comum Curricular. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**. Fundação CESGRANRIO, v. 29, n. 112, p. 783-803, 2021. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/212830>>.

FLICK, U. **Uma Introdução à Pesquisa Qualitativa**. Porto Alegre, RS: Bookman, 2004.

FONSECA, M. C. F. R. (Org.). **Letramento no Brasil: habilidades Matemáticas**. São Paulo: Global. 2004.

GEBRIM, N. **Guia de livros didáticos**. Matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Infantil e Fundamental, 2004.

GÉRARD, F. M, ROEGIERS, X. (1993) - **Concevoir et évaluer des manuels scolaires**. Bruxelas. De Boeck-Wesmail (tradução Portuguesa de Júlia Ferreira e de Helena Peralta, Porto: 1998).

GERHARDT, T. E; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. 2009. Monografia (Graduação) - Graduação Tecnológica Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural, Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS, Porto Alegre: Editora da UFRGS. 2009.

GONÇALVES, R. G. **O emprego do livro didático de Matemática no Ensino Fundamental da rede pública estadual**. 2007. 40f. Monografia (Especialização em Didática e Metodologia do Ensino Superior). Universidade do Extremo Sul Catarinense. Criciúma.

GUEUDET, G. et al. E-textbooks and Connectivity: Proposing an Analytical Framework. **International Journal of Science and Mathematics Education**, p. 1– 20, 3 dez. 2016.

GUIMARÃES, G. L.; GITIRANA, V. Estatística no Ensino Fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. In: BORBA, R. E.; MONTEIRO, C. E. (Org). **Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática**. UFPE, 2013, p. 93-132.

JANUARIO, G. **Marco conceitual para estudar a relação entre materiais curriculares e professores de Matemática**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2017.

JELINEK, K.R. A prática discursiva das altas habilidades em Matemática. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.27, n.45, p.193-214, abr.2013.

JELINEK, K. R. Altas habilidades em Matemática: incentivando potenciais no Ensino Fundamental. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v.

1, n. 2, 2016. DOI: 10.35819/remat2015v1i2id1206. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1206>. Acesso em: 12 out. 2021.

JELINEK, K. R. Altas habilidades em Matemática: incentivando potenciais no Ensino Fundamental. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 1, n. 2, 2016. DOI: 10.35819/remat2015v1i2id1206. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1206>. Acesso em: 12 out. 2021.

JELINEK, K. R.; XIMENES, M. V. DOS S. A. A experimentação matemática e a literatura infantil: estudo de um possível entrelaçamento. **ReDiPE: Revista Diálogos e Perspectivas em Educação**, v. 3, n. 1, p. 205-220, 1 jul. 2021.

JUNIOR, E. B. OLIVEIRA, G. S.; SANTOS, A. C. O; L. SCHNEKENBERG, G. F. Análise documental como percurso metodológico na pesquisa qualitativa. **Cadernos da Fucamp**, v.20, n.44, p.36-51/2021.

JUNIOR, E. B. OLIVEIRA, G. S.; SANTOS, A. C. O; L. SCHNEKENBERG, G. F. Análise documental como percurso metodológico na pesquisa qualitativa. **Cadernos da Fucamp**, v. 20, n. 44, p. 36-51/2021.

KRIPKA, R. M. L.; SCHELLER, M.; BONOTTO, D. L. Pesquisa documental na pesquisa qualitativa: conceitos e caracterização. **Revista de investigaciones UNAD**, Bogotá – Colômbia, v. 14, n. 2, p. 55-73, jul./dez. 2015.

KÖCHE, J. C. **Fundamentos de metodologia científica: Teoria da ciência e iniciação à pesquisa**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

LACERDA, M. S. **A Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental: Uma análise nos livros didáticos** ' 28/08/2018 57 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Leopoldo Nachbin.

LEITÃO, S. O lugar da argumentação na construção do conhecimento em sala de aula. In: LEITÃO, S.; DAMIANOVIC, M. C. (Org.) **Argumentação na escola: o conhecimento em construção** – Campinas-SP: Pontes Editores, 2011.

LIMA, W. T. DE. **Contextualização: o sentido e o significado na aprendizagem de matemática**' 07/03/2018 undefined f. Doutorado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: FEUSP.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 2. ed. São Paulo: Autores Associados, 2008.

LOPES, A. C. **Currículo e Epistemologia**. Ijuí: Editora: Unijuí, 2007, p. 205.

LOPES, A. C. **Itinerários formativos na BNCC do Ensino Médio: identificações docentes e projetos de vida juvenis**. Disponível em:

<https://retratosdaescola.emnuvens.com.br/rde/article/view/963>. Acesso em 12 jun. 2023.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

MACÊDO, J. A.; BRANDÃO, D. P.; NUNES D. M. Limites e possibilidades do uso do livro didático de Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, Brasil, v. 3, n. 7, p. 68-86, 2019.

MADRUGA, Z. E. de F.; KLUG, D. A função da experimentação no ensino de ciências e matemática: uma análise das concepções de professores. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v.5, n.3, p.57-65, set/dez 2015.

MALHEIRO, J. M. S.; FERNANDES, P. O recurso ao trabalho experimental e investigativo: Percepções de professores de ciências. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 20, n. 1, p. 79-96, 2015. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/60/37>. Acesso em: 23 mar. 2022.

MARTINS, A. A.; GARCIA, N. M. D. Livros didáticos: elementos da cultura escolar, produtos culturais e mercadorias. In: GARCIA, N. M. D. (Org). **O livro didático de Física e de Ciências em foco: dez anos de pesquisa**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2017.

MATOS, E. M. B.; MATOS. B. de S.; ALVE, F. R. V. Analfabetismo funcional: Reflexões sobre o desenvolvimento educacional no Brasil. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**. São Paulo, v.7.n.6. jun. 2021.

MIRANDA, D. G.; MERIB, R. G. da S.; PIMENTA, A. C. Experimentação em Matemática na sala de aula: possibilidades e desafios no desenvolvimento da tabuada geométrica. **Encontro Goiano de Educação Matemática**, 2017. Anais. Goiás: SBEM-GO, 2017, p. 350-366.

MONTEIRO, P.C.; RODRIGUES, M. A.; SANTIN FILHO, O. Experimentos com Abordagem Investigativa Propostos por Licenciandos em Química. In: **XI Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências Florianópolis, SC – 3 a 6 de julho de 2017**. Disponível em: <http://www.abrapecnet.org.br/enpec/xienpec/anais/busca.htm?query=Experimentos+com+abordagem+investigativa+propostos+por+licenciandos+em+Qu%EDmica+> . Acesso em: 25 maio.2023.

MOREIRA, Marco Antônio. **Metodologias de pesquisa em ensino**. São Paulo: Editora da Física, 2011.

MUNIZ, C. A. Entrevista. [jan. 2021]. Entrevistadoras: Mônica Menezes de Souza, Rosália Policarpo Fagundes de Carvalho. Brasília, 2021. 1 arquivo. Mp3. Entrevista concedida ao Grupo COMPASSODF.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2009.

NICOLAU, A. A., et al. **A Pedagogia da Responsabilidade Integral e a BNCC**, 1. Ed. São Paulo: Thoth, 2018 (*e-book*).

NUNES, T. S. **Características das hipóteses em sequências didáticas investigativas**. 2016. Dissertação (Mestrado) apresentada ao Instituto de Física, Instituto de Química, Instituto de Biologia e Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, 2016.

NUNES, J. M. V.; ALMOULOU, S. A., **O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em matemática**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, 2013.

OLIVEIRA, J. R. S. Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências: reunindo elementos para a prática docente. **Acta Scientiae**. Canoas, v. 12, n. 1, p. 139-153, jan./jun. 2010. Disponível em: <<http://w3.ufsm.br/laequi/wpcontent/uploads/2015/03/contribui%C3%A7%C3%B5es-e-abordagens-de-atividadesexperimentais.pdf>>. Acesso em: 20/02/2022.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Curitiba: Seed, 2008.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

PEREIRA, E. M. **A História da Matemática nos Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio**: Conteúdos e Abordagens' 21/03/2016 107 f. Mestrado Profissional em ENSINO DE CIÊNCIAS Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ, Itajubá Biblioteca Depositária: BIM - Biblioteca Mauá.

PEREIRA, A. B. C. **Uso de jogos digitais no desenvolvimento de competências curriculares da matemática**' 16/08/2017 162 f. Doutorado em CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: IME-USP.

PIMENTEL, J. R. Livros didáticos de Ciências: a Física e alguns problemas. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v.15, n.3, p.308-318, ago. 2006. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/index.php/pnld>. Acesso em: 25 de jan. 2022.

PINTO, A. H. A Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Matemática: Flexibilização ou Engessamento do Currículo Escolar. **Revista Bolema**. Volume 31. Número 59. Rio Claro, 2017. P.1045-1060.

PINTO, M. F. S.; SANTANA, G. V. de; ANDRADE, D. Atividades Experimentais no Ensino de Química: Contribuições para Construção de Conceitos Químicos. In: **XVI Encontro Nacional De Ensino De Química (XVI ENEQ)** Salvador, BA, Brasil – 17 a 20 de julho de 2012. Disponível em:

<http://www.eneq2012.qui.ufba.br/modulos/submissao/Upload/43123.pdf>. Acesso em: 04 de mai. 2022.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3. ed. rev. ampl. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

RAMOS, M. G. Educar pela pesquisa é educar para a argumentação. In: MORAES, R.; LIMA, V. M. R. (Org.). Pesquisa em sala de aula: tendências para a educação em novos tempos. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

RAMOS, F. C. **O livro e os recursos didáticos no ensino de matemática**. Santa Maria. Vidya, v. 24, n° 42, p. 145-162, jul./dez., 2004.

RIGO, F. S. **ARGUMENTAÇÃO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: Uma experiência de Geometria no Ensino Fundamental'** 26/02/2021 78 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca da Universidade Federal da Fronteira Sul - Campus Chapecó.

ROCHA; MALHEIRO. Interações dialógicas na experimentação dialógica na experimentação investigativa em um Clube de Ciências: proposição de instrumento de análise metacognitivo. **Amazônia Revista de Educação em Ciências e Matemática**, v.14, n.29, p. 193-207, 2018.

ROMANATTO, M. C. **O Livro Didático: alcances e limites**. Disponível em http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr19-Mauro.doc. Acesso em 10/04/2022.

FLOR, T. de O.; GONÇALVES, A. J.; Júnior, A. J.; TRAJANO, V. da S. **Revisões de literatura como métodos de pesquisa: aproximações e divergências**. Anais do VI CONAPESC. Campina Grande: Realize Editora, 2021. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/76913>. Acesso em: 11/03/2023.

SANTANA, E. R. DOS S.; CAZORLA, I. M. O Ciclo Investigativo no ensino de conceitos estatísticos. **Revemop**, v. 2, p. e202018, 14 out. 2020.

SANTOS, V. A.; MARTINS, L. A importância do Livro didático. In: **Candombá, Revista Virtual**, Salvador, BA, v. 7, n. 1, p. 20-33, jan – dez 2011. ISSN 1809-0362. Disponível em: <http://revistas.unijorge.edu.br/candomba/2011-v7n1/pdf/>. Acesso em: 26 jan. 2022.

SANTOS, V. M. Linguagens e comunicação na aula de matemática. In NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Orgs). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**, Belo Horizonte: Autentica, 2005, p. 117-125.

SANTOS, L. et al. Investigações matemáticas na aprendizagem do 2º ciclo do ensino básico ao ensino superior. In: PONTE J. P et al. (Orgs) **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. (p. 83 – 106) Lisboa: SPCE, 2002.

- SASSERON, L. H. (2015). Alfabetização Científica, ensino por investigação e argumentação: relações entre ciências da natureza e escola, **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**, 17 (no. Especial), p.49–67.
- SASSERON, L. H. CARVALHO, A. P. Ações e indicações da construção do argumento em aula de Ciências. Ensaio – **Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 15, n.2, p. 169-189, 2013.
- SASSERON, L. H. & CARVALHO, A. M. P. A construção de argumentos em aulas de ciências: o papel dos dados, evidências e variáveis no estabelecimento de justificativas. **Ciência & Educação**, 20(2), p. 393-410. 2014.
- SASSERON, L. H., & CARVALHO, A. M. P. Construindo argumentação na sala de aula: a presença do ciclo argumentativo, os indicadores de alfabetização científica e o padrão de Toulmin. **Ciência & Educação**, 17(1), 97–114. 2011.
- SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Contribuições da SBEM para a Base Nacional Comum Curricular. 2015. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/BNCC_SBEM.pdf. Acesso em: 04 jun. 2023.
- SCHWARTZBACH, C. **Análise de livros didáticos: Conceitos de relações e funções e suas múltiplas representações**” 12/11/2018 166 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: UTFPR - Câmpus Pato Branco.
- SILVA, M. A. A fetichização do livro didático no Brasil. **Educação e Realidade**. Porto Alegre, v. 37, n. 3, p. 803-821. set./dez. 2012. Disponível em <https://www.scielo.br/j/edreal/a/wNQB9SzJFYhbLVr6pqvp4wg/?lang=pt>. Acesso em: 04 fev. 2022.
- SILVA, A. C. A. da; UHMANN, R. I. M.; HECKLER, V. A experimentação e o Ensino de Química. In: PASTORIZA, B. dos S.; SANGIOGO, F. A.; BOSENBECKER, V. K. (org.). **Reflexões e Debates em Educação Química: Ações, Inovações e Políticas**. Curitiba: CRV, 2017. p. 189-207.
- SILVA, V. G. da. **A importância da experimentação no ensino de química e ciências**. Trabalho de Conclusão de Curso (licenciatura - Química) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/136634>>. Acesso em: 39 jun. 2023.
- SILVA, S. F.; NÚÑEZ, I. B.. O Ensino por problemas e trabalho experimental dos estudantes - reflexões teórico-metodológicas. **Revista Química Nova**, v.25, n.6b, p.1197-1203, dez. 2002. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-40422002000700023. Acesso em: 05/05/2022.
- SILVA, R. N. da. **Geometria no 9º ano: uma abordagem dinâmica**' 01/07/2020 46 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO, Rio de Janeiro Biblioteca

Depositária:

https://sca.profmatsbm.org.br/tcc_get.php?cpf=93562381115&d=20200729171914&h=3ac3974b829a31f0e23126867d64e07862324cfc.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas, SP: Papyrus, 2008.

SOUZA, A. C.; OLIVEIRA, D. A aprendizagem, a prática docente e alguns indícios de insubordinação criativa de professoras que ensinam matemática na infância. In: D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.). **Ousadia criativa nas práticas de educadores matemáticos**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2015. (p. 43-63).

TARDIF, M. Saberes docentes e formação profissional. 17. ed. Petrópolis: **Vozes**, 2014. Tarlau, R., Moeller, K. (2020). O Consenso por Filantropia. Como uma Fundação Privada Estabeleceu a BNCC no Brasil. **Revista Currículo sem Fronteiras**. V 20. Número 2. P.553-603.

TELO, R. M.; SCHUBRING, G. A Comissão Nacional do Livro Didático e a Avaliação dos Livros de Matemática entre 1938 e 1969. **Rev. Bras. Hist. Educ.** v. 18. 2018.

TOLEDO, E. J. L.; FERREIRA, L. H. A atividade investigativa na elaboração e análise de experimentos didáticos. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v.9. n. 2. p. 108-130. 2016.

VERCEZE, R. M. A. N.; SILVINO, E. F. M. **Práxis Educacional**, v. 4, n. 4 p. 83-102 jan./jun. 2008.

WEISZ, Thelma. O diálogo entre ensino e aprendizagem. São Paulo: Ática, 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO



Universidade Federal do Rio Grande

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Prezado(a) professor(a),

Estamos convidando você para participar de uma pesquisa por intermédio de um questionário, parte da pesquisa de mestrado intitulada: “A EXPERIMENTAÇÃO E A ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: Uma análise investigativa do manual do professor no livro didático e do trabalho docente articulado à BNCC”, de Adriane Janisch, sob orientação da Profa. Dra. Karin Ritter Jelinek, da Universidade Federal do Rio Grande - FURG.

Desde já agradecemos pela atenção e colaboração, pois suas percepções são fundamentais para a continuidade de nosso trabalho.

Questionário

1. Qual sua idade?

Menos de 25 anos

25 a 30

31 a 35

36 a 40

41 a 45

Mais de 45

2. Qual sua graduação? _____

3. Tempo de docência, em anos

Menos de 1 ano

De 1 a 5 anos

De 6 a 10 anos

De 11 a 15 anos

De 16 a 20 anos

Mais de 20 anos

4. Você possui curso de Pós-Graduação? Sim Não

Se sim, qual? _____

5. O livro didático tem influência em sua prática docente? De que forma?

6. Você utiliza o livro didático no planejamento de suas aulas? Faz uso de alguma coleção em especial?

7. Você considera importante o manual do professor no livro didático? Porquê? Você faz uso do manual do professor? Se sim, de que forma?

8. Você utiliza o livro didático disponibilizado pela escola com seus estudantes? Se sim, de que forma? E se não, por qual razão?

Atualmente os manuais do professor em livros didáticos estão articulados com a BNCC, explorando as competências gerais e específicas das diferentes áreas. Uma das competências Gerais para a Educação Básica trata de:

“Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas” (BNCC, p.11).

9. Você consegue identificar em manuais do professor em livros didáticos atuais de Matemática atividades que envolvam a investigação, a criação de hipóteses, a argumentação, a criação de soluções próprias por parte dos estudantes, ...? Se sim, cite um breve exemplo que você tenha conhecimento.

10. Você acredita ser possível trabalhar nas aulas de Matemática atividades que envolvam a investigação, a criação de hipóteses, a argumentação, a criação de soluções próprias por parte dos estudantes, ...? Em caso afirmativo, descreva brevemente como seria esta aula.

11. A sua prática docente busca desenvolver tais características com os estudantes? Em caso afirmativo, de que forma você busca explorar estes aspectos? Faz uso destas atividades quando presentes no manual do professor no livro didático?

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO



Universidade Federal do Rio Grande

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Prezado(a) professor(a),

Estamos convidando você para participar da segunda etapa da pesquisa de mestrado intitulada: “A EXPERIMENTAÇÃO E A ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: Uma análise investigativa do manual do professor no livro didático e do trabalho docente articulado à BNCC”, de Adriane Janisch, sob orientação da Profa. Dra. Karin Ritter Jelinek, da Universidade Federal do Rio Grande - FURG.

Nesta segunda etapa estamos buscando validar um produto educacional denominado **“GUIA DIDÁTICO SOBRE EXPERIMENTAÇÃO E ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA: Guia de sugestões para professores que ensinam matemática”**. O produto educacional está sendo enviado em anexo, juntamente com este questionário.

Desde já agradecemos pela atenção e colaboração, pois suas percepções são fundamentais para a continuidade de nosso trabalho.

1 – Você acredita que as estratégias mencionadas no produto educacional sejam factíveis de serem observadas pelo professor em sala de aula, nas escolhas de atividades pedagógicas?

() Sim.

() Não.

() Parcialmente. Explique: _____

2– As sugestões e dicas do produto educacional podem auxiliar você a potencializar a experimentação matemática em sala de aula? De que forma?

3 – Como você descreve a utilização ou não do produto educacional para potencializar a experimentação e argumentação matemática através de recursos presentes no manual do professor no livro didático?

4 – Através do produto educacional analisado você sente-se mais motivado a utilizar atividades do manual do professor no Livro Didático para potencializar a experimentação e argumentação matemática? De que forma ou com qual(is) objetivos?

5 - Você julga que as estratégias e sugestões apresentadas no produto educacional teriam qual aceitação pelos estudantes em sala de aula? Porquê?

6 – Gostaríamos de ouvir sua opinião para além do produto educacional. Você concorda ou discorda com as abordagens, dicas e estratégias apresentadas nele? Mudaria algo? Caso sim, o que mudaria? Deixe uma sugestão:
