

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA OCEÂNICA

PROJETO DE CAVIDADES DE RESFRIAMENTO ATRAVÉS DO  
DESENVOLVIMENTO DE ALGORITMO EVOLUTIVO BASEADO NA TEORIA  
CONSTRUTAL

por

JÚLIO CÉSAR BURLAMAQUI VIANNA

Dissertação para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Oceânica

Rio Grande, dezembro, 2016

PROJETO DE CAVIDADES DE RESFRIAMENTO DE DISPOSITIVOS  
ELETRÔNICOS ATRAVÉS DO DESENVOLVIMENTO DE ALGORITMO EVOLUTIVO  
BASEADO NA TEORIA CONSTRUTAL

Por

JÚLIO CÉSAR BURLAMAQUI VIANNA

Engenheiro Eletricista

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica (PPGEO) da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Área de Concentração: Engenharia Marítima.

Orientador: Prof. Dr. Jeferson Avila Souza

PPGEO/FURG

Coorientador: Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos

PPGEO/FURG

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Juan Ordonez

FSU-EUA

Prof. Dr. Liércio André Isoldi

FURG

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

UFRGS

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica

Rio Grande, 12, dezembro de 2016.

Incluir nesta página a folha de rosto assinada pelos membros da banca e o coordenador do Programa. Pode ser utilizada uma fotocópia (xerox) colorida da folha de rosto.

*Dedico aos meus pais,  
Paulo Roberto e Carmem das Graças.*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor Jeferson por sua competência e profissionalismo, exemplares, durante todas as etapas de desenvolvimento deste trabalho, em especial na que concerne ao estudo do modelo matemático.

Ao professor Elizaldo pela sua total disponibilidade, sempre que solicitado, permitindo, e incentivando, o alcance de todas as metas, dentro dos prazos.

Ao colega Emanuel pela grande ajuda no desenvolvimento do modelo computacional.

Aos meus pais, Paulo Roberto e Carmem das Graças, por todo amor, apoio, e paciência na busca dos meus objetivos profissionais.

A minha irmã, Ana Paula, ao cunhado, Ludenir, e meus sobrinhos Diego, Giulia e Laura (esta solicitando menção ao “pulguento” Maui), pela amizade e companheirismo.

Aos colegas de laboratório e das disciplinas pelos momentos de estudo, bate papo e descontração.

À CAPES pelo amparo financeiro, fundamental.

À Universidade Federal do Rio Grande (FURG) por disponibilizar toda a sua estrutura física, operacional e humana.

## RESUMO

O presente trabalho aborda o problema de resfriamento de corpos sólidos através de cavidades isotérmicas. A geração de calor ocorre internamente ao corpo sólido cujas superfícies externas são adiabáticas. Com base no Princípio Construtal, propõe-se um algoritmo evolutivo que construa uma cavidade apta a maximizar a transferência de calor entre corpo sólido e ambiente. O processo de construção deve ser livre de maneira que progrida (ou se ramifique) em direção aos pontos de máxima temperatura. Utiliza-se como ferramenta para a solução das equações diferenciais parciais o pacote PDETOOL, pertencente ao software Matlab. A estrutura do modelo computacional é composta de duas rotinas: uma principal (que constrói a cavidade) e outra que resolve a equação da difusão térmica. O processo de construção avança elemento a elemento de modo que, a cada etapa, verifica a distância entre os pontos de máxima temperatura e as regiões vizinhas à cavidade. Aquelas que apresentarem menor distância passam a formar novos elementos de cavidade. O trabalho também faz uma análise da influência da complexidade das configurações sobre o desempenho térmico do sistema por meio da parametrização da resolução de formação da cavidade. Outra contribuição está na análise da dependência entre a área da cavidade e a taxa de geração de calor. Neste sentido, as simulações também indicaram que, durante o referido processo de construção, há um valor ótimo de área de cavidade a partir do qual há uma redução do desempenho quanto à dissipação térmica. Dentre os resultados, o mais significativo está no fato do algoritmo proposto ser capaz de construir, espontaneamente, cavidades semelhantes às configurações tratadas anteriormente pela literatura.

Palavras-chave: Teoria Construtal. Cavidades de resfriamento. Equação da difusão térmica. Resolução da cavidade. Otimização.

## **ABSTRACT**

This work presents a discussion about the cooling of solid bodies problem through isothermal cavities. Heat generation occurs internally in the solid body whose external surfaces are adiabatic. Based on the Constructal Principle, it's proposed an evolutionary algorithm that builds a cavity able to maximize the heat transfer between solid body and ambient. Building process must be free so that cavity progress (or branching) occurs in direction towards to the points of maximum temperature. PDETOOL package in Matlab software has been used to solve the partial differential equation. Structure of the computational model has two functions: a main (that builds the cavity) and an auxiliary used to solve the thermal diffusion equation. Building process advances element by element so that, at each stage, it checks the distance between the points of maximum temperature and the regions adjacent to the cavity. Adjacent regions closer to maximum temperature location are converted into new cavity elements. In this work it is also performed an analysis of the geometry complexity influence to the thermal performance of the system by means of parametrization of the cavity resolution formation. Other contribution is related to the dependence between the area of the cavity and the rate of heat generation. In this sense, simulations have indicated that, during the aforementioned construction process, there is an optimum cavity area value from which (for larger values) there is a reduction in performance with respect to thermal dissipation. Among all results, the most significant is in fact that proposed algorithm is able to build, spontaneously, cavities similar to the configurations previously studied in the literature.

Keywords: Constructal Theory, Cooling of cavities, Thermal diffusion equation, Cavity resolution, Optimization.

# ÍNDICE

1	Introdução.....	15
1.1	Motivação.....	17
1.2	Objetivos.....	18
1.2.1	Objetivos específicos.....	18
1.3	Organização dos capítulos.....	19
2	Revisão bibliográfica.....	21
2.1	Cavidades (canais) de resfriamento.....	27
2.2	Estado da arte.....	32
3	Teoria Construtal.....	41
3.1	Formas dos sistemas.....	42
3.2	Áreas de aplicação.....	43
3.3	Conceitos usuais.....	45
4	Metodologia.....	47
4.1	Campo de temperaturas (equação da difusão térmica).....	47
4.2	Modelo matemático.....	47
4.3	Modelo computacional.....	50
4.3.1	Ferramenta PDETOOL.....	50
4.3.2	Estrutura e elemento fundamental.....	51
4.4	Algoritmo computacional.....	53
4.4.1	Sistemática do algoritmo.....	53
4.5	Verificação e/ou validação do modelo computacional.....	54
5	Resultados e discussões.....	56
6	Conclusões.....	65
7	Referências.....	67
	Anexo 1-Algoritmo <i>Simulated Annealing</i> (SA).....	76
	Apêndice A -Código da rotina principal (Matlab).....	77
	Apêndice B - Código da rotina PDETOOL, adaptada (Matlab).....	81

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Canal semelhante a uma árvore – dois níveis ramificação (Fonte: Bejan, 1997).	21
Figura 2.2- Canal construído deterministicamente para seis limites de quantidade de elementos de alta condutividade (Fonte: Errera; Bejan, 1998).....	23
Figura 2.3 - Corpo sólido circular e seus canais de condução, com as ramificações (Fonte: Rocha; Lorente; Bejan; 2002).....	24
Figura 2.4 – Geometria triangular: (a) elemento de área triangular; (b) perfil da resistência térmica em função de $k\Phi$ (Fonte: Ghodoossi; Egrican, 2004).....	25
Figura 2.5 - (a) Elemento fundamental de área; (b) construtor primeira ordem (Fonte: Bejan; Errera, 2000).....	26
Figura 2.6 - Cavidade em forma de I (Fonte: Biserni; Rocha; Bejan, 2004).....	28
Figura 2.7 - Cavidade em forma de T (Fonte: Lorenzini; Biserni; Rocha, 2011).....	29
Figura 2.8 - Cavidade em forma de H (Fonte: Biserni et al., 2007).....	30
Figura 2.9 - Canal de alta condutividade tipo X (Fonte: Lorenzini, Biserni, Rocha, 2013).....	32
Figura 2.10 - Cavidade em forma de Y (Fonte: Lorenzini; Biserni; Rocha, 2011).....	33
Figura 2.11- Canais de alta permeabilidade (Fonte: Ordonez; Bejan; Cherry, 2003).....	35
Figura 2.12- Cavidade Y em corpo sólido gerador de calor (Fonte: Lorenzini et al., 2014)....	36
Figura 2.13- Canais condutivos em corpo sólido, $\Phi=0,1$ (Fonte: Souza; Ordonez, 2011).....	40
Figura 3.1 - Redes em árvore (Fonte: Bejan, 2000; Bejan; Lorente, 2011; Reis, 2006).....	43
Figura 4.1 - Corpo do sólido: (a) condições de contorno; (b) Perspectiva 3D (Fonte: elaborada pelo autor).....	48
Figura 4.2 - Fluxograma da troca de dados entre a rotina principal e a rotina fonte do PDETOOL (Fonte: elaborada pelo autor).....	51
Figura 4.3 - Malha matriz à esquerda e seu detalhe à direita. O detalhe mostra o elemento fundamental quadrado, hachurado, de lados D (Fonte: elaborada pelo autor).....	52
Figura 4.4 - Sequência de construção da cavidade (Fonte: elaborada pelo autor).....	54
Figura 4.5 - Cavidade do tipo Y: caso ótimo com $\Psi = 0,68$ e $\alpha = 0,8$ rad (Fonte: Elaborada pelo autor).....	55
Figura 5.1 - Construção da cavidade com $\Phi=0,2$ e $RC=11$ (Fonte: Elaborada pelo autor).....	56
Figura 5.2 - Comparação entre cavidades assimétricas (lados esquerdo e direito) e cavidade simétrica; eixo de simetria em relação ao domínio (Fonte: elaborada pelo autor).....	58
Figura 5.3 – Comparação entre as curvas depara inícios de construção da cavidade pelo esquerdo, central e direito (Fonte: elaborada pelo autor).....	58

Figura 5.4 - Cavidade com distintos valores de RC; $\Phi = 0,05$ (Fonte: elaborada pelo autor)..	59
Figura 5.5 - Simulação para vários RCs, com $\Phi = 0,05$ ; à direita configuração encontrada para RC=45 (Fonte: elaborada pelo autor).....	60
Figura 5.6 - Simulações para seis RCs distintos, com $\Phi \approx 0,7$ (Fonte: elaborada pelo autor)....	61
Figura 5.7 - Temperaturas máximas (curvas suavizadas): (a) em função de $\Phi$ ; (b) em função de RC (Fonte: elaborada pelo autor).....	62
Figura 5.8 - Comparação das curvas de para dois critérios de geração de calor: constante e variável, em função de $\Phi$ , para RC = 15 (Fonte: elaborada pelo autor).....	63
Figura 5.9 - Comparação entre os critérios de geração de calor constante e variável, em função de $\Phi$ (Fonte: elaborada pelo autor).....	64

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 Temperaturas máximas para as cavidades dos tipos I, T e H; $\Phi=0,1$ (Fonte: Biserni et al., 2007).....	31
Tabela 2.2 Comparação entre algoritmos distintos; cavidade Y – $\Phi=0,05$ , $\Psi=0,3$ , $H/L=1$ , $t_1/t_0=4$ (Fonte: Lorenzini et al., 2014).....	37
Tabela 2.3 Algoritmo SA: modelos de resfriamento (Fonte: Gonzales et al., 2015).....	38
Tabela 3.1 Tipos comuns de aplicação (Fonte: Bejan; Lorente, 2011).....	44
Tabela 4.1 Teste de independência de malha: temperaturas máximas a cada refinamento.....	55
Tabela 5.1 Valores mínimos das máximas temperaturas, coletados das curvas da Fig. 5.6 (Fonte: elaborada pelo autor).....	61

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Algarismos Romanos

$A$	Área [m <sup>2</sup> ]
$c$	Calor específico [J/kgK]
$C$	Linguagem de programação
$D$	Largura e altura dos elementos da malha matriz [m]
$H$	Altura do corpo sólido [m]
$k$	Condutividade térmica [W/mK]
$L$	Largura do corpo sólido [m]
$q_0$	Geração de calor absoluta [W]
$q'''$	Taxa volumétrica de geração de calor [W/m <sup>3</sup> ]
$R$	Resistência
$T$	Temperatura [K]
$t$	Tempo [s]
$W$	Espessura do corpo sólido [m]
$x,y,z$	Coordenadas espaciais [m]

## Símbolos Gregos

$\alpha$	Ângulo [Radianos]
$\Delta$	Operador de variação
$\Phi$	Relação entre as áreas da cavidade (ou canal de condução) e do corpo sólido
$\Psi$	Relação entre a área da cavidade e a área do retângulo que a circunscribe
$\rho$	Massa específica

## Super Índices e Sub Índices

c	Cavidade
~	Condição adimensional
max	Máximo
i, j	Índices para processos que se repetem
min	Mínimo
mm	Duas vezes minimizado
mmmm	Quatro vezes minimizado
o	Otimizado, condição inicial ou material de baixa condutividade
oo	Duas vezes otimizado
p	Material de alta condutividade
ot	Ótimo
s	Sólido

## LISTA DE ABREVIATURAS

AG	Algoritmos genéticos
BE	Busca exaustiva
EDP	Equação diferencial parcial
FO	Função objetivo
GUI	<i>Graphical user interface</i>
MEF	Método dos elementos finitos
MVF	Método dos volumes finitos
NI	Número de iterações
NL	Número de <i>loops</i>
PDETOOL	<i>Partial Differential Equation Toolbox</i>
PT	Pseudotemperatura
RC	Resolução da cavidade
SA	<i>Simulated Annealing</i>
WEC	<i>Wave Energy Converter</i>

## 1 Introdução

O avanço da ciência e tecnologia nas últimas décadas, no que se refere ao desenvolvimento de dispositivos eletrônicos, têm avançado na direção de componentes cada vez mais velozes e potentes energeticamente. Isto se deve à descoberta do Efeito Transistor e posterior desenvolvimento do primeiro transistor de junção, na década de 1940, pelos cientistas John Bardeen, William Shockley e Walter Brattain, quando trabalhavam na *Bell Telephone Laboratories*, fatos estes que alavancaram grande interesse em pesquisas de dispositivos de estado sólido. O maior conhecimento sobre os fenômenos da física de estado sólido, somado à evolução nas técnicas de purificação do silício e miniaturização dos transistores dos circuitos integrados, aumentou consideravelmente a capacidade de processamento dos circuitos eletrônicos (ORSINI, 1994; PEDRONI, 1986; RASHID, 1999; SAH, 1988).

Desde então, componentes cada vez menores associados a tecnologias de fabricação otimizadas têm permitido equipamentos de dimensões reduzidas e com alta densidade de chips (ESLAMI; JAFARPUR, 2012; RIZZONI, 2013). Seguindo esta tendência, surgiram, recentemente, os módulos multichip os quais representam melhorias significativas na performance dos sistemas eletroeletrônicos, pois alocam centenas de chips em apenas um módulo (HUANG; GUO; FU, 2002; ZHANG et al., 2004).

Entretanto, maiores exigências em termos de corrente elétrica e frequência de operação provocam um elevado fluxo de calor nos componentes de modo que o gerenciamento térmico se apresenta como um desafio razoável (HUANG; GUO; FU, 2002). É importante frisar que a extrapolação das temperaturas de projeto pode interferir tanto no desempenho quanto na confiabilidade dos circuitos (GAO et al., 2008). Estatísticas indicam que 55% dos dispositivos eletrônicos falham devido a temperaturas elevadas. Além disso, este percentual cresce numa relação exponencial com a temperatura (BECKEL et al., 2014; ZHAN; XU; WANG, 2015).

Com circuitos mais potentes e compactos, o resfriamento de eletrônicos por convecção, muito utilizado, pode não ser a melhor opção. Segundo Bejan (2000), em canais onde o fluido refrigerante deve fluir, há grande necessidade de espaço de tal forma que a melhor maneira de canalizar o calor produzido nestes componentes é por condução (BEJAN, 2015; BEJAN; LORENTE, 2011).

Embora questões como posicionamento e roteabilidade, relacionadas à distribuição de componentes eletrônicos e trilhas elétricas, respectivamente, afetem a eficiência térmica dos circuitos, a dissipação térmica destes componentes – que nada mais são do que corpos sólidos com geração interna de calor – é considerada o fator de confiabilidade mais significativo (ALEXANDRU et al., 2015; CAMPBELL; AMON; CAGAN, 1997; CHU; WONG, 1998; DANCER; PECHT, 1989; HUANG; GUO; FU, 2002; LEE, 2005; LEE, 2006; LEE; CHOU, 1996; OSTERMAN; PECHT, 1987; QUEIPO; HUMPHREY; ORTEGA, 1998; ZHANG et al., 2004).

Neste sentido, as pesquisas têm focado na minimização dos picos de temperatura em corpos sólidos geradores de calor, tendo como exemplo típico os componentes eletrônicos, através do desenvolvimento de cavidades para dissipação térmica. Em linhas gerais, estes estudos têm buscado configurações de cavidades (ou canais de condução) mais eficientes (em termos de dissipação térmica) por meio de algoritmos computacionais que analisam a influência dos graus de liberdade de interesse sobre os pontos de máxima temperatura (BEJAN, 2004; BISERNI; ROCHA; BISERNI et al., 2007).

Assim como nestes estudos, o presente trabalho lida com a investigação de configurações ótimas para cavidades de resfriamento inseridas em corpos sólidos cuja produção de calor também é interna. Para tanto, utiliza-se a ferramenta PDETOOL (*Partial Differential Equation Toolbox*) a qual é comandada por um código fonte, ambientado no software Matlab (MATLAB, 2009). A ideia geral da presente dissertação é desenvolver um algoritmo que comande o mencionado código fonte durante um processo de pesquisa da configuração ideal de certa cavidade de modo que seja alcançada a máxima performance de dissipação térmica (LORENZINI et al., 2011; LORENZINI et al., 2014).

Sendo assim, o algoritmo assume uma abordagem evolutiva quanto as suas relações de compromisso o que sugere uma metodologia que se apoie na área de Projetos Construtais ou, do termo mais difundido, em inglês, *Constructal Design*.

O princípio construtal, criado por Adrian Bejan, 1997, estabelece um novo ponto de vista para o desenvolvimento de projetos em engenharia de maneira que, fundamentalmente, se baseia na maximização do fluxo em qualquer tipo de sistema. Surgida do entendimento de que o design é governado por um fenômeno físico (princípio da física), a Teoria Construtal opera, resumidamente, pelo mapeamento e otimização da resistência global ao fluxo. Desta forma, um dos seus principais preceitos está em rejeitar a ideia de que as estruturas e formas

geométricas da natureza evoluem de forma não determinística ou, em outras palavras, pela chance e necessidade. Indo além, Bejan (2000) afirma que para um sistema de tamanho finito persista no tempo, sua configuração deve moldar-se de modo que facilite as correntes de fluxo das entidades pertinentes, sejam elas constituídas de energia, fluido, massa ou aglomerados de organismos (BEJAN, 1997; BEJAN, 2015; BEJAN; LORENTE, 2002; LORENTE; WECHSATOL; BEJAN, 2002; GAO et al., 2008).

No que tange à Engenharia Oceânica, a referida dissipação de calor nos corpos sólidos pode refletir na performance da eletrônica embarcada. Como exemplo de aplicação, têm-se diversos equipamentos/dispositivos eletroeletrônicos os quais destinam-se, de modo geral, ao controle e condicionamento da energia elétrica. Neste aspecto, existem dois nichos tecnológicos importantes, um voltado à robótica subaquática e outro a sistemas que convertem a energia das ondas em energia elétrica. O primeiro vincula-se aos sistemas de automação das embarcações os quais, por meio de circuitos eletrônicos de controle e localização, permitem operações complexas de extração, exploração, lazer, etc. De outra forma, os WECs (*Wave Energy Converters*), através de circuitos eletrônicos condicionadores de sinal, efetuam o tratamento da energia elétrica gerada, em termos de qualidade e confiabilidade, com respeito à perturbações produzidas pelos movimentos ondulatórios das ondas oceânicas, de caráter irregular e intermitente (DE MORAES; CASTRUCCI, 2012; RASHID, 1999; SABZEHGAR; MOALLEM, 2009; TAVARES, 2003).

## **1.1 Motivação**

Nos últimos anos, diversas configurações geométricas de cavidades ou canais condutivos têm sido estudadas. Inicialmente, as configurações abordadas foram as do tipo I e T por Biserni et al. (2004) e Lorenzini et al. (2011) e (2012), respectivamente. A partir do formato em T, foram atribuídas duas possibilidades. A primeira, por semelhança geométrica, foi intitulada de H por Biserni et al. (2007) e a segunda configuração foi chamada de Y por Lorenzini et al. (2011). Como derivação da configuração em Y, Lorenzini et al. (2013) estudaram a configuração tipo X. Entende-se que a escolha destas configurações se dava em função dos mapas de temperatura obtidos de maneira que o enfoque principal estava no efeito dos graus de liberdade sobre a eficiência na dissipação térmica. Definida a configuração, os algoritmos computacionais destes trabalhos, de modo geral, controlavam os graus de liberdade do sistema através da manipulação das proporções geométricas de todas as cotas envolvidas respeitando as restrições de área impostas. Dentro deste contexto, técnicas

distintas de otimização eram estudadas – algumas utilizando, inclusive, análise probabilística. Ao final dos processos, era obtida a estrutura mais eficiente quanto à dissipação de calor, para certa configuração de cavidade ou canal condutivo (BECKEL et al., 2014; HAJMOHAMMADI et al., 2013; LORENZINI; BISERNI; ROCHA, 2013; LORENZINI et al., 2011; LORENZINI et al., 2012; LORENZINI et al., 2014; BISERNI; ROCHA; BEJAN, 2004; BISERNI et. al., 2007; XIE; CHEN; SUN, 2010). Dando sequência a tais trabalhos, encontra-se como elemento motivador desta dissertação produzir um algoritmo evolutivo, baseado no princípio construtal, capaz de determinar a configuração geométrica mais eficiente em termos de dissipação térmica.

## **1.2 Objetivos**

Especificamente, este trabalho pretende desenvolver um algoritmo evolutivo apto a construir uma cavidade de resfriamento inserida em um corpo sólido de alta resistividade térmica cuja geração de calor ocorre internamente. O processo de construção, baseado no princípio construtal, deve ser livre para moldar-se ou ramificar-se em quaisquer direções, dentro do domínio de controle, permitindo que se obtenham valores minimizados nos pontos de máxima temperatura. Sendo assim, o algoritmo resolverá numericamente a equação da difusão térmica, utilizando o PDETOOL, a cada etapa de construção da cavidade.

### **1.2.1 Objetivos específicos**

A presente dissertação tem como objetivos específicos:

- desenvolver, perante o algoritmo computacional, uma forma de adaptação às modificações do campo de temperaturas, conforme a cavidade é construída;
- criar uma rotina, ambientada no software Matlab, que gerencie o acionamento da rotina fonte do PDETOOL;
- atribuir ao modelo computacional uma relação de dependência entre a geração de calor do sólido e sua área de cavidade;
- analisar o desempenho do sistema para situações onde a cavidade inicia seu processo de construção de forma assimétrica em relação ao eixo de simetria do sólido;
- investigar a influência da complexidade das configurações sobre o desempenho térmico do sistema.

### 1.3 Organização dos capítulos

A primeira seção deste trabalho busca uma contextualização do tema visto que seu principal ponto de referência, em relação à aplicabilidade, está no resfriamento de componentes eletrônicos. Neste sentido, é dado um panorama da importância do gerenciamento térmico em circuitos elétricos perante uma constatada evolução em termos de condicionamento e manipulação da energia elétrica. Estratégias de contorno do problema térmico também são citadas. Se estabelece o vínculo entre tais aplicações e problemas de pesquisa básica, expressos em projetos de cavidades de resfriamento. Além disso, é feita uma breve apresentação da Teoria Construtal. Finalizando o capítulo, citam-se alguns exemplos que relacionam o tema da dissertação com a Engenharia Oceânica e, por fim, são descritos os elementos de motivação, objetivos e organização dos capítulos.

O segundo capítulo é o mais extenso, pois desenvolve um estudo sobre diversos tipos de trabalhos que se apoiam na Teoria Construtal para resolver problemas que tratam, genuinamente, do fluxo entre área e ponto. Inicialmente, são apresentados os trabalhos precursores do princípio construtal e algumas discussões a respeito dos métodos analíticos implementados. Também é promovida a revisão de alguns trabalhos de considerável relação com o tema desta dissertação, pois lidam com configurações dos tipos I, T, Y, H e X. A parte final do capítulo discute as metodologias mais utilizadas, ou recentes, em termos de problemas de fluxo de calor em corpos sólidos.

O terceiro capítulo faz uma revisão conceitual da Teoria Construtal onde abordam-se nomenclaturas usuais e distintas formas de aplicação da referida área.

Tratando da Metodologia, o quarto capítulo começa apresentando a equação analítica da difusão térmica – base para o cálculo do campo de temperaturas. Em seguida, descreve-se o modelo matemático utilizado além das simplificações pertinentes à referida equação diferencial parcial (EDP). Após explicitada a taxa volumétrica de geração de calor, a equação da difusão é adimensionalizada e definida na versão final a qual, por sua vez, tem relação de dependência com a área da cavidade. Posteriormente, é descrita a estrutura do modelo computacional utilizado. Neste sentido, após comentar sobre o pacote de ferramentas *Partial Differential Equation Toolbox* (PDETOOL), questões como matriz estruturada, malha matriz, elemento fundamental e resolução da cavidade recebem especial atenção. A forma de interação (troca de dados) entre as rotinas pertencentes ao modelo computacional, e seu respectivo algoritmo, também são tratadas.

O quinto capítulo, responsável pelos resultados e discussões, começa implementando a primeira construção de cavidade. Atribuída uma restrição de área, discute-se tanto a eficácia do algoritmo proposto quanto o perfil térmico ao longo de tal construção. Dando continuidade, distintos níveis de complexidade de cavidade são testadas, inclusive para uma faixa maior de área. Outro ponto de atenção esteve no efeito das variações da taxa de geração de calor sobre as curvas das temperaturas máximas.

O sexto capítulo estabelece as conclusões perante todo o desenvolvimento do trabalho. Na parte final do capítulo são feitas sugestões para pesquisas futuras.

Os últimos dois capítulos descrevem as referências bibliográficas e os apêndices, respectivamente.

## 2 Revisão bibliográfica

O campo de pesquisas sobre maximização de transferência de calor em corpos sólidos de alta condutividade térmica, por meio de cavidades, ou canais condutivos, têm recebido atenção nos últimos anos. A meta principal destes trabalhos está na redução da resistência global ao escoamento.

Bejan (1997), utilizando o princípio construtal, resolveu um problema que envolvia a geração de calor a partir de um volume finito. Tal proposta discutia como canalizar o fluxo de calor para um ponto (ou sumidouro) através de um caminho de alta condutividade térmica. A partir de um pequeno volume, elementar, de arestas retangulares, ia-se definindo o canal utilizando uma sequência de otimizações. O objetivo era definir a geometria ótima deste canal condutivo de forma que a dissipação térmica alcançasse a máxima performance. Como resultado, se obteve um canal com formato semelhante ao de uma árvore. Esta configuração, apresentada na Fig. 2.1, costuma ser chamada, frequentemente, de *constructal tree* (ESLAMI; JAFARPUR, 2012; GAO et al., 2008).

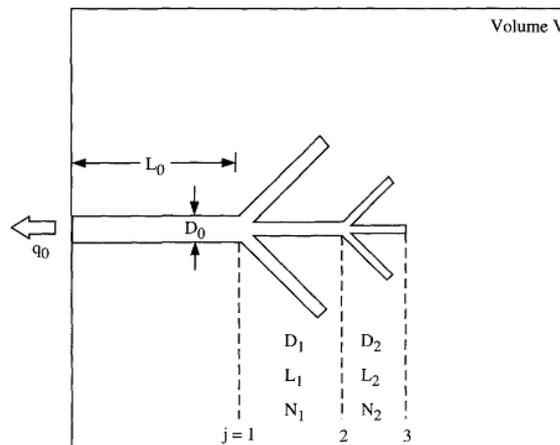


Figura 2.1 - Canal semelhante a uma árvore – dois níveis ramificação (Fonte: Bejan, 1997).

Também aplicando a Teoria Construtal, Ghodoossi e Egrican (2003) resolveram analiticamente o mesmo problema enfrentado por Bejan (1997), porém com menos simplificações na formação da estrutura. Seus resultados indicaram grande desvio em relação ao trabalho anterior de modo que, segundo os autores, o principal motivo de tal efeito estava no processo de simplificação implementado por Bejan (1997). Reproduzindo o caso, Wu et al. (2007) aplicaram o mesmo processo de simplificação de Bejan (1997) de modo que encontraram resultados semelhantes à solução de Ghodoossi e Egrican (2003). Como

consenso, Wu et al. (2007) constataram que Bejan (1997) se enganou quanto à condutividade térmica ( $k$ ), mas não em relação ao processo de simplificação.

Embora recentes, estes trabalhos, pioneiros, já mostravam que a Teoria Construtal teria um espectro amplo de aplicações. Os problemas de fluxo entre ponto e área, por meio de redes em formato de árvore, são extremamente comuns, pois tem uso em diversas áreas da ciência tais como biologia, economia, transportes urbanos, etc. Especificamente no campo de dissipação térmica, além dos dispositivos eletrônicos, têm-se como exemplos difusores de calor, matrizes de moldagem, aletas de refrigeração, entre outros (BEJAN, 1998; BEJAN, 2000; BEJAN; BADESCU; De VOS, 2000; BEJAN; LORENTE, 2002; GAO et al., 2008; LORENTE; WECHSATOL; BEJAN, 2002).

Neste sentido, Bejan e Errera (1997) demonstraram uma estratégia para a construção de uma arquitetura de fluxo, entre um volume finito e um ponto, de tal forma que se obtivesse a mínima resistência à passagem. Uma importante descoberta nesta pesquisa foi que a configuração de cada elemento pode ser manipulada de tal forma que a resistência, em nível elementar, também pode ser otimizada. Outra característica marcante, segundo os autores, é que as configurações obtidas sempre formam (deterministicamente) redes em formato de árvore.

Dando continuidade ao tema, Errera e Bejan (1998) estudaram redes do tipo árvore em bacias de drenagem por rios. A partir de um modelo bidimensional, sob a Lei de Darcy, de meio poroso, heterogêneo, saturado e com adição constante de fluxo por unidade de área, mostrou-se que caminhos dendríticos de baixa resistência, semelhantes aos canais de bacias hidrográficas, são reprodutíveis deterministicamente ao aplicar o princípio da minimização da resistência global em cada passo do processo de construção.

Além disso, o estudo diz que, ao longo do processo de construção dos canais, os pequenos ramos de árvore são influenciados por variações nas propriedades do meio fluido ou, quando tais propriedades são uniformes, por variações das linhas de corrente. Por outro lado, estas mesmas interferências tendem a não afetar a configuração principal do canal que, por sua vez, tem relação com a resistência global. A Figura 2.2 mostra seis canais distintos onde  $n$  faz referência a quantidade de elementos utilizados na construção dos canais.

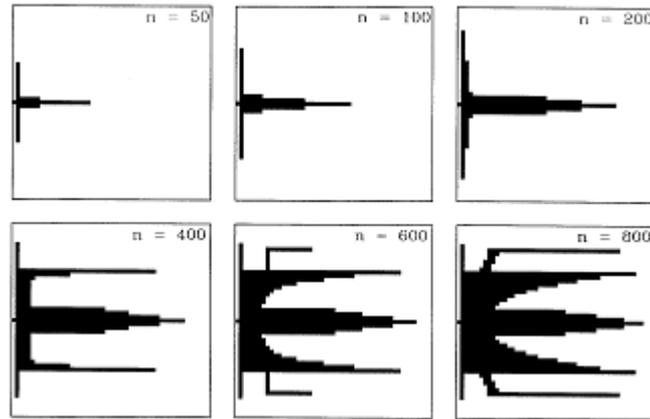


Figura 2.2- Canal construído deterministicamente para seis limites de quantidade de elementos de alta condutividade (Fonte: Errera; Bejan, 1998).

Ainda tratando de redes em formato de árvore, porém em micro e nanoescalas, impressas em volumes retangulares, Ghodoossi (2004) criou um método analítico para o cálculo da taxa de geração de entropia em um corpo com geração de calor uniforme cujo resfriamento se dá por meio de canais de alta condutividade térmica. Segundo este estudo, uma maior complexidade de configuração nas redes em árvore não implica, necessariamente, em um melhor desempenho quanto ao fluxo de calor, já que, no seu caso, tal comportamento ocorreu somente para elementos construtores de primeira ordem.

A consistência destes trabalhos fez com que a Teoria Construtal passasse a ganhar maior visibilidade científica. Além de construtais em formas retangulares, também passaram a ser analisadas geometrias circulares e triangulares. Novas linhas de pesquisa surgiram. Algumas questionando a influência da ordem destes construtais na eficiência dos sistemas (GHODOOSI; EGRICAN, 2004; DENTON; KUDDUSI, 2007; EGRICAN; KUDDUSI, 2008; ZHOU; CHEN; SUN, 2007; WEI; CHEN; SUN, 2009).

Rocha, Lorente e Bejan (2002) desenvolveram um método analítico para o processo de otimização de canais condutivos inseridos em corpos sólidos circulares, com geração interna de calor. Infere-se um primeiro nível de otimização a partir de um pequeno elemento, setor de círculo, que aloca um canal condutivo no seu interior. Estes elementos são dispostos de maneira a formar o primeiro construtor, delimitado por  $L_0$  e  $\alpha$  – Fig. 2.3. Como resultados, concluiu-se que, neste problema, otimizado o primeiro construtor, com raio  $\tilde{R} = 2,18$ ,  $\phi = 0,1$  e  $\tilde{k} = 300$ , a resistência térmica podia ser minimizada ao aplicar um segundo nível de otimização, com mais graus de liberdade, por meio de duas ramificações estendidas até as bordas do círculo de raio  $R$ .

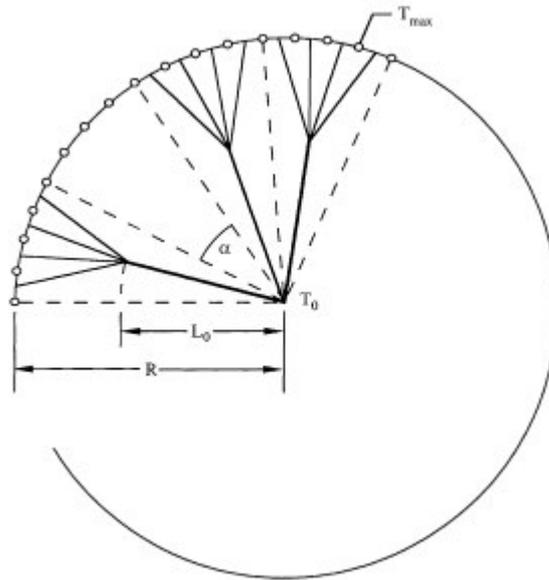


Figura 2.3 - Corpo sólido circular e seus canais de condução, com as ramificações (Fonte: Rocha; Lorente; Bejan; 2002).

Estudando geometrias em forma de triângulo, resfriadas por canais condutivos, Ghodoossi e Egrican (2004) afirmaram que a resistência térmica global, para elementos de área triangular, é 7% inferior aos da forma retangular, discutidos por Bejan (1997). Indo além, concluíram que simplesmente aumentar a área do canal condutivo não garante a máxima eficiência na dissipação térmica, pois a partir de certo  $\phi$ , crítico, a melhor forma de otimização, mesmo que incrementando a área do canal, é utilizar como base elementos construtores de primeira ordem.

Por outro lado, ao implementar construtores de segunda, terceira e quarta ordens, este mesmo trabalho encontrou, como resultado inesperado, uma tendência de crescimento da resistência térmica conforme aumentava a complexidade dos construtais, para a mesma área de canal.

Como efeito esperado, a diferença de temperatura entre os pontos de máxima temperatura e o canal de condução apresentou comportamento proporcional à resistência térmica. A Figura 2.4 (a) descreve o elemento fundamental proposto por Ghodoossi e Egrican (2004). Já a Fig. 2.4 (b) mostra o comportamento da resistência térmica em função de área do canal de condução onde  $K$  faz referência à relação entre as condutividades térmicas do canal e do corpo sólido, respectivamente.



Conforme discutido nestes trabalhos, a quantidade de graus de liberdade tem relação direta com o nível de complexidade dos construtais e afeta significativamente o desempenho dos sistemas. Além disso, questões como a configuração do domínio (e sua respectiva malha de controle) assumem papel importante. Os próximos dois trabalhos seguem tratando do tema.

Bejan e Errera (2000) resolveram analiticamente um problema de resfriamento de um corpo sólido onde os canais são dutos que alocam o fluido refrigerante – diferentemente de Bejan (1997) onde os canais são constituídos de enxertos de material de alta condutividade térmica. O problema começa otimizando um volume elementar cujo eixo longitudinal dispõe de um canal (composto de paredes paralelas ou circulares) onde um fluido refrigerante absorve, por convecção, o calor produzido pelo sólido. Então, a partir de sucessivas montagens e otimizações, formam-se construtores de primeira e segunda ordens, respectivamente. As Figuras 2.5 (a) e (b) mostram o elemento fundamental de área e um elemento construtor de primeira ordem, constituído de  $n_1$  elementos de área fundamental, respectivamente.

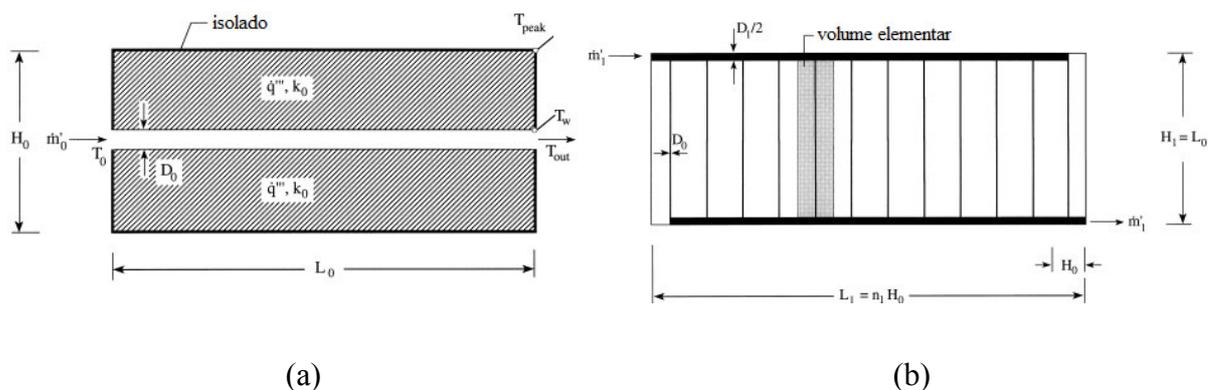


Figura 2.5 - (a) Elemento fundamental de área; (b) construtor primeira ordem (Fonte: Bejan; Errera, 2000).

De forma semelhante ao elemento fundamental, os demais construtores (primeira, segunda e terceira ordens) também possuem duas portas laterais, uma de entrada e outra de saída, através das quais o fluido refrigerante circula e resfria o referido sólido. Nas laterais destas portas, como consequência do processo de montagem e otimização, os canais são mais espessos. Já os graus de liberdade são definidos tanto pelo número de elementos constituintes dos construtores quanto pela proporção geométrica entre as espessuras dos canais delgados e espessos. Os resultados indicam que o aumento da ordem (complexidade) dos construtais melhora o desempenho do sistema. Entretanto, estruturas de ordem superior podem não encaixar em um volume finito (caso do referido problema). Alternativamente, os autores

sugerem resolver estes casos numericamente por meio da redução da escala dos elementos fundamentais.

Ordonez, Bejan e Cherry (2003) resolvem um problema que trata da drenagem de fluidos em meios não uniformes. O trabalho se divide em duas abordagens distintas quanto à natureza do domínio. A primeira abordagem considera que o fluido deve circular através de vários tubos entre fonte e sumidouro e sua principal pergunta é: qual a configuração ideal para a drenagem mais eficiente? Sendo assim, as simulações calculam, sob o regime de Darcy, a quantidade necessária de tubos e seus diâmetros ótimos. Os resultados mais eficientes foram encontrados nas configurações assimétricas. A segunda parte do trabalho, que será mais detalhada na seção de Estado da Arte, não utiliza tubos e considera que a drenagem ocorre sobre um meio poroso e não homogêneo composto de duas regiões de permeabilidade diferentes: alta e baixa. Sendo assim, a estrutura de drenagem é construída pela simples troca da permeabilidade, de baixa para alta, dos elementos da malha destinados a formar o canal de infiltração. Várias estruturas de canais porosos são testadas sendo que as mais eficientes são geradas perante o critério de máximo gradiente de pressão.

## 2.1 Cavidades (canais) de resfriamento

Os problemas até aqui descritos têm assumido abordagens distintas, mas que remetem ao mesmo princípio: buscar a máxima fluidez entre um ponto e uma área através da configuração ideal dos caminhos de baixa resistência. Por questão de proximidade com o tema desta dissertação, esta seção faz uma revisão sobre cavidades (ou canais) de resfriamento das configurações tipo I, T, H e X.

Embora de configurações e desempenhos distintos entre si, estas cavidades possuem modelos matemáticos semelhantes.

São inseridas em um corpo sólido, isotrópico, de condutividade térmica,  $k$  [W/mK], constante (de baixo valor) e com geração de calor,  $q'''$  [W/m<sup>3</sup>], interna. Todas as faces do sólido são adiabáticas exceto as da cavidade as quais são isotérmicas e assumem as temperaturas mais baixas,  $T_{min}$  [K], do referido corpo. Os pontos de máxima temperatura,  $T_{max}$ [K], ocorrem em um ou mais pontos do domínio do sólido o qual, por critério de simplificação, é considerado bidimensional. Além disso, os volumes tanto do sólido quanto da cavidade são atribuídos como constantes. Em linhas gerais, as simulações adotam duas restrições: a temperatura máxima do sólido,  $T_{max}$  [K], e a relação entre as áreas da cavidade e do corpo sólido –  $\Phi = A_c / A$ .

O objetivo, ou função objetivo, das simulações é reduzir os valores das máximas temperaturas por meio da minimização da resistência térmica global adimensionalizada –  $\tilde{R} = \tilde{T}_{max} - \tilde{T}_{min} / q''' A$  – entre sólido e cavidade (BISERNI; ROCHA; BEJAN, 2004; LORENZINI; BISERNI; ROCHA, 2011; BISERNI ET AL., 2007).

Estudando a cavidade em forma de I, Biserni, Rocha e Bejan (2004) adotam como restrições a temperatura máxima do corpo,  $T_{max}$  [K], e a fração de área da cavidade ( $\Phi$ ). O processo de otimização age sobre dois graus de liberdade (GL):  $H_0/L_0$  e  $H/L$ ; referentes às áreas da cavidade e domínio, respectivamente. A Figura 2.6 ilustra o caso. Inicialmente, as simulações fixam a razão de aspecto do sólido ( $H/L=1$ ) e variam  $H_0/L_0$  entre 0,1 e 2 – para distintos valores de  $\Phi$ . A partir destas simulações, obtêm-se os mapas de temperatura, um por configuração, cujos valores mínimos dos seus pontos de máxima temperatura fornecem os valores ótimos  $(H_0/L_0)_{ot}$  – em função da área da cavidade. Na sequência, estas simulações são repetidas para diversos valores de  $H/L$ .

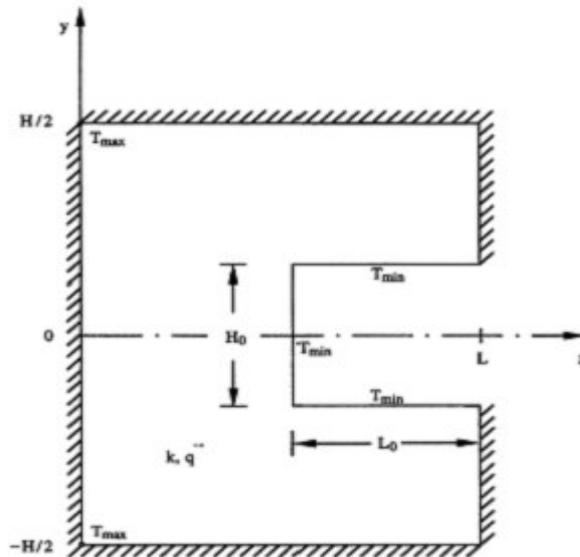


Figura 2.6 - Cavidade em forma de I (Fonte: Biserni; Rocha; Bejan, 2004).

Os resultados indicam que a resistência térmica diminui com o aumento da cavidade. Entretanto, segundo os autores, não existe um valor ótimo para  $H/L$  de maneira que a cavidade tipo I só pode ser otimizada para um grau de liberdade, no caso  $H_0/L_0$ . Este comportamento ocorre devido a  $H_0/L_0$  variar de maneira proporcional a  $H/L$  (o modelo matemático considera constante o volume do sólido). De forma mais específica, tal efeito ocorre quando  $\Phi$  é suficientemente pequeno a tal ponto que sua influência sobre  $\tilde{T}_{max}$  deixa de

existir. Entretanto, estas simulações indicam, sob as mesmas condições, que  $(H_0/L_0)_{ot}$  é proporcional a  $H/L$  e  $\Phi$ . Alternativamente, Biserni, Rocha e Bejan. (2004) simulam um caso, sob as mesmas condições térmicas e geométricas, onde a fonte de calor age externamente. Mantendo o mesmo processo de otimização, independentemente da geração de calor ser externa ou interna, os resultados se mantiveram.

A cavidade em forma de T, analisada por Lorenzini, Biserni e Rocha (2011), se forma a partir de um tronco na sua base, em forma de retângulo  $L_1D_1$ , que se conecta a duas ramificações que juntas formam outro retângulo  $L_0D_0$ . São consideradas três restrições. A primeira restrição faz referência à fração de área ocupada pela cavidade –  $\Phi = 2_0 D_0 + (L_1 - D_0/2) D_1 / HL$ . A segunda relaciona a área do tronco da cavidade T com a área do retângulo que circunscreve a própria cavidade T ( $\Phi = D_1 L_1 / HL$ ). Já a terceira restrição é a temperatura máxima  $\tilde{T}_{max}$  adimensional. A Figura 2.7 faz a descrição.

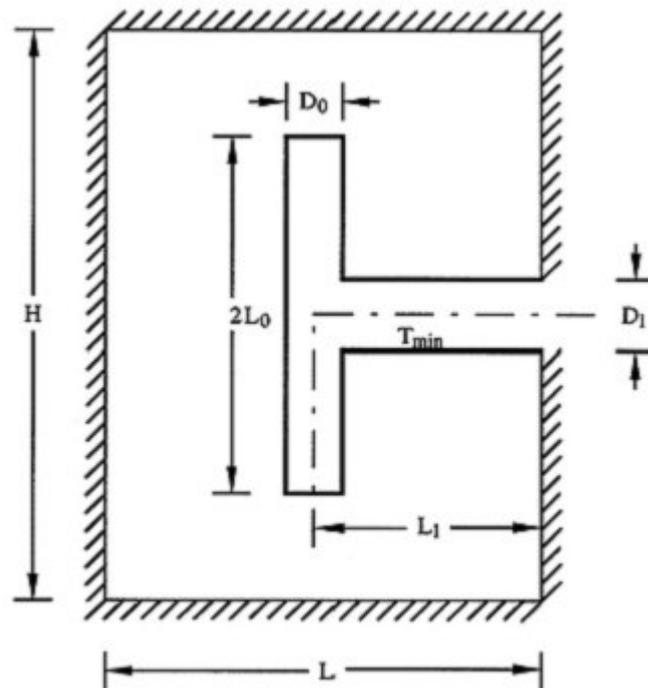


Figura 2.7 - Cavidade em forma de T (Fonte: Lorenzini; Biserni; Rocha, 2011).

Além disso, a configuração possui três graus de liberdade:  $H/L$ ,  $L_0/L_1$  e  $D_0/D_1$ . No processo de otimização fixa-se, por exemplo,  $H/L=1$ . Então  $L_0/L_1$  começa a ser otimizado. A intenção é encontrar o mínimo valor de  $\tilde{T}_{max}$ . Enquanto isso,  $D_0/D_1$  é mantido fixo. Ao terminar a otimização de  $L_0/L_1$ , outros valores de  $D_0/D_1$  são testados. Este processo é repetido até que se testem todos os valores de  $D_0/D_1$  desejados. Frisa-se que este algoritmo propõe a

simulação de vários campos de temperaturas – um para cada estrutura. Cada estrutura faz referência a uma combinação distinta de graus de liberdade.

Sendo assim, obtido o campo de temperaturas, é calculada a resistência térmica global. Ao final, a menor resistência térmica, a que produz os mínimos valores nos pontos de máxima temperatura, é selecionada. Segundo Lorenzini, Biserni e Rocha (2011), suas simulações indicam que, mantendo fixo  $\Phi$ , existe um ótimo valor de resistência térmica global, para cada  $D_0/D_1$ , quando o processo de otimização varia  $L_0/L_1$ . Dessa forma, os resultados implicam em uma segunda possibilidade de otimização, em função de  $D_0/D_1$ .

Outro ponto de observação se deve à fração de área do tronco da cavidade T: o aumento de  $\Phi$  implica no decréscimo de  $(D_0/D_1)_{ot}$  enquanto  $(L_0/L_1)_{ot}$  é aproximadamente insensível às mudanças de  $\Phi$ . Indo além, a resistência térmica global diminui com o aumento da fração de área do tronco da cavidade  $\Phi$ .

A cavidade H, estudada por Biserni et al. (2007), se constitui de um retângulo  $L_2/H_2$  interligado a dois retângulos  $L_1/H_1$  os quais conectam-se, cada um, a outros dois retângulos  $L_0/H_0$ . São estabelecidas três restrições: uma referente à temperatura máxima permitida sobre o sólido  $T_{max}$  (K) e as outras duas estão atreladas às áreas da cavidade,  $\Phi = A_c / HL$ , e do corpo sólido –  $V_0 = (4H_0L_0 + 2H_1L_1 + H_2L_2)W$ . A Figura 2.8 faz a descrição.

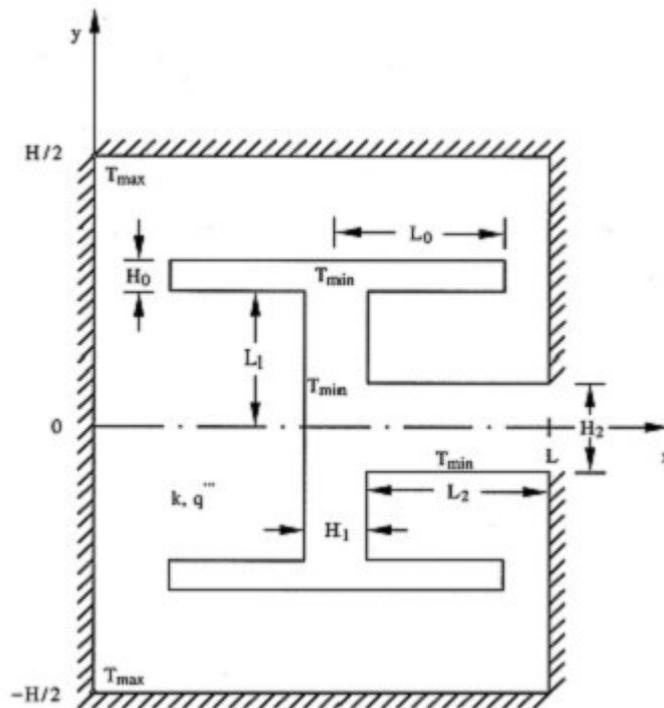


Figura 2.8 - Cavidade em forma de H (Fonte: Biserni et al., 2007).

Após fixar  $H/L=1$ , os graus de liberdade  $L_0/L_2$ ,  $L_1/L_2$ ,  $H_0/H_2$ ,  $H_1/H_2$ , e  $H_2/H_2$  são todos otimizados, um por vez. Existem cinco níveis de otimização. Um para cada GL. A cada etapa avançada, sobe-se um nível de otimização. Atenta-se para o fato de que, durante a varredura de um grau de liberdade, os demais GLs ficam com seus valores fixos.

Biserni et al. (2007) conclui que a cavidade H pode ser entendida com uma derivação de duas configurações em forma de T. Seguindo a mesma ideia, a cavidade T também pode ser interpretada como a junção de duas configurações I.

Os resultados numéricos deste trabalho mostram que o desempenho térmico da configuração H é superior, nas mesmas condições térmicas e geométricas, ao da cavidade T em três vezes. Já em relação à cavidade I, considerada uma configuração elementar, seguindo a mesma linha, as respostas das simulações foram quatro vezes superiores. A Tabela 2.1 compara os três tipos de configurações de cavidades, quantos aos valores das máximas temperaturas.

Tabela 2.1 Temperaturas máximas para as cavidades dos tipos I, T e H;  $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ ,  $\Phi=0,1$  (Fonte: Biserni et al., 2007).

Cavidade	$(\tilde{T}_{max})_{ot}$
Configuração em I	0,1008
Configuração em T	0,0710
Configuração em H	0,0245

Semelhante ao caso das cavidades de resfriamento, o canal de condução tipo X, estudado por Lorenzini, Biserni e Rocha (2013), também destina-se à dissipação de calor de um corpo sólido. A principal diferença está no modelo matemático o qual está preenchido, no local anteriormente deixado pela cavidade, por um material de alta condutividade térmica  $k_p$ .

Conforme mostra a Fig. 2.9, o calor é gerado internamente a uma taxa volumétrica  $q'''$  [W/m<sup>3</sup>] constante. As faces externas do corpo sólido, formado de um material isotrópico de baixa condutividade  $k$ , são perfeitamente isoladas termicamente, exceto as que fazem fronteira com o canal X, isotérmicas. Além disso, nas bordas do corpo há um elemento com a função de dissipar o calor coletado pelo referido canal.

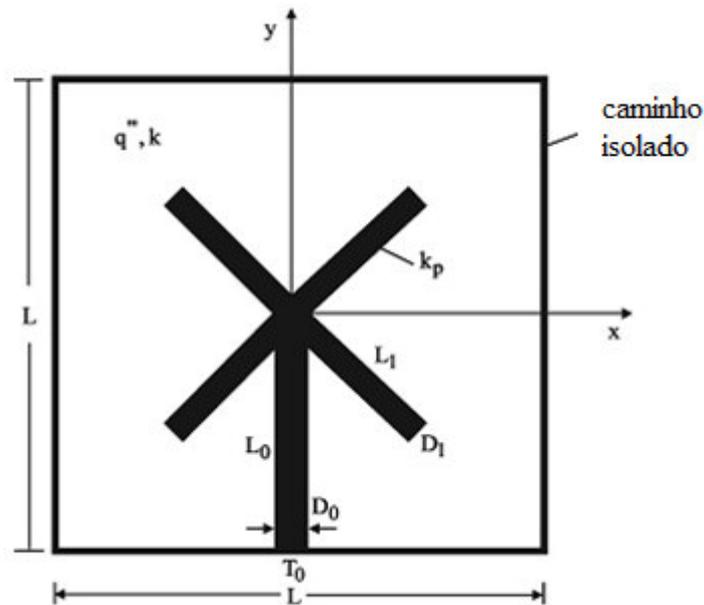


Figura 2.9 - Canal de alta condutividade tipo X (Fonte: Lorenzini, Biserni, Rocha, 2013).

Atribuíram-se três restrições. A primeira é a máxima temperatura  $\tilde{T}_{max}$  permitida sobre o corpo sólido. As outras duas restrições fazem referência às áreas tanto do corpo ( $A$ ) quanto do canal condutivo ( $A_p$ ) e são expressas pela fração de área  $\Phi = A_p / A$ .

As simulações minimizam duas vezes os pontos de máxima temperatura,  $\tilde{T}_{max,mm}$ , com relação a dois graus de liberdade,  $L_1/L_0$  e  $D_1/D_0$ , para valores distintos de condutividade térmica ( $k_p$ ) e fração de área do canal ( $\Phi$ ), respectivamente. Os resultados demonstram significativa influência da condutividade sobre os excessos de temperatura. Quando  $k_p$  é incrementado de 30 a 300,  $\tilde{T}_{max,mm}$  reduz, aproximadamente, 70%. Entretanto, os valores de  $(D_1/D_0)_{ot}$  e  $(L_1/L_0)_{oo}$  são praticamente insensíveis às mudanças em  $k_p$  ao longo da maior parte deste estudo de caso. A área do canal de condução também reflete consideravelmente a eficiência do sistema; para valores de fração de área do canal ( $\Phi$ ) entre 0,01 e 0,2, os pontos de máxima temperatura duas vezes minimizados,  $\tilde{T}_{max,mm}$ , reduzem cerca de 84% enquanto  $(D_1/D_0)_{ot}$  e  $(L_1/L_0)_{oo}$  aumentam, aproximadamente, 60%.

## 2.2 Estado da arte

Problemas de resfriamento de corpos sólidos por meio de cavidades, ou canais de condução, costumam lidar com processos de otimização, pois operam a partir de certo espaço de busca de dados que, por sua vez, serve de base para o cálculo, através de uma função objetivo, de alternativas as quais serão necessárias para as tomadas de decisões dos

algoritmos. Em outras palavras, as melhores alternativas calculadas, perante uma série de possibilidades geradas, deverão ser escolhidas. Uma questão importante é definir, dado certo problema, a metodologia mais adequada para tomada de decisões.

Como exemplo de metodologia, tem-se os algoritmos de busca exaustiva (BE). Estes algoritmos podem ser lentos e ineficientes, dependendo do problema abordado, pois calculam todas as alternativas – uma para cada grau de liberdade. Como ponto positivo, são de simples desenvolvimento e potencialmente úteis em casos onde o maior interesse de estudo está na influência de todos os GLs sobre a função objetivo.

Lorenzini, Biserni e Rocha (2011) utilizam algoritmos de BE onde, a partir de uma configuração previamente definida, em forma de Y, de acordo com a Fig. 2.10, se estuda a influência dos graus de liberdade em um processo de busca da máxima eficiência térmica. Para tanto, o modelo computacional manipula o código fonte da ferramenta PDETOOL, destinado à resolução de equações diferenciais parciais (MATLAB, 2009).

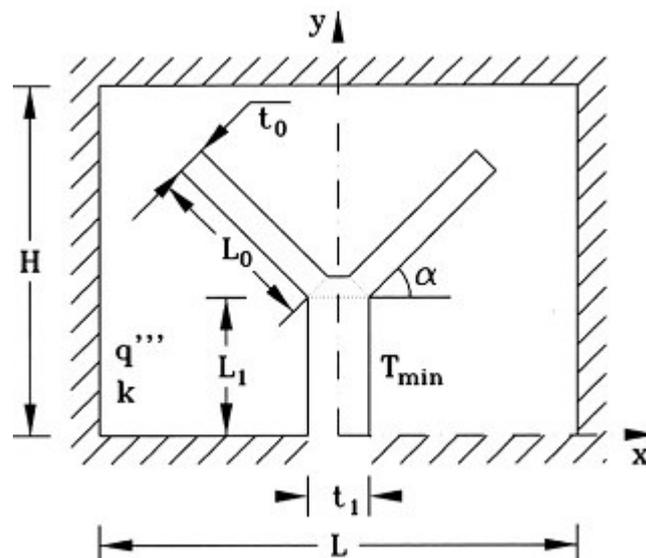


Figura 2.10 - Cavidade em forma de Y (Fonte: Lorenzini; Biserni; Rocha, 2011).

Assim como nos demais casos de cavidades, discutidos anteriormente e que também utilizam BE, o problema consta de um corpo sólido, homogêneo, isotrópico e de perfil retangular, cuja geração de calor é interna e uniforme. Suas faces externas, exceto as da cavidade (isotérmicas), são adiabáticas. A função objetivo é minimizar a resistência térmica global (adimensionalizada) – representada por  $\tilde{R}$ . São adotadas três restrições: área do sólido ( $A$ ), relação entre as áreas da cavidade e do sólido ( $\Phi$ ) e a relação entre as áreas da cavidade e do retângulo que a circunscreve ( $\Psi$ ). A partir destas restrições, combinadas com os parâmetros

$\tilde{H}/\tilde{L}$ ,  $\tilde{t}_1/\tilde{t}_0$  e  $\tilde{L}_1/\tilde{L}_0$ , forma-se um sistema de equações não lineares que calcula, a partir de uma estimativa inicial, as variáveis adimensionais  $\tilde{H}$ ,  $\tilde{L}$ ,  $\tilde{t}_1$ ,  $\tilde{t}_0$ ,  $\tilde{L}_1$  e  $\tilde{L}_0$ . Este sistema de equações é resolvido inúmeras vezes dentro de um espaço de busca, definido por  $\alpha$  – ângulo entre os ramos da cavidade e o eixo x. Tal procedimento é repetido para quatro valores distintos de  $\Psi$ . Mantendo fixos os parâmetros  $\tilde{H}/\tilde{L}$ ,  $\tilde{t}_1/\tilde{t}_0$ ,  $\tilde{L}_1/\tilde{L}_0$  e  $\Phi$ , as simulações mostraram que, quanto maior a área retangular que circunscreve a cavidade, menor a resistência térmica global. Além disso, para cada  $\Psi$  testado, há um ângulo ótimo ( $\alpha_{oi}$ ) distinto.

Remetendo à metodologia de otimização por algoritmos evolutivos, Ordonez, Bejan e Cherry (2003) estudam estratégias de construção de canais de alta permeabilidade e critérios para o avanço do algoritmo por meio de um problema de drenagem de fluido, em meio poroso, não homogêneo e de domínio retangular. Abordando o caso como um mecanismo de erosão, a questão é definir o melhor caminho de infiltração do fluido. Para tanto, o algoritmo começa gerando uma malha sobre o domínio de controle e atribui ao mesmo duas regiões de distintas permeabilidades (alta e baixa). Os elementos de baixa permeabilidade compreendem a maior parte do volume e representam a face do domínio onde o fluido é inicialmente aplicado. Por outro lado, os elementos de alta permeabilidade cumprem a função do sumidouro – local onde o fluido é drenado.

A solução do problema começa calculando as pressões absolutas em cada elemento da malha. Com base no campo de pressões, o algoritmo constrói a estrutura de drenagem através da simples troca de permeabilidade, de baixa para alta, dos elementos que apresentarem maior pressão. Este processo se repete continuamente até que a estrutura atinja dezoito elementos (limite definido pelo algoritmo). O trabalho simula cinco estruturas de caminhos de alta permeabilidade de modo que, inicialmente, o critério de evolução, ou construção, destas estruturas é a máxima pressão absoluta. A Figura 2.11 descreve tais estruturas nas suas respectivas ordens de construção. A primeira estrutura é construída sobre o sumidouro e apresenta a maior resistência. Já a segunda estrutura avança da esquerda para a direita e deve ter contato com pelos menos uma face dos elementos de alta permeabilidade. A terceira mescla a sistemática da primeira e segunda estruturas, respectivamente, e começa a construção sobre o sumidouro de maneira que, na sequência, progrida da esquerda para a direita. A quarta estrutura avança a partir do sumidouro e deve tocar pelo menos um ponto dos elementos de alta permeabilidade não tendo obrigação de compartilhar plenamente as faces.

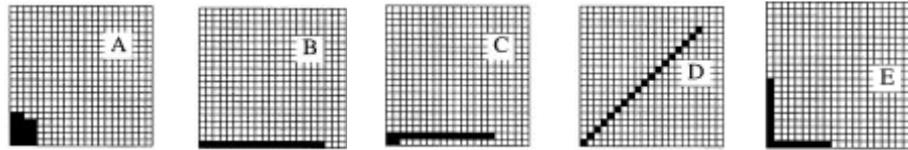


Figura 2.11- Canais de alta permeabilidade (Fonte: Ordonez; Bejan; Cherry, 2003)

Como resultados das simulações, as quatro primeiras estruturas analisadas, em cada etapa dos seus processos de construção, baixaram progressivamente suas resistências globais. Porém, foi a quinta estrutura que apresentou a menor resistência global. Sua construção (também limitada a 18 elementos) evolui aos pares de elementos sendo que ambos devem tocar pelos menos uma face dos elementos de alta permeabilidade. A partir deste ponto, o trabalho repete as simulações, porém trocando o critério de evolução dos canais para máximo gradiente de pressão. Os resultados das simulações para a segunda, terceira e quarta estruturas apresentaram resistências globais inferiores. Entretanto, nenhuma destas estruturas superou a quinta configuração a qual obteve resultados de mesma magnitude tanto para os critérios de máxima pressão absoluta quanto para máximo gradiente de temperatura, respectivamente.

A metodologia de otimização por meio de algoritmos genéticos é uma boa opção quando a quantidade de graus de liberdade for elevada e o foco do problema estiver no alcance, singular, de uma função objetivo – Gee e Tan (2015). Não havendo maior interesse no comportamento de um sistema perante a variação de todos os GLs, como no trabalho de Biserni, Rocha e Bejan (2004), Biserni e Rocha (2007), Lorenzini, Biserni e Rocha (2011) e Lorenzini e Rocha (2013), os AGs tornam-se sugestivos, de acordo com Lorenzini et al. (2014), pois reduzem sensivelmente o trabalho computacional. Isto por que os AGs, fazendo uma analogia com mecanismos de sobrevivência, reprodução e adaptação, utilizam técnicas de processamento, paralelas e evolutivas, fundamentadas no conceito de seleção natural de indivíduos. Especificamente, os AGs operam a partir de uma população de possíveis respostas as quais são submetidas a processos de seleção, reprodução, atualização e finalização – Melanie e Mitchell (1996).

Lorenzini et al. (2014) aplicam AGs em um problema de otimização geométrica de cavidades de resfriamento tipo Y – representado pela Fig. 2.12 – cujo ambiente de trabalho está no software Matlab ou, mais especificamente, no *optimization toolbox* (MATLAB, 2009). A proposta, que replica o modelo matemático de Lorenzini, Biserni e Rocha (2011), é investigar a eficiência dos algoritmos genéticos no que tange à busca de estruturas ótimas com redução do esforço computacional. Como termo de comparação, a parte inicial do trabalho

utiliza os resultados de Lorenzini, Biserni e Rocha (2011), referentes a variação de  $\alpha$  e  $L_1/L_0$ , que tratam do projeto de cavidades Y, via algoritmos de BE, inseridas em meio condutivo.

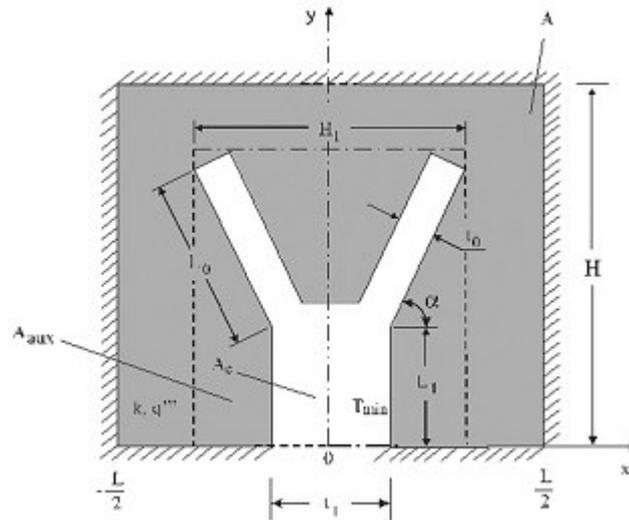


Figura 2.12- Cavidade Y em corpo sólido gerador de calor (Fonte: Lorenzini et al., 2014).

A solução começa pela parametrização do AG (função de custo, taxas de reprodução e mutação, critério de parada, etc.) e definição dos GLs. A partir deste ponto, é gerada uma população de indivíduos representada por uma matriz que contém todos os GLs e seus respectivos espaços de busca. Na sequência, é calculada a função de custo (função objetivo) para cada população (GL). Este cálculo é feito por meio da ferramenta PDETOOL; mesma ferramenta usada por Lorenzini, Biserni e Rocha (2011). Com base no campo de temperaturas, que disponibiliza os valores de  $T_{max}$  associados às primeiras populações, são escolhidos os indivíduos com maior aptidão à reprodução e, posteriormente, mutação. O processo é repetido até atingir o critério de parada.

Replicando os testes de Lorenzini et al. (2011), as primeiras simulações otimizaram o ângulo  $\alpha$  para distintos valores de  $L_1/L_0$  – Tab. 2.2. Percebe-se que os AGs, se comparados aos algoritmos de BE, conseguem obter os mesmos resultados em termos de estrutura ótima e temperaturas máximas com um número de simulações consideravelmente inferior – em torno de 60%, segundo Lorenzini et al. (2014). Ao inserir mais um grau de liberdade,  $L_1/L_0$ , os resultados aumentaram a convergência com Lorenzini et al. (2011) com uma quantidade de iterações, em média, seis vezes menor. Na segunda parte do trabalho as simulações utilizaram quatro graus de liberdade ( $\alpha, L_1/L_0, t_1/t_0, H/L$ ) permitindo que as temperaturas máximas fossem minimizadas quatro vezes –  $(T_{max})_{min}$ . Um detalhe interessante destas simulações está no fato de que os maiores valores de área da cavidade ( $\Phi$ ) e área retangular, circunscrita à própria

cavidade ( $\Psi$ ), não implicam, necessariamente, em melhores desempenhos térmicos. Segundo os autores, existem situações onde o aumento de  $\Phi$  restringe a liberdade de evolução da cavidade, reduzindo a performance do sistema. Neste sentido, um ponto forte dos AGs está na capacidade de paralelismo de simulações o que proporciona boa relação entre a quantidade de GLs e o número de iterações, comparativamente aos algoritmos de BE. Este comportamento remete a um dos principais preceitos da Teoria Construtal: quanto mais liberdade para se moldar, maior o desempenho do sistema.

Tabela 2.2 Comparação entre algoritmos distintos; cavidade Y –  $\Phi=0,05$ ,  $\Psi=0,3$ ,  $H/L=1$ ,  $t1/t0=4$  (Fonte: Lorenzini et al., 2014).

Parâmetros/algoritmos		AG	BE
$L_1/L_0=0,001$	Iterações	22	57
	$\alpha_0$	1,41	1,41
	$\tilde{T}_{max}$	0,0783	0,0783
$L_1/L_0=0,05$	Iterações	21	57
	$\alpha_0$	1,40	1,40
	$\tilde{T}_{max}$	0,0803	0,0803
$L_1/L_0=0,1$	Iterações	15	57
	$\alpha_0$	1,40	1,40
	$\tilde{T}_{max}$	0,0816	0,0816
$L_1/L_0=0,5$	Iterações	12	57
	$\alpha_0$	1,28	1,30
	$\tilde{T}_{max}$	0,0902	0,0914

Algoritmos genéticos, de maneira geral, lidam com a definição da melhor combinação de indivíduos (recursos disponíveis) durante o processo de otimização. Estas características são típicas de problemas de análise combinatória.

Dentro dessa linha, segundo Eglese (1990), há o método de otimização *Simulated Annealing* (SA) que surgiu da analogia com um processo térmico, utilizado em metalurgia, no qual a temperatura de um sólido sofre manipulação controlada. Após ser submetido a altas temperaturas, o material é arrefecido moderadamente reduzindo sua energia interna (por uma reordenação molecular) e propiciando melhorias na sua estrutura química. O método de arrefecimento simulado (SA) busca a solução aproximada através da análise probabilística de um conjunto de possíveis soluções de certo problema de otimização. Sua ideia centra na

substituição da solução atual por outra que atenda critérios estocásticos e de convergência perante a busca de uma função objetivo (JI; TANG, 2004; KIRKPATRICK; GELATT; VECCHI, 1983; XU; XINGANG; JIANXUN, 2007).

Ao longo deste processo (descrito no Anexo 1), o algoritmo SA utiliza uma função destinada à redução de uma pseudotemperatura (PT) a qual, por sua vez, tem função de restringir (através de uma análise estatística) o espaço de possíveis soluções do problema. Conforme PT diminui seu valor, o algoritmo se aproxima da convergência, encontrando a solução ótima. Segundo Eglese (1990), PT é um parâmetro de controle do algoritmo SA e, quanto menor seu valor, menor a componente aleatória e mais restrito será o campo de buscas o que remete ao encontro de um mínimo local (convergência). A metodologia de redução de PT pode assumir vários perfis. Existem diversos métodos (estratégias) de redução na literatura; todas destinadas a problemas específicos e de caráter empírico (BRUSCO, 2014; EGLESE, 1990; KIRKPATRICK; GELATT; VECCHI, 1983).

Com este viés, Gonzales et al. (2015) estudam cinco métodos de resfriamento – *Fast*, *Exponential*, *Boltz*, *BoltzExp* e *ConstExp1* – em uma aplicação do algoritmo SA perante um problema de otimização de uma cavidade de resfriamento, tipo Y, introduzida em um corpo sólido gerador de calor. O estudo reproduz o modelo matemático de Lorenzini et al. (2014) e utiliza como ferramenta o software Matlab – precisamente o pacote de ferramentas *optimization toolbox*. Dos cinco modelos, os primeiros três fazem parte do pacote de funções originais do Matlab (MATLAB, 2009). Os demais são propostas do referido trabalho. A parte inicial do trabalho aplica o algoritmo SA – mediante dois graus de liberdade ( $L_1/L_0$  e  $\alpha$ ) – para os modelos de resfriamento *Fast*, *Exponential*, *Boltz* e *BoltzExp*. Todas as simulações alcançaram  $T_{max}=0,6119$ . Entretanto, a configuração ótima da cavidade Y,  $(L_1/L_0)_0=0,007$  e  $\alpha_0=1,55$ , não foi obtida para todas as simulações, devido à componente aleatória do algoritmo SA. O desempenho dos quatro modelos é informado na Tab. 2.3 onde NL é o número de *loops* necessários para a convergência de  $T_{max}$  e NI o número de iterações.

Tabela 2.3 Algoritmo SA: modelos de resfriamento (Fonte: Gonzales et al., 2015).

Modelo de resfriamento	NL	NI (média)	NI (mínimo)	NI (máximo)
<i>Fast</i>	30	129,28	4	187
<i>Boltz</i>	43	206,63	6	422
<i>Exponential</i>	48	100,90	18	248
<i>BoltzExp</i>	54	154,58	49	381

Como descrito na Tab. 2.3, a função *BoltzExp* – híbrida entre os modelos *Boltz* e *Exponential* – apresentou desempenho superior, pois 90% das suas simulações atingiram a configuração ótima. Além disso, houve grande variação entre os valores mínimo e máximo de NI o que se deve, segundo os autores, ao componente aleatório do algoritmo SA.

Mais simulações foram efetuadas, onde o modelo de resfriamento *ConstExp1* foi adicionado. O algoritmo *Fast* foi o de pior performance. Os algoritmos SA *Boltz* e *Exponencial* tiveram desempenhos intermediários. Por outro lado, os modelos híbridos ofereceram resultados melhores. O algoritmo *ConstExp1* alcançou a configuração ótima em 58% das simulações. Na parte final do trabalho, foram testados quatro GLs –  $H/L$ ,  $t_1/t_0$ ,  $L_1/L_0$  e  $\alpha$  – e dois valores distintos de  $\Psi$  para os modelos de resfriamento *ConstExp1*, *Boltz*, *Exponential*, *Fast* e *Combination*.

De modo geral, os comportamentos dos modelos de resfriamento foram semelhantes para os dois valores de  $\Psi$  (0,3 e 0,5). O modelo *Fast* teve o pior desempenho. Sua resistência foi sete vezes maior que a encontrada para o modelo *Combination*. Os algoritmos *Boltz* e *Exponencial* apresentaram desempenho intermediário entre *ConstExp1* e *Fast*.

Conforme se percebe nos trabalhos desta seção, existem várias estratégias para resolução de problemas de fluxo entre área e ponto. Dependendo do tipo de problema enfrentado, pode-se escolher algoritmos de BE, que fornecem um amplo espectro de informações ou algoritmos evolutivos – dentre estes têm-se como exemplo os de análise combinatória, caso dos AGs e SA. Na linha de algoritmos evolutivos, os trabalhos de Errera, Bejan (1998) e Ordonez, Bejan e Cherry (2003), mencionados anteriormente, constroem plenamente suas configurações, sem uma forma previamente definida, o que gera identificação com a presente dissertação.

De perfil semelhante, o trabalho de Souza e Ordonez (2011) desenvolve uma metodologia evolutiva para a construção de um canal de elevada condutividade, imerso em um corpo sólido o qual, por sua vez, tem geração de calor constante e interna. A partir da discretização computacional do domínio e definição das condições de contorno, o canal é construído de tal forma que, entre cada passo da sua construção, calcula-se tanto o campo de temperaturas, via método dos volumes finitos (MVF), quanto seus respectivos gradientes – necessários para definir a direção de propagação do canal. A validação dos resultados é obtida por comparação com os trabalhos de Ledezma, Bejan e Errera (1997) e Almogbel e Bejan (1999) para volumes elementares e construtores de primeira e segunda ordens. Embora o

algoritmo não proponha qualquer tipo de tendência para a direção de evolução do canal, os mesmos formam-se naturalmente, minimizando a resistência térmica global, o que vai de acordo com os preceitos da Teoria Construtal. A Figura 2.13 demonstra diversas configurações de canais para distintos valores de condutividade térmica adimensional ( $k_p/k_0$ ). A variável  $N_c$  descreve a quantidade de elementos acrescentados a cada passo do processo construtivo do canal.

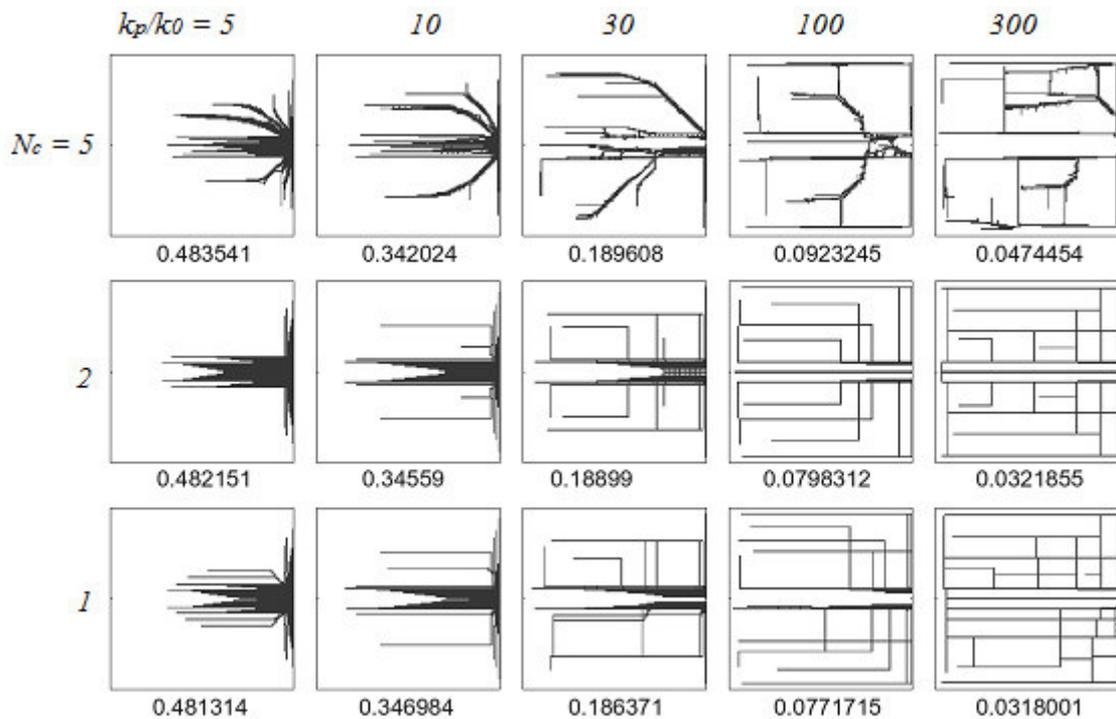


Figura 2.13- Canais condutivos em corpo sólido,  $\Phi=0,1$  (Fonte: Souza; Ordenez, 2011).

Valores de  $N_c$  ímpares geram configurações assimétricas. Por outro lado, valores pares geram configurações simétricas. Além disso, conforme aumentam tanto a granularidade ( $N_c$ ) quanto a condutividade do canal, decai a resistência térmica global. A segunda parte do referido trabalho considera fontes de calor em ou mais pontos, diferentemente do primeiro caso, onde a geração de calor é uniforme. Especificamente, as simulações testaram dois pontos de geração de calor – cada fonte produziu distintos canais de condução. Já o desempenho térmico e a forma de evolução dos canais apresentaram comportamento semelhante à simulações feitas anteriormente.

### 3 Teoria Construtal

Compreender a sistemática dos processos de construção da natureza – fenômenos naturais – sempre foi um enigma para a ciência. Segundo Bejan (2000), no passado, estes processos eram explicados de forma empírica através de modelos matemáticos de ótica restrita, estática, que apenas buscavam a descrição mais próxima possível da realidade. Tentando responder a tais questões, Adrian Bejan, em 1996, iniciou o desenvolvimento de uma teoria que discute “como os designs evoluem ao longo do tempo”, pois entende que as obras na natureza (sistemas vivos animados e inanimados) são criadas e modificadas constantemente, continuamente, no tempo em termos de configuração, forma, estrutura, padrão e ritmo. Considera que tais formas de criação são de caráter preditivo, nunca descritivo – inclusive as feitas pelo homem. Indo além, a Teoria Construtal defende que os projetos devem ser encarados como um sistema de escoamento de entidades (energia, fluido, organismos, etc.) cuja eficiência está atrelada, em linhas gerais, a sua complexidade estrutural.

O princípio construtal amplia a interpretação do conceito “vida” em fluxos de sistemas. Para estar vivo, um sistema deve ser capaz de fluir e transformar-se ao longo do tempo de forma que favoreça as correntes de fluxo. Neste sentido, o desequilíbrio interno do sistema é um pré-requisito – independentemente de qual agente percorra estas correntes de fluxo (BEJAN, 2000).

Diferentemente da geometria fractal, a teoria defendida por Bejan propõe uma nova perspectiva: estudar o processo de construção (ou evolução) das configurações por meio do mapeamento das resistências aos fluxos delimitadas tanto pelo domínio de controle quanto pelos graus de liberdade. Em outras palavras, a Teoria Construtal busca compreender a lógica evolutiva nas obras da natureza enquanto a teoria fractal apenas tenta descrevê-las (BEJAN; LORENTE, 2011; GOSSELIN; BEJAN, 2004; MARCK et al., 2011).

Bejan (1997) implementou um método de “minimização de geração de entropia”. Embora, evidentemente, este trabalho tenha uma abordagem termodinâmica, tanto a primeira quanto à segunda Leis da Termodinâmica não foram utilizadas, o que gerou uma lacuna. Tal lacuna é atribuída à extrema generalidade destas duas leis. A primeira representa a conservação da energia em certo sistema. Já a segunda lei trata da irreversibilidade, ou geração de entropia, existente em qualquer sistema (BEJAN, 2000). Como consequência, segundo Bejan e Lorente (2011), qualquer sistema termodinâmico é modelado como uma

“simples caixa-preta” através da qual se faz um balanço dos fluxos de massa, energia ou trabalho, seja de dentro para fora ou vice-versa (BEJAN, 2015; BEJAN; LORENTE, 2004).

A Teoria Construtal surge para estudar o que acontece dentro da referida caixa-preta – volume de controle. Quais as causas envolvidas nos fenômenos físicos? Os efeitos já são conhecidos. Basicamente estão na ponderação da matéria e energia que fluem através da superfície de controle de certo sistema. Buscando estas respostas, a Teoria Construtal definiu o conceito *design evolution* o qual refuta a possibilidade da existência de um “projeto final”. O princípio lida com a maneira como um sistema molda-se ao longo do tempo e considera que os projetos na natureza são dinâmicos e permanentemente passíveis de modificações (BEJAN, 2000, BEJAN, 2015; BEJAN; LORENTE, 2004; BEJAN; LORENTE, 2011).

### 3.1 Formas dos sistemas

Quanto a maneira como o escoamento se distribui em certo volume de controle, de acordo com a Teoria Construtal, existem três formas primárias de sistemas (e seus respectivos exemplos):

- redes em árvore: bacias hidrográficas e pulmões;
- seções transversais circulares: vasos sanguíneos e brônquios;
- seções transversais semicirculares: seção transversal de rios.

A partir destas formas, derivam-se outras. Podem-se encontrar inclusive mesclas das mesmas. Entretanto, frisa-se que tais formas de sistemas podem ser semelhantes entre si, mas nunca idênticas. Por exemplo, duas redes em árvore de brônquios nunca serão iguais. Do mesmo modo, um corte de seção transversal nunca revelará um círculo, ou semicírculo, matematicamente perfeito. Sendo assim, a possibilidade de presenciarmos formas de sistemas distintas pode ser interminável (MARCK et al., 2011; REIS, 2006). Destas três formas de sistemas, as redes em árvore podem assumir um papel especial. Além de abrangerem, em várias situações, outras das duas formas de sistemas já conhecidas, se apresentam em uma vasta quantidade de situações, conforme será visto adiante (BEJAN, 2000; BEJAN; LORENTE, 2011).

Sistemas em forma de árvore conectam um ponto, que pode ser uma fonte ou sumidouro, a um volume (ou área) de tamanho finito. O volume pode ser representado por uma quantidade infinita de pontos. Redes em árvore não possuem *loops*. Só há um caminho que interliga o ponto raiz com os demais pontos de certo volume, ou área (BEJAN, 2000;

BEJAN; LORENTE, 2002; BEJAN; LORENTE, 2011; LORENTE; WECHSATOL; BEJAN, 2002). A Figura 3.1 exemplifica.

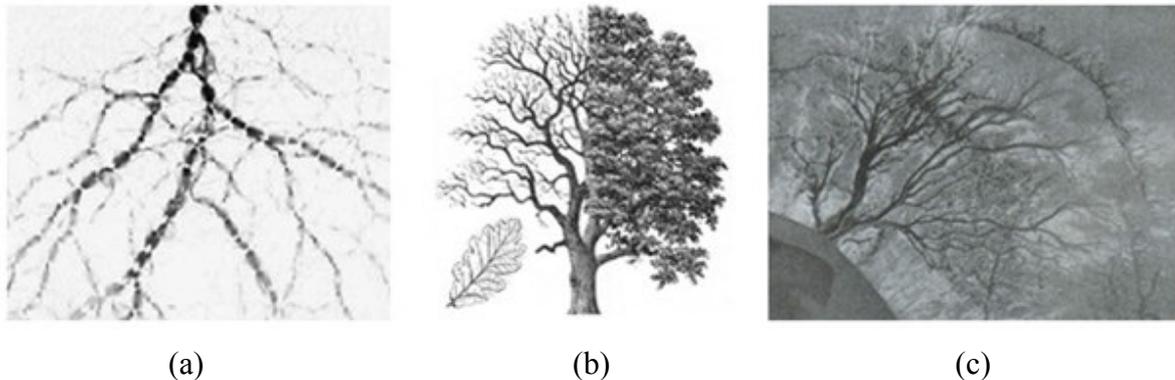


Figura 3.1 - Redes em árvore (Fonte: Bejan, 2000; Bejan; Lorente, 2011; Reis, 2006).

A Figura 3.1 (a) mostra o efeito gerado a partir de um impacto súbito sobre um tecido vivo (ou solo). As forças de maior intensidade são distribuídas a partir de um ponto para todo o volume restante, formando uma rede em árvore. Na Figura 3.1 (b) tem-se uma árvore como exemplo típico, literal, das mesclas e ramificações produzidas nestas redes, demonstrando que as redes em árvores também possuem grandes escalas. A Figura 3.1 (c) apresenta o delta de um rio (BEJAN, 2000; BEJAN; LORENTE, 2011; REIS, 2006).

### 3.2 Áreas de aplicação

De caráter generalista, o princípio construtal tem uma gama vasta de aplicações nas mais diversas áreas: biologia, economia, geografia, física, química, sistemas de transporte, medicina ou quaisquer uma das diversas áreas da engenharia – os exemplos são inúmeros e com tendência de crescimento (BEJAN, 2000).

Na área de biologia, a Teoria Construtal pode operar por mecanismos de mutação, seleção biológica e sobrevivência. Em geofísica, o mecanismo dos projetos da natureza é a erosão do solo, a dinâmica das rochas, a interação da vegetação com a água e as forças de arrasto dos ventos. Nos esportes, os mecanismos são o treinamento, recrutamento, concentração, seleção e recompensas. Na evolução tecnológica, os mecanismos estão na liberdade para questionar, na inovação, educação, no acesso a todo o tipo de comércio, na emigração ou, até mesmo, no roubo, no sentido mais amplo desta expressão (BEJAN; LORENTE, 2011).

Nos campos da engenharia e biologia, a minimização da geração de entropia e maximização de eficiência tem recebido atenção. Por outro lado, a maximização da geração

de entropia tem sido utilizada pela geofísica. Maximização da adaptabilidade, robustez e resiliência se ligam à biologia. As áreas da fisiologia e engenharia têm aplicado a maximização das resistências ao fluxo. No caso da fisiologia, os estudos têm se direcionado para a transferência térmica corporal via pele e pelos. Questões como isolamento e resfriamento térmico em plantas fabris por meio da minimização do vazamento de fluidos refrigerantes em paredes e dutos são recorrentes em engenharia. Em projetos urbanos, tráfego e transportes o foco está na minimização do tempo de viagem. Minimização de esforço e custo tem interferência sobre dinâmicas sociais e modificações na estrutura corporal de animais. A distribuição das máximas tensões reflete diretamente na maneira como árvores botânicas e ossos de animais evoluem ao longo do tempo. Na medicina, visando aumentar a eficiência de acesso ao oxigênio pelo organismo, existem trabalhos tratando da otimização da estrutura do sistema respiratório. Já maximização de territórios se vincula à propagação, distribuição, de espécies de animais, delta de rios e, até mesmo, de impérios. Outro ponto de análise tanto pelos físicos quanto pelos engenheiros faz referência à máxima taxa de variação de energia (BEJAN, 2000; BEJAN; LORENTE, 2011; REIS; MIGUEL; AYDIN, 2004). A Tabela 3.1 faz uma síntese das principais aplicações em *Constructal Design* e seus respectivos parâmetros de ponderação.

Tabela 3.1 Tipos comuns de aplicação (Fonte: Bejan; Lorente, 2011).

Aplicação	Entidade de fluxo	Rede em árvore (baixa resistividade)	Espaços intersticiais (alta resistividade)
Empacotamento de eletrônicos	Calor	Canais de alta condutividade ou cavidades	Substrato
Tráfego urbano	Pessoas	Vias de tráfego rápido, carros.	Vias de tráfego lento, pedestres.
Bacias hidrográficas	Água	Rios	Percolação (Lei de Darcy)
Pulmões	Ar	Brônquios	Difusão nos tecidos alveolares
Sistema circulatório	Sangue	Vasos sanguíneos, capilares, artérias, veias.	Difusão nos tecidos capilares

As linhas de pesquisa são várias. Como visto, possuem caráter transiente e, em muitos casos, mútua dependência. Outro exemplo encontra-se na economia onde a maximização do lucro é o principal parâmetro de decisão. Qualquer tipo de trabalho requer movimento de

massa sobre um dado domínio de controle. Pensando em termos do globo terrestre ou, num domínio mais restrito, de um país, a massa pode ser de pessoas, animais ou bens de consumo. O movimento destas massas é relacionado à queima de combustível. A queima de combustível afeta, obviamente, a economia – o ciclo se repete. Há uma interligação dos mecanismos. Em outras palavras, todos os organismos pertencentes a certo sistema, animados ou inanimados, estão interligados, no tempo e/ou espaço, independentemente das suas escalas (BEJAN; BADESCU; DE VOS, 2000; BEJAN; LORENTE, 2011). Indo além, Bejan (2015) afirma que linguagem, escrita e ciência são causa e efeito do nosso processo evolutivo ao longo do tempo. Elevam nossa capacidade intelectual, nossas atividades. Enfim, interferem em nossos movimentos, nossos fluxos.

### **3.3 Conceitos usuais**

Projetar é um verbo que pode acolher vários temas, de todo gênero, em incontáveis situações. Porém, independentemente do segmento adotado, projetar sempre sugestionará a um plano para atingir uma meta. Todo projeto é formado por um processo o qual, por sua vez, é constituído de uma série de etapas: criação, modificação, decisão e, finalmente, construção. Estas etapas fazem menção a um termo muito corrente no âmbito da Teoria Construtal: otimização. Segundo Bejan (2015), otimizar significa “fazer mudanças e escolhas entre alternativas que emergem”. Otimizar é escolher, decidir. É o “caminho percorrido” por um projeto na busca pelo melhor resultado. O melhor resultado, mais eficiente, é comumente chamado de resultado ótimo. Não tem obrigação de ser definitivo. O processo de otimização pode ser transiente. Basicamente, um processo de construção deve ser capaz de gerar inúmeras modificações em termos de configuração e estrutura e decidir, dentre os resultados produzidos nestas alterações, qual a possibilidade mais vantajosa. Isto é otimizar: a busca permanente e interminável por uma função objetivo (BEJAN; LORENTE, 2011). Neste aspecto, todo projeto de engenharia deve começar com um claro entendimento do seu objetivo. Buscar o caminho mais fácil para o delta de um rio desaguar em um oceano? Minimizar o tempo de evacuação de um estádio de futebol em um evento de emergência? Reduzir o pico de estudantes em um restaurante universitário no decorrer de um típico dia de atividades letivas? Seja qual for o projeto, ele terá uma missão, um propósito, uma meta de desempenho. Este projeto terá uma função objetivo (BEJAN, 2000).

Muito comum na área construtal, o termo configuração faz referência à maneira como certa variável de interesse se distribui ao longo do seu domínio de estudo. Para facilitar o

entendimento, cita-se o caso dos canais de alta condutividade imersos em corpos sólidos de volume finito. A configuração, ou forma, é a distribuição do referido canal, que pode ser em forma de Y, T, H, ou qualquer outra maneira de espalhamento. Usando o mesmo exemplo, a estrutura pode representar quaisquer cotas e suas respectivas proporções ou, inclusive, o ângulo de abertura de seus braços, no caso de um canal em Y. A escolha tanto da configuração quanto da estrutura é particular de cada projeto (BEJAN, 2000; BEJAN; LORENTE, 2011; BEJAN, 2015; REIS; MIGUEL; AYDIN, 2004).

Durante o processo de otimização, diversas alternativas são oferecidas. Estas alternativas são controladas e delimitadas – perante um domínio matemático – por restrições as quais também definem limites para a função objetivo. As restrições podem ser de dois tipos: global e local. No caso do canal de alta condutividade, já mencionado, a restrição global é o domínio definido pelo volume do corpo sólido. É nesta região que será executado o projeto. A restrição local pode ser a temperatura limite, geralmente de valor singular, válida para qualquer ponto dentro do domínio. A exata localização destes pontos de temperatura não importa. A única exigência é que não ultrapassem o máximo valor permitido (BEJAN, 2000). O sistema abrange o volume de controle sobre o qual certo projeto atua. Independentemente do que flui pelo sistema, um dos principais pontos de atenção deve estar na forma como as entidades – calor, fluido, pessoas, veículos, animais, etc. – se distribuem sobre o seu domínio. O critério de arranjo destas configurações depende de dois regimes de fluxo: de alta e baixa resistividade. O regime de alta resistividade comporta a maior parte do domínio. Preenche os espaços intersticiais entre os canais. Por outro lado, os canais são formados pelos regimes de fluxo de baixa resistividade. As configurações podem ser visualizadas como canais, dutos, aletas, ruas, etc. (BEJAN, 2000).

## 4 Metodologia

Esta seção inicia apresentando a formulação matemática base para a resolução do problema cuja função principal é calcular o campo de temperaturas. Em seguida, descreve-se o modelo matemático em curso assim como os equacionamentos e simplificações pertinentes. Finalizando esta etapa, apresenta-se o modelo computacional adotado e seu respectivo algoritmo.

### 4.1 Campo de temperaturas (equação da difusão térmica)

O campo de temperaturas pode ser estimado de três maneiras: experimental, analítica e numérica. A solução experimental, com instrumentação adequada, por meio de sensores e/ou transdutores de temperatura, tem potencial consideravelmente assertivo, porém pode se tornar economicamente proibitiva – especialmente em casos de otimização e/ou variabilidade das cotas e propriedades dos materiais. Já em casos, por exemplo, de otimização geométrica, passíveis de problemas de engenharia, a hipótese de solução numérica é mais vantajosa por ser mais rápida e econômica. Seu ponto desfavorável está no fato de necessitar de validação analítica ou experimental. A solução analítica pode necessitar de simplificações, especialmente quando não linearidades são observadas – por exemplo a condutividade térmica não uniforme. Independentemente da solução ser analítica ou numérica, o cálculo do campo de temperaturas utiliza a equação da difusão térmica (ÇENGEL, 2009; De MORAES; CASTRUCCI, 2012; MALISKA, 2004; MARTINS, 2012).

O presente trabalho calcula o campo de temperaturas por meio da equação analítica da difusão térmica, aplicável para o meio homogêneo e de regime transiente (ÇENGEL, 2009):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q''' = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.1)$$

onde  $x, y, z$  representam as coordenadas espaciais,  $k$  [W/mK] a condutividade térmica,  $T$  [K] a temperatura,  $q'''$  [W/m<sup>3</sup>] a taxa volumétrica de geração de energia,  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] a massa específica,  $c$  [J/kg K] calor específico e  $t$  [s] o tempo.

### 4.2 Modelo matemático

O modelo matemático é representado por um corpo sólido, homogêneo, retangular e de volume finito. Sua condutividade térmica é constante e uniforme, ou seja, de caráter isotrópico. A Figura 4.1 descreve a geometria e condições de contorno onde  $H$  [m],  $L$  [m] e  $W$

[m] representam as dimensões de altura, largura e espessura, respectivamente. A geração absoluta de calor  $q^0$  [W] é constante, ocorrendo internamente ao corpo sólido. Por outro lado, a taxa volumétrica de geração de calor  $q'''$  [W/m<sup>3</sup>] varia de acordo com o volume da cavidade.

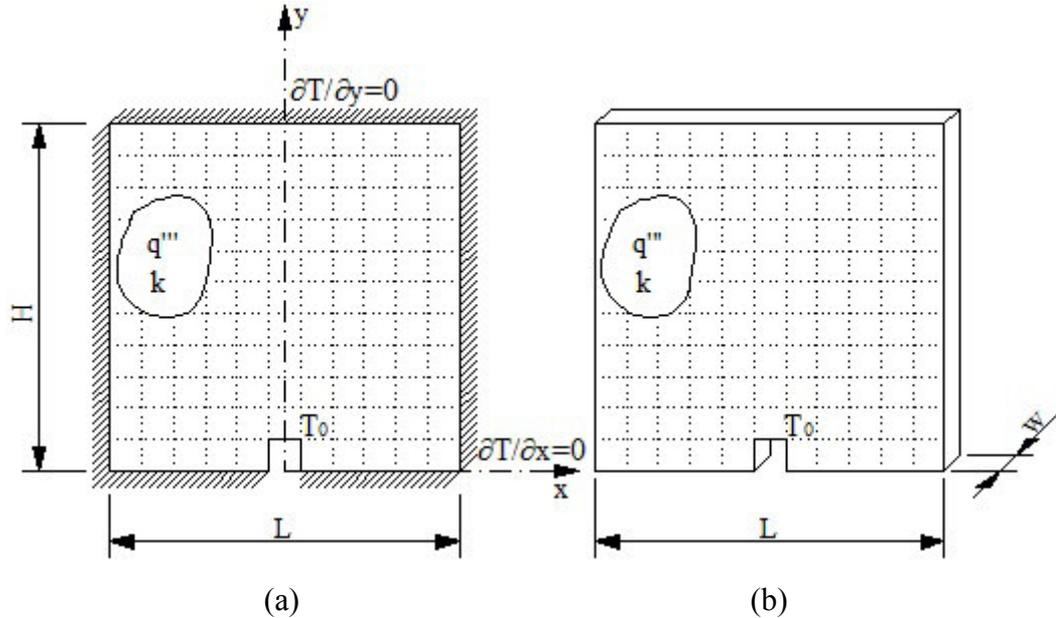


Figura 4.1 - Corpo do sólido: (a) condições de contorno; (b) Perspectiva 3D (Fonte: elaborada pelo autor).

As superfícies externas ao corpo sólido, exceto as da cavidade, possuem condição de contorno de fluxo prescrito ou, em outras palavras, condição de contorno de Neumann de segunda espécie, cujo fluxo é nulo ( $\partial T/\partial x$ ,  $\partial T/\partial y = 0$ ), pois suas fronteiras são adiabáticas. Já a cavidade, isotérmica, assume condição de contorno de Dirichlet de primeira espécie com  $T_0$  representando a temperatura prescrita, no caso valendo zero. Quanto às dimensões de altura e largura, estas são consideravelmente superiores à espessura da placa – que possui perfil constante – a tal ponto que a formulação 2D é suficiente para os cálculos.

Neste sentido, duas simplificações são feitas na Eq. (4.1). Primeiramente, simplifica-se a equação da difusão para o caso bidimensional excluindo as derivadas parciais na direção  $z$ . Além disso, como o problema é de regime permanente, elimina-se o termo transiente, obtendo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q''' = 0 \quad (4.2)$$

De acordo com os trabalhos de Almogbel e Bejan (1999), Ledezma, Bejan e Errera (1997) e Souza e Ordonez, (2011), tem-se que a taxa volumétrica de geração de calor,  $q'''$

[W/m<sup>3</sup>], é definida por:

$$q''' = \frac{q^0}{A_s W} = \frac{q^0}{(A - A_c) W} \quad (4.3)$$

onde  $W=1$  (devido ao modelo ser 2D) e as áreas do domínio, da cavidade e do sólido são representadas, respectivamente, por  $A$  [m<sup>2</sup>],  $A_c$  [m<sup>2</sup>] e  $A_s$  [m<sup>2</sup>]. Desta forma, a Eq. (4.2) passa a ser representada por

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{q^0}{A - A_c} = 0 \quad (4.4)$$

A Equação (4.4) indica que a taxa de geração de calor  $q'''$  [W/m<sup>3</sup>] tem comportamento variável, pois depende da área da cavidade ( $A_c$ ). Em outras palavras, ao longo do processo de construção da cavidade,  $A_c$  tende a crescer o que remete ao crescimento de  $q'''$  [W/m<sup>3</sup>]. Como será visto adiante, este comportamento tem efeito significativo nos resultados.

O próximo passo é adimensionalizar as variáveis das coordenadas cartesianas, temperatura e fração de área da cavidade.

$$(\tilde{x}, \tilde{y}) = \frac{(x, y)}{A^{1/2}} \quad (4.5)$$

$$\tilde{T} = \frac{T - T_c}{q^0 / k} \quad (4.6)$$

$$\Phi = \frac{A_c}{A} \quad (4.7)$$

Combinando as Eqs. (4.2-4.7), chega-se a equação da difusão térmica, na forma adimensionalizada.

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left( \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right) + \frac{1}{1 - \Phi} = 0 \quad (4.8)$$

As cotas do modelo matemático também são adimensionalizadas, em relação a área total do domínio ( $A$  [m<sup>2</sup>]),

$$\tilde{H} \cdot \tilde{L} = \frac{H \cdot L}{A} = 1 \quad (4.9)$$

$$(\tilde{H}, \tilde{L}, \tilde{D}) = \frac{(H, L, D)}{A^{1/2}} \quad (4.10)$$

onde  $D$  faz referência às dimensões elementares da malha sobre a qual a cavidade é construída, conforme será tratado adiante. Estas três últimas equações, Eq. (4.8-4.10), tem implementação direta no algoritmo computacional. A Equação (4.8) calcula o campo de

temperaturas sobre todo o domínio de modo que seu comportamento é afetado pela variação da área da cavidade, ponderada por  $\Phi$ . Já as Eqs. (4.9) e (4.10) delimitam tanto o domínio do sólido quanto as dimensões dos elementos constituintes da cavidade.

### 4.3 Modelo computacional

Foi utilizado o pacote de ferramentas PDETOOL, pertencente ao software Matlab. Sua interface gráfica de usuário, comumente chamada pelo termo em inglês, *graphical user interface* (GUI), permite a solução de equações diferenciais parciais (EDP) via método de elementos finitos (MEF). Em linhas gerais, o PDETOOL possibilita (MATLAB, 2009):

- definir a região de domínio, suas condições de contorno e os coeficientes da EDP;
- produzir malhas não estruturadas, de elementos triangulares;
- fornecer soluções aproximadas das EDPs, a partir da discretização das equações;
- gerar resultados gráficos.

A estrutura principal do modelo computacional opera por meio de duas rotinas. A primeira (principal) contém informações da malha de formação da cavidade e o *loop* que comanda as chamadas do PDETOOL. A segunda rotina, representada pelo código fonte do PDETOOL, implementa as variantes geradas pela primeira rotina – coordenadas dos elementos da cavidade, taxa volumétrica de geração de calor ( $q'''$ ), ambas adimensionalizadas e as variáveis utilizadas na modelagem gráfica da cavidade.

#### 4.3.1 Ferramenta PDETOOL

O PDETOOL possui diversos modos de funcionalidades. O modo *draw* habilita o desenho de modelos geométricos a partir da manipulação e mescla de geometrias primárias. Já no modo *boundary*, pode-se parametrizar diferentes condições de contorno em distintas fronteiras. O tipo de equação diferencial parcial, por exemplo, elíptica e parabólica, é configurada no modo *PDE*. A geração de malha, refinamento e plotagem são atribuições do modo *mesh*. A resolução das EDPs e a plotagem dos resultados ficam a cargo dos modos *solve* e *plot*, respectivamente. A saída gráfica é diversificada oferecendo métodos de visualização tais como por superfície, malha triangular, mapa de contorno e campo de vetores (MATLAB, 2009).

Após a simulação computacional, o PDETOOL gera um *script* ou, em outras palavras, uma rotina textual (com extensão .m). O padrão deste *script*, nativo do Matlab, é semelhante à linguagem C, sendo facilmente manipulável, o que possibilita programar rotinas de maior complexidade.

### 4.3.2 Estrutura e elemento fundamental

O modelo computacional é estruturado sob duas rotinas: uma principal e outra relacionada ao PDETOOL (ambas rotinas estão disponibilizadas nos Apêndices A e B). A rotina principal é responsável pelo cálculo tanto da taxa volumétrica de geração de calor ( $q'''$ ) quanto das coordenadas  $xy$  da cavidade. Estes dados são enviados para a rotina do PDETOOL que, posteriormente, os utiliza para modelar graficamente a cavidade, calcular o campo de temperaturas e extrair os valores das temperaturas máximas ( $\tilde{T}_{max}$ ) e suas respectivas localizações sobre o domínio do sólido.

O PDETOOL então envia os valores das  $\tilde{T}_{max}$  – e suas posições sobre o domínio – para a rotina principal. Esta troca de informações ocorre ciclicamente, conforme a Fig. 4.2, até que o critério de parada do algoritmo (demonstrado na sequência) seja atendido.

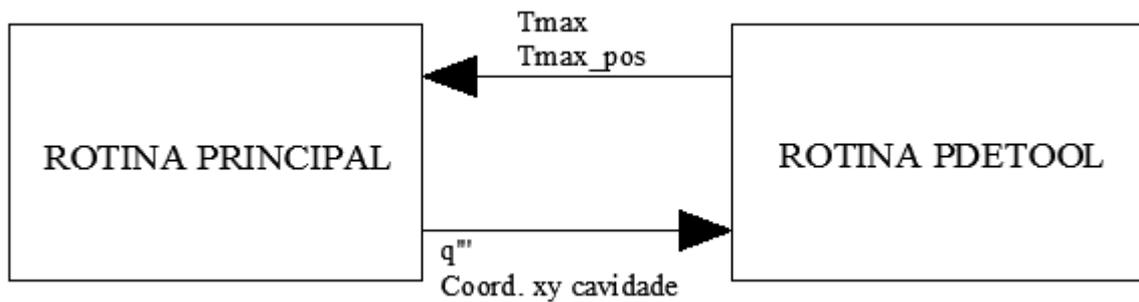


Figura 4.2 - Fluxograma da troca de dados entre a rotina principal e a rotina fonte do PDETOOL (Fonte: elaborada pelo autor).

A rotina principal também tem por função criar uma matriz estruturada a qual, por sua vez, é responsável por gerar uma malha de elementos quadrados, de lados  $D$ , que fica disposta sobre todo o domínio ( $A$ ). Esta malha de elementos quadrados (chamada de malha matriz) referencia o processo de construção da cavidade, sendo representada por linhas pontilhadas, conforme Fig. 4.3.

É importante diferenciar a mencionada malha matriz da malha não estruturada, de elementos triangulares – gerada pelo PDETOOL – a qual fica disposta estritamente sobre a área do sólido ( $A_s$ ) e serve de referência (através das conectividades) somente para a implementação numérica do PDETOOL, (BURNETT, 1988; MATLAB, 2009).

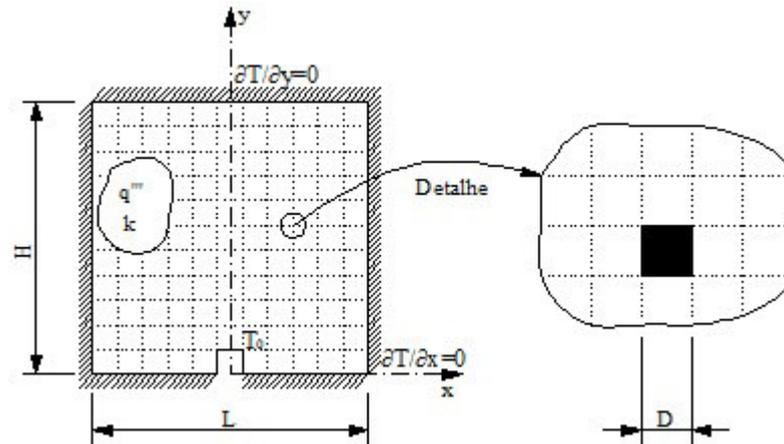


Figura 4.3 - Malha matriz à esquerda e seu detalhe à direita. O detalhe mostra o elemento fundamental quadrado, hachurado, de lados  $D$  (Fonte: elaborada pelo autor).

Voltando à matriz estruturada (gerada pela rotina principal), esta contém, em cada elemento, seis dados, com funções distintas. Os primeiros quatro dados são as coordenadas  $xy$  dos elementos da malha matriz. O quinto dado contém *strings* que são utilizados para a modelagem gráfica do sólido, feita pelo PDETOOL. O sexto dado contém um operador que atribui aos elementos da malha matriz duas identidades possíveis: de cavidade ou sólido.

No detalhe da Fig. 4.3 fica demonstrado o elemento fundamental, adotado pela presente Metodologia, e que tem relação direta com a resolução da cavidade (RC). Quanto maior RC, maior é a quantidade de elementos da malha matriz e maior será a liberdade de expansão da cavidade durante sua construção e, potencialmente, mais complexa poderá tornar-se a cavidade. Por outro lado, quanto menor RC, menor será a quantidade de elementos da malha matriz e menor será a liberdade de expansão da cavidade, tornando-a, potencialmente, menos complexa a sua configuração.

Existem dois parâmetros que devem ser informados toda a vez que o modelo computacional é acionado: a resolução da cavidade (RC) e o limite de área de cavidade, relacionado a  $\Phi$ .

O nível de complexidade da cavidade, ao fim de sua construção, depende de um balanço entre os parâmetros  $\Phi$  e RC. Para um mesmo RC, quanto maior  $\Phi$ , maior o espaço de expansão da cavidade o que pode permitir que a mesma evolua para configurações mais complexas. Por outro lado, ao manter  $\Phi$  constante, o aumento de RC também permite uma maior liberdade de expansão da cavidade durante sua construção.

## 4.4 Algoritmo computacional

A estrutura do algoritmo se divide em três pontos principais. Os dois primeiros situam-se na rotina principal. Inicialmente, há uma matriz estruturada cuja função é alocar os dados da malha matriz: coordenadas  $xy$ , *strings* que nomeiam os quadrados dos elementos da malha matriz e operadores que fazem a distinção entre elementos que formam cavidade ou material sólido.

O segundo ponto consta de um *loop* – delimitado por  $\Phi$  – dentro do qual são feitas tanto as chamadas do PDETOOL quanto a definição da direção de propagação da construção da cavidade. A cada elemento de cavidade construído, o PDETOOL calcula o campo de temperaturas. Ainda dentro do mencionado *loop*, com base nas temperaturas encontradas, calcula-se a distância euclidiana entre cada um dos elementos vizinhos de certa cavidade e os respectivos pontos de máxima temperatura ( $\tilde{T}_{max}$ ). Os vizinhos cujos elementos apresentarem menor distância em relação aos elementos de  $\tilde{T}_{max}$  passam a formar a cavidade.

Localizado na rotina do PDETOOL, o terceiro ponto lida com a implementação gráfica do sólido e com o cálculo do campo de temperaturas. Para o desenho do sólido, o PDETOOL utiliza uma pseudo-equação que faz a subtração entre as áreas do domínio e da cavidade, respectivamente. Cada uma destas áreas é formada por um conjunto de pequenos elementos de área cuja representação é feita por meio de *strings* gerados pela matriz estruturada. Além disso, com base no campo de temperaturas, coleta-se o valor máximo de temperatura e as coordenadas  $xy$  do referido elemento.

### 4.4.1 Sistemática do algoritmo

Inicia com o sólido inteiro, ainda sem cavidade. Atribui-se o primeiro elemento de cavidade na parte inferior do domínio – Fig. 4.4 (a). Logo em seguida, o PDETOOL calcula numericamente o primeiro campo de temperaturas. Gerado o campo de temperaturas, o algoritmo calcula a distância entre os elementos de máxima temperatura do sólido e cada um dos elementos adjacentes à cavidade. Com as distâncias calculadas, o algoritmo define em qual direção será construída a próxima cavidade – Fig. 4.4 (b). A equação da difusão é resolvida novamente. Outro campo de temperaturas, diferente, é obtido. Novamente, de acordo com a Fig. 4.4 (c), o algoritmo escolhe o melhor lugar onde produzir a cavidade. A Figura 4.4 demonstra o processo (imagens meramente ilustrativas).

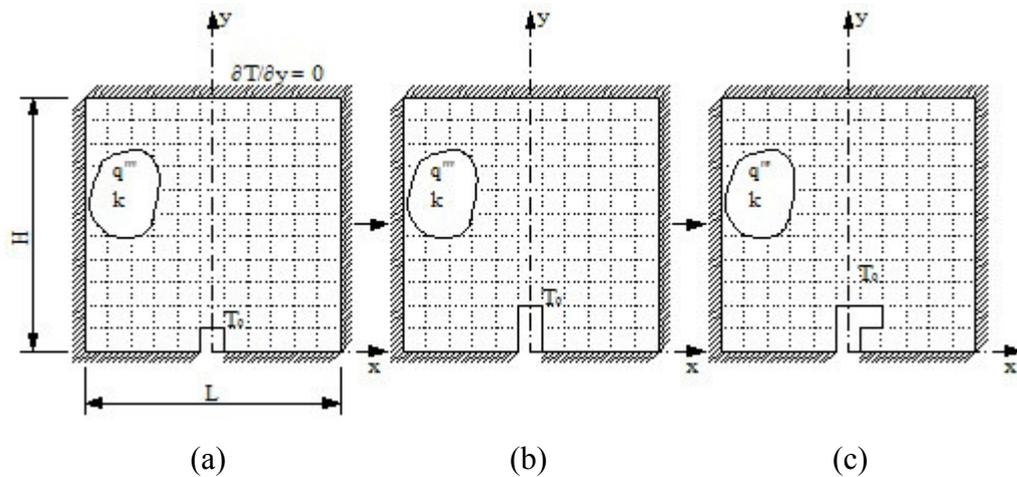


Figura 4.4 - Sequência de construção da cavidade (Fonte: elaborada pelo autor).

Este processo se repete até que os limites de área para a formação da cavidade, delimitados por  $\Phi$ , sejam atendidos. O algoritmo implementado pelo modelo computacional determina:

1. definir geometria e condições de contorno;
2. atribuir o primeiro elemento cavidade;
3. resolver numericamente a equação da difusão térmica;
4. calcular  $T_{max}$  e identificar sua posição na malha matriz;
5. calcular a distância entre cada elemento adjacente à cavidade e a posição de  $T_{max}$ ;
6. remover o elemento com a menor distância;
7. retornar ao passo 3 e repetir o laço até que a cavidade atinja seu limite de área.

#### 4.5 Verificação e/ou validação do modelo computacional

A verificação e/ou validação do modelo computacional utiliza como parâmetro o caso ótimo da cavidade Y, estudada por Lorenzini, Biserni e Rocha (2011), onde calculou-se um ângulo entre os ramos da cavidade e o eixo horizontal  $\alpha = 0,8$  rad, com uma relação entre as áreas da cavidade e do retângulo que a circunscreve  $\Psi = 0,68$ , conforme a Fig. 4.5. Neste aspecto, é feito o teste de independência de malha que, por sua vez, especifica o grau de precisão das simulações, definido pela Eq. 4.11.

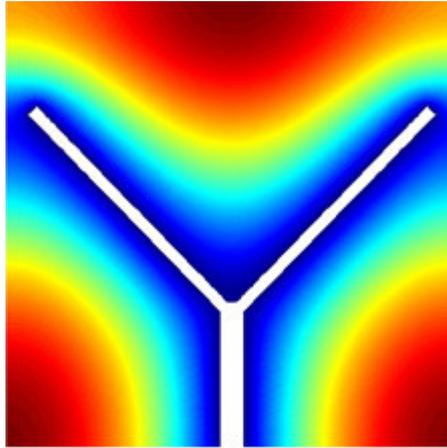


Figura 4.5 - Cavidade do tipo Y: caso ótimo com  $\Psi = 0,68$  e  $\alpha = 0,8$  rad (Fonte: Elaborada pelo autor).

$$\left| \frac{(\tilde{T}^j - \tilde{T}^{j+1})}{\tilde{T}_{max}^j} \right| < 1 \times 10^{-3} \quad (4.11)$$

Durante o teste de malha, são efetuados refinamentos sobre a malha de elementos triangulares (não estruturada), gerada pelo PDETOOL. A cada refinamento, a quantidade de elementos triangulares aumenta em quatro vezes. O processo, descrito na Tab.4.1, é repetido diversas vezes, até que o critério de precisão (Eq. 4.11) seja atendido.

Tabela 4.1 Teste de independência de malha: temperaturas máximas a cada refinamento.

Malha	Número de elementos [ $\Delta$ ]	Tmax [K]	Critério [ $<0,001$ ]
1	2252	0,076506398784076	0,000713205
2	9008	0,076560963528887	0,001494079
3	36032	0,076675351635138	0,000574187
4	144128	0,076719377643323	0,000220416
5	576512	0,076736287811437	—

Conforme se observa na Tab. 4.1, o critério de precisão foi alcançado no terceiro refinamento (malha 3), com 36032 elementos. Dessa forma, as simulações (descritas na próxima seção) utilizarão três refinamentos a cada cavidade construída no PDETOOL.

## 5 Resultados e discussões

A primeira simulação implementa um limite de área  $\Phi = 0,2$  com resolução de cavidade  $RC = 11$ . Como já mencionado, a cada elemento cavidade atribuído, calcula-se a distância entre os elementos adjacentes à cavidade e os pontos de máxima temperatura. Os elementos que apresentarem menor distância formarão a cavidade. O ciclo se repete até atingir o limite de área. A Figura 5.1 demonstra o processo completo construção da cavidade.

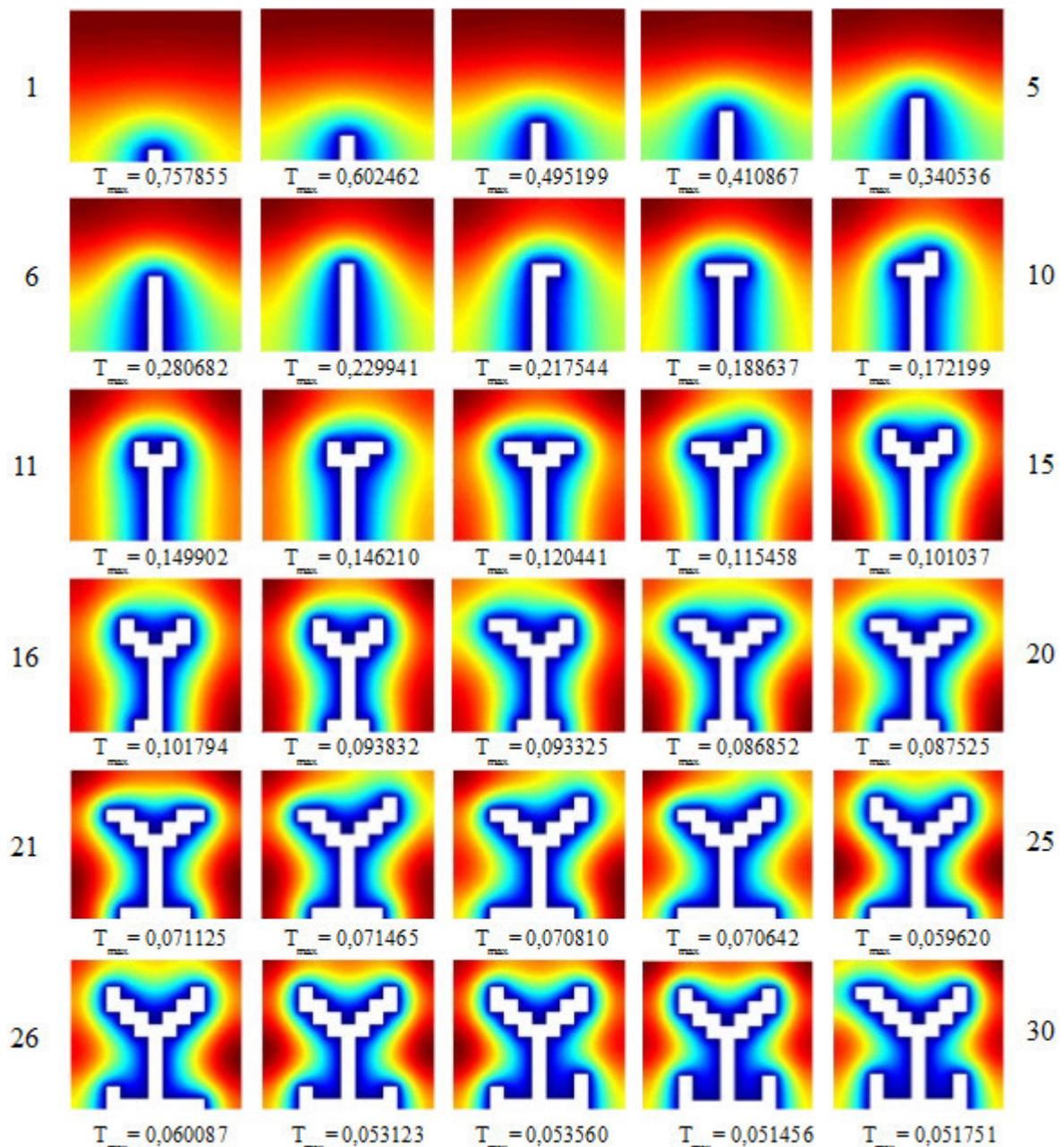


Figura 5.1 - Construção da cavidade com  $\Phi=0,2$  e  $RC=11$  (Fonte: Elaborada pelo autor).

Desde o início do processo, percebe-se que a cavidade cresce evolutivamente em direção aos pontos de máxima temperatura de tal forma que, a cada etapa de construção, o valor de  $\tilde{T}_{max}$  decai. As primeiras sete cavidades apresentaram a mesma configuração estudada por Biserni, Rocha e Bejan (2004), em forma de I.

A cavidade tipo T, estudada por Lorenzini, Biserni e Rocha (2011), também é replicada na nona etapa de construção, de acordo com a Fig. 5.1.

A partir deste ponto, conforme a Fig. 5.1 (10), a cavidade se expande para uma configuração semelhante ao tipo Y, remetendo a outros trabalhos que lidam (especificamente) com cavidades Y através de algoritmos de busca exaustiva (BE), algoritmos genéticos (AG) e *Simulated Annealing* (SA) (LORENZINI; BISERNI; ROCHA, 2011; LORENZINI et al., 2014; GONZALES et al. 2015).

Algumas etapas adiante, o tronco do mencionado Y passa a transformar-se em um T invertido – Fig. 5.1 (16) –, pois os pontos de máxima temperatura, nesta etapa, encontram-se na base da configuração.

Prosseguindo a expansão da cavidade, a partir da Fig. 5.1 (26) começam a surgir ramos sobre as laterais da sua base de modo que a configuração passa a evoluir para uma espécie de espinha dorsal de peixe.

Além de reproduzir tipos de cavidades já tratadas pela literatura, a simulação descrita na Fig. 5.1 obtém valores de temperatura máxima com tendência de redução o que vai ao encontro do princípio construtal, pois a configuração molda-se de maneira que a eficiência na dissipação térmica aumente.

Outras duas simulações são efetuadas sob condições semelhantes ao caso anterior (RC=11 e  $\Phi=0,2$ ), porém tendo como única diferença o fato da cavidade iniciar, primeiramente, mais ao lado esquerdo do domínio e, num segundo momento, mais ao lado direito. A intenção foi avaliar os efeitos da cavidade iniciando assimetricamente em relação ao domínio. A Figura 5.2 mostra as três últimas configurações e suas respectivas temperaturas máximas.

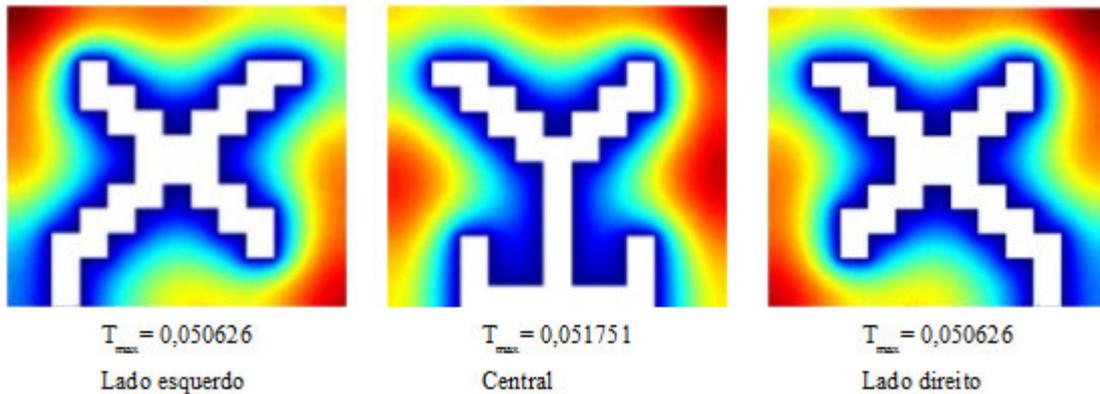


Figura 5.2 - Comparação entre cavidades assimétricas (lados esquerdo e direito) e cavidade simétrica; eixo de simetria em relação ao domínio (Fonte: elaborada pelo autor).

Conforme se percebe na Fig. 5.2, quando a cavidade inicia seu processo de construção assimetricamente, independentemente de ser pelo lado esquerdo ou direito, suas configurações evoluem para um formato semelhante ao tipo X, estudado por Lorenzini, Biserni e Rocha (2013). Além disso, suas temperaturas máximas finais são extremamente próximas (lembrando que  $\Phi = 0,2$ ). Entretanto, ao observar o seu perfil ao longo de todo o processo de construção, de acordo com a Fig. 5.3, nota-se que a curva de  $\tilde{T}_{max}$ , para o início simétrico, atinge seus menores valores mais rapidamente. Além disso, percebe-se que as duas curvas assimétricas se sobrepõem.

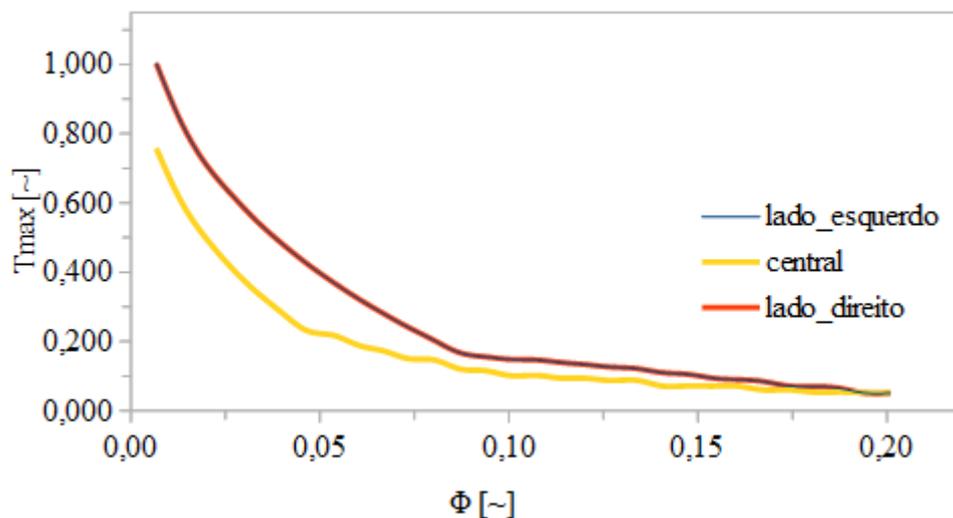


Figura 5.3 – Comparação entre as curvas de  $\tilde{T}_{max}$  para inícios de construção da cavidade pelo esquerdo, central e direito (Fonte: elaborada pelo autor).

Na sequência, efetuam-se várias simulações de construção da cavidade utilizando  $\Phi=0,05$ , porém testando distintos valores de resolução da cavidade. A intenção é verificar o

perfil térmico conforme a complexidade das configurações aumenta. A Figura 5.4 apresenta os resultados finais de nove simulações, independentes entre si, com RCs = 7, 9, 11, 13, 15, 21, 25, 33 e 41.

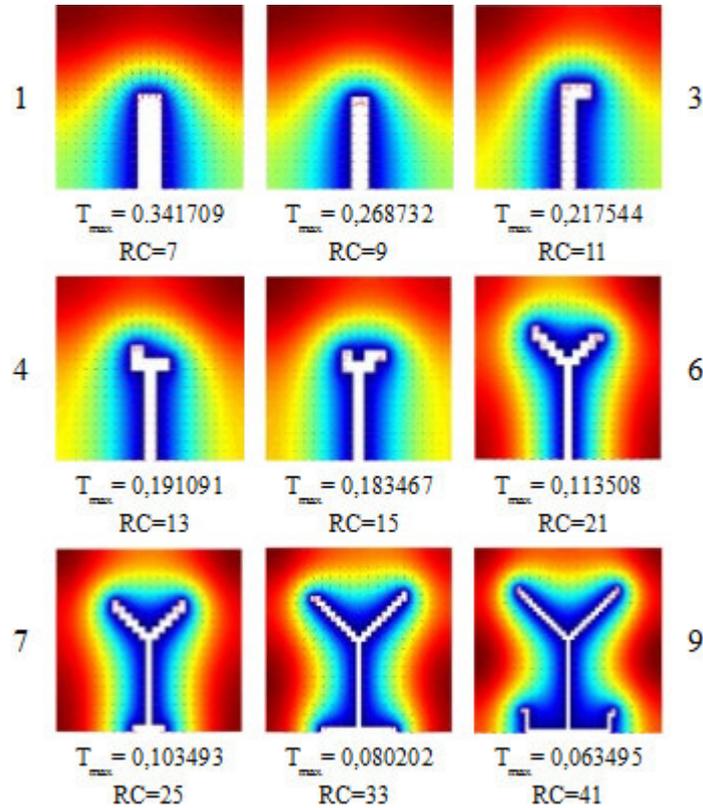


Figura 5.4 - Cavidade com distintos valores de RC;  $\Phi = 0,05$  (Fonte: elaborada pelo autor).

Embora as cavidades possuam valores de área idênticos, suas configurações e temperaturas máximas apresentam resultados consideravelmente diferentes entre si. Percebe-se que, quanto maior RC, maior a liberdade de expansão do processo de construção da cavidade e mais complexa pode se tornar sua configuração. De acordo com o esperado, os valores de  $\tilde{T}_{\max}$  reduziram com o aumento de RC. Além disso, os formatos das configurações aproximaram-se aos obtidos na primeira simulação, descrita na Fig. 5.1, quando o parâmetro de controle era a área da cavidade. Claramente se observa que, quando o sistema possui poucos graus de liberdade, aqui representado pelo número de elementos cavidade, ou RC, formas simples de I ou T são criadas. Aumentando-se os graus de liberdade, formas mais complexas, com desempenho superior, são obtidas.

Comparando as Figs. 5.1 e 5.4, constata-se o encontro de configurações idênticas (I, T, Y) seja observando o crescimento da cavidade (aumento gradativo de  $\Phi$ ), seja observando a configuração final, para um mesmo  $\Phi$  (aumento de RC).

Estes resultados indicam que o processo evolutivo ocorre sempre da mesma maneira, onde a configuração I é menos evoluída do que a configuração T a qual, por sua vez, é menos evoluída do que a configuração Y.

A título de validação da metodologia, em termos da influência de RC sobre a performance das cavidades de resfriamento, utiliza-se o trabalho de Lorenzini et al. (2011) onde obteve-se, para  $\Psi=0,68$  e  $\Phi=0,05$ , um  $\tilde{T}_{max}=0,07628$ . Neste aspecto, seu modelo matemático é reproduzido para diversos valores de RC, um para cada processo completo de construção da cavidade – Fig. 5.5.

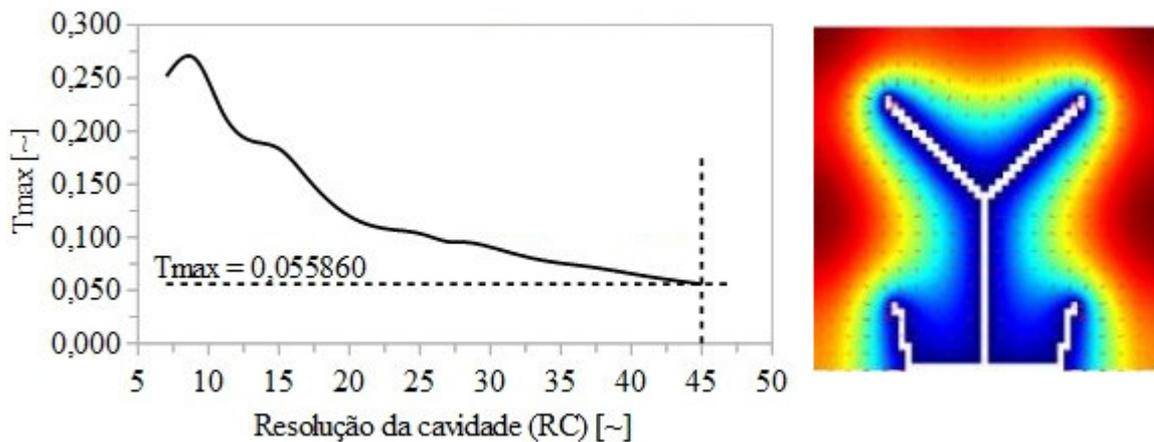


Figura 5.5 - Simulação para vários RCs, com  $\Phi = 0,05$ ; à direita configuração encontrada para RC=45 (Fonte: elaborada pelo autor).

Em acordo com as simulações anteriores (Fig. 5.4 e 5.5), os valores de  $\tilde{T}_{max}$  mantiveram-se reduzindo com o aumento da complexidade da cavidade. Ainda que a configuração obtida seja diferente da forma otimizada por Lorenzini et al. (2011), seus resultados foram aproximados, pois foi calculado, para RC=45,  $\tilde{T}_{max}=0,05586$ , um valor menor do que o encontrado por Lorenzini et al. (2011).

Estes efeitos mostram que  $\Phi$  nem sempre precisa ser interpretado como uma restrição, visto que o desempenho na dissipação de calor pode ser aprimorado pela parametrização de RC. Nesta perspectiva, são efetuadas simulações com uma faixa maior de valores para a área da cavidade. A Figura 5.6 apresenta os resultados para seis valores diferentes de RCs: 9, 15, 21, 25, 29 e 33.

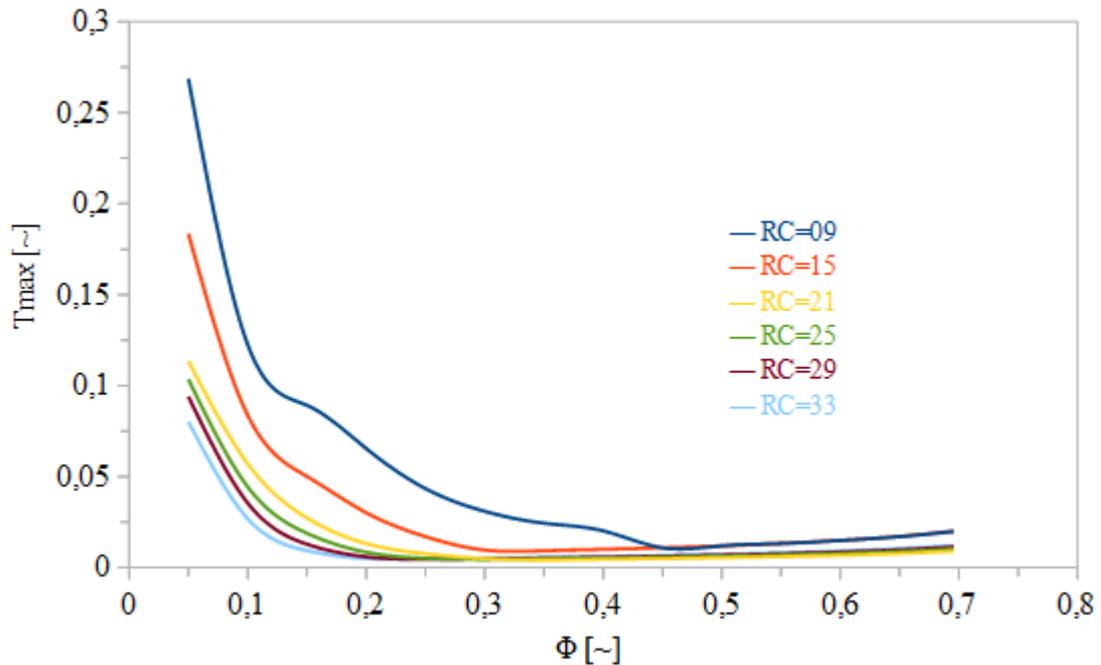


Figura 5.6 - Simulações para seis RCs distintos, com  $\Phi \approx 0,7$  (Fonte: elaborada pelo autor).

Comparando os perfis de cada uma das curvas da Fig. 5.6, em sua plenitude, constata-se que as simulações que utilizaram maior RC apresentaram temperaturas mais baixas. Isto indica que, para um mesmo  $\Phi$ , podem-se encontrar diferentes valores de  $\tilde{T}_{max}$  – de variadas configurações. Por outro lado, ao manter  $\tilde{T}_{max}$  fixo, são encontradas distintas áreas de cavidade cujos valores  $\Phi$  diminuem conforme RC é incrementado. Além disso, ao fim de cada uma das curvas de temperatura, os valores de  $\tilde{T}_{max}$  voltaram a crescer. Tal comportamento fornece indícios de que pode haver uma fração ótima entre as áreas da cavidade e do corpo sólido. Sendo assim, a Tab. 5.1 coleta os valores mínimos de  $\tilde{T}_{max}$ , com seus respectivos  $\Phi$  e RC, para cada curva da Fig. 5.6.

Tabela 5.1 Valores mínimos das máximas temperaturas, coletados das curvas da Fig. 5.6 (Fonte: elaborada pelo autor).

$\tilde{T}_{max}$	$\Phi = A_c/A$	Resolução da cavidade (RC)
0,010868	0,45	9
0,009227	0,35	15
0,004148	0,35*	21*
0,004422	0,30	25
0,004561	0,25	29
0,004907	0,25	33

\* Valores ótimos.

Os valores de  $\tilde{T}_{max}$ , apresentados na Tab. 5.1, demonstram que há um limite para o crescimento da cavidade ou, em outras palavras, aumento de  $\Phi$ , no que diz respeito a melhora no desempenho da dissipação térmica. Isto por que a temperatura máxima reduziu até  $\Phi=0,35$ . A partir deste ponto, mesmo incrementando RC,  $\tilde{T}_{max}$  volta a aumentar. Estes resultados mostram que, dada uma faixa ampla de área de cavidade, no caso cerca de 70 % do domínio (Fig. 5.6), há um  $\Phi$  ótimo ( $\Phi_{ot}$ ) para cada curva de temperatura a qual, por sua vez, é relacionada a um valor específico de RC. A Figura 5.7 demonstra essa tendência de comportamento através de duas curvas suavizadas.

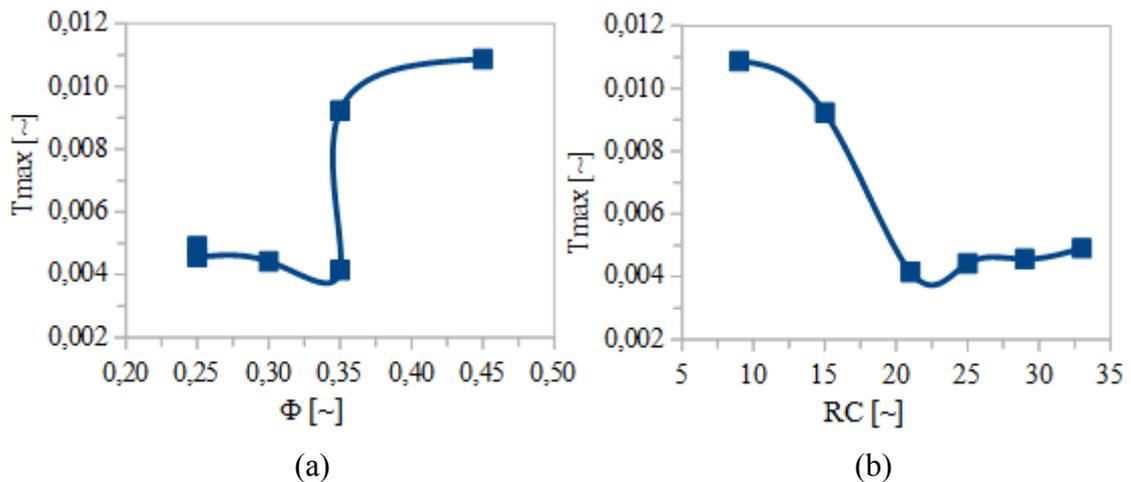


Figura 5.7 - Temperaturas máximas (curvas suavizadas): (a) em função de  $\Phi$ ; (b) em função de RC (Fonte: elaborada pelo autor).

As curvas da Fig. 5.7 reforçam o entendimento de que conforme a configuração cresce e se expande há um valor ótimo de área de cavidade. Sendo assim, salienta-se que há um ponto de inflexão, localizado em  $\Phi_{ot} = 0,35$  – Fig. 5.7 (a) –, a partir do qual as temperaturas voltam a subir. Este  $\Phi_{ot}$  remete, especificamente, a um valor de RC, conforme demonstra a Fig. 5.7 (b). Tal comportamento se deve à influência de  $\Phi$  sobre a taxa volumétrica de geração de calor –  $q''' = 1/(1 - \Phi)$  –, já descrito na Eq. (4.8).

Dentro deste contexto, cabe salientar que a implementação de uma geração de calor vinculada à área do sólido ( $A_s$ ) não é, necessariamente, uma regra, dependendo do tipo de abordagem do problema térmico. Caso esta abordagem considere que o volume do sólido não é alterado, o que difere da metodologia da presente dissertação, é razoável considerar a taxa volumétrica de geração de calor ( $q'''$ ) constante.

Como exemplos de trabalhos que utilizam  $q'''$  constante, têm-se aqueles que lidam com a otimização geométrica de cavidades, ou canais de condução (descritos anteriormente).

Para tanto, é definido  $q''' = 1$  na Eq. (4.8), pois o volume do sólido não se altera ao longo do processo de otimização das configurações (BISERNI et al., 2007; GONZALES et al., 2015; LORENZINI; BISERNI; ROCHA, 2011; LORENZINI; BISERNI; ROCHA, 2013; LORENZINI et al., 2014).

Entretanto, destaca-se que tal consideração não pode ser feita na presente dissertação. Como a cavidade é construída desde o seu início, e vai crescendo durante a simulação, o volume do sólido tende a diminuir, já que o domínio é assumido finito e constante, interferindo na taxa volumétrica de geração de calor.

Como termo comparativo, são executadas simulações (Fig. 5.8) com  $q'''$  sob duas possibilidades de geração: constante e variável – ambas adimensionais. A primeira possibilidade fixa  $q''' = 1$  enquanto a alternativa variável utiliza taxas de geração de calor –  $q''' = 1/(1-\Phi)$  – com valores entre 1 e 5. A intenção é avaliar o nível de interferência da variação de  $\Phi$  sobre os pontos de  $\tilde{T}_{max}$ .

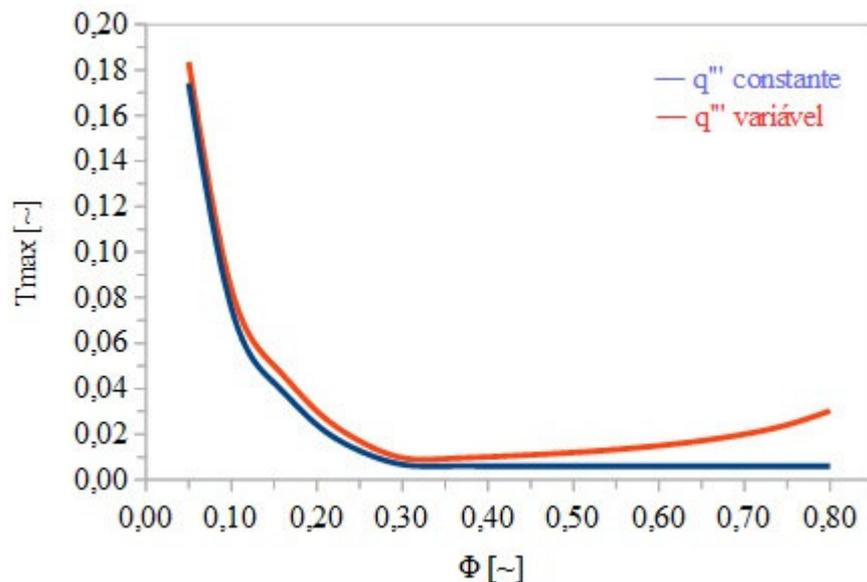


Figura 5.8 - Comparação das curvas de  $\tilde{T}_{max}$  para dois critérios de geração de calor: constante e variável, em função de  $\Phi$ , para  $RC = 15$  (Fonte: elaborada pelo autor).

Ambas simulações começam com perfis térmicos semelhantes, decrescendo  $\tilde{T}_{max}$  conforme a cavidade aumenta, porém a curva para  $q'''$  variável vai reduzindo suas temperaturas de forma mais lenta, se comparada à curva para  $q'''$  constante. Esta reação se deve à geração de calor ( $q'''$ ), definida pela Eq. (4.3), crescer com a redução da área do sólido ( $A_s$ ) ou, em outras palavras, aumento da área da cavidade ( $A_c$ ), em acordo com a Fig. 5.9.

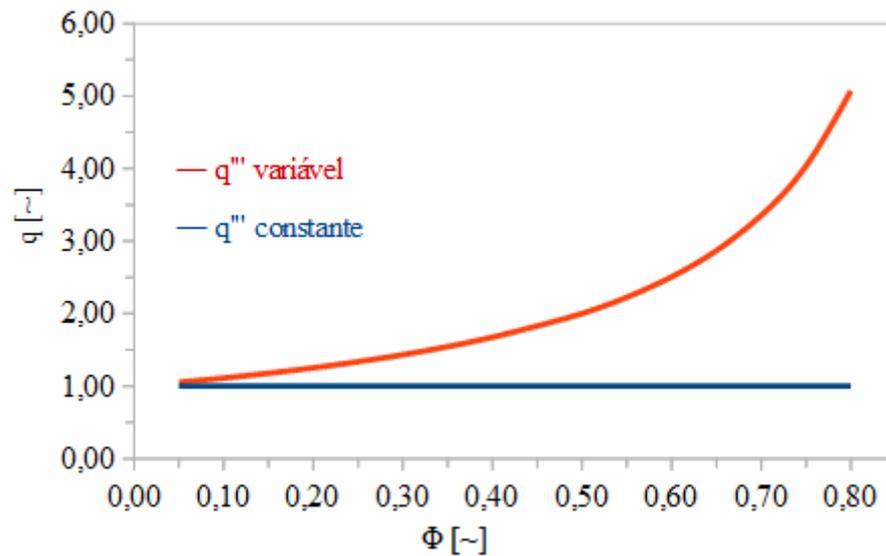


Figura 5.9 - Comparação entre os critérios de geração de calor constante e variável, em função de  $\Phi$  (Fonte: elaborada pelo autor).

Contudo, a curva para  $q'''$  variável tem influência significativa somente a partir de  $\Phi_{or}=0,35$ . Deste ponto em diante, conforme descreve a Fig. 5.8, os valores de  $\tilde{T}_{max}$  passam a crescer chegando, ao fim da simulação, a uma diferença aproximada de 6,3% em relação à curva para  $q'''$  constante. Após ultrapassar o valor ótimo de área de cavidade, o crescimento da geração de calor torna-se preponderante em relação à evolução da cavidade, o que corresponde às expectativas. Caso contrário, a cavidade deveria crescer indefinidamente o que excluiria a sua própria necessidade de existência, gerando contradição.

## 6 Conclusões

A presente dissertação desenvolveu, com base no Princípio Construtal, um estudo sobre o projeto de uma cavidade de resfriamento inserida em um corpo sólido, isotrópico, cuja geração de calor é interna e uniforme. Neste aspecto, suas faces externas, exceto as da cavidade, são adiabáticas de maneira que o calor é drenado pela superfície da cavidade, a qual é isotérmica. A taxa volumétrica de geração de calor possui dependência com a área da cavidade ( $A_c$ ) e foi definida, na forma adimensional, como  $q''' = 1/(1-\Phi)$ . A meta fundamental do trabalho esteve no desenvolvimento de um algoritmo computacional capaz de construir uma cavidade de modo que a mesma se adaptasse, continuamente, às variações do campo de temperaturas do referido sólido. Quanto ao processo de construção, adotou-se como elemento fundamental um quadrado (de lados  $D$ ) o qual tem relação com o nível de complexidade da cavidade.

Como esperado, o algoritmo é capaz de construir, evolutivamente, uma cavidade de resfriamento. A cavidade da primeira simulação, utilizando  $RC = 11$  e  $\Phi = 0,2$ , evoluiu em direção às regiões mais quentes do domínio do sólido de tal forma que, a cada passo de sua construção, no caso constituída de trinta etapas, os valores das temperaturas máximas tenderam a reduzir. Também se observou que a cavidade naturalmente assumiu configurações mais complexas, semelhantes as tratadas pela literatura, conforme a construção avançava. A primeira configuração encontrada foi do tipo I a qual se modificou, posteriormente, para as formas em T e Y, respectivamente.

O algoritmo consegue se adaptar a situações onde a cavidade inicia seu processo de construção de forma assimétrica em comparação ao eixo de simetria do domínio do sólido. O comportamento foi semelhante às simulações anteriores (onde o processo de construção iniciava simetricamente) de forma que  $\tilde{T}_{max}$  reduziu com o crescimento da cavidade. Entretanto, frisa-se que, ao comparar as curvas de temperatura dos casos assimétrico e simétrico, ainda para  $RC = 11$  e com restrição  $\Phi = 0,2$ , a configuração simétrica obteve desempenho superior. Isto por que a curva para o caso simétrico apresentou valores de  $\tilde{T}_{max}$  inferiores ao longo de todo o processo de construção, especialmente até  $\Phi = 0,08033$ .

A resolução da cavidade ( $RC$ ) tem influência significativa sobre o processo de construção e, conseqüentemente, sobre as temperaturas. Quando efetuadas simulações com  $RC=7, 9, 11, 13, 15, 21, 25, 33$  e  $41$  (todas mantendo  $\Phi = 0,05$ ), foram obtidas configurações

consideravelmente distintas entre si e com desempenhos térmicos crescentes conforme RC era incrementado. Deste modo, percebe-se que o aumento de RC permite uma maior liberdade para o processo de evolução da cavidade tornando-a, potencialmente, mais complexa.

Para um mesmo  $\Phi$ , distintos valores de RC remetem a distintas configurações de cavidades. Distintas configurações produzem a diferentes curvas de  $\tilde{T}_{max}$  em função de  $\Phi$ .

A configuração da cavidade evolui de maneira sistemática (determinística), independentemente do critério de simulação manter fixo RC e variar  $\Phi$  ou vice-versa. Neste sentido, salienta-se que as últimas simulações (Figs. 5.4 e 5.5) obtiveram uma melhora na eficiência térmica apenas pelo incremento de RC, diferentemente da primeira simulação, onde os resultados são descritos em função da área da cavidade.

A relação entre as áreas da cavidade e do sólido não é, necessariamente, uma restrição de maneira que  $\Phi$  pode ser interpretado simplesmente como um parâmetro. Este entendimento é reforçado pela Eq. (4.8), que vincula a taxa de geração de calor  $q'''$  à área do sólido ( $A_s$ ), e pelas simulações das Figs. 5.6, 5.7 e 5.8 que utilizam uma faixa de área de cavidade maior – cerca de 70% da área do domínio.

Há um valor ótimo para a área de cavidade; apesar da resistência térmica global tender a reduzir com o crescimento da área da cavidade, há um ponto (definido por  $\Phi_{ot}$ ) a partir do qual a influência de  $q'''$  torna-se mais significativa, fazendo com que  $\tilde{T}_{max}$ , que inicialmente estava decrescendo, volte a crescer. Este resultado se mostra coerente, pois justifica a existência da cavidade, propriamente dita.

Ao fim deste trabalho, considera-se os resultados das simulações plenamente satisfatórios. O algoritmo proposto (principal meta do trabalho) mostrou-se capaz de construir cavidades de maneira adaptativa às variações do campo de temperaturas.

Como sugestão para futuros trabalhos, sabendo que o modelo matemático desta dissertação possui forma retangular (com razão de aspecto  $H/L$  constante), entende-se como complementar à presente proposta a implementação de um algoritmo capaz de se adaptar a domínios de distintos formatos geométricos (triangular, hexagonal, circular, por exemplo), de maneira que seja mantida fixa a razão de aspecto. Além disso, considerando que o algoritmo proposto define, a cada execução do PDETOOL, que a cavidade seja incrementada por um elemento de cada vez, sugere-se que o algoritmo passe a permitir, a cada execução do PDETOOL, que a cavidade seja incrementada por uma quantidade maior de elementos.

## 7 Referências

ALEXANDRU, M.; BANU, V.; JORDÀ, X.; MONTSERRAT, J.; VELLVEHI, M.; TOURNIER, D.; MILLÁN, J. e GODIGNON, P. SIC Integrated Circuit Control Electronics for High-Temperature Operation. **IEEE: Transactions on Industrial Electronics**, v. 62, n. 5, 2015.

ALMOGBEL, M. e BEJAN, A. Conduction trees with spacings at the tips. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 42, p. 3739-3756, 1999.

BECKEL, CÁSSIA C.; SANTOS, CRISTINA H.; ISOLDI, LIÉRCIO A.; Dos SANTOS, ELIZALDO D. e ROCHA, LUIZ A. O.. Constructal design de caminhos não-uniforme de alta condutividade térmica em forma de “Y” para a refrigeração de corpos geradores de calor. Uberlândia: ABCM, 2014. CONEM 2014 (VIII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica), Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas, 2014.

BEJAN, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 40, p. 799-816, 1997.

BEJAN, A. Constructal theory: from thermodynamic and geometric optimization to predicting shape in nature. **Energy Convers. Mgmt**, v. 39, n. 16-18, p. 1705-1718, 1998.

BEJAN, A.; BADESCU, V. e De VOS, A. Constructal theory of economics structure generation in space and time. **Energy Conversion & Management**, v.41,p.1429-1451, 2000.

BEJAN, A. e ERRERA, M. R. Deterministic tree networks for fluid flow: geometry for minimal flow resistance between a volume and one point. **Fractals**, v.5, n. 4, p.685-695, 1997.

BEJAN, A. e ERRERA, M. R. Convective trees of fluid channels for volumetric cooling. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43, p. 3105-3118, 2000.

BEJAN, A. *Constructal Law: Optimization as Design Evolution*. Durham: Duke University (Department of Mechanical Engineering and Materials Science), 2015. 8p.

BEJAN, A. *Shape and structure, from engineering to nature*. 1.ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 324p. ISBN 978-0521793889.

BEJAN, A e LORENTE, S. Tree-shaped flow structures designed by minimizing path lengths. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 45, p.3299–3312, 2002.

BEJAN, A. e LORENTE, S. The constructal law and the thermodynamics of flow systems with configuration. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, p. 3203–3214, 2004.

BEJAN, A e LORENTE, S. The constructal law and the evolution of design in nature. **Physics of Life Reviews**, v. 8, p. 209-240, 2011.

BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O. e BEJAN, A. Inverted fins: geometric optimization of the intrusion into a conducting wall. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, p. 2577-2586, 2004.

BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O.; STANESCU, G. e LORENZINI, E. Constructal H-shaped cavities according to Bejan's theory. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, p.2132–2138, 2007.

BRUSCO, M. J. A comparison of simulated annealing algorithms for variable selection in principal component analysis and discriminant analysis. **Computational Statistics and Data Analysis**, v. 77, p. 38-53, 2014.

BURNETT, D. S. *Finite Element Analysis, from concepts to applications*. 1. ed. Massachusetts: Addison-Wesley, 1988, 844p. ISBN 0-201-10806-2.

CAMPBELL, M. I.; AMON, C. H. e CAGAN, J. Optimal three-dimensional placement of heat generating electronic components. **ASME J Electron Packag**, v. 119, p. 106-13, 1997.

ÇENGEL, Y. Transferência de calor e massa: Uma abordagem prática. 3. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2009. 928p. ISBN 978-8577260751.

CHU, C. C. N. e WONG, D. F. A matrix synthesis approach to thermal placement. **IEEE: Trans Computer-Aided Des**, v. 17, p. 1166-74, 1998.

DANCER, D. e PECHT, M. G. Component-placement optimization for convectively cooled electronics. **IEEE: Trans Reliab**, v. 38, p. 199-205, 1989.

DENTON, J. C. e KUDDUSI, L. Analytical solution for heat conduction problem in composite slab and its implementation in constructal solution for cooling of electronics. **Energy Conversion and Management**, v. 48, p. 1089-1105, 2007.

De MORAES, CÍCERO COUTO; CASTRUCCI e PLÍNIO De LAURO. Engenharia de Automação Industrial. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 2012. 347p. ISBN 978-8521615323.

EGLESE, R. W. Simulated Annealing: A tool for Operational Research. **European Journal of Operational**, Research, 1990, p.271-281.

EGRICAN, N. e KUDDUSI, L. A critical review of constructal theory. **Energy Conversion and Management**, v. 49, p. 1283-1294, 2008.

ERRERA, M. R. e BEJAN, A. Deterministic tree networks for river drainage basins. **Fractals**, v. 6, n. 3 p. 245-261, 1998.

ESLAMI, M. e JAFARPUR, K. Thermal resistance in conductive constructal designs of arbitrary configuration: a new general approach. **Energy Conversion and Management**, v. 57, p.117-124, 2012.

GHODOOSI, L. e EGRICAN, N. Exact solution for cooling of electronics using constructal theory. **Journal of Applied Physics**, v. 93, n.8, 2003

GHODOOSI, L. e EGRICAN, N. Conductive cooling of triangular shaped electronics using constructal theory. **Energy Conversion and Management**, v. 45, p. 811-828, 2004.

GHODOOSI, L. Entropy generation rate in uniform heat generating area cooled by conducting paths: criterion for rating the performance of constructal designs. **Energy Conversion and Management**, v. 45, p. 2951-2969, 2004.

GAO, T.; ZHANG, W. H.; ZHU, J. H.; XU, Y. J. e BASSIR, D. H. Topology optimization of heat conduction problem involving design-dependent heat load effect. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 44, p. 805-813, 2008.

GEE, S. B. e TAN, K. C. Online Diversity Assessment in Evolutionary Multiobjective Optimization: A Geometrical Perspective. **IEEE: Transactions on Evolutionary Computation**, v. 19, 2015.

GONZALES, G. V.; ESTRADA, E. DA S. D.; DOS SANTOS, E. D.; EMMENDORFER, L. R.; ISOLDI, L. A.; XIE, G.; ROCHA, L. A. O. e Dos SANTOS, E. D. A comparison of simulated annealing schedules for constructal design of complex cavities intruded into conductive walls with internal heat generation. **Energy**, v. 93, p. 372-382, 2015.

GOSSELIN, L. e BEJAN, A. Constructal heat trees at micro and nanoscales. **Journal of Applied Physics**, v. 96, n.10, 2004.

JI, M. e TANG, H. Application of chaos in simulated annealing. **Chaos, Solitons and Fractals**, v. 21, p.933-941, 2004.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D. e VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. **Science, New Series**, v. 220, p. 671-680, 1983.

HAJMOHAMMADI, M. R.; POOZESH, S.; CAMPO, A. e NOURAZAR, S. S. Valuable reconsideration in the constructal design of cavities. **Energy Conversion and Management**, v. 66, p. 33-40, 2013.

HUANG, Y.-J.; GUO, M.-H. e FU, S.-L. Reliability and routability consideration for MCM placement. **Microelectronics Reliability**, v. 42, p. 83-91, 2002.

LEDEZMA, G. A., BEJAN, A. e ERRERA, M. R. Constructal tree networks for heat transfer. **Journal of Applied Physics**, v. 82, p. 89-100, 1997.

LEE, J. e CHOU, J. H. Hierarchical placement for power hybrid circuits under reliability and wireability constraints. **IEEE: Transactions on Reliability**, v. 45, p. 200-207, 1996.

LEE, JING. Reliability and Wireability Optimizations for Chip Placement on Multichip Modules. **IEEE: Transactions on Electronics Packaging Manufacturing**, v. 28, n. 2, 2005.

LEE, JING. A reliability-driven placement procedure based on thermal-force model. **Microelectronics Reliability**, v. 46, p. 973-983, 2006.

LORENTE, S.; WECHSATOL, W. e BEJAN, A. Tree-shaped flow structures designed by minimizing path lengths. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 45, p. 3299-3312, 2002.

LORENZINI, G.; BISERNI, C. e ROCHA, L. A. O. Geometric optimization of isothermal cavities according to Bejan's theory. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 54, p. 3868-3873, 2011.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; ISOLDI, L. A.; Dos SANTOS, E. D. e ROCHA, L. A. O. Constructal Design Applied to the Geometric Optimization of Y-shaped Cavities Embedded in a Conducting Medium. **Journal of Electronic Packaging**, v. 133, p. 041008, 2011.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; GARCIA, F. L. e ROCHA, L. A. O. Geometric optimization of a convective T-shaped cavity on the basis of constructal theory. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 55, p. 6951-6958, 2012.

LORENZINI, G.; BISERNI, C. e ROCHA, L. A. O. Constructal design of X-shaped conductive pathways for cooling a heat-generating body. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 58, p. 513-520, 2013.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; ESTRADA, E. DA S. D.; Dos SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A. e ROCHA, L. A. O. Genetic algorithm applied to geometric optimization of isothermal Y-shaped cavities. **Journal of Electronic Packaging**, v. 136, 2014.

MALISKA, C. R.. Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos, 2004. 472p. ISBN 852-1613962.

MARCK, G; HARION, J.-L.; NEMER, M.; RUSSEIL, S. e BOUGEARD, D. A new perspective of constructal networks cooling a finite-size volume generating heat. **Energy Conversion and Management**, v. 52, p. 1033-1046, 2011.

MARTINS, GUILHERME DE FRIAS. Otimização de esforços em estruturas: influência da localização e rigidez dos apoios. 2012. 144f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2012.

MATLAB. User's Guide. The MathWorks, Inc. COPYRIGHT, 2009.

MELANIE, MITCHELL. An Introduction to Genetic Algorithms. 5. ed. Cambridge, Massachusetts: A Bradford Book The MIT Press, 1999. 158p. ISBN 0-262-13316-4.

ORDONEZ, J. C.; BEJAN, A.; e CHERRY, R. S. Designed porous media: optimally nonuniform flow structures connecting one point with more points. Durham: Duke University (Department of Mechanical Engineering and Materials Science), 2003, 14p.

ORSINI, Q. Engenharia Elétrica, microeletrônica e informática. 4º Programa de Formação Pedagógica dos Docentes da UFSC. Florianópolis, 1994.

OSTERMAN, M. D. e PECHT, M. G. Component placement for reliability on conductively cooled printed wiring boards. **ASME J Electron Packag**, v. 3, p. 149-55, 1987.

PEDRONI, VOLNEI ANTÔNIO. Circuitos Eletrônicos. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 1986. 349p. ISBN 85-216-0444-0.

QUEIPO, N. V.; HUMPHREY, A. C. e ORTEGA, A. Multiobjective optimal placement of convectively cooled electronic components on printed wiring boards. **IEEE: Trans Components, Packag Manuf Technol**, v. 21, p.142-53, 1998.

RASHID, MUHAMMAD H. Eletrônica de Potência: Circuitos, Dispositivos e Aplicações. 2. ed. São Paulo: Makron Books, 1999. 819p. ISBN 853-460598X.

REIS, A. H.; MIGUEL, A. F. e AYDIN, M. Constructal theory of flow architecture of the lungs. **The International Journal of Medical Physics Research and Practice**, v. 31, p.1135-1140, 2004.

REIS, A. H. Constructal Theory: From Engineering to Physics, and How Flow Systems Develop Shape and Structure. **Applied Mechanics Reviews**, v. 59, p. 269-282, 2006.

RIZZONI, Giorgio. Fundamentos de Engenharia Elétrica. 1. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013. 732p. ISBN 9788565837217.

ROCHA, L. A. O.; LORENTE, S. e BEJAN, A. Constructal design for cooling a disc-shaped area by conduction. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 45, p. 1643-1652, 2002.

SABZEHGAR, R; MOALLEM, M. A review of ocean wave energy conversion systems. **IEEE: Electrical Power and Energy Conference (International)**, Montreal, Canada, pp. 1-6, 2009.

SAH, C.-T. Evolution of the MOS transistor: from conception to VLSI. **IEEE: Invited paper**, v. 76, p. 1280-1326, 1988.

SOUZA, J. A. e ORDONEZ, J. C. Constructal optimization of high conductivity inserts in plates with internal heat generation. Department of Mechanical Engineering and Center for Advanced Power Systems. Florida State University, 2011.

TAVARES, ADILSON MELCHEQUE. Um estudo sobre a modelagem e o controle de veículos subaquáticos não tripulados. 2003. 219 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS, 2003.

WEI, S.; CHEN, L. e SUN, F. The area-point constructal optimization for discrete variable cross-section conducting path. **Applied Energy**, v. 86, p. 1111-1118, 2009.

WU, W.; CHEN, L. e SUN, F. On the “area to point” flow problem based on constructal theory. **Energy Conversion and Management**, v. 48, p. 101-105, 2007.

XIE, Z.; CHEN, L. e SUN, F. Geometry optimization of T-shaped cavities according to constructal theory. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 52, p. 1538-1546, 2010.

XU, X; XINGANG, L. E JIANXUN, R. Optimization of heat conduction using combinatorial optimization algorithms. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, p. 1675-1682, 2007.

ZHANG, X.; WONG, E. H.; LEE, C.; CHAI, T. C.; MA, Y.; TEO, P. S.; PINJALA, D. E SAMPATH, S. Thermo - mechanical finite element analysis in a multichip build up substrate based package design. **Microelectronics Reliability**, v. 44, p. 611-619, 2004.

ZHAN, N.; XU, Y. E WANG, Z. Research on heat-transfer and three-dimensional characteristics of natural convection in a small cavity with heat sources. **International Journal of Heat and Technology**, v. 33, p. 59-66, 2015.

ZHOU, S.; CHEN, L. e SUN, F. Optimization of constructal volume-point conduction with variable cross section conducting path. **Energy Conversion and Management**, v. 48, p. 106-111, 2007.

## Anexo 1- Algoritmo *Simulated Annealing* (SA)

### #Entrada de dados:

$S_0 \leftarrow$  configuração inicial  
 $PT_0 \leftarrow$  pseudotemperatura inicial  
 $M \leftarrow$  número máximo de iterações  
 $E \leftarrow$  número máximo de sorteios de GLs dentro do espaço de busca atual  
 $n_s \leftarrow$  contador de sucessos dos sorteios de GLs  
 $L \leftarrow$  número máximo de sucessos em  $n_s$

### #Inicialização das variáveis:

$S \leftarrow S_0$   
 $PT \leftarrow PT_0$

### #Loop externo:

$j \leftarrow 1$

Repita,

$i \leftarrow 1$

$n_s \leftarrow 0$

### #Loop interno:

Repita,

$S_i \leftarrow$  Escolhe\_GL( $S$ )

$\Delta FO_i \leftarrow FO(S_i) - FO(S)$

se, ( $\Delta FO_i \leq 0$ ) ou  $\{\exp(-\Delta FO_i/PT_j) > \text{Randomização}(0,1)\}$

$S \leftarrow S_i$

$n_s \leftarrow n_s + 1$

fim, se

$i \leftarrow i + 1$

Até ( $n_s \geq L$ ) ou ( $i > E$ )

### #Atualiza PT (função de redução):

$PT_j \leftarrow$  reduz\_PT

$j \leftarrow j + 1$

Até  $j > M$ , Fim

## Apêndice A -Código da rotina principal (Matlab)

```

%PPGEO - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA OCEÂNICA

%CÓDIGO REFERENTE À DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

%PROJETO DE CAVIDADES DE RESFRIAMENTO ATRAVÉS DO DESENVOLVIMENTO DE
%ALGORITMO EVOLUTIVO BASEADO NA TEORIA CONSTRUTAL

%MESTRANDO:JÚLIO CÉSAR BURLAMAQUI VIANNA
%ORIENTADOR:PROF.DR.JEFERSON AVILA SOUZA
%COORDINADOR:PROF.DR.ELIZALDO DOMINGUES DOS SANTOS

%ROTINA PRINCIPAL

close all;clear all;clc
t = cputime;

%Geometria geral
B = 1;%Largura do retângulo
H = 1;%Altura do retângulo

%Distância mínima entre a cavidade e a parede do dominio
dx = 0.05;

%Propriedades da cavidade
rc=7;%Resolução da cavidade
nc =rc;%Número de colunas.
%OBS:número de colunas sempre ímpar para cavidade simétrica

xx = B - 2*dx;%Limite de largura que a cavidade pode assumir
b = xx/nc; %Largura do elemento base da cavidade
h = b; %Altura do elemento base da cavidade
nl = length(0:h:(H-dx))-1; %Número de linhas

farea = b*h; %Área do elemento
phi = 0.05; %Fração entre áreas da cavidade e do sólido(phi=Ac/As)
Area = B*H; %Área total

M = [];
%Matriz para armazenar as coordenadas de cada elemento que forma a cavidade
%Esta é uma matriz estruturada que contém as informações para desenhar
%os retângulos

%Ccoordenadas iniciais do primeiro retângulo
x0 = -B/2;
y0 = 0;
rect_name=1;

%Inicializando os elemento que formam a cavidade
for i=1:nl
    yi = y0 + (i-1)*h;
    for j=1:nc
        xi = (x0 + (B-b*nc)/2) + b*(j-1);
        x1 = xi;
        x2 = xi+b;
    end
end

```

```

    y1 = yi;
    y2 = yi+h;
    nome = strcat('R', num2str(rect_name));
    rect_name = rect_name+1;
    M(i,j).x1 = x1;
    M(i,j).x2 = x2;
    M(i,j).y1 = y1;
    M(i,j).y2 = y2;
    M(i,j).nome = nome; %Usado pelo PDEtool para criar a expressao
    M(i,j).op = '+';%Simbolo +:elemento que não faz parte da cavidade
    M(i,j).flag = 0; %Fflag p/auxiliar a simplificar o desenho da forma
end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ATENCAO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%a partir daqui deve ser criado um script para definir como a cavidade sera
%criada. Abaixo tem-se um exemplo de utilizacao

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%O script de teste identifica a onde ocorre a temperatura máxima na
%cavidade. Com base nesta informação ele adiciona o elemento que tem o
%centro geométrico mais próximo das coordenadas da temperatura.

%Inicia a cavidade em uma posição aleatoria da base
% seedpos = randi(nc);
% M(1,seedpos).op = '-'; %inicia em posição aleatória

%fareaa==>Área do elemento
PS=fareaa*100/(Area*phi);%Progresso da simulação
q3L=1./(1-(fareaa/Area));%q''' :taxa volumétrica de geração de calor

q0=q3L*(Area-fareaa);%q0:geração absoluta de calor

%Inicia a cavidade ao centro(parte inferior)
M(1,ceil(nc/2)).op = '-';

%Inicia a cavidade no centro do domínio
%M(ceil(nc/2),ceil(nc/2)).op = '-';

%Inicia a cavidade no lado esquerdo do domínio
%M(1,2).op = '-';

%Inicia a cavidade no lado direito do domínio
%M(1,nc-1).op = '-';

%Primeira chamada do PDETOOL
%Simulação com o primeiro elemento cavidade
[T, Tpos]=simula_cavidade(q3L,B, H, M);
fprintf('%0.2f%%T',PS)

w=1;
Tmax_ps(w)=T*Tmax para o primeiro passo de construção da cavidade
fareaa_vet(w)=fareaa;%Vetor com cada fareaa
q3L_vet(w)=q3L;%Vetor com cada q'''

```

```

q0_vet(w)=q0;%Vetor com cada q0
w=w+1;

while (farea <= Area*phi)

    di = 0; %Índices do elemento escolhido
    dj = 0;
    d = inf;
    i=1;
    j=1;
    while(i<=nl)
        j=1;
        while(j<=nc)
            %Verifica os elementos que formam a cavidade
            if (M(i,j).op == '-')
                %Verifica elemento à esquerda
                if(j>1)
                    if (M(i,j-1).op == '+')%Vizinho à esquerda
                        %Centro geométrico em x e y
                        cx = (M(i,j-1).x1 + M(i,j-1).x2)/2;
                        cy = (M(i,j-1).y1 + M(i,j-1).y2)/2;
                        %Calc.dist.entre vizinho à esquerda e ponto de Tmax
                        cd = pdist([cx cy; Tpos(1) Tpos(2)], 'euclidean');
                        if cd<d
                            %
                            disp([i j])
                            disp('elemento a esquerda')
                            d = cd;
                            di = i;
                            dj = j-1;
                        end
                    end
                end
            end
            %Verifica elemento à direita
            if (j<nc)
                if (M(i,j+1).op == '+') %vizinho à direita
                    %Centro geométrico em x e y
                    cx = (M(i,j+1).x1 + M(i,j+1).x2)/2;
                    cy = (M(i,j+1).y1 + M(i,j+1).y2)/2;
                    %Calc.dist.entre vizinho à direita e ponto de Tmax
                    cd = pdist([cx cy; Tpos(1) Tpos(2)], 'euclidean');
                    if cd<d
                        %
                        disp([i j])
                        disp('elemento a direita')
                        d = cd;
                        di = i;
                        dj = j+1;
                    end
                end
            end
        end
        %Verifica elemento a cima
        if (i<nl)
            if (M(i+1,j).op == '+') %Vizinho acima
                %Centro geométrico em x e y
                cx = (M(i+1,j).x1 + M(i+1,j).x2)/2;
                cy = (M(i+1,j).y1 + M(i+1,j).y2)/2;
                %Calc.dist.entre vizinho de cima e ponto de Tmax
                cd = pdist([cx cy; Tpos(1) Tpos(2)], 'euclidean');
                if cd<d
                    %
                    disp([i j])
                end
            end
        end
    end
end

```

```

%                                     disp('elemento acima')
                                     d = cd;
                                     di = i+1;
                                     dj = j;
                                     end
                                     end
                                     end
                                     %Verifica elemento abaixo
                                     if (i>1)
                                     if (M(i-1,j).op == '+') %Vizinho acima
                                     %Centro geométrico em x e y
                                     cx = (M(i-1,j).x1 + M(i-1,j).x2)/2;
                                     cy = (M(i-1,j).y1 + M(i-1,j).y2)/2;
                                     %Calc.dist.entre vizinho de baixo e ponto de Tmax
                                     cd = pdist([cx cy; Tpos(1) Tpos(2)], 'euclidean');
                                     if cd<d
                                     disp([i j])
                                     disp('elemento abaixo')
                                     d = cd;
                                     di = i-1;
                                     dj = j;
                                     end
                                     end
                                     end
                                     end
                                     j=j+1;
                                     end
                                     i=i+1;
                                     end
farea=farea+b*h; %Atualiza a área da cavidade
clc
PS=farea*100/(Area*phi);%Progresso da simulação(phi)
disp(sprintf('%0.2f%%',PS))
q3L=1./(1-(farea/Area));
M(di,dj).op = '-';%di,dj definem o vizinho mais prox.do ponto de Tmax
[T, Tpos]= simula_cavidade(q3L,B, H, M);
Tmax_ps(w)=T;% Tmax para cada passo de construção da cavidade

q0=q3L*(Area-farea);

farea_vet(w)=farea;
q3L_vet(w)=q3L;
q0_vet(w)=q0;
w=w+1;

end

disp(sprintf('Tmin = %f\n',T))
e = cputime-t;
disp(sprintf('Elapsed time: %0.2f seconds.', e))

```

## Apêndice B - Código da rotina PDETOOL, adaptada (Matlab)

```

%PPGEO - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA OCEÂNICA

%CÓDIGO REFERENTE À DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

%PROJETO DE CAVIDADES DE RESFRIAMENTO ATRAVÉS DO DESENVOLVIMENTO DE
%ALGORITMO EVOLUTIVO BASEADO NA TEORIA CONSTRUTAL

%MESTRANDO:JÚLIO CÉSAR BURLAMAQUI VIANNA
%ORIENTADOR:PROF.DR.JEFERSON AVILA SOUZA
%COORIENTADOR:PROF.DR.ELIZALDO DOMINGUES DOS SANTOS

%ROTINA PDETOOL (ADAPTADA)

function [Tmax , Tpos] = simula_cavidade(q3L,B, H, M)

[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',9);
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1 1]);
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[1.5 1 1]);
set(ax,'XLim',[-B/2-0.1 B/2+0.1]);
set(ax,'YLim',[-0.1 H+0.1]);
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');

x0 = -B/2;
y0 = 0;
%Desenhando o domínio sem cavidade
pderect([x0 B/2 y0 H],'R1');
%Criando expressão para o PDE desenhar a geometria
expressao = 'R1';
[nl, nc] = size(M);
%Insere os elementos que formarão a cavidade
for i=1:nl
    for j=1:nc
        if(M(i,j).op == '-')
            pderect([M(i,j).x1 M(i,j).x2 M(i,j).y1 M(i,j).y2], M(i,j).nome)
%Desenha subretangulo
            expressao = strcat(expressao, M(i,j).op, M(i,j).nome);
%expressão=R1 - Rec; onde Rec é o retângulo de cada elemento da cavidade

set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String',expressao)
%Infere a "expressão" no PDETOOL e desenha o sólido
        end
    end
end
%
%
%Rotina para identificar as condições de contorno
n1=getappdata(pde_fig,'dll'); %Propriedades da BC(região de contorno)
nbc = size(n1,2); %Número de BC (bruto)
%Verificar o valor que mais aparece de 1 a 9 na matriz n1
ntemp = zeros(length(n1));
numeros = ntemp(1,:);
for i=1:length(n1)

```

```

    pos = n1(6,i)+1; %valor entre 0 e 9
    numeros(pos) = numeros(pos) + 1;
    pos = n1(7,i)+1;
    numeros(pos) = numeros(pos) + 1;
end
indice=1;
maior = numeros(indice);
for i=2:length(numeros)
    if numeros(i)>maior
        indice = i;
        maior = numeros(i);
    end
end
nro_bc = indice-1;

vetBC = [];%Vetor auxiliar para definir o tipo da BC: (1)neu; (2)dir
for i=1:nbc
    if (n1(7,i)==0 && n1(6,i)==nro_bc) %BC externa
        vetBC = [vetBC 1];
    end
    if (n1(7,i)|| (n1(7,i)>nro_bc && n1(6,i)==nro_bc)) %BC da cavidade
        vetBC = [vetBC 2];
    end
end
vetBC;
pdetool('changemode',0)

%Identificando o número de BC válidas
bndlines=findobj(get(ax,'Children'),'flat','Tag','PDEBoundLine');
bls=length(bndlines); %Número das condições de contorno válidas

%Definindo as BC
for i=bls:-1:1
    if (vetBC(i) == 1) %Neumann
        pdesetbd(i,'neu',1,'0','0')
    else
        pdesetbd(i,'dir',1,'1','0') %Dirichlet
    end
end

% Mesh generation:
setappdata(pde_fig,'Hgrad',1.3);
setappdata(pde_fig,'refinemethod','regular');
setappdata(pde_fig,'jiggle',char('on','mean',''));
setappdata(pde_fig,'MesherVersion','preR2013a');
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
pdetool('refine')

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
    '1.00',... %Condutividade térmica k
    '0',...
    q3L,... %Variável "q3L":taxa volumétrica de geração de calor
    '(1.0).*(1.0)',...%Coef.que multiplica a parte temporal da EDP
    '0:10',...
    '0.0',...

```

```

    '0.0',...
    '[0 100]')

%O campo "setappdata"(ao que indica)apenas mostra os valores digitados
%no campo "PDE Specification",na interface do PDE.
%Os valores efetivos estão em "PDE coefficients"(logo acima).

setappdata(pde_fig,'currparam',...
    ['1.0';...
    '1.0';...
    '1.0';...
    '1.0';...
    '0.0';...%Coeficiente de convecção
    '0.0'])

% Solve parameters:
setappdata(pde_fig,'solveparam',...
    char('0','1000','10','pdeadworst',...
    '0.5','longest','0','1E-4','','fixed','Inf'))

% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig,'plotflags',[1 1 1 1 2 1 7 1 0 0 0 1 1 0 0 1 0 1]);
setappdata(pde_fig,'colstring','');
setappdata(pde_fig,'arrowstring','');
setappdata(pde_fig,'deformstring','');
setappdata(pde_fig,'heightstring','');

% Solve PDE:
pdetool('solve')

T=get(findobj(get(pde_fig,'Children'),'flat','Tag','PDEPlotMenu'),
'UserData');
h=findobj(get(pde_fig,'Children'),'flat','Tag','PDEMeshMenu');
p=get(findobj(get(h,'Children'),'flat','Tag','PDEInitMesh'),'UserData');
%Coordenadas de cada nó.
e=get(findobj(get(h,'Children'),'flat','Tag','PDERefine'),'UserData');
t=get(findobj(get(h,'Children'),'flat','Tag','PDEMeshParam'),'UserData');
[v pos] = max(T);
Tmax = v;%Máxima temperatura
Tpos = p(:,pos);%Retorna a posição(coord.xy)de Tmax sobre o sólido

```