GUIA DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

RAIRA RÖSSNER DA SILVA
KARIN RITTER JELINEK

PPGECE
FURG | CAMPUS SANTO ANTÔNIO DA PATRULHA

RAIRA RÖSSNER DA SILVA

GUIA DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Produto Educacional desenvolvido sob orientação da Prof. Dra. Karin Ritter Jelinek e apresentado à banca examinadora como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal do Rio Grande.

SANTO ANTÔNIO DA PATRULHA – RS

2023

Ficha Catalográfica

S586g Silva, Raira Rössner da.

Guia de atividades experimentais para o ensino de Álgebra nos anos finais do ensino fundamental [Recurso Eletrônico] / Raira Rössner da Silva, Karin Ritter Jelinek. – Santo Antônio da Patrulha, RS: FURG, 2023.

54 f. : il. color.

Produto Educacional da Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, sob a orientação da Dra. Karin Ritter Jelinek.

Disponível em: https://ppgece.furg.br/
https://educapes.capes.gov.br/

1. Ensino de Álgebra 2. Atividades Experimentais 3. Pensamento algébrico I. Jelinek, Karin Ritter II. Título.

CDU 37:512

Catalogação na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Este produto educacional foi elaborado juntamente com a pesquisa acadêmica realizada no curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas – PPGECE, do Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande – FURG – Campus Santo Antônio da Patrulha, curso realizado de 2021 a 2023. Essa pesquisa culminou na elaboração da dissertação intitulada As contribuições das Tendências em Educação Matemática para o Ensino de Álgebra no Ensino Fundamental: uma proposta baseada em Atividades Experimentais, que teve como objetivo principal realizar a análise de algumas Tendências em Educação Matemática e algumas produções acadêmicas recentes que relacionavam o uso de algumas dessas tendências com o Ensino de Álgebra na Educação Básica e as possíveis contribuições para um processo de ensino e de aprendizagem satisfatório de Álgebra através de propostas de diferentes abordagens metodológicas. Outros objetivos da pesquisa visavam construir uma base de conhecimentos significativa sobre a origem do estudo da Álgebra e as mudanças de simbologia e praticidade ao longo dos tempos e também sobre o conceito de pensamento algébrico, defendido por alguns autores da área da Educação Matemática e também pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Após a construção deste embasamento teórico, surgiu a ideia de elaborar uma proposta de Ensino de Álgebra utilizando como suporte metodológico a Tendência Atividades Experimentais, defendida por autores como Sérgio Lorenzato e Pedro Franco de Sá. A partir do desenvolvimento e aprimoramento desta ideia é que foi elaborado este produto educacional que contém sugestões de atividades experimentais que podem ser aplicadas em turmas do 7º, 8º ou 9º ano do Ensino Fundamental.

Parte das atividades que compõem este produto educacional foram aplicadas em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual do município de Três Forquilhas/RS, situado no Litoral Norte gaúcho, utilizando as atividades experimentais para introduzir os conceitos de expressões algébricas, variável e incógnita e cálculo do valor numérico de expressões algébricas. Algumas das atividades aplicadas possibilitaram à professora explicar de forma suave conceitos mais amplos como o de funções e termo geral de sequências numéricas, e outras foram utilizadas como uma proposta inicial para o estudo das equações polinomiais do primeiro grau. O material utilizado nesta aplicação da proposta didática embasada no uso de Atividades Experimentais para o Ensino de Álgebra em uma turma de 7º ano das séries finais do Ensino Fundamental pode ser conferido na dissertação de mestrado citada inicialmente, bem como a análise descritiva, quantitativa e qualitativa dos resultados obtidos ao fim da aplicação da proposta.

Neste material, propomos atividades que podem ser desenvolvidas através de experimentações e testagem, que podem levar o aluno a investigar regularidades e encontrar soluções gerais ou particulares em problemas simples do cotidiano ou do contexto escolar. Cada grupo de atividades apresenta uma sugestão de turma a ser aplicada, objeto de conhecimento, pré-requisitos necessários para que a atividade possa ser desenvolvida com êxito, habilidades da BNCC que são contempladas e os objetivos norteadores para a aplicação de cada proposta. Além disso, este produto educacional traz dicas para o desenvolvimento de cada grupo de atividades servindo como orientação para os professores e apresenta um Guia para o Professor ao final de cada orientação, composto pelos enunciados das atividades experimentais de cada capítulo e suas respectivas resoluções, e, na sequência, uma Folha do Aluno, pensada e elaborada para o professor que tenha interesse em imprimir e aplicar a atividade que for do seu interesse com as suas turmas das séries finais do Ensino Fundamental.

Esperamos que este material contribua para uma prática docente mais dinâmica e uma aprendizagem mais satisfatória de alguns dos tópicos de Álgebra, e que sirva de motivação para a produção de outros materiais e outras atividades aplicáveis na Educação Básica.

2 ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Uma Tendência em Educação Matemática que foi apropriada para o desenvolvimento deste trabalho é a que enfatiza o ensino de Matemática através de Atividades Experimentais. O simples fato de considerar ou classificar a Matemática como uma ciência já implica no fato de que o conhecimento nesta área também se desenvolve a partir da experimentação, permitindo a preparação e desenvolvimento das aulas, tanto por parte do docente como por parte dos estudantes, através de atividades envolvendo testagem ou realização de experiências, admitindo um caráter investigativo na produção dos conhecimentos e conceitos de Matemática. Alinhado a isto, Lorenzato (2010) afirma que:

> Na escola, a experimentação é um processo que permite ao aluno se envolver com o assunto em estudo, participar das descobertas e socializar-se com os colegas. [...] a importância da experimentação reside no poder que ela tem de conseguir provocar raciocínio, reflexão, construção do conhecimento.
> A experimentação facilita que o aluno levante hipótese, procure alternativas, tome novos caminhos, tire dúvidas e constate o que é verdadeiro, válido, correto ou solução.
> Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois, na formação do aluno, mais importante que conhecer a solução é saber como encontrá-la. Enfim, experimentar é investigar (LORENZATO, 2010, p.72).

Concordando com o exposto pelo autor, as atividades escolares que proporcionam ao aluno a assimilação por descoberta produzem um efeito benéfico na construção do conhecimento deste aluno sobre o objeto/conteúdo estudado. E acreditamos que o professor em sala de aula consegue perceber isso em vários momentos, como por exemplo quando um aluno se depara com um triângulo impossível de ser construído, percebendo que se um dos lados é maior do que a soma dos outros dois não tem como formar o triângulo, e neste caso, a intervenção do professor explicando o conceito de desigualdade triangular contribui para validar a "descoberta" e completar a satisfação pessoal do aluno. Ou quando, por testagem numérica, o aluno percebe que $(a+b)^2$ não é a mesma coisa que a^2+b^2 (erro clássico que ocorre em muitos níveis escolares), e com o auxílio do professor, completando o quadrado perfeito, permite ao aluno associar a Álgebra à geometria exatamente como era feita pelos gregos e pelos árabes, produzindo um conhecimento satisfatório. Outro bom exemplo de que é possível ensinar Matemática por meio da experimentação é apresentado por Lorenzato (2010):

Um aluno sem calculadora precisava do valor de $\sqrt{2}$ e não sabia de memória. Mas sabia que $\sqrt{1}=1$ e $\sqrt{4}=2$. O professor poderia dizer ao aluno que o valor procurado era 1,41 e teria perdido uma excelente oportunidade didática, que foi aproveitada assim:

> (Professor): Vamos colocar as raízes em ordem, da menor para maior.
> (Aluno): $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{2} =?$, $\sqrt{4} = 2$.
> (Professor): Se $\sqrt{2}$ está entre 1 e 2, qual valor pode ser experimentado?
> (Aluno): 1,5.
> (Professor): Como fazer para verificar se 1,5 é $\sqrt{2}$?
> (Aluno): Faz $1{,}5 \times 1{,}5$. Dá 2,25. É, passou. Vou tentar 1,4. Deu 1,96. Então $\sqrt{2}$ é um pouco mais que 1,4. Ah, lembrei é 1,41.
> (Professor): Note que você é capaz. (LORENZATO, 2010, p.73).

Certamente a quantidade de exemplos que validam a utilização de atividades experimentais em sala de aula é enorme, podendo esta técnica ou metodologia ser usada em praticamente todas as áreas da Matemática e em todos os níveis. Mas no campo teórico, deve-se perceber que estas atividades devem ser bem planejadas, necessita da participação ativa dos alunos e exige exímio conhecimento por parte do professor do objeto a ser estudado, manipulado ou testado, para que não se perca a potencialidade pedagógica deste tipo de atividade. Sobre a caracterização da metodologia desenvolvida através das Atividades Experimentais, Sá (2020) afirma que

> Essa estratégia metodológica tem como característica ser a aula desenvolvida por meio da realização de tarefas experimentais, elaboradas e acompanhadas pelo docente, com o objetivo de levar o estudante ao encontro com um conhecimento matemático específico após a execução de tarefas, registro de resultados, análise e reflexões sobre os resultados obtidos culminando com a sistematização do conteúdo (SÁ, 2020, p. 155).

O mesmo autor enfatiza que, quanto aos objetivos, as Atividades Experimentais podem ser classificadas como conceituação ou redescoberta, mas que em ambos os casos a aula terá momentos de organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização (SÁ, 2020, p. 156). Por fim, alinhando ou que já comentamos anteriormente, o mesmo autor enfatiza alguns cuidados que se deve ter ao se desenvolver atividades experimentais em sala de aula, para que não ocorra a descaracterização da ação e consequentemente a inibição do potencial pedagógico desta metodologia. Segundo Sá (2020), o ensino de Matemática por atividade experimental

> 1)Não deve ocorrer de forma improvisada;
> 2) Não dispensa a participação ativa do docente durante a sua realização;
> 3) Não deve ser utilizado após se ministrar exposição sobre o conteúdo;
> 4) Não deve ser utilizado para verificar a validade de um resultado já estudado;
> 5) Não dispensa do docente o conhecimento do assunto a ser trabalhado;
> 6) Não deve ser utilizado como reforço de assunto explorado (SÁ, 2020, p. 158).

Alinhado ao exposto pelo autor, as atividades que serão propostas para promover a aprendizagem inicial de conceitos de Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico servirão para introduzir e explorar o conteúdo, contando sempre com um planejamento bem elaborado e organizado, uma boa preparação da professora que irá desenvolver as atividades experimentais de modo a possibilitar aos alunos uma participação ativa na resolução das atividades propostas e uma produção de conhecimentos em Álgebra satisfatórios e adequados ao nível de ensino do público-alvo desta ação. Estas atividades foram elaboradas e organizadas pela autora deste trabalho de modo a contemplar as habilidades envolvendo a aprendizagem em Álgebra previstas na Base Nacional Comum Curricular, que é um documento guia para nortear as instituições de ensino de todo o país, englobando desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. A BNCC visa definir uma série de aprendizagens essenciais que devem ser aprendidas pelos estudantes ao longo de todo o Ensino Básico.

3 EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Objeto do conhecimento: Expressões algébricas com uma ou duas variáveis

Público-alvo: Turmas a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

Tempo estimado para aplicação: 2 períodos de 50 minutos cada.

Pré-Requisitos: Estar familiarizado com adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números racionais.

Habilidades desenvolvidas: (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

Objetivos da atividade e orientações para o professor

O objetivo desta atividade é introduzir o conceito de expressões algébricas através da conversão de expressões escritas em linguagem usual para linguagem matemática e vice-versa, possibilitando ao aluno compreender que o uso de letras para representar um número desconhecido ou um número que pode variar dependendo da situação facilita a escrita e permite a abordagem e resolução de problemas em diferentes contextos.

Mesmo que este seja o primeiro contato dos alunos com expressões algébricas, recomenda-se que o pensamento algébrico inicial venha sendo trabalhado durante as aulas em momentos anteriores. Ao propor que os alunos respondam, por exemplo, "qual é a diferença do dobro de -20 com o triplo de -42", questione: "O que significa o dobro de um número? E o triplo? O que a palavra diferença indica que devemos fazer?", questões que devem ser respondidas com algo como "Duas vezes um número" "Três vezes um número" e "Continha de menos", respectivamente. Esses questionamentos podem ser retomados e ampliados nesse momento.

Em seguida, mostre que o número desconhecido pode ser representado por uma letra, como o x. Explique também que, como essa letra pode assumir qualquer valor, ela é chamada de **variável** e defina que **expressões algébricas** são formadas por números, letras e sinais de operação, criando novos exemplos e registrando-os no quadro, se necessário. Converse com os alunos sobre o uso das últimas letras do alfabeto (x, y, z) para representar quantidades desconhecidas se dar por convenção, sendo essa ideia proposta pelo filósofo e matemático francês René Descartes (1596-1650) e, mesmo que essas sejam as letras mais utilizadas, é possível utilizar outras letras ou mesmo símbolos para essa representação.

Após essa explanação, peça que os alunos escrevam em seus cadernos, com suas palavras e de modo que eles entendam, o que é uma expressão algébrica e uma variável, expondo sua compreensão sobre a discussão inicial realizada. Solicite também que os alunos escrevam em linguagem matemática outros exemplos de uso de variáveis em expressões algébricas dados em linguagem usual e busque verificar o surgimento de possíveis dificuldades para interpretar situações que envolvam mais de uma operação, como em "a metade de um número mais sete".

Na atividade 1, os alunos devem representar em linguagem matemática as descrições dadas em linguagem usual ou escrever em linguagem usual as expressões algébricas fornecidas.

Na atividade 2, os alunos devem identificar quais são as variáveis em cada item, entendendo que as variáveis são as letras da expressão algébrica.

Na atividade 3, os alunos devem escrever a expressão algébrica correspondente a cada escrita em linguagem usual apresentada.

Na atividade 4, os alunos devem transformar cada expressão algébrica em uma escrita em linguagem usual.

Na atividade 5, os alunos devem inventar uma expressão algébrica e algum colega deve passá-la para a linguagem usual.

Nas atividades 6 a 8, os alunos devem escrever uma expressão algébrica a partir de uma situação escrita em linguagem usual.

Observo que na descrição das atividades aplicadas e análise dos resultados, contidas na dissertação citada anteriormente, as atividades 4 e 5 foram apresentadas depois das atividades 6 e 7 apenas por uma questão de facilidade de impressão.

3.1 Guia do professor

Atividades sobre expressões algébricas

1) Complete o quadro a seguir.

Linguagem usual	Linguagem matemática
O quíntuplo de um número	$5x$
O quadrado de um número	x^2
A metade de um número	$\frac{x}{2}$
A soma de um número com cinco	$x + 5$
O triplo de um número mais 4	$3x + 4$
O quíntuplo de um número menos 8	$5x - 8$
A diferença entre um número e três	$x - 3$
O dobro de um número menos dez	$2x - 10$
Um número menos a terça parte dele	$x - \frac{x}{3}$
Um número mais a sétima parte dele	$x + \frac{x}{7}$

2) Quais são as variáveis em cada expressão algébrica?

a) $2y + 8$ A letra y

b) $5x + 3$ A letra x

c) $2xy + x$ As letras x e y

d) $\frac{1}{2}x + z$ As letras x e z

3) Transforme as afirmações escritas em linguagem usual para expressões algébricas.

a) O triplo de um número $3x$

b) A metade de um número mais 3 $\frac{x}{2} + 3$ ou $\frac{1}{2}x + 3$

c) O quadrado de um número menos 4 $x^2 - 4$

d) Um número dividido por 4 $\frac{x}{4}$

e) O dobro de um número mais 7 $2x + 7$

f) 5 menos um número $5 - x$

g) A terça parte de um número mais o dobro desse número $\frac{x}{3} + 2x$ ou $\frac{1}{3}x + 2x$

4) Transforme cada expressão algébrica em uma afirmação escrita em linguagem usual.

a) $4x + 9$ O quádruplo de um número mais 9

b) $\frac{1}{4}x + 5$ A quarta parte de um número mais 5

c) $\frac{x}{5}$ A quinta parte de um número ou um número dividido por 5

d) $8x$ Oito vezes um número

e) $x^2 + 10$ O quadrado de um número mais 10

f) $\frac{x-1}{2}$ A metade da diferença entre um número e 1

g) $x^2 + 2x$ O quadrado de um número mais o dobro desse número

h) $x + 8$ Um número mais 8

5) Invente uma expressão algébrica, registre-a no caderno e dê para um colega passá-la para a linguagem usual. Resposta pessoal

6) Monica e o pai dela estão brincando de perguntas e respostas. As regras são as seguintes:

- quem acertar, ganha 10 pontos;
- quem errar, perde 3 pontos.

Monica teve x acertos e y erros. Qual expressão algébrica indica os pontos obtidos por ela no total? $10x - 3y$

7) Qual expressão algébrica indica o número de dias em um período formado por x semanas completas mais 3 dias? $7x + 3$

8) Considere que n representa um número natural. Indique por meio de expressões algébricas:

a) a soma do triplo desse número com 7 $3n + 7$

b) 40% desse número $0{,}4n$ ou $\frac{2n}{5}$

c) o dobro da diferença entre esse número e 9 $2(n - 9)$

d) o sucessor desse número $n + 1$

e) a metade desse número diminuída de 11 $\frac{x}{2} - 11$

f) a soma de 8 com $\frac{2}{3}$ desse número $8 + \frac{2n}{3}$

Atividades sobre expressões algébricas

1) Complete o quadro a seguir.

Linguagem usual	Linguagem matemática
O quíntuplo de um número	
O quadrado de um número	
	$\frac{x}{2}$
A soma de um número com cinco	
	$3x + 4$
	$5x - 8$
A diferença entre um número e três	
O dobro de um número menos dez	
	$x - \frac{x}{3}$
	$x + \frac{x}{7}$

2) Quais são as variáveis em cada expressão algébrica?

a) $2y + 8$ **b)** $5x + 3$ **c)** $2xy + x$ **d)** $\frac{1}{2}x + z$

3) Transforme as afirmações escritas em linguagem usual para expressões algébricas.

a) O triplo de um número

b) A metade de um número mais 3

c) O quadrado de um número menos 4

d) Um número dividido por 4

e) O dobro de um número mais 7

f) 5 menos um número

g) A terça parte de um número mais o dobro desse número

4) Transforme cada expressão algébrica em uma afirmação escrita em linguagem usual.

a) $4x + 9$ **b)** $\frac{1}{4}x + 5$ **c)** $\frac{x}{5}$ **d)** $8x$

e) $x^2 + 10$ **f)** $\frac{x-1}{2}$ **g)** $x^2 + 2x$ **h)** $x + 8$

5) Invente uma expressão algébrica, registre-a no caderno e dê para um colega passá-la para a linguagem usual.

6) Monica e o pai dela estão brincando de perguntas e respostas. As regras são as seguintes:

- quem acertar, ganha 10 pontos;
- quem errar, perde 3 pontos.

Monica teve x acertos e y erros. Qual expressão algébrica indica os pontos obtidos por ela no total?

7) Qual expressão algébrica indica o número de dias em um período formado por x semanas completas mais 3 dias?

8) Considere que n representa um número natural. Indique por meio de expressões algébricas:

a) a soma do triplo desse número com 7

b) 40% desse número

c) o dobro da diferença entre esse número e 9

d) o sucessor desse número

e) a metade desse número diminuída de 11

f) a soma de 8 com $\frac{2}{3}$ desse número

4 MÁQUINAS PROGRAMADAS PARA GERAR OPERAÇÕES

Objeto do conhecimento: Expressões algébricas e conceito intuitivo de função.

Público-alvo: Turmas a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

Tempo estimado para aplicação: 1 período de 50 minutos.

Pré-Requisitos: Estar familiarizado com adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números racionais e com a ordem de resolução das operações.

Habilidades desenvolvidas: (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Objetivos da atividade e orientações para o professor

Os objetivos dessas atividades são apresentar as máquinas programadas como uma forma intuitiva de desenvolver o conceito de função com os alunos e trabalhar a descoberta dos números resultantes das expressões algébricas que saem das máquinas programadas bem como gerar sentenças algébricas a partir de determinados valores de entrada e saída já produzidos em uma dessas máquinas.

Em cada uma das duas atividades propostas neste tópico, explique como as máquinas funcionam e, utilizando o quadro, pergunte para os alunos quais operações estavam sendo efetuadas e quais números saíam em cada caso, de acordo com o número de entrada e com a máquina. Na sequência, destaque que o número de saída depende do número de entrada que fica no lugar da letra na expressão algébrica, em outras palavras, os números de saída são dados em função dos números de entrada. Além disso, observe que cada número de entrada na máquina fornece um único número correspondente na saída.

As atividades propostas trabalham a descoberta dos números e das expressões algébricas que saem das máquinas programadas para gerar operações.

A atividade 1 traz duas outras máquinas programadas para gerar operações e os alunos devem completá-las com os números faltantes. A máquina do item a está programada para subtrair 1 da metade do número e acompanha alguns números de entrada, cabendo aos alunos realizar as operações necessárias e descobrir os números de saída correspondentes. No item b, um ponto de interrogação aparece no lugar da programação da máquina e os alunos devem apresentar a mensagem que descreve tal programação, com base na informação de que, quando o número de entrada é m, o número de saída é $2(m + 1)$. Se necessário, faça intervenções para orientar os alunos e chegar na mensagem que traduz essa expressão.

Na atividade 2, os alunos devem inventar a programação de uma máquina, apresentar alguns valores para a entrada e escrever os números e as expressões algébricas da saída. Essa atividade pode ser realizada em dupla, sendo que os alunos podem inventar a máquina e sugerir alguns valores de entrada e passar para o colega escrever os números de saída e a expressão algébrica.

4.1 Guia do professor

Máquinas programadas para gerar operações

Julia e Pedro, para recordar o que aprenderam na aula de Matemática, imaginaram duas máquinas. A primeira máquina está programada para dobrar o número de entrada e, em seguida, adicionar 3 ao resultado. A segunda máquina está programada para triplicar o quadrado do número de entrada.

1ª máquina

E	Operação	S
0	$2 \times 0 + 3$	3
1	$2 \times 1 + 3$	5
-2	$2 \times (-2) + 3$	-1
5	$2 \times 5 + 3$	13
-1	$2 \times (-1) + 3$	1
20	$2 \times 20 + 3$	43
n	$2 \times n + 3$	$2n + 3$

2ª máquina

E	Operação	S
0	3×0^2	0
1	3×1^2	3
2	3×2^2	12
-1	$3 \times (-1)^2$	3
3	3×3^2	27
-2	$3 \times (-2)^2$	12
x	$3 \times x^2$	$3x^2$

Observe que a cada número de entrada na máquina tem um único número correspondente de saída. Dizemos que o número de saída é dado em **função** do número de entrada.

Atividades

1) Observe as máquinas programadas em cada item e complete-as com os números que faltam. No item b, escreva também a mensagem que deve aparecer na máquina, conforme a linguagem matemática do último item da tabela.

a)

Máquina a

E	S
2	0
10	4
0	-1
-4	-3
1	$-\frac{1}{2}$
y	$\frac{y}{2} - 1$

b)

Dobrar a soma do número com 1 ou adicionar 1 ao número e dobrar.

Máquina b

E	S
5	12
2	6
-1	0
0	2
10	22
m	$2(m + 1)$

2) Invente uma máquina que gera operações e escreva no caderno a expressão algébrica correspondente. Resposta pessoal.

Máquinas programadas para gerar operações

Julia e Pedro, para recordar o que aprenderam na aula de Matemática, imaginaram duas máquinas. A primeira máquina está programada para dobrar o número de entrada e, em seguida, adicionar 3 ao resultado. A segunda máquina está programada para triplicar o quadrado do número de entrada.

1ª máquina

E	Operação	S
0	$2 \times 0 + 3$	3
1	$2 \times 1 + 3$	5
-2	$2 \times (-2) + 3$	-1
5	$2 \times 5 + 3$	13
-1	$2 \times (-1) + 3$	1
20	$2 \times 20 + 3$	43
n	$2 \times n + 3$	$2n + 3$

2ª máquina

E	Operação	S
0	3×0^2	0
1	3×1^2	3
2	3×2^2	12
-1	$3 \times (-1)^2$	3
3	3×3^2	27
-2	$3 \times (-2)^2$	12
x	$3 \times x^2$	$3x^2$

Observe que a cada número de entrada na máquina tem um único número correspondente de saída. Dizemos que o número de saída é dado em **função** do número de entrada.

Atividades

1) Observe as máquinas programadas em cada item e complete-as com os números que faltam. No item b, escreva também a mensagem que deve aparecer na máquina, conforme a linguagem matemática do último item da tabela.

a)

Máquina a

E	S
2	
10	
0	
-4	
1	
y	

b)

Máquina b

E	S
5	
2	
-1	
0	
10	
m	$2(m+1)$

2) Invente uma máquina que gera operações e escreva no caderno a expressão algébrica correspondente.

5 SEQUÊNCIAS E EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Objeto do conhecimento: Expressões algébricas e sequências numéricas.

Público-alvo: Turmas a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

Tempo estimado para aplicação: 2 períodos de 50 minutos cada.

Pré-Requisitos: Estar familiarizado com adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números racionais; Compreender o conceito de variável e incógnita.

Habilidades desenvolvidas: (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

Objetivos da atividade e orientações para o professor

O objetivo desta atividade é desenvolver no estudante a habilidade de identificar regularidades em sequências numéricas e expressá-las através de uma expressão algébrica, identificando que sequências numéricas que seguem determinado padrão podem ser descritas por uma fórmula de termo geral.

Inicie esta aula perguntando para os alunos o que é uma sequência, dando espaço para os alunos manifestarem seus conhecimentos prévios ou suas deduções sobre o tema e, em seguida cite alguns exemplos de sequências conhecidas, tais como a lista dos nomes dos alunos da turma em ordem alfabética, os dias da semana e os meses do ano. Defina sequência como uma sucessão, uma lista ordenada de números, objetos, figuras geométricas, entre outros elementos. Após essas explorações, pergunte quais sequências numéricas os alunos conhecem e lembram e, entre os exemplos que podem surgir, comente sobre a tabuada (sequência dos múltiplos de um número), a sequência dos números pares e ímpares e a sequência dos números primos e compostos. Anote os exemplos no quadro, revise-os sempre que necessário e aproveite este momento para expor algum exemplo que permita aos alunos fazerem experimentações para verificar possíveis padrões em determinadas sequências, tais como a sequência dos quadrados perfeitos ou mesmo a sequência dos múltiplos de um número. Estas testagens possibilitam ao aluno fazer descobertas, assimilando de maneira mais satisfatória os conceitos do tema estudado.

Na atividade 1, os alunos devem completar as tabelas com os termos da sequência relacionados aos números naturais não nulos.

Na atividade 2, os alunos devem observar as figuras formadas por triângulos de palitos e completar a tabela (item a) com o número de palitos necessário para formar os triângulos, além de determinar a fórmula do termo geral. Nos itens b e c, os alunos devem observar a lei de formação da sequência e responder quantos palitos são necessários para formar a quantidade de triângulos solicitados. No item d, os alunos são desafiados a responder quantos triângulos é possível formar com 49 palitos, podendo adotar diferentes estratégias.

Na atividade 3, os alunos devem construir a sequência numérica a partir da fórmula do termo geral $a_n = 3n + 2$.

Na atividade 4, os alunos devem inventar uma fórmula do termo geral de uma sequência numérica. Permita e estimule que os alunos sejam criativos e, se julgar adequado, peça que os alunos compartilhem suas fórmulas criadas e faça um levantamento para verificar quem inventou a fórmula mais difícil ou mais elaborada.

A atividade 5 também trabalha a construção de sequências a partir da fórmula do termo geral e os alunos devem verificar se o número 25 pertence a sequência dada por $a_n = 2n - 1$.

5.1 Guia do professor

Atividades sobre sequências e expressões algébricas

1) Complete as tabelas abaixo, relacionando cada sequência numérica à sequência dos números naturais não nulos.

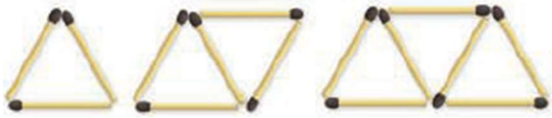
a) Sequências

Número natural não nulo	1	2	3	4	...	n	...
Quíntuplo do número	5	10	15	20	...	$5n$	...

b) Sequências

Número natural não nulo	1	2	3	4	...	n	...
Dobro do número menos 1	1	3	5	7	...	$2n-1$	...

2) Observe as figuras formadas por triângulos de palitos.



a) Complete a tabela com o número de palitos necessário para formar os triângulos.

Figuras com palitos

Número de triangulos	1	2	3	4	5	...	n
Número de palitos	3	5	7	9	11	...	$2n+1$

b) Observando que o número de palitos é dado em função do número de triângulos que se quer formar na figura, quantos palitos são necessários para formar 20 triângulos? 41 palitos (Substituindo $n = 20$, temos: $2 \cdot 20 + 1 = 41$).

c) Quantos palitos são necessários para formar 77 triângulos? 155 palitos (Substituindo $n = 77$, temos: $2 \cdot 77 + 1 = 155$).

d) E quantos triângulos podemos formar com 49 palitos? 24 triângulos ($2n + 1 = 49 \ \Rightarrow 2n = 49 - 1 \ \Rightarrow n = 48 : 2 \ \Rightarrow n = 24$; ou, pelo item b, sabemos que com 41 palitos podemos formar 20 triângulos e, como o número de palitos aumenta de 2 em 2 e ainda sobraram 8 palitos, é possível formar mais 4 triângulos, totalizando 24 triângulos).

3) Construa a sequência infinita cujo termo geral a_n é dado pela fórmula $a_n = 3n + 2$ para $n = 1, 2, 3, \ldots$ $(5, 8, 11, 14, 17, \ldots)$ $(3 \cdot 1 + 2 = 5; 3 \cdot 2 + 2 = 8; 3 \cdot 3 + 2 = 11; 3 \cdot 4 + 2 = 14; 3 \cdot 5 + 2 = 17; \ldots)$

4) Invente a fórmula do termo geral de uma sequência numérica e a construa para $n = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$ Resposta pessoal.

5) Uma sequência é dada por $a_n = 2n - 1$, para $n = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$ Verifique se o número 25 pertence a essa sequência. $25 = 2n - 1 \ \Rightarrow 25 + 1 = 2n \ \Rightarrow n = 26 : 2 \ \Rightarrow n = 13$; o número 25 pertence a sequência, sendo o 13º termo; ou $(1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 \ldots)$ é a sequência dos números naturais ímpares e, se continuarmos a sequência, teremos $a_{13} = 25$.

Atividades sobre sequências e expressões algébricas

1) Complete as tabelas abaixo, relacionando cada sequência numérica à sequência dos números naturais não nulos.

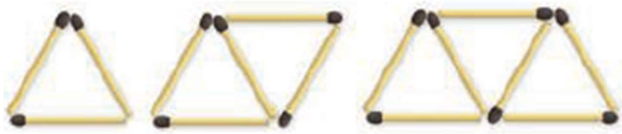
a) Sequências

Número natural não nulo	1	2	3	4	...	n	...
Quíntuplo do número	5	10			...		...

b) Sequências

Número natural não nulo	1	2	3	4	...	n	...
Dobro do número menos 1					...		...

2) Observe as figuras formadas por triângulos de palitos.



a) Complete a tabela com o número de palitos necessário para formar os triângulos.

Figuras com palitos

Número de triangulos	1	2	3	4	5	...	n
Número de palitos	3						

b) Observando que o número de palitos é dado em função do número de triângulos que se quer formar na figura, quantos palitos são necessários para formar 20 triângulos?

c) Quantos palitos são necessários para formar 77 triângulos?

d) E quantos triângulos podemos formar com 49 palitos?

3) Construa a sequência infinita cujo termo geral a_n é dado pela fórmula $a_n = 3n + 2$ para $n = 1, 2, 3, ...$

4) Invente a fórmula do termo geral de uma sequência numérica e a construa para $n = 1, 2, 3, 4, 5, ...$

5) Uma sequência é dada por $a_n = 2n - 1$, para $n = 1, 2, 3, ...$ Verifique se o número 25 pertence a essa sequência.

6 ADIVINHAÇÃO DE NÚMERO PENSADO

Objeto do conhecimento: Expressões algébricas e equações polinomiais do 1º grau.

Público-alvo: Turmas a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

Tempo estimado para aplicação: 2 períodos de 50 minutos cada.

Pré-Requisitos: Estar familiarizado com adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números racionais; Estar familiarizado o conceito de variável, incógnita e expressões algébricas.

Habilidades desenvolvidas: (EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Objetivos da atividade e orientações para o professor

Os objetivos dessas atividades são introduzir o conceito de equações polinomiais do 1º grau através de problemas de adivinhação de números desconhecidos, construir equações e expressões algébricas a partir das informações dadas no enunciado bem como identificar a necessidade do uso de parênteses e colchetes para ordenar as operações exigidas no problema. Além disso, o caráter desafiador e intrigante deste tipo de atividade podem instigar o aluno a participar ativamente da aula, fazendo suposições e conjecturando maneiras pela qual o professor conseguiu fazer a "mágica" de adivinhar o número pensado por ele. Quando o aluno começa a realizar a investigação e fazer experimentações para descobrir quais os mecanismos e técnicas que o professor está utilizando para obter êxito na adivinhação, ele pode ser levado a buscar compreender as potencialidades das expressões e equações algébricas, e assimilará melhor as explicações que serão desenvolvidas pelo professor, visto o seu interesse em resolver a atividade proposta.

Ao desenvolver este tipo de atividade, o professor deve ter em mente que grande parte do interesse e empenho dos alunos em participar da aula e resolver a atividade através de experimentação dependem do dinamismo da aula e da desenvoltura do professor durante o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade. A fala do professor deve fazer os alunos ficarem alertas, trazer inquietações, fazê-lo vislumbrar ao final atividade que o professor realmente é um mágico!

Ao iniciar a leitura da primeira questão de adivinhação, comente sobre a necessidade de se fazer os cálculos corretos, passo-a-passo conforme o professor vai ordenando. Deixe no ar o suspense do que irá acontecer, surpreendendo-os ao realizar a adivinhação do número pensado. No caso da questão 2 listada a seguir, aproveite para fazer a "mágica" antes do último passo que seria "subtrair o número pensado", solicitando que o aluno diga o resultado encontrado (que será da forma $x + 2$) e o professor então adivinha o valor de x fazendo a subtração do número dito pelo aluno por 2. Faça isso com uns 3 ou 4 alunos. Dê tempo para a realização dos cálculos de quem ainda está fazendo. Em seguida, finalize a adivinhação solicitando que efetuam o último passo e adivinhe o resultado de todos eles, que será 2. Certamente vai causar um alvoroço! Talvez seja mais produtivo realizar a próxima adivinhação e, apenas depois, voltar e mostrar a expressão algébrica que permite realizar a descoberta do número pensado por qualquer estudante.

Ao estruturar o problema de forma algébrica, questione os estudantes sobre como escrever em linguagem matemática cada ordem da atividade. Solicite que eles façam junto a construção e que façam a escrita no caderno utilizando o número que pensaram, para que coloquem todas as operações em uma única expressão algébrica (ou numérica).

Ao finalizar a escrita da equação algébrica, mostre aos alunos que, para cada número pensado haverá um único resultado correspondente a ser dito ou encontrado, introduzindo novamente o conceito de função e de variável dependente e variável independente. Estes comentários ajudam a relacionar os conteúdos de matemática muitas vezes trabalhados de forma independente ou desconexa.

Ao realizar as demais atividades sobre adivinhações propostas, mantenha o dinamismo e trabalhe com a incerteza, não deixando óbvio que o resultado será adivinhado sempre antes de fazer a descrição através da expressão algébrica, aproveitando estas atividades para mostrar aos alunos que a garantia de muitas propriedades em matemática só são aceitas quando se usam generalizações através da escrita algébrica, salientando a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico nos estudantes das séries finais do Ensino Fundamental.

6.1 Guia do professor

Atividades sobre adivinhação de número pensado

1) Ana e Bia foram a um restaurante. Na hora de pagar a conta, elas decidiram dividi-la assim: Ana pagaria o dobro do que Bia pagasse. O valor da conta foi de R$ 36,00. Quanto cada uma deveria pagar?

$2x + x = 36 \Rightarrow 3x = 36 \Rightarrow x = 12$

ou

$36 : 3 = 12$, como Ana vai pagar o dobro, Ana pagará R$ 24,00 e Bia, R$ 12,00.

2) Pense em um número qualquer e multiplique ele por 3. Some 6 ao resultado. Divida o resultado por 3. Por último, subtraia o número pensado. Não importa o número pensado, magicamente o resultado será sempre 2.

A palavra 'magicamente' no enunciado pode ser explicada algebricamente ao seguir todos os passos para um número natural x qualquer e sempre obter 2 como resultado.

- Pense em um número qualquer: x
- e multiplique ele por 3: $3x$
- Some 6 ao resultado: $3x + 6$
- Divida o resultado por 3: $\frac{3x+6}{3} = x + 2$
- Por último, subtraia o número pensado: $x + 2 - x = 2$

3) Pense em um número natural. Multiplique por 5. Some 6. Multiplique por 4. Some 9. Multiplique por 5. Qual o resultado? Com a resposta dos alunos, a professora, magicamente, adivinhará o número inicialmente pensado. Vamos testar?

A adivinhação do número pensado com a informação do resultado pode ser explicada algebricamente da seguinte maneira:

- Pense em um número natural: x
- Multiplique por 5: $5x$
- Some 6: $5x + 6$
- Multiplique por 4: $(5x + 6) \cdot 4 = 20x + 24$
- Some 9: $20x + 24 + 9 = 20x + 33$
- Multiplique por 5: $(20x + 33) \cdot 5 = 100x + 165$

Qual o resultado? Como o resultado sempre será um múltiplo de 100 somado com 165, a professora consegue adivinhar o número que os alunos pensaram ao subtrair 165 do resultado final (que será dito pelos alunos), e em seguida dividindo o resultado por 100 para obter o valor do número x pensado pelo aluno, aplicando mentalmente a resolução da equação através das operações inversas, ou lei do cancelamento em uma equação, que neste caso poderia ser escrita como $N = 100x + 165$, em que N é o resultado obtido pelos estudantes após as cinco operações realizadas a partir do número x pensado.

4) Descobrindo sua idade enquanto você pensa em pizza.

Considerando o ano atual de 2023, faça os seguintes cálculos:

Pense no número de vezes por semana que você sente vontade de comer pizza (tente pensar em mais de uma vez, mas menos de dez). Multiplique esse número por 2. Some 5. Multiplique o resultado por 50. Se você já fez aniversário este ano, some 1773 e, se ainda não fez, some 1772. Subtraia os quatro dígitos do ano que você nasceu. Você deve ter obtido um número de três dígitos. O primeiro dígito desse resultado é o número de vezes que você pensou em comer pizza na semana e os dois últimos dígitos representam a sua idade. Elabore uma estratégia para explicar este resultado.

A explicação deste 'truque' também pode ser entendida algebricamente ao seguir todos os passos dados:

- Pense no número de vezes por semana que você sente vontade de comer pizza: x
- Multiplique esse número por 2: $2x$
- Some 5: $2x + 5$
- Multiplique o resultado por 50: $(2x + 5) \cdot 50 = 100x + 250$
- Se você já fez aniversário este ano, some 1773: $100x + 250 + 1773 = 100x + 2023$
- e, se ainda não fez, some 1772: $100x + 250 + 1772 = 100x + 2022$
- Subtraia o número de quatro dígitos do ano que você nasceu: é fácil perceber que ao efetuar 2023 ou 2022 menos o ano de seu nascimento, o resultado será a sua idade, que pode ser representada genericamente pelo número de dois dígitos x_1x_0. Como este número x_1x_0 está sendo somado a um múltiplo de 100 ($100x$), o número N de três algarismos encontrado ao final das operações pode ser descrito como $N = xx_1x_0$, em que a sua idade estará representada nos algarismos das dezenas e das unidades, x_1 e x_0, respectivamente, e o algarismo das centenas (x) representa o número de vezes que você pensou em comer pizza na semana.

Atividades sobre adivinhação de número pensado

1) Ana e Bia foram a um restaurante. Na hora de pagar a conta, elas decidiram dividi-la assim: Ana pagaria o dobro do que Bia pagasse. O valor da conta foi de R$ 36,00. Quanto cada uma deveria pagar?

2) Pense em um número qualquer e multiplique ele por 3. Some 6 ao resultado. Divida o resultado por 3. Por último, subtraia o número pensado. Não importa o número pensado, magicamente o resultado será sempre 2.

3) Pense em um número natural. Multiplique por 5. Some 6. Multiplique por 4. Some 9. Multiplique por 5. Qual o resultado? Com a resposta dos alunos, a professora, magicamente, adivinhará o número inicialmente pensado. Vamos testar?

4) Descobrindo sua idade enquanto você pensa em pizza.

Considerando o ano atual de 2023, faça os seguintes cálculos:

Pense no número de vezes por semana que você sente vontade de comer pizza (tente pensar em mais de uma vez, mas menos de dez). Multiplique esse número por 2. Some 5. Multiplique o resultado por 50. Se você já fez aniversário este ano, some 1773 e, se ainda não fez, some 1772. Subtraia os quatro dígitos do ano que você nasceu. Você deve ter obtido um número de três dígitos. O primeiro dígito desse resultado é o número de vezes que você pensou em comer pizza na semana e os dois últimos dígitos representam a sua idade. Elabore uma estratégia para explicar este resultado.

7 VALOR NUMÉRICO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Objeto do conhecimento: Valor numérico de expressões algébricas.

Público-alvo: Turmas a partir do 8º ano do Ensino Fundamental.

Tempo estimado para aplicação: 1 período de 50 minutos.

Pré-Requisitos: Estar familiarizado com adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números racionais; Dominar o conceito de variável, incógnita e expressões algébricas.

Habilidades desenvolvidas: (EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Objetivos da atividade e orientações para o professor

Nessa atividade, partindo de uma situação contextualizada, os alunos devem calcular o valor numérico das expressões algébricas, dependendo de cada situação, obtendo valores correspondentes em cada caso.

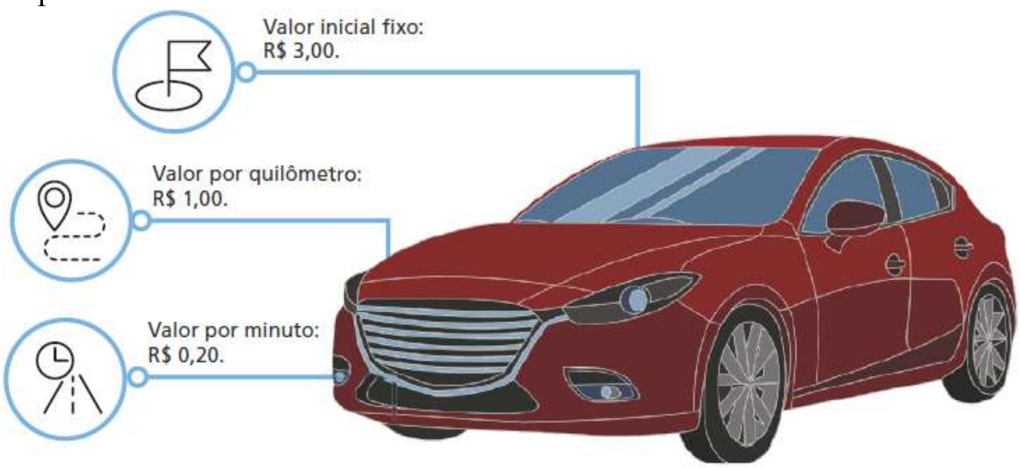
O objetivo desta atividade é mostrar ao aluno que uma situação do cotidiano pode ser modelada através de uma expressão algébrica e incentivar o cálculo da expressão através da substituição das variáveis por valores numéricos. Assim, novamente o aluno estará entrando em contato com os conceitos de equação e de função, caso o professor queira investigar junto com os alunos como escrever uma equação geral que expresse o valor total a seu pago na viagem em função da quantidade de quilômetros rodados e do tempo gasto na viagem.

Caso os alunos apresentem dificuldades em assimilar a expressão algébrica desta atividade escrita com duas variáveis, sugere-se ao professor expor e explorar alguns outros exemplos de situações do cotidiano que assemelham-se à atividade proposta, como ir ao supermercado comprar leite e suco e descobrir quanto irá pagar dependendo da quantidade de produtos de cada tipo que será comprada, ou ir a padaria e comprar pão de queijo e pão francês e determinar o valor a ser pago em função da quantidade de gramas (ou kg) de cada produto. Inicialmente por ser explicado exemplos que dependam de apenas uma variável, para que o aluno identifique que as diferentes situações podem ser descritas e resolvidas matemática por expressões algébricas semelhantes.

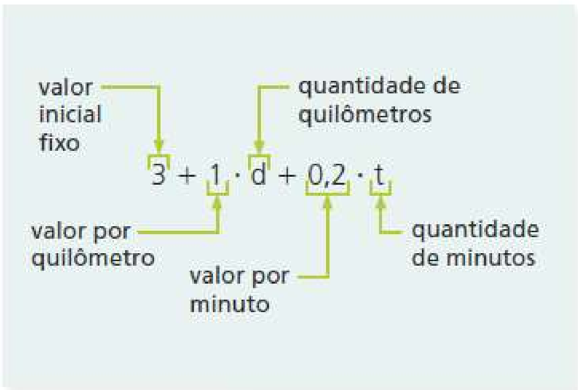
7.1 Guia do professor

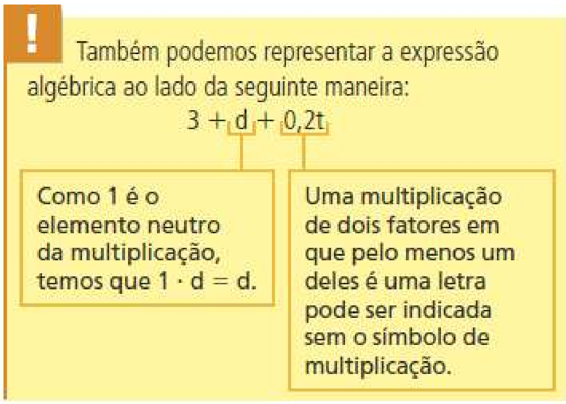
Atividades sobre valor numérico de expressões algébricas

Veja a seguir informações sobre os valores cobrados nas viagens em um aplicativo de transporte privado.



Observe como podemos representar o preço de uma viagem usando esse aplicativo por meio de uma **expressão algébrica**:





Em uma expressão algébrica, as letras representam números e são chamadas de **variáveis**. Na expressão $3 + d + 0{,}2t$, temos que $\boldsymbol{d}$ e $\boldsymbol{t}$ são as variáveis.

Por exemplo, considere uma viagem realizada por meio desse aplicativo, em que a distância percorrida foi de 8 km e o tempo de deslocamento foi de 14 minutos. Para obter o preço cobrado por essa viagem, temos de calcular o valor numérico da expressão algébrica para d = 8 e t = 14, ou seja, substituir em $3 + d + 0{,}2t$ as variáveis $\boldsymbol{d}$ por 8 e $\boldsymbol{t}$ por 14.

$$3 + 8 + 0{,}2 \cdot 14 = 3 + 8 + 2{,}8 = 13{,}8$$

Assim, o preço cobrado por essa viagem é de R$ 13,80.

Atividade

1) Com base nessa situação, calcule o preço de uma viagem de:

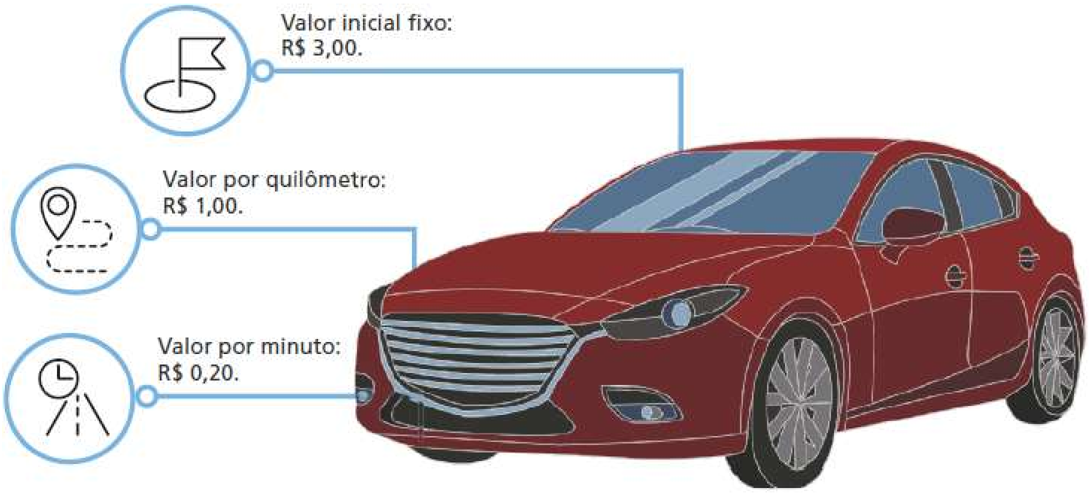
a) 12 km em 26 min. $3 + 12 + 0{,}2 \cdot 26 = 3 + 12 + 5{,}2 = 20{,}2$. O preço dessa viagem é de R$ 20,20.

b) 5,8 km em 13 min. $3 + 5{,}8 + 0{,}2 \cdot 13 = 3 + 5{,}8 + 2{,}6 = 11{,}4$. O preço dessa viagem é de R$ 11,40.

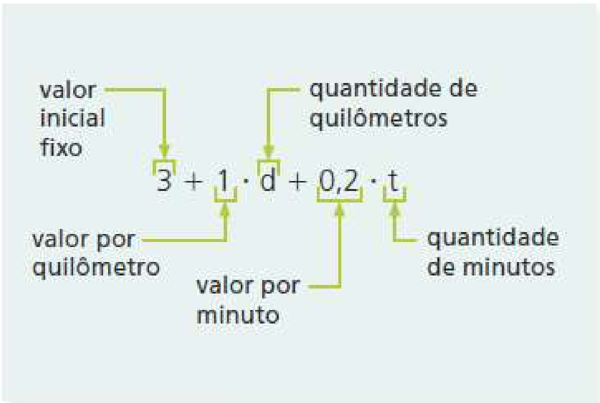
c) 9 km em 18 min. $3 + 9 + 0{,}2 \cdot 18 = 3 + 9 + 3{,}6 = 15{,}6$. O preço dessa viagem é de R$ 15,60.

Atividades sobre valor numérico de expressões algébricas

Veja a seguir informações sobre os valores cobrados nas viagens em um aplicativo de transporte privado.



Observe como podemos representar o preço de uma viagem usando esse aplicativo por meio de uma **expressão algébrica**:



! Também podemos representar a expressão algébrica ao lado da seguinte maneira:

$$3 + d + 0{,}2t$$

Como 1 é o elemento neutro da multiplicação, temos que $1 \cdot d = d$.

Uma multiplicação de dois fatores em que pelo menos um deles é uma letra pode ser indicada sem o símbolo de multiplicação.

Em uma expressão algébrica, as letras representam números e são chamadas de **variáveis**. Na expressão $3 + d + 0{,}2t$, temos que $\boldsymbol{d}$ e $\boldsymbol{t}$ são as variáveis.

Por exemplo, considere uma viagem realizada por meio desse aplicativo, em que a distância percorrida foi de 8 km e o tempo de deslocamento foi de 14 minutos. Para obter o preço cobrado por essa viagem, temos de calcular o valor numérico da expressão algébrica para d = 8 e t = 14, ou seja, substituir em $3 + d + 0{,}2t$ as variáveis $\boldsymbol{d}$ por 8 e $\boldsymbol{t}$ por 14.

$$3 + 8 + 0{,}2 \cdot 14 = 3 + 8 + 2{,}8 = 13{,}8$$

Assim, o preço cobrado por essa viagem é de R$ 13,80.

Atividade

1) Com base nessa situação, calcule o preço de uma viagem de:

a) 12 km em 26 min. **b)** 5,8 km em 13 min. **c)** 9 km em 18 min.

8 SEQUÊNCIAS

Objeto do conhecimento: Sequências recursivas e não recursivas.

Público-alvo: Turmas a partir do 8º ano do Ensino Fundamental.

Tempo estimado para aplicação: 2 períodos de 50 minutos cada.

Pré-Requisitos: Estar familiarizado com adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números racionais; Dominar o conceito de variável, incógnita e expressões algébricas.

Habilidades desenvolvidas: (EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.

(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

Objetivos da atividade e orientações para o professor

O objetivo destas atividades é possibilitar ao aluno construir sequências numéricas ou figurais que apresentem alguma regularidade e que possa ser definida através da posição do termo na sequência, permitindo ao estudante identificar e expressar a sequência através de generalizações que podem ser expressas algebricamente.

A primeira atividade apresenta uma sequência de figuras que são construídas por uma quantidade de pontos. A intenção é que os alunos percebam que a quantidade de pontos de cada figura está associada à posição da figura na sequência. Após a questionamentos sobre quais seriam as próximas figuras da sequência, espera-se que os alunos escrevam uma fórmula para um termo a_n da sequência em função da posição n em que o termo se encontra.

A atividade 2 trabalha a identificação de regularidade em uma sequência numérica e a construção de um fluxograma para obter os próximos termos. No item c, os alunos podem indicar diferentes regularidades para a obtenção dos números das sequências I e II. É importante que o professor valorize as diferentes tentativas de respostas e que solicite a participação dos alunos e as devidas justificativas para as regularidades apontadas. Na sequência I, por exemplo, os alunos podem indicar que o primeiro termo igual a 4 e que cada próximo termo, a partir do segundo, é igual ao anterior mais 5 unidades, ou que o número de posição n na sequência é dado pela expressão algébrica $5n - 1$. Na sequência II, os alunos podem indicar que o primeiro termo é igual a 2 e que, a partir do segundo, cada novo termo é obtido fazendo a subtração de 10 pelo número anterior, ou definir a sequência de acordo com a posição n do termo: o número de posição ímpar é igual a 2 e o número de posição par é igual a 8. Essas possíveis respostas estão ilustradas em fluxogramas no Guia do professor.

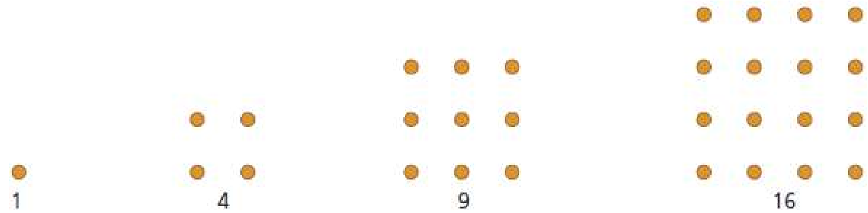
Na atividade 3, os alunos devem determinar o 4º e o 5º termo de uma sequência de peças de dominó dadas. Nessas peças, os valores numéricos das faces superiores estão decrescendo uma unidade a cada peça a partir do número 6 e, nas faces inferiores, esse valor está aumentando uma unidade a cada peça a partir no número 1. Dessa forma, a 4ª peça deve apresentar 3 bolinhas na face superior e 4 na face inferior e a 5ª peça deve apresentar 2 bolinhas na face superior e 5 na face inferior.

Na atividade 4, os alunos devem identificar a regularidade em uma sequência figural representada por um fluxograma. Chame a atenção dos alunos para o fato de que, ao ser dividido por 3, um número natural pode ter resto zero (divisão exata), resto 1 ou resto 2 e que não existem outras possibilidades.

8.1 Guia do professor

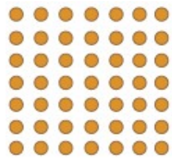
Atividades sobre sequências recursivas e não recursivas

1) Na sequência dos números quadrados perfeitos positivos, cada termo pode ser associado a uma figura composta por pontos.



a) Explique a relação entre um número dessa sequência e a figura correspondente. A figura é formada por pontos que são distribuídos igualmente em linhas e colunas, de maneira que essa organização lembre um quadrado, ou seja, a figura é formada pela quantidade de pontos que corresponde ao quadrado do número de pontos que representa o lado.

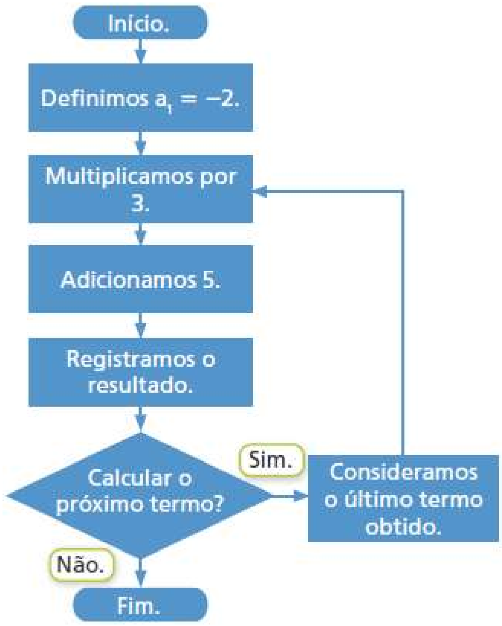
b) Qual é o 7º termo dessa sequência? Desenhe a figura correspondente a esse termo. O 7º termo dessa sequência é 49, pois $7 \cdot 7 = 49$. A figura correspondente é composta por 49 pontos distribuídos igualmente em 7 linhas e 7 colunas, de maneira que lembre um quadrado.



c) O número 150 faz parte dessa sequência? Explique o motivo. Não. Não existe um número natural que seja raiz quadrada de 150; ou, não existe um número natural que, ao ser multiplicado por ele mesmo, resulte em 150, ou seja, 150 não é um número quadrado perfeito.

d) Escreva uma expressão algébrica que permita representar um termo qualquer dessa sequência. $a_n = n^2$

2) O fluxograma a seguir apresenta os procedimentos para obter uma sequência numérica:



a) Quais são os seis primeiros termos dessa sequência? $-2, -1, 2, 11, 38$ e 119

$a_1 = -2$ $\quad$ $a_2 = -2 \cdot 3 + 5 \Rightarrow a_2 = -1$

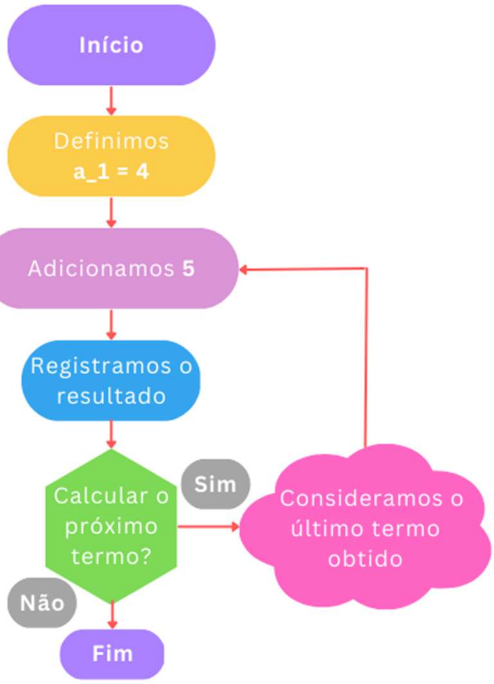
$a_3 = -1 \cdot 3 + 5 \Rightarrow a_3 = 2$ $\quad$ $a_4 = 2 \cdot 3 + 5 \Rightarrow a_4 = 11$

$a_5 = 11 \cdot 3 + 5 \Rightarrow a_5 = 38$ $\quad$ $a_6 = 38 \cdot 3 + 5 \Rightarrow a_6 = 119$

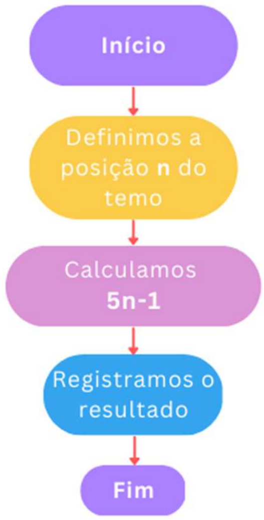
b) Escreva uma expressão para representar um termo qualquer dessa sequência. $a_1 = -2$ e $a_n = 3a_{n-1} + 5$

c) Agora, para cada sequência numérica a seguir, identifique a regularidade e construa um fluxograma que permita obter os seguintes números:

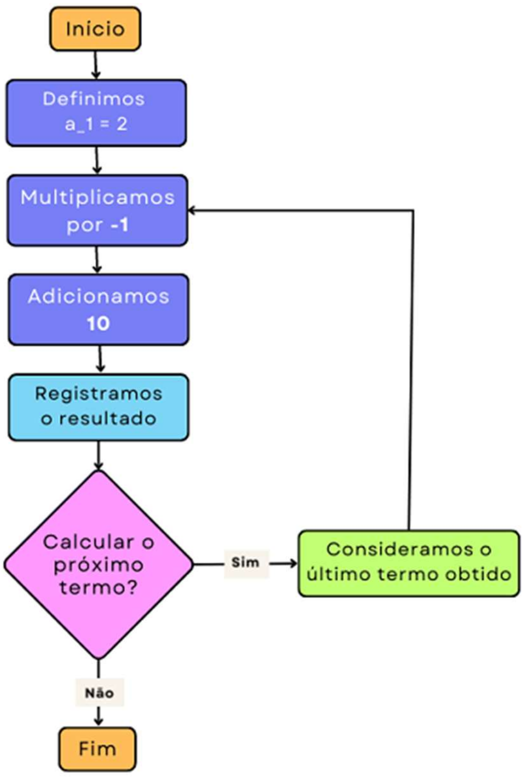
I. $(4, 9, 14, 19, 24, 29, \dots)$ Sugestão de respostas:



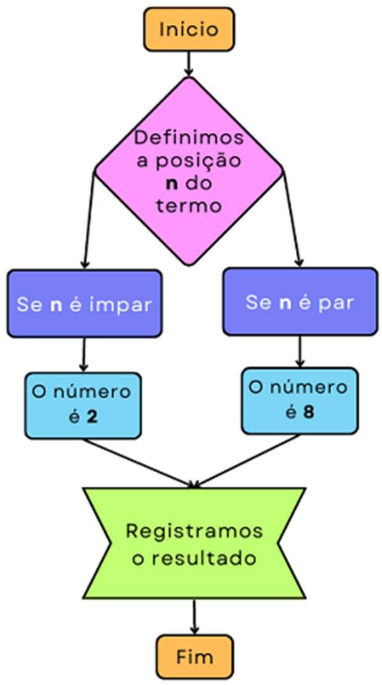
ou



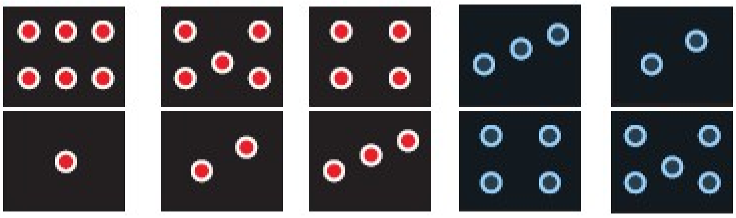
II. $(2, 8, 2, 8, 2, 8, \dots)$ Sugestão de respostas:



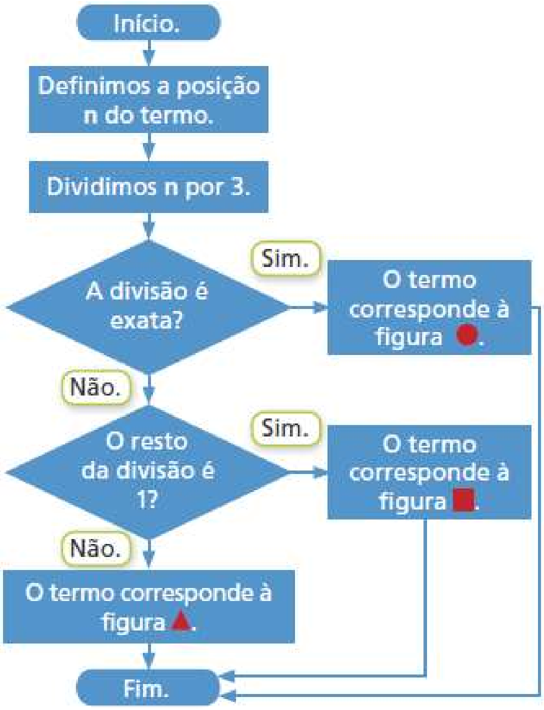
ou



3) Observe a sequência formada por peças de dominó e, com base nas três primeiras peças, determine os valores numéricos das faces superiores e inferiores da 4ª e da 5ª peça. Nas faces superiores, os valores numéricos estão em ordem decrescente que vai de 6 a 2 e nas faces inferiores, os valores numéricos estão em ordem crescente, partindo do 1 até o 5.



4) Observe o fluxograma que Luiza elaborou para obter os termos de uma sequência de figuras:



Partindo de $n = 1$, construa sequência dos sete primeiros termos dessa sequência de figuras.

Um número natural dividido por 3 só pode ter resto zero (divisão exata), resto 1 ou resto 2.

O resto da divisão de 1 por 3 é 1, que corresponde à figura ■.

O resto da divisão de 2 por 3 é 2, que corresponde à figura ▲.

O resto da divisão de 3 por 3 é 0, que corresponde à figura ●.

O resto da divisão de 4 por 3 é 1, que corresponde à figura ■, e assim sucessivamente.

Assim, a sequência formada é ■, ▲, ●, ■, ▲, ●, ■.

Atividades sobre sequências recursivas e não recursivas

1) Na sequência dos números quadrados perfeitos positivos, cada termo pode ser associado a uma figura composta por pontos.

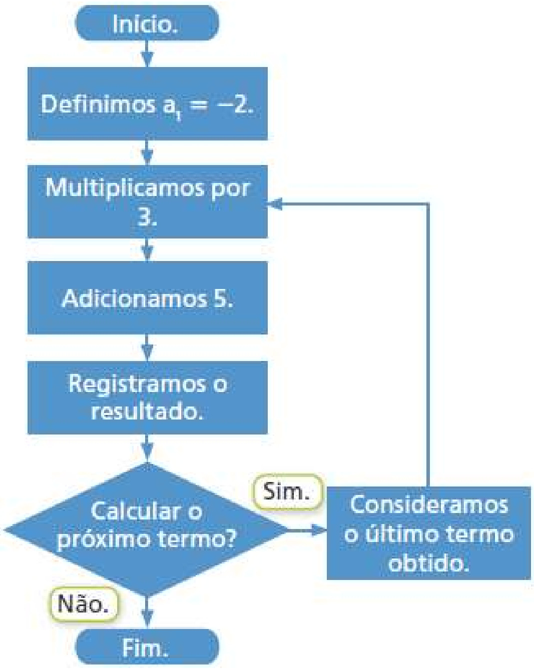
a) Explique a relação entre um número dessa sequência e a figura correspondente.

b) Qual é o 7º termo dessa sequência? Desenhe afigura correspondente a esse termo.

c) O número 150 faz parte dessa sequência? Explique o motivo.

d) Escreva uma expressão algébrica que permita representar um termo qualquer dessa sequência.

2) O fluxograma a seguir apresenta os procedimentos para obter uma sequência numérica:



a) Quais são os seis primeiros termos dessa sequência?

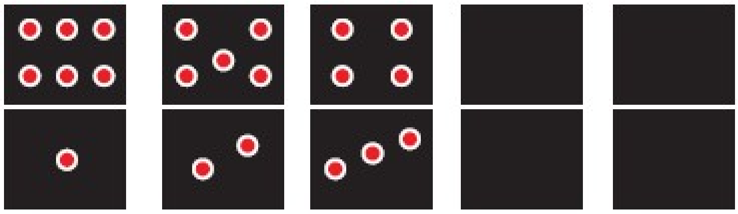
b) Escreva uma expressão para representar um termo qualquer dessa sequência.

c) Agora, para cada sequência numérica a seguir, identifique a regularidade e construa um fluxograma que permita obter os seguintes números:

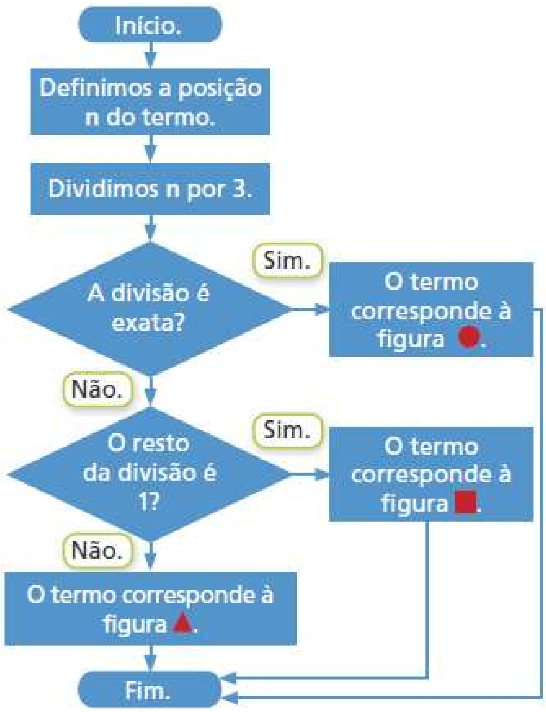
I. $(4, 9, 14, 19, 24, 29, \dots)$

II. $(2, 8, 2, 8, 2, 8, \dots)$

3) Observe a sequência formada por peças de dominó e, com base nas três primeiras peças, determine os valores numéricos das faces superiores e inferiores da 4ª e da 5ª peça.



4) Observe o fluxograma que Luiza elaborou para obter os termos de uma sequência de figuras:



Partindo de $n = 1$, construa sequência dos sete primeiros termos dessa sequência de figuras.

9 EQUAÇÃO DO 2º GRAU DO TIPO $ax^2 = b$

Objeto do conhecimento: Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Público-alvo: Turmas a partir do 8º ano do Ensino Fundamental.

Tempo estimado para aplicação: 2 períodos de 50 minutos cada.

Pré-Requisitos: Estar familiarizado com adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números racionais; Manipular e resolver corretamente equações do primeiro grau.

Habilidades desenvolvidas: (EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Objetivos da atividade e orientações para o professor

O objetivo destas atividades é possibilitar aos estudantes que estes explorem problemas de geometria através de conversão das informações em expressões algébricas, utilizando os conceitos de equação ou de função para calcular as possíveis soluções dos problemas propostos. Estes problemas envolvendo cálculos de áreas de figuras planas são excelentes exemplos das relações entre alguns conteúdos que são trabalhados muitas vezes de maneira isolada em sala de aula, por isso, devem ser utilizados e explorados sempre que possível.

A primeira atividade trabalha a identificação de uma equação do 2º grau com uma incógnita que representa uma situação problema envolvendo área de retângulos. Vale lembrar aos professores que, para o desenvolvimento destas atividades, é bem provável que haverá a necessidade de uma retomada dos conceitos de área de figuras planas, algo que não deve ser encarado como uma adversidade ou um gasto de tempo desnecessário, mas sim, como uma introdução para este conjunto de atividades experimentais.

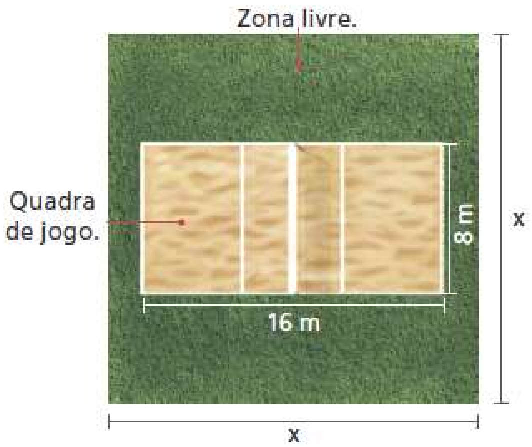
Na atividade 2, os alunos devem determinar o valor da incógnita a partir de algumas medidas de áreas dadas, atentando para as informações contidas no enunciado e na figura que acompanha a questão. Os alunos podem inicialmente tentar a resolução através de testes de valores antes de perceberem que a área da figura pode ser expressa através de uma equação do 2º grau. Além disso, nesta atividade, o professor pode incentivar os alunos a resolvê-la de mais de uma maneira, utilizando as diferentes técnicas de resolução de equações dessa natureza.

Na atividade 3, os alunos devem elaborar e resolver problemas que envolvem equação do 2º grau com uma incógnita. No guia do professor, são apresentados dois exemplos de problemas que podem ser elaborados pelos alunos ou auxiliá-los em suas elaborações e resoluções.

9.1 Guia do professor

Atividades sobre equação do 2º do tipo $ax^2 = b$

1) No vôlei de praia, a Área de jogo é composta pela Quadra de jogo e circundada por uma Zona livre. No parque de um certo município, está sendo projetado um espaço para a prática desse esporte. Observe:



Sabendo que a Zona livre terá 365 m², qual deve ser a medida do lado da Área de jogo?

a) Escreva uma equação que represente este problema.

Área de jogo: quadrado de medida x

Quadra de jogo: retângulo de medidas 16 m x 8 m

Zona livre: 356 m²

Área de jogo menos Quadra de jogo é igual a Zona livre

$$\boldsymbol{x^2 - 16 \cdot 8 = 356 \Rightarrow x^2 - 128 = 356}$$

b) Resolva a equação que você indicou no item a.

$$\boldsymbol{x^2 - 128 = 356 \Rightarrow x^2 - 128 + 128 = 356 + 128 \Rightarrow x^2 = 484}$$

A igualdade $x^2 = 484$ indica que o valor x corresponde a um número cujo quadrado é 484. Nesse caso, temos duas possibilidades:

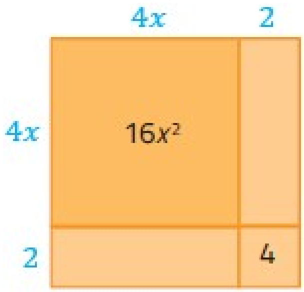
$$x = \sqrt{484} = 22 \text{ ou } x = \sqrt{484} = -22$$

Assim, as raízes ou soluções da equação são 22 e -22.

c) Responda à questão do problema.

Como x representa a medida, em metros, do lado de um terreno, temos que x deve ser um número maior que zero. Assim, a medida do lado da Área de jogo é de 22 metros.

2) Determine o valor de $\boldsymbol{x}$ sabendo que a medida de área da maior região quadrada nessa figura é de **1 156** cm².



O quadrado de medida de área igual a $16x^2$, possui lado de medida igual a $4x$ e o quadrado de medida de área igual a 4, possui lado de medida igual a 2. Com essas informações, podemos determinar a medida de comprimento do lado da maior região quadrada da figura, que mede $4x + 2$, conforme figura acima.

Como a área da maior região quadrada dessa figura é de 1 156 cm², podemos escrever:

$$(4x + 2)^2 = 1\,156$$

Como $4x + 2$ ao quadrado resulta em 1 156, temos $4x + 2 = 34$ ou $4x + 2 = -34$. Assim:

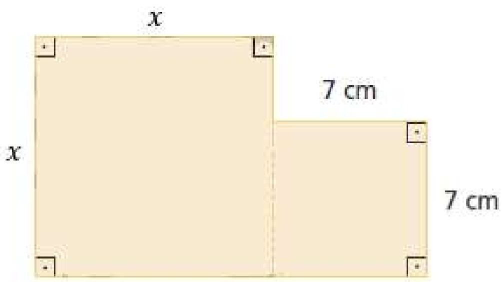
- se $4x + 2 = 34$, então $x = 8$,
  $4x + 2 - 2 = 34 - 2 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{32}{4} \Rightarrow x = 8$
- se $4x + 2 = -34$, então $x = -9$
  $4x + 2 - 2 = -34 - 2 \Rightarrow 4x = -36 \Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{-36}{4} \Rightarrow x = -9$

Como x representa a medida, em centímetros, do lado de um quadrado, temos que x deve ser um número maior que zero. Assim, o valor de x é igual a 8.

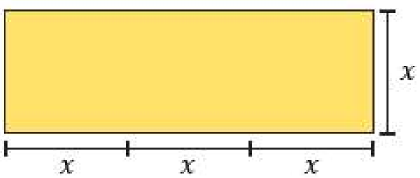
3) Elabore e escreva um problema envolvendo equações do 2º grau com uma incógnita. Em seguida, junte-se a um colega e troquem os problemas para que um resolva o do outro. Juntos, verifiquem se as respostas estão corretas.

Sugestão: Para elaborar o problema, você pode se inspirar nas figuras representadas abaixo. No item I, a área da figura representa é de **170** cm². No item II, a figura representa um terreno retangular cuja medida da área é **243** m².

I)



II)



Sugestões de problemas que podem ser elaborados de acordo com as figuras acima:

Item **I**: Escreva uma equação que represente a área total da figura e determine o valor de x.

$$x^2 + 7 \cdot 7 = 170 \ \Rightarrow x^2 + 49 - 49 = 170 - 49 \ \Rightarrow x^2 = 121$$

A igualdade $x^2 = 121$ indica que o valor x corresponde a um número cujo quadrado é 121. Temos duas possibilidades:

$$x = \sqrt{121} = 11 \text{ ou } x = \sqrt{121} = -11$$

Como x representa a medida, em centímetros, do lado de um quadrado, temos que x deve ser um número maior que zero. Portanto, o valor de x é igual a 11.

Item **II**: Determine a medida do comprimento e da largura desse terreno.

Medida do comprimento: $x + x + x = 3x$

Medida da largura: x

Área de uma região retangular: produto do comprimento pela largura

$$3x \cdot x = 243 \Rightarrow 3x^2 = 343 \Rightarrow \frac{3x^2}{3} = \frac{243}{3} \Rightarrow x^2 = 81$$

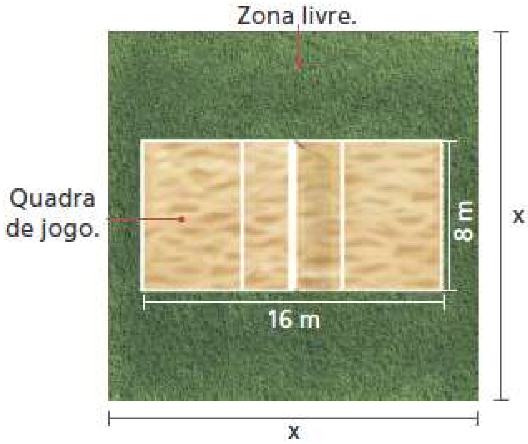
A igualdade $x^2 = 81$ indica que o valor x corresponde a um número cujo quadrado é 81. Temos duas possibilidades:

$$x = \sqrt{81} = 9 \text{ ou } x = \sqrt{81} = -9$$

Como x representa a medida, em metros, a medida da largura do terreno, temos que x deve ser um número maior que zero. Logo, o valor de x é igual a 9, a medida da largura do terreno é de 9 metros e o comprimento é de $3 \cdot 9 = 27$ metros.

Atividades sobre equação do 2º do tipo $ax^2 = b$

1) No vôlei de praia, a Área de jogo é composta pela Quadra de jogo e circundada por uma Zona livre. No parque de um certo município, está sendo projetado um espaço para a prática desse esporte. Observe:



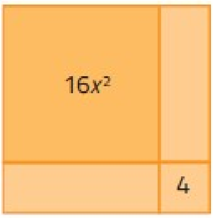
Sabendo que a Zona livre terá 365 m², qual deve ser a medida do lado da Área de jogo?

a) Escreva uma equação que represente este problema.

b) Resolva a equação que você indicou no item a.

c) Responda à questão do problema.

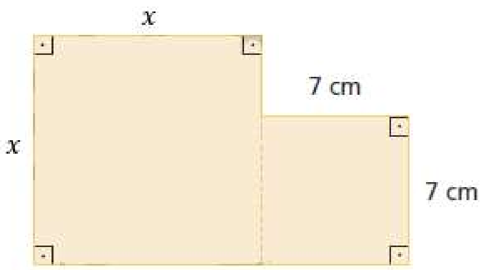
2) Determine o valor de x sabendo que a medida de área da maior região quadrada na figura ao lado é de **1 156** cm².



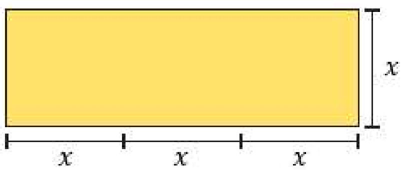
3) Elabore e escreva um problema envolvendo equações do 2º grau com uma incógnita. Em seguida, junte-se a um colega e troquem os problemas para que um resolva o do outro. Juntos, verifiquem se as respostas estão corretas.

Sugestão: Para elaborar o problema, você pode se inspirar nas figuras representadas abaixo. No item **I**, a área da figura representa é de **170** cm². No item **II**, a figura representa um terreno retangular cuja medida da área é **243** m².

I)



II)



10 FUNÇÕES

Objeto do conhecimento: Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.

Público-alvo: Turmas a partir do 9º ano do Ensino Fundamental.

Tempo estimado para aplicação: 2 períodos de 50 minutos cada.

Pré-Requisitos: Dominar as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números reais; Manipular e resolver corretamente equações do primeiro grau.

Habilidades desenvolvidas: (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica, e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Objetivos da atividade e orientações para o professor

O principal objetivo destas atividades é explorar a modelagem de situações do cotidiano em linguagem matemática, expressando-as através de equações ou funções polinomiais do 1º grau. Não menos importante, a resolução dos problemas propostos e a representação gráfica deste tipo de função também são objetivos desta proposta. Os diferentes tipos de representações de um mesmo problema, seja numérica, algébrica ou gráfica, permitem ao aluno visualizar o problema de uma forma mais ampla e construir uma compreensão mais profunda sobre o objeto estudado.

Na primeira atividade os alunos devem calcular a quantidade de piso assentado por um pedreiro, sabendo o valor cobrado por metro quadrado e o valor total recebido. Em seguida, devem escrever a fórmula matemática que descreve o valor recebido pelo pedreiro de acordo com a quantidade de piso assentado. Pode ser interessante perguntar para os alunos quais são as grandezas envolvidas nessa situação e se existe uma relação de função entre elas.

Na atividade 2, questione os alunos sobre quais são as grandezas envolvidas nesse problema sobre o salário de Aline. Os alunos devem responder qual é a variável dependente, qual é a lei que associa o salário de Aline em função das vendas realizadas no mês e, em seguida, calcular o seu salário no mês de março, sabendo que o total de vendas foi de R$ 25.000,00. Se julgar pertinente, incentive os alunos a criar uma tabela com diferentes valores de venda e calcular como fica o salário de Aline nessas situações, favorecendo a identificação da lei da função. Essa mesma tabela pode ser aproveitada para que os alunos tenham melhores condições de responder se o salário de Aline é ou não diretamente proporcional ao total de vendas que ela faz no mês.

Na atividade 3, os alunos devem determinar a quantidade de livros que uma pessoa comprou, sabendo o valor total gasto, o valor unitário dos livros e o valor da taxa de entrega.

Na atividade 4, os alunos devem analisar os dois planos de aulas de violão dados, escrever a fórmula da função correspondente a cada um e analisar as condições que fazem um plano ser mais econômico do que o outro. Explore a capacidade de tomada decisões dos alunos e incentive-os com perguntas como: “Pedro deve fazer quantas aulas para que o plano **B** fique mais econômico?”. Incentive-os a observar o ponto em que os valores das funções se encontram e como os gráficos se comportam após este encontro.

10.1 Guia do professor

Atividades sobre funções

1) Um pedreiro cobra R$ 30,00 por metro quadrado de piso assentado.

a) Calcule a quantidade de metros quadrados de piso assentado, sabendo que o pedreiro recebeu R$ 1.740,00. $30q = 1740 \Rightarrow q = 58$. O pedreiro assentou 58 m² de piso.

b) Escreva a lei dessa função, considerando q a quantidade de metros quadrados de cerâmica assentada e V o valor recebido. $V = 30q$, em que q é um número real positivo.

2) Aline é vendedora comissionada em uma loja de roupas. seu salário é composto por duas partes: uma fixa, no valor de R$ 1.379,00, e uma variável, correspondente a uma comissão de 3% sobre o total de vendas que ela fez durante o mês. Considere S o salário mensal e x o total de vendas do mês.

a) Nessa situação, qual é a variável dependente? O salário S, pois ele depende do total de vendas x realizadas no mês.

b) Qual é a lei da função que associa S a x? $S = 1379 + 0{,}03x$.

c) Se o total de vendas no mês de março foi de R$ 25.000,00, quanto Aline recebeu nesse mês?

$$S = 1379 + 0{,}03 \cdot 25000 \ \Rightarrow S = 1379 + 750 \ \Rightarrow S = 2129$$

Aline recebeu R$ 2.129,00.

d) O salário de Aline varia de forma diretamente proporcional ao total de vendas que ela faz durante o mês? Não. Por exemplo, se $x = 10\,000$, então $S = 1\,679$; $x = 20\,000$, então $S = 1\,979$. Note que ao dobrar o valor de x, o valor de S não dobrou.

3) Uma livraria está vendendo vários livros a R$ 14,00 cada um e cobrando uma taxa fixa de R$ 10,00 pela entrega. Se uma pessoa pagou R$ 178,00 pela compra de livros nessa livraria, quantos livros ela comprou? Sendo P o valor pago, temos:

$$P = 14x + 10 \ \Rightarrow 122 = 14x + 10 \ \Rightarrow 112 = 14x \ \Rightarrow x = 8$$

Essa pessoa comprou 8 livros.

4) Pedro vai escolher um plano de aulas de violão entre 2 opções: **A** e **B**. O plano **A** cobra R$ 100,00 de inscrição e R$ 50,00 por aula em certo período. O plano **B** cobra R$ 180,00 de inscrição e R$ 40,00 por aula no mesmo período. O gasto total de cada plano é dado em função do número x de aulas.

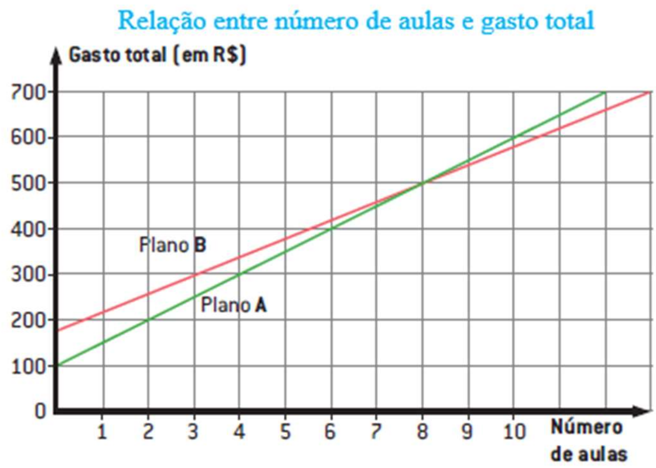
a) Escreva a fórmula da função correspondente a cada plano, considerando x um número natural.

Plano **A**: $y = 50x + 100$; Plano **B**: $y = 40x + 180$.

Relação entre número de aulas e gasto total

b) Construa o gráfico de cada função no mesmo plano cartesiano.

Aulas	Plano A	Plano B
x	$y = 50x + 100$	$y = 40x + 180$
1	150	220
2	200	260
3	250	300
4	300	340
5	350	380
6	400	420
7	450	460
8	500	500
9	550	540
10	600	580



c) Com base nos gráficos construídos, analise em quais condições:

I) O plano **A** é mais econômico; Para $x < 8$.

II) O plano **B** é mais econômico; Para $x > 8$.

III) O gasto é o mesmo nos dois planos. Para $x = 8$

Atividades sobre funções

1) Um pedreiro cobra R$ 30,00 por metro quadrado de piso assentado.

a) Calcule a quantidade de metros quadrados de piso assentado, sabendo que o pedreiro recebeu R$ 1.740,00.

b) Escreva a lei dessa função, considerando q a quantidade de metros quadrados de cerâmica assentada e V o valor recebido.

2) Aline é vendedora comissionada em uma loja de roupas. seu salário é composto por duas partes: uma fixa, no valor de R$ 1.379,00, e uma variável, correspondente a uma comissão de 3% sobre o total de vendas que ela fez durante o mês. Considere S o salário mensal e x o total de vendas do mês.

a) Nessa situação, qual é a variável dependente?

b) Qual é a lei da função que associa S a x?

c) Se o total de vendas no mês de março foi de R$ 25.000,00, quanto Aline recebeu nesse mês?

d) O salário de Aline varia de forma diretamente proporcional ao total de vendas que ela faz durante o mês?

3) Uma livraria está vendendo vários livros a R$ 14,00 cada um e cobrando uma taxa fixa de R$ 10,00 pela entrega. Se uma pessoa pagou R$ 178,00 pela compra de livros nessa livraria, quantos livros ela comprou?

4) Pedro vai escolher um plano de aulas de violão entre 2 opções: **A** e **B**. O plano **A** cobra R$ 100,00 de inscrição e R$ 50,00 por aula em certo período. O plano **B** cobra R$ 180,00 de inscrição e R$ 40,00 por aula no mesmo período. O gasto total de cada plano é dado em função do número x de aulas.

a) Escreva a fórmula da função correspondente a cada plano, considerando x um número natural.

b) Construa o gráfico de cada função no mesmo plano cartesiano.

c) Com base nos gráficos construídos, analise em quais condições:

I) O plano **A** é mais econômico;

II) O plano **B** é mais econômico;

III) O gasto é o mesmo nos dois planos.

11 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Àqueles que analisarem atentamente este produto educacional com o intuito de utilizar uma ou mais atividades em suas aulas em algum momento do ano letivo, poderão perceber que, a partir dos problemas e grupos de atividades propostos, é possível criar novas atividades, explorar as mesmas questões com outros questionamentos, outra abordagem, adaptando sempre que possível ao contexto em que a atividade será aplicada. Cada atividade apresenta suas peculiaridades, assim como cada turma de alunos em cada escola e cada região do país. É necessário levar em consideração as particularidades da turma, o número de alunos, a faixa etária dos estudantes, a situação econômica e social de modo geral. Em turmas com muitos alunos, a missão de aplicar atividade experimentais e que necessitam do caráter investigativo e a participação ativa dos estudantes é um grande desafio ao docente. Organizar a turma, manter o foco na atividade, possibilitar a participação e a manifestação de todos, exige, além de algumas competências e habilidades docentes, uma preparação e empenho gigantesco. Em turmas com poucos alunos o desafio é outro. Neste caso, a preocupação do docente deve ser a de desenvolver uma aula dinâmica, aproveitando cada minuto disponível para que todos estejam envolvidos com a atividade e não deixando algum aluno ou a turma ao final da aula sem atividade por terem um rendimento maior do que o esperado. E mesmo assim, sabemos que irão ocorrer imprevistos que deverão ser contornados.

As sugestões em cada atividade podem ser seguidas ou não e o professor pode adaptar da maneira que achar mais produtivo. Seguindo-as, as atividades podem funcionar muito bem. Ou não. Não temos como dar garantias baseada em um exemplo que deu certo. Na matemática é assim, a validade de um caso particular não é aceita como uma demonstração de um teorema. Salvo algumas áreas da matemática, como Geometria, geralmente as demonstrações são algébricas em que, após demonstrada a generalização, torna-se um fato irrefutável. A Álgebra tem o poder de mostrar infinitas possibilidades em uma sentença expressa através de quatro ou cinco símbolos. Permite testar inúmeros casos e representá-los através de uma linguagem simples e eficiente. Cabe a nós, professores, não só mostrar aos alunos as situações que podem ser resolvidas algebricamente, mas também fazê-los perceber as potencialidades da escrita algébrica, e então poderemos contribuir mais significativamente para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes.

12 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Vagner Lopes de. **Matemática em sala de aula**: uma proposta lúdica usando a resolução de problemas. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/SBM) – Instituto de Matemática, UFAL, Maceió – AL, 2017.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** Ensino Fundamental, anos finais. 9 ed. São Paulo : Moderna, 2018.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Matemática:** Ensino Fundamental, anos finais. 3 ed. São Paulo : Ática, 2018.

GAY, Mara Regina Garcia; SILVA, Willian Raphael. **Araribá Mais Matemática:** Ensino Fundamental, anos finais. 1 ed. São Paulo : Moderna, 2018.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender Matemática**. 3 ed. Campinas : Autores Associados, 2010.

PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo. **Matemática essencial:** Ensino Fundamental, anos finais. 1 ed. São Paulo : Scipione, 2018.

SÁ, Pedro Franco de. **As atividades experimentais no ensino de Matemática**. REMATEC, ano 15, n. 35, p. 143-162, 2020.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Matemática realidade & tecnologia:** Ensino Fundamental, anos finais. 1 ed. São Paulo : FTD, 2018.