### MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE ESCOLA DE ENGENHARIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA OCEÂNICA

### CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM BARRAS DE POLÍMEROS REFORÇADOS POR FIBRAS

Eduardo dos Santos Abreu Filho

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica (PPGEO) da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Oceânica.

# CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM BARRAS DE POLÍMEROS REFORÇADOS POR FIBRAS

Eduardo dos Santos Abreu Filho Engenheiro Civil

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica (PPGEO) da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Área de Concentração: Engenharia Costeira

Orientador: Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real - Orientador	PPGEO/FURG
Prof. Dr. Fábio Costa Magalhães	PPGEO/IFRS
Prof. Dr. Márcio Wrague Moura	EE/FURG
Prof. Dr. Charlei Marcelo Paliga	UFPel

Prof. Dr. Liércio André Isoldi Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica

Rio Grande, Dezembro de 2020

### "CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM BARRAS DE POLÍMEROS REFORÇADOS POR FIBRAS"

### EDUARDO DOS SANTOS ABREU FILHO

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de:

### MESTRE EM ENGENHARIA OCEÂNICA

Tendo sido aprovada em sua forma final pela Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica

cio André

Coordenador do PPGEO/FURG

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real Orientador – PPGEO/FURG

Prof. Dr. Fábio Costa Magalhães Membro Interno – PPGEO/FURG

Marao W. Mouro

Prof. Dr. Márcio Wrague Moura Membro Externo - EE/FURG

Prof. Dr. Charlei Marcelo Paliga Membro Externo – UFPEL

### Ficha Catalográfica

A162c	Abreu Filho, Eduardo dos Santos. Confiabilidade de vigas de concreto armado com barras de polímeros reforçados por fibras / Eduardo dos Santos Abreu Filho. – 2020. 165 f.
	Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, Rio Grande/RS, 2020. Orientador: Dr. Mauro de Vasconcellos Real.
	1. Concreto Armado 2. Vigas 3. Barras de Polímero Reforçado por Fibras 4. <i>FRP</i> I. Real, Mauro de Vasconcellos II. Título.
	CDU 666.982
Catalog	ação na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

Dedico este trabalho a meus pais, Eduardo e Laura Abreu

### AGRADECIMENTOS

Enfim a conclusão de mais uma importante etapa da minha vida, expresso aqui meus agradecimentos a todos que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande e ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Oceânica pelo acolhimento e pela oportunidade de fazer parte deste curso que contribuiu para meu desenvolvimento profissional.

Agradeço ao meu orientador, Mauro de Vasconcellos Real, por todo conhecimento transmitido, pelo apoio e compreensão durante o desenvolvimento deste trabalho. Obrigado pela participação na minha qualificação como engenheiro.

Agradeço aos meus pais, Eduardo e Laura Abreu, fundamentais no meu desenvolvimento como ser humano. Por serem meus exemplos, referência e base, pelo apoio incondicional em todos os momentos e por serem meus maiores incentivadores. Obrigado por ensinarem valores que levarei comigo para sempre.

Agradeço aos meus irmãos, Karol e Rodrigo Abreu, pelo incentivo, pelo companheirismo e amizade que cultivamos ao longo de nossas vidas. E a minha afilhada Alice, por ser luz, amor e alegria.

Agradeço a minha tia Luzia Abreu, por se fazer presente em todos momentos da minha vida, por todo amor e dedicação e por ser uma das maiores incentivadoras e inspiração.

Agradeço à Família Viegas & Cunha, ao Eng. Ricardo Zimmermann da Cunha e ao Eng. João Soares Viegas, pelo incentivo e confiança depositada em mim ao longo desses anos. Obrigado por compartilharem conhecimento e experiência, por todo aconselhamento técnico, por contribuírem na minha formação como engenheiro, pela amizade e por todo apoio necessário para realização deste trabalho. Agradeço ainda toda equipe do escritório e a Aline, pela parceria diária.

Finalmente, agradeço a todos que estiveram comigo ao longo destes anos, a toda minha a minha família Soares e Abreu e aos meus grandes amigos.

"Perseverança é a fundação de todas as ações" Lao Tzu

### RESUMO

ABREU, E. **Confiabilidade de Vigas de Concreto Armado com Barras de Polímeros Reforçados por Fibras**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS.

A indústria da construção civil brasileira possui um papel fundamental no desenvolvimento econômico e tecnológico do país. Cada vez mais, busca-se matéria-prima de alto desempenho, maior resistência e durabilidade. As barras de polímero reforçado por fibras (FRP - Fiber-Reinforced Polymers) está entre os materiais que apresentam uma perspectiva promissora, sendo usado como armadura para o concreto, em substituição às armaduras de aço. Ressalta-se que a utilização do FRP, principalmente em ambientes marítimos, onde o aço tende a sofrer corrosão, cresceu bastante nos últimos anos. Além de anticorrosivas, as barras de FRP possuem baixo peso específico e ausência da interferência eletromagnética, que são características importantes. Contudo, o grande desafio é o baixo módulo de elasticidade e a ruptura frágil, pois no projeto de vigas de concreto armado com barras de FRP, ocorre a soma de dois materiais de comportamento frágil, diferente das vigas armadas com barras de aço, onde a falha é dimensionada pelo escoamento do aço, caracterizado por uma falha dúctil. Nesse sentido, este estudo tem como objetivo o dimensionamento e avaliação da confiabilidade do uso das armaduras de FRP em vigas de concreto armado, como substituto ao tradicional aço a fim de identificar suas vantagens e desvantagens. Para tanto, considerou-se o desempenho de vigas sob carregamentos pesados em ambientes agressivos de zonas portuárias, verificando a influência da variação de parâmetros de projeto sobre a segurança da estrutura. Foi realizada uma ampla revisão bibliográfica sobre o projeto de vigas de concreto armado com barras de FRP. O dimensionamento foi realizado para vigas armadas com barras de fibra de carbono e de vidro, de acordo com o ACI 440.1R (2015) e com barras de aço de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), comparando a capacidade do momento resistente das vigas. As variáveis envolvidas, como as propriedades mecânicas das barras, a capacidade resistente do concreto e os carregamentos, foram geradas aleatoriamente e empregadas em métodos probabilísticos para avaliação da confiabilidade estrutural. Foi utilizado o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM) para a determinação do índice de confiabilidade e a consequente probabilidade de falha, utilizando a linguagem Python, de vinte e sete vigas no Estado-Limite último de flexão e validado pelo Método de Monte Carlo. A confiabilidade das vigas em concreto armado com barras de FRP, dimensionadas de acordo com o ACI 440.1R (2015), resultou superior às vigas de concreto armado dimensionadas de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), com barras de aço. Os resultados mostraram-se coerentes e verificou-se, de uma forma geral, a solução em armaduras em FRP é viável na utilização na construção civil, desde que sejam observados os cuidados necessários em relação às propriedades deste material.

Palavras-chave: Concreto Armado, vigas, barras de polímero reforçado por fibras, FRP

### ABSTRACT

ABREU, E. **Reliability of Reinforced Concrete Beams with Fiber Reinforced Polymer Bars**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS.

The Brazilian construction industry has a fundamental role in the country's economic and technological development. We are looking for high-performance raw material, greater resistance and durability, and lower cost. Fiber Reinforced Polymers (FRP) are among the materials that present a promising perspective, being used as reinforcement for concrete instead of steel reinforcement. It should be noted that the use of FRP, especially in marine environments, where steel tends to corrode, has advanced considerably in recent years. In addition to anti-corrosion, FRP bars have low specific weight and absence of electromagnetic interference, which are important characteristics. But the big challenge is the low modulus of elasticity and the fragile rupture because in the design of reinforced concrete beams with FRP bars, there is the sum of two fragile materials. Its behavior is different from the beams reinforced with steel bars when a failure occurs by the steel yielding, a ductile failure. This study aims to evaluate the reliability of FRP reinforcement in reinforced concrete beams as a substitute for traditional steel bars to identify its advantages and disadvantages. For this purpose, the performance of beams under heavy loads in aggressive environments in port areas is considered, verifying the influence of the variation of design parameters on the structure's safety. A comprehensive bibliographic review was carried out on the design of concrete reinforced beams with FRP bars, a description of the design of concrete reinforced beams with FRP bars according to ACI 440.1R (2015), and a study on the resistant capacity of the beams using methods of structural reliability analysis. Most of the variables involved, such as mechanical properties, geometric characteristics, and loads, are randomly generated and used in these probabilistic methods to assess the structural reliability of reinforced concrete beams with FRP bars and reinforced concrete beams with steel bars. The First Order Reliability Method (FORM) is used to determine the probability of failure and the reliability index, using the Python language of twenty-seven beams in the ultimate limit state of bending. The reliability of reinforced concrete beams with FRP bars designed according to ACI 440.1R (2015) was superior to the reinforced concrete beams dimensioned according to ABNT NBR 6118 (2014), with steel bars. The results are coherent. It was verified that FRP reinforcement is feasible for use in civil construction, as long as the necessary care regarding this material's properties is observed.

Keywords: FRP, reinforced-concrete with FRP, bending in beams.

1 INTRODUÇÃO	21
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	21
1.2 JUSTIFICATIVA	24
1.3 OBJETIVOS	25
1.3.1 Objetivos Gerais	25
1.3.2 Objetivos Específicos	25
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	25
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	27
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	27
2.2 POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS - <i>FRP</i>	
2.2.1 Barras de <i>FRP</i>	31
2.2.2 Propriedades das Barras de FRP	
2.2.3 Resistência à Tração	
2.2.4 Resistência à Compressão	
2.2.5 Resistência ao Cisalhamento	
2.2.6 Aderência	
2.2.7 Fadiga	
2.2.8 Temperatura	
2.2.9 Durabilidade	42
2.3 PROPRIEDADES DO FRP: RESUMO	45
2.4 ESTUDOS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM FRP	45
3 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO	55
3.1 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM BA	ARRAS DE AÇO
DE ACORDO COM A ABNT NBR 6118 (2014)	55
3.1.1 Concreto	56
Resistência à Compressão	56
Resistência à Tração	59
Classificação do Concreto	59
3.1.2 Aço	61
3.1.3 Estados Limites	62
3.1.4 Ações nas Estruturas	62
3.1.5 Combinações de Ações nas Estruturas	63
3.1.6 Filosofia do Dimensionamento à Flexão	67

## SUMÁRIO

Domínios de Dimensionamento	
Dimensionamento	
Verificação da Capacidade Resistente no Estado-Limite Último	71
3.2 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM BARRAS	DE <i>FRP</i>
DE ACORDO COM ACI 440.1R (2015)	74
3.2.1 Propriedade dos Materiais	75
3.2.2 Combinações de Ações e Fatores de Cargas de acordo com ACI 318 (2019)	76
3.2.3 Filosofia do Dimensionamento à Flexão	77
3.2.4 Compatibilização entre Normas	
4 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	
4.1 MÉTODOS DE CONFIABILIDADE	
4.2 PROBLEMA BÁSICO	
4.2.1 Margem de Segurança	90
4.3 MÉTODO DE CONFIABILIDADE DE PRIMEIRA ORDEM (FORM)	
4.4 MÉTODO DE MONTE CARLO	
4.4.1 Probabilidade de Falha	
4.4.2 Geração de Variáveis Aleatórias	97
4.4.3 Erro de Probabilidade	
5 VERIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	
5.1 DADOS EXPERIMENTAIS	
5.2 COMPARATIVO DOS MOMENTOS DE RESISTÊNCIA ÚLTIMO	
6 AVALIAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO	) COM
BARRAS DE FRP E AÇO	
6.1 CONFIGURAÇÃO ESTRUTURAL	
7 AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO CO	DM
BARRAS DE FRP E AÇO	
7.1 ESTATÍSTICA DAS VARIÁVEIS	
7.1.1 Variabilidade das Dimensões da Seção Transversal	
7.1.2 Variabilidade da Resistência à Compressão do Concreto	
7.1.3 Variabilidade das Propriedades Mecânicas das Barras	
7.1.4 Variabilidade do Carregamento	
7.2 FUNÇÃO ESTADO-LIMITE	
7.3 ESTATÍSTICAS DAS VARIÁVEIS: RESUMO	
7.4 AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE MÉTODO <i>FORM</i>	

7.4.1 Validação da Confiabilidade pelo Método de Monte Carlo	
7.4.2 Influência da Resistência à Compressão do Concreto	
7.4.3 Influência da Resistência à Tração das Armaduras	124
7.4.4 Influência dos Valores Característicos de Carregamento	126
7.4.5 Influência da Estatística das Variáveis	
8 CONCLUSÕES	129
REFERÊNCIAS	131
APÊNDICE A – VERIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	142
APÊNDICE B – DIMENSIONAMENTO VIGAS CA-AÇO	145
APÊNDICE C – DIMENSIONAMENTO VIGAS CA- <i>FRP</i>	148
APÊNDICE D – CONFIABILIDADE MÉTODO <i>FORM</i> CA-AÇO	151
APÊNDICE E – CONFIABILIDADE MÉTODO <i>FORM</i> CA- <i>FRP</i>	

### LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Processo de deterioração de vigas em ambiente marinho	22
Figura 1.2 – Processo de corrosão da armadura de uma viga de paramento	22
Figura 2.1 – Barras de FRP	30
Figura 2.2 – Diagrama Tensão-Deformação	34
Figura 2.3 – Barras de GFRP	38
Figura 2.4 – Deslocamento na interface Fibra-Matriz de um compósito <i>GFRP</i>	40
Figura 2.5 – Interface Fibra-Matriz	43
Figura 2.6 – Interface Fibra-Matriz em um microscópio de força atômica	44
Figura 2.7 – Previsão da resistência residual e a vida útil em ambiente salino	44
Figura 2.8 – Comparação dos Momentos para ELU	47
Figura 2.9 – Ruptura por Flexão	48
Figura 2.10 – Ruptura por Cisalhamento	48
Figura 2.11 – Barras de <i>GFRP</i> e <i>CFRP</i>	49
Figura 2.12 – Barras de <i>GFRP</i>	51
Figura 3.1 – Densidade de probabilidade da resistência à compressão do concreto	57
Figura 3.2 – Diagrama Tensão-Deformação do concreto	58
Figura 3.3 – Diagrama Tensão-Deformação do aço com patamar de escoamento (a) e Diagrama	
Tensão-Deformação do aço sem patamar de escoamento (b)	61
Figura 3.4 – Domínios de Dimensionamento	68
Figura 3.5 – Diagrama Tensão-Deformação Idealizado para concreto	72
Figura 3.6 – Diagrama Tensão-Deformação Simplificado para aço	73
Figura 3.7 – Processo da Bissecante	74
Figura 3.8 – Modo de ruptura por esmagamento do concreto	78
Figura 3.9 – Modo de ruptura balanceada	78
Figura 3.10 – Modo de ruptura da barra de <i>FRP</i>	79
Figura 3.11 – Fator de redução de resistência em função da taxa de reforço	82
Figura 3.12 – Diagrama momento-deformação de vigas de concreto armado com aço e <i>FRP</i>	82
Figura 4.1 – Domínios de Segurança	88
Figura 4.2 – Funções Densidade de Probabilidade de R e S	89
Figura 4.3 – Função Densidade de Probabilidade da Margem de Segurança	91
Figura 4.4 – Domínio de Segurança e Falha no espaço de duas variáveis reduzidas	93
Figura 4.5 – Técnica da Transformação Inversa	97
Figura 5.1 – Modelo experimental de vigas de CA-GFRP - Tavares (2006)	100

Figura 5.2 – Modelo experimental de vigas de CA-GFRP - Ashour (2006)101
Figura 5.3 – Modelo experimental de vigas de CA-GFRP - Barris et al. (2013) 102
Figura 5.4 – Modelo experimental de vigas de CA-GFRP e CA-CFRP - Kassem et al. (2011) 103
Figura 5.5 – Modelo experimental de vigas de CA-GFRP - Chidananda e Khadiranaikar (2017).104
Figura 5.6 – Modelo experimental de vigas de CA-GFRP - Oliveira et al. (2018)106
Figura 5.7 – Momentos de Resistência Último - Experimental e Teórico107
Figura 6.1 – Configuração Estrutural Viga de Concreto Armado110
Figura 6.2 – Comparativo do Mrd das vigas dimensionadas em CA-FRP e CA-AÇO114
Figura 7.1 – Validação dos valores para Índice de Confiabilidade $\beta$ segundo o Método <i>FORM</i> e
Método Monte Carlo123
Figura 7.2 – Influência da Resistência à Compressão do Concreto e $\beta$ para $r = 0,25$ 123
Figura 7.3 – Influência da Resistência à Compressão do Concreto e $\beta$ para $r = 0,50$ 124
Figura 7.4 – Influência da Resistência à Compressão do Concreto e $\beta$ para $r = 0,75$ 124
Figura 7.5 – Influência da Resistência à Tração das armaduras e $\beta$ para $fck = 30 MPa$ 125
Figura 7.6 – Influência da Resistência à Tração das armaduras e $\beta$ para $fck = 50 MPa$ 125
Figura 7.7 – Influência da Resistência à Tração das armaduras e $\beta$ para $fck = 70 MPa$ 126
Figura 7.8 – Influência da Proporção de Carregamento, $r \in \beta$ para $fck = 30 MPa$ 127
Figura 7.9 – Influência da Proporção de Carregamento, $r \in \beta$ para $fck = 50 MPa$ 127
Figura 7.10 – Influência da Proporção de Carregamento, $r \in \beta$ para $fck = 70 MPa$
Figura 7.11 – Influência da Estatísticas das Variáveis128

### LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Classificação das barras de FRP: Tipo de Fibras e Aglomerantes	31
Tabela 2.2 – Classificação das barras de FRP: Tipo de Superfícies	32
Tabela 2.3 – Classificação das barras de FRP: Diâmetros	32
Tabela 2.4 – Propriedades das barras de FRP: Peso Específico	33
Tabela 2.5 – Propriedades das barras de FRP: Expansão Térmica	33
Tabela 2.6 – Propriedades das barras de FRP: Características Mecânicas	34
Tabela 2.7 – Propriedades das barras de FRP: Resistência à Tração em função do diâmetro	35
Tabela 2.8 – Temperatura: Resultados experimentais GFRP	41
Tabela 3.1 – Classificação do Concreto: Resistência dos Concretos Estruturais	60
Tabela 3.2 – Classificação do Concreto: Classes de Agressividade Ambiental	60
Tabela 3.3 – Coeficientes de Ponderação: Condições Últimas $\gamma f$	64
Tabela 3.4 – Fatores de Combinação $\gamma f$ 2: ELU ( $\Psi o$ ) e ELS ( $\Psi 1$ e $\Psi 2$ )	65
Tabela 3.5 – Combinações de Ações Últimas	66
Tabela 3.6 – Combinações de Ações de Serviço	67
Tabela 3.7 – Fator de redução Ambiental	75
Tabela 3.8 – Valores típicos para taxa de armadura balanceada para seção retangular	80
Tabela 3.9 – Resistência à compressão média do concreto, <i>f cr</i> '	84
Tabela 5.1 – Propriedades das vigas de CA-GFRP ensaiadas por Tavares (2006)	100
Tabela 5.2 – Propriedades das vigas de CA-GFRP ensaiadas por Ashour (2006)	102
Tabela 5.3 – Propriedades das vigas de CA-GFRP ensaiadas por Barris et al. (2013)	103
Tabela 5.4 – Propriedades das vigas de CA-GFRP e CA-CFRP ensaiadas por Kassem et al. (20	)11)
	104
Tabela 5.5 – Propriedades das vigas de CA-GFRP ensaiadas por Chidananda e Khadiranaikar	
(2017)	105
Tabela 5.6 – Propriedades das vigas de CA-GFRP ensaiadas por Oliveira et al. (2018)	106
Tabela 5.7 – Momentos de Resistência Último - Experimental e Teórico	108
Tabela 6.1 – Propriedades mecânicas das armaduras	110
Tabela 6.2 – Variações de carregamentos	111
Tabela 6.3 – Dados dimensionamento vigas CA-FRP	112
Tabela 6.4 – Dados dimensionamento vigas CA-AÇO	112
Tabela 6.5 – Dimensionamento vigas CA-FRP	113
Tabela 6.6 – Dimensionamento vigas CA-AÇO	113
Tabela 7.1 – Estatisticas das Variáveis: Resumo	119

Tabela 7.2 – Resultado do índice de Confiabilidade, $\beta$ , de vigas CA-FRP	
Tabela 7.3 – Resultado do índice de Confiabilidade, β, de vigas CA-AÇO	
Tabela 7.4 – Resultado do índice de Confiabilidade, $\beta$ e Probabilidade de F	alha de vigas CA-FRP
Tabela 7.5 – Resultado do índice de Confiabilidade, $\beta$ e Probabilidade de F	alha de vigas CA-AÇO

### LISTA DE SÍMBOLOS

### LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

- $A_f$  Área da seção transversal da armadura de *FRP*
- A<sub>f,min</sub> Área mínima da seção transversal da armadura de FRP
  - $A_s$  Área da seção transversal da armadura de aço
- $A_{s,min}$  Área mínima da seção transversal da armadura de aço
  - $C_E$  Coeficiente de minoração para a tensão de escoamento da armadura de *FRP*
  - $E_c$  Módulo de deformação longitudinal tangente do concreto
  - *E<sub>cs</sub>* Módulo de deformação longitudinal secante do concreto
  - $E_f$  Módulo de deformação longitudinal tangente da armadura de *FRP*
  - $E_s$  Módulo de deformação longitudinal tangente da armadura aço
  - $F_k$  Força características
  - $F_d$  Força de cálculo
  - $M_d$  Momento fletor solicitante de cálculo
  - $M_k$  Momento fletor característico
  - $M_n$  Momento nominal resistente
  - $M_R$  Momento fletor resistente
- M<sub>rd</sub> Momento resistente último
- $M_{r,exp}$  Momento de resistência último experimental
- M<sub>r,cal</sub> Momento de resistência último teórico
- $M_S$  Momento fletor solicitante
- $M_{S,q}$  Momentos fletor provenientes da carga permanente
- $M_{S,q}$  Momentos fletor provenientes da sobrecarga variável
- $P_f$  Probabilidade de falha
- *P<sub>s</sub>* Probabilidade de sobrevivência
- *R<sub>d</sub>* Resistência de ruptura da estrutura
- S<sub>d</sub> Solicitação atuante na estrutura
- T<sub>g</sub> Temperatura de transição vítrea

### LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

- *b* Largura da seção transversal
- *d* Altura útil da seção transversal
- $f_c$  Resistência à compressão do concreto
- $f_{cd}$  Resistência de cálculo do concreto

- f<sub>ck</sub> Resistência característica à compressão do concreto
- f<sub>cm</sub> Resistência média à compressão do concreto
- $f_{ct}$  Resistência à tração direta do concreto
- $f_{ctm}$  Resistência média à tração direta do concreto
- $f_c'$  Resistência especificada à compressão do concreto
- $f_f$  Resistência ao escoamento da armadura de *FRP*
- $f_{fu}$  Resistência de cálculo ao escoamento da armadura de *FRP*
- $f_{fu}^*$  Resistência característica ao escoamento da armadura de *FRP*
- $f_y$  Resistência ao escoamento da armadura de aço
- $f_{yd}$  Resistência de cálculo ao escoamento da armadura de aço
- $f_{yk}$  Resistência característica ao escoamento da armadura de aço
- g Carga distribuída permanente
- $g_k$  Valor característico da carga permanente
- g(x) Função Estado-Limite ou função performance
- *h* Altura da seção transversal
- $p_k$  Carregamento característico por metro linear
- *p*<sub>d</sub> Carregamento de cálculo por metro linear
- q Carga distribuída variável ou sobrecarga
- $q_k$  Valor característico da carga variável ou sobrecarga
- x Valor assumido para uma variável aleatória ou posição da linha neutra

### LETRAS GREGAS

- $\alpha_c$  Parâmetro de redução da resistência do concreto à compressão
- $\alpha_E$  Parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade
- $\beta$  Índice de confiabilidade
- $\gamma_c$  Coeficientes de ponderação da resistência do concreto
- $\gamma_s$  Coeficiente de ponderação da tensão de escoamento do aço
- $\gamma_f$  coeficientes de ponderação dos carregamentos
- $\xi$  Profundidade relativa da linha neutra
- $\xi_{lim}$  Profundidade relativa limite da linha neutra
- ε Deformação específica axial
- $\varepsilon_c$  Deformação específica do concreto
- $\varepsilon_{cu}$  Deformação última para o concreto comprimido
- $\varepsilon_{fu}$  deformação última de projeto das barras de *FRP*
- $\varepsilon_{fu}^*$  deformação última nominal das barras de *FRP*

- $\varepsilon_o$  Deformação inicial
- $\varepsilon_s$  Deformação específica da armadura de aço
- $\varepsilon_u$  Deformação máxima
- $\varepsilon_{yd}$  Deformação de cálculo de escoamento da armadura
- Ø Diâmetro da armadura
- $\phi$  Fator de minoração da resistência
- $\mu$  Momento fletor reduzido
- $\mu_{lim}$  Momento fletor reduzido limite
- $\rho$  Taxa geométrica da armadura longitudinal de vigas
- $\rho_f$  Taxa de armadura longitudinal das barras de *FRP*
- $\rho_{fb}$  Taxa de armadura balanceada das barras de *FRP*
- $\sigma_c$  Tensão de compressão do concreto
- $\sigma_{cd}$  Tensão de compressão solicitante do concreto
- $\Psi_o$  Fator de redução para combinações normais
- Ψ<sub>1</sub> Fator de redução para combinação frequente de ações para Estado-Limite de Serviço
- Ψ<sub>2</sub> Fator de redução para combinação permanente de ações para Estado-Limite de Serviço

### LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	American Concrete Institute
AFRP	Aramid fiber reinforced plastic
ASTM	American Society for Testing and Materials,
CA	Concreto Armado
CFRP	Carbon fiber reinforced plastic
ELS	Estado-Limite de Serviço
ELU	Estado-Limite Último
fib	Federation Internationale du Béton
FORM	First-Order Reliability Method
FOSM	First-Order Second-Moment Method
FRP	Fiber-Reinforced Polymers
FURG	Universidade Federal do Rio Grande
GFRP	Glass fiber reinforced plastic
IFRS	Instituto Federal do Rio Grande do Sul
ISIS	Intelligent Sensing for Innovative Structures
JCSS	Joint Committee on Structural Safety
JSCE	Japan Society of Civil Engineering
NBR	Norma Brasileira
PPGEO	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica
UFPel	Universidade Federal de Pelotas

### 1 INTRODUÇÃO

### **1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

O Brasil, quinto maior país do mundo em extensão territorial, possui uma área de superfície maior que oito milhões de quilômetros quadrados (km<sup>2</sup>), considerado um país continental, ocupa quase a metade do território sul-americano. O litoral brasileiro é extenso, pouco recortado e banhado a leste pelo Oceano Atlântico com aproximadamente 7.408 quilômetros (km), mas ao considerar as saliências e concavidades, a costa brasileira soma 9.200 km de extensão (ALFREDINI e ARASAKI, 2009; FIGUEIREDO, 2016).

A localização geográfica e o extenso litoral brasileiro possibilitaram a abertura de estruturas portuárias de grande importância estratégica para o país e o desenvolvimento das regiões em que estão inseridas, uma vez que relacionam o sistema de transporte terrestre ao aquaviário (FIGUEIREDO, 2016).

A ascensão dos portos brasileiros ocorreu com a abertura para o comércio internacional às nações amigas, em 1808. Hoje, as exportações brasileiras ocorrem principalmente pelo modal hidroviário, e o setor portuário é fundamental para a economia, sendo responsável pelo escoamento de cerca de 90% das exportações e mais de 90% das importações do Brasil. O sistema portuário necessita de uma estrutura para absorver a demanda do mercado, a produtividade nos processos de carga e descarga, e também a possibilidade de armazenamento quando necessário, de forma a garantir a eficiência e eficácia de todo processo que envolve (KAPPEL, 2004).

As estruturas portuárias são de grande porte e recebem carregamentos elevados, sendo construídas principalmente com o tradicional concreto armado ou concreto protendido, em razão do menor custo de materiais, execução e manutenção. Dentre os diversos tipos de estruturas portuárias, se destacam os galpões destinados ao armazenamento de diversas mercadorias, vigas de rolamento para pórticos e guindastes rolantes, edificações de sedes administrativas e estruturas de píeres, cais e entre outros (COMIN e DE SOUZA, 2017).

O concreto armado, muito conhecido e estudado, consiste na técnica mais utilizada na construção devido às características de alta resistência mecânica, trabalhabilidade, praticidade de execução e economia. Essas estruturas são duráveis, quando bem planejadas, dimensionadas e executadas. É necessário também que durante o tempo de vida útil sejam vistoriadas e reparadas (ARAÚJO, 2014). Porém, por estarem inseridas em ambientes mais agressivos e estando sujeitas a elevados carregamentos, as estruturas portuárias apresentam maior risco de deterioração, como a corrosão das armaduras de aço, o que pode comprometer sua função.

Em ambientes marítimos, o aço presente nas estruturas de concreto armado está sujeito à corrosão pela penetração de íons cloreto. Essa penetração ocorre devido à constante presença de névoa salina na atmosfera, a qual é a condição mais característica do ataque de cloretos neste ambiente. Além dessa condição de exposição, destaca-se o contato direto do concreto com a água do mar, com suas ondas e respingos, o que a ABNT NBR 6118 (2014) classifica como agressividade forte e muito forte às estruturas expostas a ambientes marítimos (ARAÚJO e PANOSSIAN, 2010). A Fig. 1.1 mostra os efeitos do processo de deterioração de vigas em ambiente marinho.



Figura 1.1 – Processo de deterioração de vigas em ambiente marinho Fonte: ARAÚJO e PANOSSIAN (2010)

Outro exemplo são os efeitos da corrosão na armadura de uma viga de paramento, como mostra a Fig. 1.2, onde ocorreu o descolamento do concreto e redução da seção da armadura.



Figura 1.2 – Processo de corrosão da armadura de uma viga de paramento Fonte: ALENCAR (2010)

Por esses motivos, a indústria, principalmente a portuária, passou a buscar alternativas de materiais que apresentassem uma maior economia global, pois sabe-se o quanto pode ser onerosa a deterioração e recuperação destas estruturas. Esse interesse, inicialmente, estava concentrado na busca por materiais de alto desempenho, técnicas de construção alternativas, obtenção de resistências mais elevadas e possíveis ganhos em relação a custos iniciais. Mas a importância da durabilidade de

uma estrutura determina o seu custo total ao longo de sua vida útil, e desta forma, a durabilidade vem ganhando espaço nas pesquisas relativas ao concreto armado (PINHEIRO, 2013).

Ainda nesse cenário consolidado e de grande utilização do concreto armado convencional, uma alternativa viável para aprimorar o problema da corrosão das armaduras de aço, são os polímeros reforçados com fibras (*Fiber-Reinforced Polymers - FRP*), que nos últimos anos passaram a ter mais destaque e ficar mais competitivos no mercado, gerando novas linhas de pesquisas e consequentemente mais confiança dos engenheiros (MACHADO, 2002; SILVA, R., 2014).

Os polímeros são materiais de alto desempenho com crescente interesse de ampliação da sua utilização devido às propriedades mecânicas, como alta resistência à tração, elevada absorção de impacto e também algumas características físicas e químicas, como o baixo peso e por não serem suscetíveis à corrosão e ao magnetismo. Assim, há expectativas quanto a durabilidade, gerando um grande potencial de ganho no ciclo de vida útil da estrutura (NETO e PARDINI, 2006).

Tais materiais vêm sendo empregados, principalmente, como reforço de estruturas existentes, mas também podem ser utilizados como armadura no concreto, substituindo a tradicional armadura de aço. São compostos poliméricos reforçados principalmente com fibras de vidro, carbono ou aramida, sendo *GFRP* (*Glass fiber reinforced plastic*), *CFRP* (*Carbon fiber reinforced plastic*) e *AFRP* (*Aramid fiber reinforced plastic*), respectivamente (MICALI, 2010). Ainda incomum, projetos de estruturas totalmente em material compósito podem ser realizados, como a passarela de pedestres inaugurada na cidade de Lleida, na Espanha, em 2004, toda fabricada com polímero reforçado por fibras de vidro (FIBERLINE, 2019).

Quanto à capacidade resistente de uma estrutura, pode-se determiná-la de acordo com as suas características e os materiais que a constitui. Porém, sabe-se que tanto as propriedades mecânicas dos materiais quanto as características da estrutura apresentam variações nos seus valores devido a algumas incertezas no momento de fabricação desses materiais e também da construção. Estes valores são considerados como variáveis aleatórias e a resposta da estrutura a um determinado carregamento é, na verdade, uma função de diversas variáveis aleatórias, que afetam o seu desempenho. Desta forma, a própria resposta da estrutura será também uma variável aleatória. Assim, ainda que uma análise feita com base nas propriedades médias dos materiais e nas dimensões nominais da construção produza uma boa estimativa do seu comportamento, a variabilidade das propriedades dos materiais componentes e das características geométricas das vigas podem ter um efeito considerável na confiabilidade destas estruturas. Por conseguinte, o conceito de confiabilidade é a probabilidade de um produto funcionar da maneira como foi projetado dentro das condições específicas e por um período de tempo determinado (NOWAK e COLLINS, 2000).

Nos últimos anos, a construção civil foi o setor que mais tem utilizado compósitos, mas no Brasil, os estudos ainda são recentes nesta área, o que torna necessário avaliar o desempenho desse material ao compará-lo com o aço, que é amplamente utilizado e com suas características físicas e mecânicas conhecidas.

### **1.2 JUSTIFICATIVA**

O reparo de estruturas para garantir a segurança e aumentar a durabilidade é cada vez mais comum devido aos projetos mais arrojados, maiores solicitações, ambientes mais agressivos e a consciência dos responsáveis técnicos. Logo, a durabilidade das estruturas portuárias associa-se ao custo global que envolve essas construções. O alto valor associado à execução se relaciona com a variedade de operações que são realizadas nessas estruturas e assim, a integridade deve permanecer da forma que foram projetadas, por toda vida útil.

A indústria da construção ainda precisa se aperfeiçoar com novos materiais e sistemas construtivos. No que envolve a melhoria de algumas propriedades do concreto armado, a substituição da armadura de aço pelos polímeros reforçados com fibras (*Fiber-Reinforced Polymers - FRP*) é viável, principalmente, se pensar na questão da corrosão.

As normas técnicas que orientam os projetos de estruturas armadas com barras de *FRP* são uma realidade em diversos países do mundo, fornecendo recomendações para este tipo de projeto. No Brasil, não há um texto normativo que forneça parâmetros, uma vez que são necessários avançados estudos sobre o comportamento desse material quanto às agressividades ambientais. Sendo assim, são muito utilizadas as recomendações do ACI 440.1R (2015) - *Guide for the desing and construction of concrete with FRP bars*, que se baseia no princípio da compatibilidade de deformações, no equilíbrio interno de forças e no controle do modo de falha do elemento.

Portanto, devido à crescente utilização do *FRP* e também em vista das diferenças já apresentadas em contraponto ao aço, a confiabilidade de vigas em concreto armado com *FRP* deve ser avaliada. Observa-se que a maioria das pesquisas existentes relativas ao tema estão concentradas nos casos de reforço estrutural, ocasionando um vazio e insegurança para utilização deste tipo de estrutura, o que justifica a realização do presente estudo.

### **1.3 OBJETIVOS**

#### 1.3.1 Objetivos Gerais

O estudo tem como principal objetivo o dimensionamento de vigas de concreto armado com barras de *FRP* e a determinação dos índices de confiabilidade conforme as recomendações e critérios do ACI 440.1R (2015), avaliando os parâmetros determinantes na resposta da estrutura e os níveis de segurança obtidos. Será considerado o desempenho de vigas sob atuação de grandes carregamentos em ambiente agressivo de zonas portuárias, bem como será realizada uma validação do modelo com estudos experimentais de vigas de concreto armado com aço.

#### 1.3.2 Objetivos Específicos

Espera-se, ainda, atingir os seguintes objetivos específicos:

Avaliar os critérios do ACI 440.1R (2015) para estruturas de concreto armado com *FRP* e da ABNT NBR 6118 (2014) para projetos de estruturas de concreto armado com aço e comparar o momento resistente para cada caso;

Verificar a confiabilidade estrutural do modelo estudado através da avaliação do índice de confiabilidade segundo o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (*FORM – First Order Reliability Method*) e validado pelo Método de Monte Carlo, o qual será aplicado para verificação do Estado-Limite último de flexão utilizando a linguagem *Python*.

Aplicar as teorias de confiabilidade na análise de estruturas e avaliar o nível de segurança atingido pelas normas;

Analisar e comparar a influência das propriedades mecânicas das barras, a capacidade resistente do concreto e os carregamentos no comportamento das vigas;

Analisar e comparar os resultados obtidos nesta pesquisa, de vigas de concreto armado com *FRP*, com os de vigas de concreto armadas com aço.

### 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este trabalho é dividido em oito capítulos e apresenta um estudo sobre a confiabilidade de vigas de concreto armado com barras de *FRP*. No **Capítulo 1** é apresentada uma contextualização do estudo e os objetivos que se espera alcançar ao final da pesquisa.

O **Capítulo 2** constitui-se em uma revisão bibliográfica onde apresenta-se um histórico sobre as propriedades dos polímeros reforçados por fibras, além de suas principais características. Também são demonstrados estudos sobre o comportamento de vigas de concreto armado com barras de *FRP* submetidas à flexão. O **Capítulo 3** apresenta o dimensionamento para vigas de concreto armado com aço de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014) e a filosofia de dimensionamento conforme o ACI 440.1R (2015). Também apresenta-se uma compatibilização entre a norma brasileira e o ACI 318 (2019).

No **Capítulo 4** são apresentados os conceitos e métodos de confiabilidade estrutural, bem como a definição do índice de confiabilidade, probabilidade de falha e variáveis aleatórias. Na sequência apresenta-se o Método de *FORM* e o Método de Monte Carlo.

Já no **Capítulo 5** é realizada a verificação do modelo numérico através de um levantamento de estudos experimentais de vigas de concreto armado com barras de *FRP* comparando os momentos de resistência último experimental e calculado.

No **Capítulo 6** é avaliado o momento resistente no dimensionamento de vigas de concreto armado com barras de *FRP* e aço segundo o ACI 440.1R (2015) e a ABNT NBR 6118 (2014), respectivamente. Também é apresentada a configuração estrutural das vigas estudadas, sendo descrito o procedimento computacional para o dimensionamento, bem como as variáveis básicas envolvidas.

O **Capítulo 7**, por sua vez, apresenta a avaliação da confiabilidade das vigas para o Estado-Limite último de flexão, bem como as estatísticas das variáveis aleatórias e a função Estado-Limite. A análise da confiabilidade foi realizada pelo Método *FORM* para determinação do índice de confiabilidade e validada pelo Método de Monte Carlo para verificação dos resultados. Ainda, realizou-se uma análise da influência dos parâmetros de projeto, como a resistência à compressão do concreto, resistência à tração das armaduras e os valores característicos de carregamento no índice de confiabilidade.

Por fim, o **Capítulo 8** apresenta as conclusões e discussões sobre os resultados obtidos na pesquisa, além de sugestões para trabalhos futuros.

### 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Segundo Matthews e Rawlings (1999), os materiais compósitos são constituídos de dois ou mais componentes e sua utilização não é uma prática recente. Os tijolos feitos de lama e reforçados com palha, por exemplo, foram muito utilizados pelas antigas civilizações, podendo ser classificados como um material compósito.

Os materiais compósitos plásticos utilizados antes do século XX eram baseados em produtos resinosos naturais como piche, caseína e albumina. As primeiras resinas laminares sintéticas foram produzidas por Berzelius, químico sueco, em 1847. Essas resinas antecederam as resinas fenólicas introduzidas no início do século XIX, onde pequenas quantidades de papel e tecido impregnados com resina fenólica, formavam lâminas, sendo utilizadas por muitos anos. Mas o verdadeiro início da utilização dos compósitos poliméricos aconteceu com a produção do poliéster reforçado com fibras de vidro (SOUZA e RIPPER, 1998).

O concreto armado, muito utilizado atualmente, também pode ser considerado um material compósito. Composto por uma substância aglomerante, agregados e água, o concreto tem origem nos impérios egípcio e romano. Já o concreto armado é atribuído ao francês Lambot quando construiu um pequeno barco, patenteado em 1855. O primeiro uso prático do concreto armado foi na construção de vasos, realizado em 1867 por Joseph Monier. No século XIX, os pesquisadores Louis Vicat, Henry Le Châtelier e René Féret tornaram o concreto de cimento Portland mais conhecido e confiável, resultando no uso generalizado em estruturas (HELENE e ANDRADE, 2017).

Nas últimas décadas, tem ocorrido um aumento acelerado na produção de materiais compósitos sintéticos e fibras finas incorporadas aos polímeros. Estima-se que a demanda por materiais compósitos vai continuar aumentando de forma constante, trazendo contribuições mais significativas (MACHADO, 2002; ACI 440.1R, 2015).

Os estudos de materiais compósitos de resina e fibras foram iniciados por diversos motivos em diferentes regiões do mundo, no entanto todos tinham em comum a busca por durabilidade causados pela corrosão da armadura de aço, a busca por métodos construtivos mais eficientes e a elevada relação de carga-peso que estes materiais possuem. Segundo ACI 440.1R (2015), o desenvolvimento dos polímeros reforçados com fibras (*FRP*) pode ser atribuído à grande utilização de compósitos após a Segunda Guerra Mundial, na década de 1940, quando a indústria aeroespacial, que há muito utilizava os compósitos, intensificou o uso durante a Guerra Fria, devido à sua alta resistência e leveza.

Hoje, as principais resinas utilizadas são de poliéster, vinil éster e epóxica, e as principais fibras utilizadas são de vidro, carbono e aramida. Os compósitos são conhecidos como polímeros reforçados com fibras de vidro, carbono ou aramida, *GFRP (Glass fiber reinforced plastic)*, *CFRP (Carbon fiber reinforced plastic)* e *AFRP (Aramid fiber reinforced plastic)*, respectivamente (MACHADO, 2002; ACI 440.1R, 2015). Os compósitos poliméricos reforçados por fibras de vidro e de carbono começaram a ser empregados a partir da segunda metade do século passado com as pesquisas realizadas por Abrahams e Dimmock (1969) e Pearce (1970) e, a sua aplicação em escala industrial se fortaleceu nos anos seguintes (BOYLE e KARBHARI, 1994).

Um dos maiores incentivos para o desenvolvimento de novas técnicas adveio do governo japonês por estarem preocupados com as consequências nas estruturas de concreto armado causadas pelos abalos sísmicos, comuns na região. O objetivo era desenvolver estudos destinados não somente para a rápida recuperação de estruturas danificadas, mas também prevenir, através do aumento de resistência, os problemas estruturais (ACI 440.1R, 2015). Esse cenário gerou a publicação do JSCE (1997) - *Japan Society of Civil Engineering - Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures using Continuous Fiber Reinforcing Materials*. Segundo Ye *et al.* (2003), o governo japonês visava garantir que as estruturas do sistema viário permanecessem utilizáveis em situações de emergência, como também, caso fossem danificadas pudessem ser recuperadas rapidamente. Assim, muitas pesquisas foram realizadas e informações foram adquiridas, principalmente após o terremoto de Kobe, em 1995, onde centenas de estruturas foram reforçadas com fibras de carbono e monitoradas para análises de desempenho estrutural com o passar do tempo. Desde então, as técnicas ganharam a Europa, as Américas e hoje, os sistemas construtivos de *FRP* têm sido aplicados em todos os continentes.

Nos Estados Unidos, a utilização da tecnologia dos compósitos para projetos iniciou em 1983, devido à maior durabilidade que esse material possui quando comparado à armadura de aço (PLECNIK e AHMAD, 1988). Em 1996, o ACI publicou um documento com um resumo de todo o conhecimento que se possuía sobre materiais compósitos aplicados a estruturas de concreto. O conteúdo foi publicado como uma recomendação no ACI 440.1R (1996) – *State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Plastic (FRP)* – *Reinforcement for Concrete Structures*. Na Europa foi publicado o *fib* 1996 - *fib Model Code for Concrete Structures*, com recomendações para o projeto de estruturas utilizando materiais compósitos, sendo que, o uso de armaduras de *FRP* já havia sido realizado na Alemanha, em 1986, com a construção de uma ponte rodoviária em concreto protendido com *FRP* e, a partir da construção dessa ponte, programas foram implementados na Europa para aumentar a pesquisa e o uso do compósito em estruturas de concreto (MEIER, 1992; TAERWE, 1997).

No Canadá, engenheiros civis desenvolveram estudos de concreto armado com *FRP* para o CAN/CSA-S6 (2006) - *Canadian Highway Bridge Design Code* e construíram diversas estruturas. Uma das principais obras foi a Ponte *Floodway* sobre o Rio Vermelho, em *Winnipeg*, concluída em 2006. A ponte possui todos os elementos de concreto acima das vigas com barras de *GFRP*, consumindo 140.000 kg de barras de *GFRP*, tornando-se a maior ponte de concreto armado não metálico do mundo e com mais de dez anos sem nenhum sinal de deterioração das barras de *GFRP*. (RIZKALLA, 1997; MUFTI *et al.* 2011; BENMOKRANE *et al.* 2012). Consequentemente, desde então, há um aumento notável no uso de barras de *GFRP* no Canadá, onde, em grande maioria, estruturas de pontes foram construídas, além de pavimentos de concreto para estradas, estruturas de tanques de água e incineradores (BENMOKRANE *et al.* 2007; DROUIN *et al.* 2011).

A primeira utilização de materiais compósitos em estruturas no Brasil foi em 1998 com o reforço externo de lajes e longarinas do viaduto de Santa Teresa, em Belo Horizonte/MG, em que foram aplicadas folhas unidirecionais de fibra de carbono e resina. Em 2011, o viaduto Santo Amaro, na zona Sul de São Paulo/SP, construído em 1969, passou por reparos devido aos problemas de infiltração e corrosão. Foi utilizado *CFRP* como reforço da estrutura, acelerando a execução da obra. Mais recentemente, em 2014, o estádio do Maracanã, no Rio de Janeiro/RJ, teve sua estrutura modernizada com objetivo de receber um público maior para Copa do Mundo, e para isso teve suas arquibancadas, pilares e vigas reforçadas com *CFRP* (COSTA, 2013; SILVA R, 2014).

A indústria nacional, seja a da construção civil ou de materiais, ainda está iniciando as pesquisas na área de materiais compósitos, quando comparada à indústria dos países pioneiros. Ainda assim, nos últimos anos, a construção civil é o setor que mais tem utilizado compósitos no Brasil, sendo necessário qualificar o comportamento desse material (RIBEIRO e DINIZ, 2013). Estudos têm sido publicados sobre a utilização de materiais compósitos, como Machado (2002), Tavares (2006), Ribeiro (2009), Silva R. (2014). Esses trabalhos destacam a evolução do tema no que diz respeito à aplicação, às propriedades físicas e mecânicas e à durabilidade desses materiais sob ação de temperatura, umidade e ambientes agressivos. Nas publicações, são citadas recomendações e/ou normas técnicas que orientam os projetos de estruturas armadas com barras de *FRP*, constituindo-se uma realidade em diversos países do mundo.

Países como o Japão (JSCE, 1997), os Estados Unidos (ACI 440.1R, 2015) e o continente Europeu (*fib* 2010) possuem recomendações para projetos de estruturas em concreto armado com *FRP* (CA-*FRP*). O Canadá (CAN/CSA-S806, 2012) foi o primeiro país a formalizar uma norma de projeto, no lugar de recomendações, publicando diretrizes consistentes com a norma de projeto de concreto armado com aço. Todas recomendações existentes são baseadas em normas de projeto para estruturas de concreto armado com aço, seguindo o método dos estados limites, mas com algumas modificações devido às propriedades mecânicas não convencionais da armadura de *FRP* e por equações baseadas em alguns trabalhos experimentais, o que provoca uma mudança na filosofia do dimensionamento.

Desta forma, no caso do concreto armado tradicional, geralmente o aço escoa antes do esmagamento do concreto, resultando em uma falha dúctil, ou seja, ocorre uma deformação do material antes da ruptura, o que diferencia do concreto armado com barras de *FRP*, onde os modos de falha são frágeis, ou seja, o material se rompe sem sofrer uma deformação considerável, sendo aceitável, desde que a resistência e critérios de serviços estejam adequados (SILVA R, 2014; ACI 440.1R, 2015).

### 2.2 POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS - FRP

O material compósito é constituído por, no mínimo, dois elementos, um de reforço normalmente filamentar e outro aglutinante, também chamado de matriz. As fibras, que formam o reforço, possuem a função de absorver as tensões de tração decorrentes dos esforços atuantes e a matriz polimérica; além de garantir a coesão das fibras, deve propiciar a transferência das tensões de cisalhamento entre os dois elementos estruturais, isto é, o concreto e a fibra (FIGUEIRAS *et al.* 2001).

Na Fig. 2.1 estão exemplificados modelos de barras de *FRP* de acordo com o ACI 440.1R (2015). Quanto à eficiência, a combinação de um material fibroso de alta resistência à tração e alto módulo de elasticidade com um material de baixo módulo e baixa resistência é a ideal. Assim, quando uma carga é aplicada em um compósito fibroso, constituído de uma matriz de baixo módulo de elasticidade reforçada com fibras de alta resistência, o fluxo plástico da matriz, sob tensão, transfere a carga para as fibras. Isso resulta em um material de alta resistência e alto módulo, o que determina a rigidez e a resistência do compósito (MACHADO, 2002; ACI 440.1R, 2015).



Figura 2.1 – Barras de FRP Fonte: ACI 440.1R (2015)

A grande variedade de resinas e fibras proporciona a utilização mais apropriada para cada tipo de aplicação, sendo possível selecionar a resina com propriedades mais adequadas ao meio ambiente, à resistência à corrosão, ao fogo e à variação de temperatura. Em outras palavras, as propriedades mecânicas dos FRP possuem uma significante variação de um produto para outro, dependendo da origem das fibras, da origem das resinas, das características geométricas, do processo e controle de qualidade durante a fabricação (KATZ, 2004; RIBEIRO, 2009).

O comportamento do compósito depende dos materiais constituintes, da composição das fibras e a interação entre os materiais. Os fatores que mais afetam o comportamento mecânico dos FRP dependem das propriedades mecânicas, orientação, comprimento, forma e composição das fibras e da aderência entre as fibras e a matriz. Assim, as características das barras não se aplicam de forma generalizada e devem ser ensaiadas e consultadas com os fabricantes.

#### 2.2.1 Barras de FRP

O ACI 440.1R (2015) descreve três processos de produção para componentes estruturais de FRP, sendo esses o processo chamado de Filament Winding para a fabricação de tubos, tanques e outros materiais normalmente cilíndricos; o processo de compactação a vácuo para a fabricação de laminados e o processo de pultrusão. As barras de FRP são produzidas predominantemente pelo processo de pultrusão, sendo escolhido tanto pela consistência do produto quanto pela economia proporcionada. Por sua vez, o processo de pultrusão é uma técnica em que as fibras contínuas são impregnadas pela resina e o conjunto, fibra e matriz polimérica, sendo conduzido ao molde, com a geometria desejada (BAKIS, 1993). Segundo Yamasaki et al. (1993), as barras de FRP podem ser classificadas de acordo com os materiais constituintes e a estrutura superficial. Na Tabela 2.1, tais barras estão classificadas de acordo com os tipos de fibras e os tipos de aglomerantes.

- FIBRAS -	CARBONO	CARBONO PITCH
		CARBONO PAN
	VIDRO	VIDRO-S
		VIDRO-E
		VIDRO ÁLCALI RESISTENTE
	SINTÉTICAS	POLIACRÍLICA
		POLIARAMIDA (NYLON, ARAMIDA)
		POLIVINÍLICA (VINIL)
		EPÓXI
AGLOMERANTE	RESINAS	POLIÉSTER
DAS FIBRAS		VINIL ÉSTER
	CIMENTO	CIMENTO PORTLAND
	Fonte: Adaptado de VAI	MASAKI et al (1993)

Tabela 2.1 - Classificação das barras de *FRP*: Tipo de Fibras e Aglomerantes

Fonte: Adaptado de YAMASAKI *et al.* (1993)

As barras de *FRP* possuem uma elevada resistência à tração na direção longitudinal das fibras, ou seja, possuem um comportamento anisotrópico (BANK, 1993). Todavia esse comportamento, de acordo com a ACI 440.1R (2015), resulta na resistência ao cisalhamento e na aderência das barras ao concreto.

Na Tabela 2.2, as barras são classificadas de acordo com o tipo de superfícies encontradas na bibliografia.

LISA	AREADA	
	NÃO AREADA	
DEFORMADA	TRANÇADA AREADA	
	TRANÇADA NÃO AREADA	
	ESPIRAL	
	EM FORMA DE CORDOALHA	
	DENTADA	
	TORCIDA	
Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)		

Tabela 2.2 - Classificação das barras de FRP: Tipo de Superfícies

Segundo ACI 440.1R (2015), as barras de *FRP* estão disponíveis comercialmente em diferentes diâmetros, conforme mostra a Tabela 2.3.

NOME	ENCLATURA DAS BARRAS	DIÂMETRO NOMINAL	ÁREA
PADRÃO	CONVERSÃO MÉTRICA	(mm)	$(mm^2)$
Nº 2	Nº 6	6,4	31,6
Nº 3	Nº 10	9,5	71
Nº 4	Nº 13	12,7	129
Nº 5	Nº 16	15,9	199
Nº 6	Nº 19	19,1	284
Nº 7	Nº 22	22,5	387
Nº 8	Nº 25	25,4	510
Nº 9	Nº 29	28,7	645
Nº 10	Nº 32	32,3	819
Nº 11	Nº 36	35,8	1006

Tabela 2.3 – Classificação das barras de FRP: Diâmetros

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)

#### 2.2.2 Propriedades das Barras de FRP

As propriedades físicas e mecânicas são as características de maior importância na avaliação de sua utilização para armadura, pois afetam diretamente no comportamento da estrutura. Normalmente, o *FRP* possui um peso específico baixo, sendo cerca de 4 a 6 vezes mais leve do que o aço, como mostra a Tabela 2.4. Essa característica favorece o transporte e o manuseio dos

compósitos, facilitando o trabalho de instalação do *FRP* na obra e, consequentemente diminuindo o tempo de instalação, sendo uma característica relevante em qualquer avaliação de viabilidade para armaduras estruturais (MACHADO, 2002; AFIFI *et al.* 2013).

Tabela 2.4 – Propriedades das barras de FRP: Peso Específico

	AÇO	GFRP	CFRP	AFRP
PESO ESPECÍFICO (g/cm <sup>3</sup> )	7,90	1,25 a 2,10	1,50 a 1,60	1,25 a 1,40
Fonte: ACI 440.1R (2015)				

Segundo Bank (1993), o coeficiente de expansão térmica das barras de *FRP* varia da direção longitudinal para a direção transversal, pois depende dos tipos de fibra, da resina e da relação volumétrica das fibras. As propriedades das fibras afetam o coeficiente de expansão térmica longitudinal e as propriedades das resinas afetam o coeficiente transversal. Na Tabela 2.5, demonstram-se as variações de coeficientes de expansão térmica nas direções longitudinais e transversais das barras de *FRP* e aço.

Tabela 2.5 – Propriedades das barras de FRP: Expansão Térmica

DIREÇÃO	CONSTANTE (x10 <sup>-6</sup> /°C)			
	AÇO	GFRP	CFRP	AFRP
LONGITUDINAL	11,70	6,0 a 10,0	-9,0 a 0,0	-6,0 a -2,0
TRANSVERSAL	11,70	21,0 a 23,0	74,0 a 104,0	60,0 a 80,0
Fonte: MASMOUDI (2005)				

Observa-se que os coeficientes negativos de expansão térmica indicam que o material se contrai com o aumento da temperatura e se expande com a diminuição da temperatura. Os polímeros reforçados com fibras têm uma expansão térmica na direção transversal muito mais alta que na direção longitudinal e também maior que a expansão térmica do concreto endurecido (MASMOUDI *et al.* 2005). A diferença entre o coeficiente transversal de expansão térmica das barras de *FRP* e do concreto pode causar fissuras no interior do concreto com o aumento de temperatura e, consequentemente o descolamento do cobrimento (GENTRY e HUSAIN, 1999; BELLAKEHAL *et al.* 2013; ZAIDI *et al.* 2013).

#### 2.2.3 Resistência à Tração

A resistência à tração das barras de *FRP* é normalmente maior do que das barras de aço utilizadas no tradicional concreto armado e o módulo de elasticidade menor, com exceção das fibras de carbono, que podem apresentar um módulo de elasticidade mais elevado. A resistência à tração e à rigidez das barras de *FRP* dependem de diversos fatores (SANTOH, 1993).

Segundo Wu (1990), a proporção do volume de fibra para o volume geral das barras de *FRP*, ou seja, a fração do volume de fibra afeta diretamente a resistência à tração das barras, visto que as resinas possuem uma resistência à tração muito menor quando comparadas às fibras. Assim, as variações de resistência e rigidez nas barras ocorrem com diferentes frações de volumes de fibras, mesmo as barras com diâmetros, aparência e componentes idênticos. Outros fatores que afetam as características mecânicas das barras de *FRP* são a taxa de cura, o processo de fabricação e o controle de qualidade. Na Tabela 2.6 apresentam-se as propriedades mecânicas de barras de *FRP* utilizadas no mercado.

	AÇO	GFRP	CFRP	AFRP
Tensão de Escoamento Nominal (MPa)	276 a 517	-	-	-
Resistência à Tração (MPa)	483 a 690	483 a 1600	600 a 3690	1720 a 2540
Módulo de Elasticidade (GPa)	200	35 a 51	120 a 580	41 a 125
Deformação no Escoamento (%)	0,14 a 0,25	-	-	-
Deformação na Ruptura (%)	6,0 a 12,0	1,2 a 3,1	0,5 a 1,7	1,9 a 4,4
Fonte: ACI 440.1R (2015)				

Tabela 2.6 – Propriedades das barras de FRP: Características Mecânicas

As barras de *FRP* quando submetidas à tração não apresentam um comportamento plástico, ou seja, não ocorre escoamento antes da ruptura, o que caracteriza a relação tensão-deformação linearmente elástica até a falha. A Fig. 2.2 apresenta o diagrama tensão-deformação do aço, com um patamar de escoamento, validando o comportamento dúctil (elasto-plástico) e das barras de *FRP*, onde observa-se o comportamento elasto-frágil do material compósito, caracterizado por uma ruptura imediata que acontece sem alteração significativa de deformação (TAMURA, 1993; NORITAKE *et al.* 1993).



Figura 2.2 – Diagrama Tensão-Deformação Fonte: Adaptado de MACHADO (2002)

No dimensionamento de vigas de concreto armado com barras de *FRP*, ocorre a soma de dois materiais de comportamento frágil, existindo a possibilidade de uma ruptura brusca. As vigas de concreto armado com aço, a falha ocorre pelo escoamento do aço e caracteriza-se uma falha dúctil. Por conseguinte, ocorre uma mudança de paradigmas, sendo que no projeto de vigas em concreto armado com *FRP* a falha do concreto é mais desejada do que a falha do compósito (NANNI, 1993)

Diferente das barras de aço, a resistência à tração de uma barra de *FRP* pode variar com o mesmo diâmetro e a determinação dessas propriedades por ensaios, é desafiador, pois as concentrações de tensão nos pontos de ancoragem e nas proximidades dos corpos de prova podem levar a falhas prematuras. Os métodos de ensaios para determinar a resistência à tração e rigidez das barras de *FRP* estão disponíveis na ASTM D7205.

Logo, as propriedades mecânicas de uma barra de *FRP* devem ser obtidas do fabricante, mas uma distribuição Normal (Gaussiana) por via de regra é utilizada para representar a resistência de um grupo de barras (KOCAOZ *et al.* 2005). A resistência à tração das barras de *FRP* se dá em função do diâmetro, sendo que os menores diâmetros correspondem às maiores resistências, demonstrado na Tabela 2.7.

<b>CONVERSÃO ΜΈΤΡΙCA</b>	RESISTENCIA À TRAÇÃO MÍNIMA		
CONVERSÃO METRICA	GFRP (MPa)	CFRP (MPa)	
Nº 6	760	1450	
Nº 10	760	1310	
Nº 13	690	1170	
Nº 16	655	1100	
Nº 19	620	1100	
Nº 22	586	-	
Nº 25	550	-	
Nº 29	517	-	
Nº 32	480	-	

Tabela 2.7 – Propriedades das barras de FRP: Resistência à Tração em função do diâmetro

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)

Os fabricantes devem relatar uma resistência à tração mínima, informar uma tensão de ruptura mínima e um módulo especificado. Esses valores mínimos de resistência e deformação fornecem uma probabilidade de 99,87% de que os valores indicados sejam excedidos por barras de *FRP* similares, desde que pelo menos 25 amostras sejam testadas (MUTSUYOSHI *et al.* 1990; DALLY e RILEY, 1991). Se menos amostras forem testadas ou uma distribuição diferente for usada, textos e manuais sobre análise estatística devem ser consultados para determinar o nível de confiança dos parâmetros de distribuição. Em qualquer caso, o fabricante deve fornecer uma descrição do método utilizado para obter as propriedades de tração relatadas (ACI 440.1R, 2015).

As barras de *FRP*, em geral, não podem ser dobradas depois de fabricadas, com exceção das que possuem resina termoplástica, o que permite remodelar com a adição de calor e pressão. No entanto, as barras de polímero reforçadas com fibra podem ser fabricadas com dobras, mas uma redução de resistência entre 40 e 50%, em comparação com a resistência à tração de uma barra reta, pode ocorrer devido às concentrações de flexão e tensão da fibra (NANNI *et al.* 1998).

#### 2.2.4 Resistência à Compressão

A resistência à compressão das barras de *FRP* é menor que a resistência à tração, de acordo com os resultados de estudos realizados por Mallick (1988) e Wu (1990), onde concluíram que a resistência à compressão em relação à resistência à tração é aproximadamente 55% para *GFRP*, 78% para *CFRP* e 20% para *AFRP*. Assim, segundo o ACI 440.1R (2015), deve-se realizar uma análise criteriosa no uso de barras de *FRP* para resistir tensões à compressão. O modo de falha para barras de *FRP* sujeitas à compressão longitudinal pode incluir falha transversal à tração, microflambagem da fibra ou falha por cisalhamento. O modo de falha depende do tipo de fibra, da relação volumétrica das fibras e do tipo de resina.

O módulo de elasticidade na compressão é menor quando comparado à tração, segundo os resultados apresentados no ACI 440.1R (2015) de estudos realizados por Mallick (1988) e Ehsani (1993), onde o módulo de elasticidade à compressão é de aproximadamente 80% para *GFRP*, 85% para *CFRP* e 100% para *AFRP* do módulo de elasticidade à tração para o mesmo produto. A justificativa mais aceita para os valores levemente mais baixos do módulo de elasticidade na compressão é a falha prematura no teste resultante da vassoura final e da microflambagem interna de fibras sob carga compressiva. Os métodos de teste padrão ainda não foram estabelecidos para caracterizar o comportamento compressivo das barras de *FRP*. Se as propriedades compressivas de uma barra *FRP* específica forem necessárias, elas deverão ser obtidas com o fabricante da barra, o qual deve fornecer uma descrição do método de teste usado para obter as propriedades de compactação relatadas.

#### 2.2.5 Resistência ao Cisalhamento

Segundo o ACI 440.1R (2015), a resistência ao cisalhamento das barras de *FRP* é relacionada com a matriz polimérica utilizada e geralmente apresentam baixa resistência, estando sujeitas principalmente ao cisalhamento transversal. A orientação das fibras em uma direção fora do eixo através das camadas de fibra aumentará a resistência ao cisalhamento, dependendo do grau de deslocamento. Se as propriedades de cisalhamento de uma barra de *FRP* específica forem necessárias,
elas devem ser obtidas com o fabricante, fornecendo uma descrição do método do teste utilizado para obter os valores de cisalhamento.

# 2.2.6 Aderência

A aderência das barras de *FRP* no concreto depende do processo de fabricação, das propriedades de superfície, das propriedades mecânicas das barras e das condições ambientais. A força de aderência ao ancorar uma barra no concreto pode ser transferida pela resistência de adesão da interface ou aderência química, pela resistência de atrito na interface e pelo travamento devido às nervuras da superfície (NANNI *et al.* 1997; BAKIS *et al.* 1998; FREIMANIS *et al.* 1998). Nas barras de *FRP*, a resistência de aderência é transferida da resina para as fibras, e uma falha de aderência na resina é possível. Estudos sobre a aderência entre *FRP* e concreto relacionam esta falha ao ambiente úmido e alcalino encontrado no concreto. A aderência da barra de *FRP* depende da transferência de cisalhamento entre a barra e o concreto e entre fibras individuais dentro da barra. Ambientes que degradam a resina do *FRP* ou a interface da fibra/resina também degradam a aderência das barras ao concreto (EHSANI *et al.* 1996; BENMOKRANE, 1997; MOSLEY, 2002; WAMBEKE e SHIELD, 2006).

Achille e Pilakoutas (2004) realizaram um estudo de aderência das barras de *CFRP*, *GFRP*, *AFRP* e aço no concreto, ensaiando ao arrancamento barras imersas em cubos de concreto. Os parâmetros variados foram: comprimento de ancoragem, resistência do concreto, irregularidade da superfície e diâmetro das barras. Os autores concluíram que os modos de ruptura por perda de aderência das barras de *FRP* diferem, na maioria dos casos, do que ocorre com as barras de aço. Para concretos com resistências superiores a 30 MPa, por conseguinte, eles comprovaram que a ruptura ocorre na superfície da barra de *FRP*, devido à primeira camada da barra soltar-se. Consequentemente, a ruptura por perda de aderência das barras camadas das barras.

Ruiz Emparanza *et al.* (2018) afirmam que existe um espaço de conhecimento relacionado à durabilidade e ao aprimoramento das diferentes nervuras na superfície das barras de *FRP*, as quais são necessárias para obter uma aderência adequada ao concreto, abordando no estudo a durabilidade da aderência das barras de *GFRP* ao concreto. Os autores avaliaram as propriedades mecânicas e de aderência do concreto às barras, submetidos ao condicionamento acelerado. Para esse fim, as amostras foram expostas a câmaras de água do mar em circulação, a diferentes temperaturas por diferentes períodos de tempo. As barras de *GFRP* (Fig. 2.3) selecionadas foram feitas com as mesmas fibras de vidro, mas diferentes métodos de fabricação e tipos de nervuras na superfície. Os testes de aderência após a exposição foram realizados de acordo com a norma ASTM D7913.



Figura 2.3 – Barras de *GFRP* Fonte: RUIZ EMPARANZA *et al.* (2018)

Resultados preliminares mostraram variações da aderência de resistência ao concreto nas mesmas barras de *GFRP*, mas com diferentes nervuras na superfície. No entanto, a durabilidade para os diferentes tipos de superfície das barras selecionadas não exibiu uma mudança significativa na aderência com o concreto durante o período de tempo exposto.

# 2.2.7 Fadiga

As barras de polímero reforçadas com fibra, sujeitas a uma tensão constante ao longo do tempo, podem falhar repentinamente após um período. Também chamado de tempo de resistência, o fenômeno pode ocorrer com a ruptura por fluência ou fadiga estática. A ruptura por fluência não é um problema para estruturas em concreto armado com aço, exceto em temperaturas extremamente altas, como em situações de incêndio. À medida que a razão entre a tensão de tração e a força de curto prazo das barras de *FRP* aumenta, o tempo de resistência diminui. Dessa forma, o tempo de resistência à ruptura por fluência também pode diminuir irreversivelmente sob condições ambientais adversas, como alta temperatura, exposição à radiação ultravioleta, alta alcalinidade, ciclos de umidade ou ciclos de congelamento e descongelamento (ACI 440.1R, 2015).

Segundo Curtis (1989), as barras de *CFRP* são menos propensas à falha por fadiga quando comparadas às barras de vidro ou aramida. Em um milhão de ciclos de carregamento, o estudo concluiu que a resistência de fadiga está geralmente entre 50% e 70% da resistência inicial e não é afetada pela umidade e por altas temperaturas, salvo quando a resina ou interface for consideravelmente degradada pelo ambiente. Fatores ambientais possuem importante influência no comportamento à fadiga de fibras de vidro devido à suscetibilidade destas fibras quanto à umidade, soluções alcalinas e ácidas. As *AFRP* possuem um comportamento excelente sob tensão de fadiga.

No que diz respeito às características de fadiga das barras de *FRP*, são utilizados os métodos de teste padrão citados no ACI 440.1R (2015) e deve-se sempre consultar o fabricante da barra para obter as propriedades à fadiga.

# 2.2.8 Temperatura

A resistência de elementos de concreto armado com *FRP* submetidos à flexão e a altas temperaturas, pode ser determinada considerando as possíveis diferenças de aquecimento de maneira semelhante a elementos de concreto armado com aço (ACI 440.1R, 2015). Os efeitos da exposição a temperaturas elevadas na capacidade de cisalhamento e compressão axial de elementos de concreto armado com *FRP* não são bem conhecidos, e pesquisas são necessárias nessa área. O tipo de barra, o tipo de agregado e o cobrimento de concreto influenciarão no desempenho da estrutura armada com *FRP* exposta a altas temperaturas. As características das barras são importantes porque todos os materiais da *FRP* sofrerão reduções significativamente diferentes nas propriedades mecânicas e de aderência (BISBY *et al.* 2005).

O comportamento de transferência de calor de lajes e vigas de concreto armado com *FRP* expostas a temperaturas elevadas é semelhante às estruturas de concreto armadas com aço. Os agregados e o cobrimento influenciam significativamente na transferência de calor para a armadura durante a exposição ao fogo, tanto na zona exposta quanto na zona de ancoragem. (KODUR e BISBY 2005; NIGRO *et al.* 2011).

Como os materiais de *FRP* são geralmente mais sensíveis do que as barras de aço em temperaturas elevadas, o tipo de armadura influencia na resistência ao fogo dos elementos de concreto armado, pois as barras de *FRP* podem ter resistências mais baixas ao fogo quando comparadas ao aço. A armadura não irá queimar devido à falta de oxigênio, porém, haverá redução da rigidez dos polímeros devido ao calor excessivo, redução das propriedades mecânicas das barras e a perda da ancoragem pelo derretimento da resina da qual as barras são fabricadas (BISBY e KODUR, 2007).

Temperatura de transição vítrea das resinas dos compósitos,  $T_g$ , é como denomina-se a temperatura em que as barras de *FRP* perdem rigidez. O valor de  $T_g$  depende do tipo de resina, mas geralmente fica entre 93 e 120°C. Nos materiais compósitos, as fibras possuem propriedades térmicas melhores que a resina, podendo continuar a suportar a carga na direção longitudinal, mas a resistência de tração do compósito será reduzida como um todo devido à redução de transferência de força entre as fibras e a resina (KATZ *et al.* 1999; CHOWDHURY *et al.* 2011; NIGRO *et al.* 2012).

Segundo estudo realizado por Kumahara *et al.* (1993), em temperaturas de 250°C, muito mais elevada que T<sub>g</sub>, a resistência à tração de barras de *GFRP* e *CFRP* reduziram em mais de 20%.

Também, a resistência ao cisalhamento e a resistência à flexão são reduzidas de forma significativa em temperaturas acima de T<sub>g</sub>. As características da superfície das barras de *FRP* são essenciais para manter a aderência ao concreto. Em temperaturas perto de T<sub>g</sub>, as propriedades mecânicas dos polímeros são significativamente reduzidas, e os polímeros não transferem as tensões do concreto para as fibras.

Saafi (2002) realizou um estudo a partir de resultados de ensaios de vigas de concreto armadas com barras de *CFRP*, *GFRP*, *AFRP* e aço, apresentando os efeitos do cobrimento, do tempo de exposição ao fogo nas resistências à flexão e ao cisalhamento das vigas e à temperatura das barras de *FRP*. O autor concluiu que sob exposição ao fogo, as temperaturas das barras de *FRP* diminuem com o aumento do cobrimento do concreto e as vigas apresentam redução de resistência na flexão e ao cisalhamento a partir de 100°C. Por fim, recomenda-se que o cobrimento mínimo para o concreto armado com *FRP* seja de 64 mm.

Uma pesquisa realizada por Kamal e Boulfiza (2011) sobre a durabilidade de barras de *GFRP* em ambientes alcalinos, com matriz de vinil-éster, realizadas sobre a penetração de íons alcalinos e degradação da interface fibra-matriz ou somente da fibra ou da matriz, demonstrou que em temperaturas menores que 75°C não houve interferências ou mudanças na microestrutura das barras, mas que, a partir dessa temperatura, independente da solução alcalina, há um deslocamento entre a fibra e a matriz. Na Fig. 2.4 é demonstrado o deslocamento na interface fibra-matriz em uma ampliação em microscópio eletrônico de varredura de uma barra de *GFRP* sob solução alcalina após 12 meses de exposição à temperatura de 75°C.



Figura 2.4 – Deslocamento na interface Fibra-Matriz de um compósito *GFRP* Fonte: Adaptado de KAMAL e BOULFIZA (2011)

Yu e Kodur (2013) apresentaram um estudo numérico sobre a influência do cobrimento e do isolamento térmico no comportamento de vigas de concreto armado com barras de *CFRP*, *GFRP* e aço em situações de incêndio. Os autores concluíram que o modelo numérico conseguiu prever o comportamento das vigas de concreto armadas com barras de *FRP* sob situação de incêndio. Também constataram que as vigas de concreto armado com *GFRP* possuem menor resistência ao fogo do que as armadas com barras de *CFRP*, e ainda, possuem menor resistência do que as armadas com barras de aço. Quanto aos cobrimentos de concreto das vigas, concluíram que a cada 13 mm de aumento corresponde a um aumento de cinco minutos da resistência ao fogo. Ainda verificaram que uma viga armada com *FRP* e com isolamento térmico pode resistir até 150 minutos a condições normais de incêndio e a mais de três horas em condições moderadas de incêndio. As condições de incêndio estão previstas na norma ASTM E119.

Nigro *et al.* (2013) apresentaram um método de cálculo de momento fletor resistente de vigas e lajes de concreto armadas com barras de *FRP* em situação de incêndio.

Robert e Benmokrane (2010) realizaram um estudo sobre o efeito da temperatura em barras de *GFRP* de 12,7 mm de diâmetro, mostraram que as resistências à tração, cisalhamento e flexão aumentaram em temperaturas inferiores a zero e diminuíram em temperaturas superiores a 50°C, como mostra a Tabela 2.8. Assim, os resultados apresentados na tabela demonstram que, quando comparados com a temperatura ambiente de 25°C, as barras de *GFRP* submetidas a uma temperatura de -100°C, as resistências à tração, ao cisalhamento e à flexão aumentaram de 19%, 53% e 68% respectivamente. Entretanto, quando as barras foram submetidas a uma temperatura de 325°C as resistências à tração, ao cisalhamento e à flexão diminuíram de 53%, 78% e 94% respectivamente.

ΤΕΜΦΕΡΑΤΙΙΡΑ	ΒΑΒΒΑς	RESISTÊNCIA	<b>RESISTÊNCIA AO</b>	RESISTÊNCIA
1  EMP EXALUXA		À TRAÇÃO	CISALHAMENTO	À FLEXÃO
( ( )	(ON)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
-100	5	897	304	1873
-80	5	838	281	1750
-60	5	785	255	1516
-40	5	791	227	1325
-20	5	784	219	1288
0	5	754	211	1101
25	5	756	199	1093
50	5	757	198	1088
100	5	674	177	922
150	5	532	176	255
200	5	513	114	142
250	5	464	56	106
300	5	405	50	74
325	5	353	44	65

Tabela 2.8 – Temperatura: Resultados experimentais GFRP

Fonte: ROBERT e BENMOKRANE (2010)

Assim, um projeto com elementos de concreto armado reforçado com *FRP* para segurança contra incêndio deve ser realizado com uma compreensão clara dos critérios estruturais apropriados de resistência ao fogo aplicáveis aos edifícios em que são propostos. Deve-se considerar as reduções

induzidas pela temperatura na aderência entre as barras de *FRP* e o concreto. A utilização de testes de resistência ao fogo fornecida pela ASTM E119 é recomendada, segundo ACI 440.1R (2015).

# 2.2.9 Durabilidade

A durabilidade das estruturas de concreto armado está diretamente ligada a fatores climáticos como umidade excessiva do ar e variações bruscas de temperatura. Devido ao extenso litoral brasileiro, o contato com a água salgada, a maresia e outros agentes químicos são fatores que afetam as estruturas de concreto. Isso contribui para a corrosão das armaduras de aço do concreto armado convencional, que fica em desvantagem quando comparado com o uso de barras de polímeros. As estruturas armadas com *FRP* também apresentam deterioração, mas em menor escala quando comparada com o aço (MACHADO, 2002; ARAÚJO e PANOSSIAN, 2010)

As barras de polímero reforçado por fibra (*FRP*) são suscetíveis a diferentes ambientes e mudanças de resistência e rigidez antes, durante e após a construção. Esses ambientes podem incluir água, exposição ultravioleta, temperatura elevada, soluções alcalinas ou ácidas e soluções salinas. A resistência e a rigidez podem aumentar, diminuir ou permanecer iguais, dependendo do material e das condições de exposição. As propriedades de tração e aderência das barras de *FRP* são os principais parâmetros de interesse quando somadas ao concreto armado (ACI 440.1R, 2015).

Por suposto, as barras de *FRP* têm se mostrado uma alternativa viável para armar estruturas de concreto em condições críticas de exposição. Porém, existe muita preocupação quanto à durabilidade das fibras no ambiente alcalino do concreto, uma vez que o ambiente interno do mesmo possui alta alcalinidade e umidade, com valores de pH variando de 11,5 a 13,0 podendo degradar a resistência à tração e à rigidez das barras (PORTER e BARNES, 1998). No entanto, os resultados variam significativamente de acordo com as diferenças nos métodos de teste que, além do pH, incluem a composição da solução química, a temperatura e a presença de carga. Existem muitas pesquisas envolvidas para se chegar à fibra e resina ideais à aplicação no concreto.

A exposição das barras de *FRP* aos raios ultravioleta e à umidade antes da colocação no concreto pode afetar diversamente sua resistência à tração devido à degradação dos materiais do polímero, incluindo as fibras e todas as resinas. Práticas de construção adequadas e aditivos de resina podem diminuir significativamente esse tipo de problema de intemperismo. O ACI 440.1R (2015) recomenda que, antes da colocação no concreto, as barras de *FRP* sejam protegidas da exposição direta à luz solar e à umidade. Alguns resultados dos testes com barras expostas aos raios ultravioleta e à umidade mostraram reduções na resistência à tração de 0 a 20% dos valores iniciais em *CFRP*, 0 a 30% em *AFRP* e 0 a 40% em *GFRP* (SASAKI *et al.* 1997; UOMOTO, 2000). Logo, o estudo

realizado por Tomosawa e Nakatsuji (1996), com barras de *GFRP*, *AFRP* e *CFRP* mantidas ao ar livre e à beira-mar não mostrou alteração significativa da resistência à tração ou módulo de qualquer uma das barras.

Segundo Rahman *et al.* (1996), a adição de vários tipos de sais à solução em que barras de *FRP* foram imersas não mostraram uma diferença significativa na resistência e rigidez da maioria das barras de *FRP*, quando comparado com as barras em uma solução sem sal. Grande parte dos estudos, no entanto, não separa os efeitos da água e do sal adicionados à água. Outra pesquisa encontrou uma redução de 0 a 20% da resistência à tração inicial em barras de *GFRP* submetidas a uma solução salina à temperatura ambiente e temperaturas cíclicas de congelamento e descongelamento (VIJAY e GANGARAO, 1999).

Al-Salloum *et al.* (2013) realizaram uma pesquisa sobre a redução das resistências mecânicas de barras de *GFRP* de diversos fabricantes em diversas condições ambientais como água potável e do mar à temperatura ambiente e à 50°C, soluções alcalinas e ambientes salinos. Por períodos de seis, doze e dezoito meses, concluíram que as barras apresentam melhor desempenho do que previsto na literatura, mostrando uma evolução no processo de fabricação. Ainda verificaram que há significantes diferenças entre os diversos produtos e que no pior caso houve uma redução de 24,5% da resistência à tração para o período de dezoito meses em ambiente alcalino.

Ray e Rathore (2014) estudaram a interface fibra-matriz, apresentada na Fig. 2.5, defendendo a importância do comportamento e performance das estruturas de *FRP*. A interface é definida como uma região de espessura finita que engloba uma parte da matriz, chamada matriz modificada, e a outra parte da fibra, denominada fibra superficial. Em uma análise microscópica de força atômica, a Fig. 2.6, apresenta a interface e a sua importância para a integridade do material compósito.





Figura 2.6 – Interface Fibra-Matriz em um microscópio de força atômica Fonte: Adaptado de RAY e RATHORE (2014)

Estudos realizados por Robert e Benmokrame (2013) apresentam uma análise mecânica de durabilidade de barras de polímeros reforçados por fibra de vidro (*GFRP*) não tensionadas e armadas no concreto em soluções salinas sob condições de aceleração. Essas condicionantes foram utilizadas para simular o efeito da água do mar ou dos sais de degelo nas barras de *GFRP*. As resistências das barras à tração antes e depois da exposição foram utilizadas para realizar previsões das propriedades a longo prazo, com base na teoria de Arrhenius. Assim, os resultados não revelaram diferenças significativas na durabilidade das barras de *GFRP* armadas no concreto e imersas em solução salina ou em água potável. De acordo com as previsões (Fig. 2.7), as barras de *GFRP* armadas no concreto e em ambiente salino, perdem 30% e 23% da resistência à tração em temperaturas de 50°C e 10°C, respectivamente, após uma vida útil de 100 anos.



Figura 2.7 – Previsão da resistência residual e a vida útil em ambiente salino Fonte: ROBERT e BENMOKRAME (2013)

Estudos sobre durabilidade dos materiais compósitos em diversos ambientes devem ser aprofundados, pois os comportamentos nem sempre são semelhantes e as barras encontram-se em um processo de aperfeiçoamento industrial contínuo. A barra ideal para aplicação no concreto ainda não foi alcançada, assim, deve-se considerar no dimensionamento de estruturas com *FRP* os fatores de redução da capacidade resistente das barras. Ainda assim, o nível de conhecimento sobre a utilização desses materiais tem avançado rapidamente e a sua aplicação mostra-se viável de forma técnica e econômica.

# 2.3 PROPRIEDADES DO FRP: RESUMO

Ao que engloba a fundamentação teórica sobre os polímeros reforçados por fibras (*FRP*), de forma simplificada, pôde-se concluir a partir do estudo realizado:

- Resistência à tração alta;
- Resistência à compressão baixa;
- Comportamento anisotrópico;
- Módulo de elasticidade mais baixo do que o do aço, exceto CFRP;
- Comportamento elasto-frágil;
- Peso específico baixo 4 a 6 vezes mais leve que o aço;
- CFRP quimicamente inerte em ambiente alcalino e sensível a radiação ultravioleta;
- Temperaturas elevadas: Redução da resistência à tração, cisalhamento e flexão;
- Temperaturas elevadas: Redução da aderência do FRP ao concreto;
- Coeficiente de expansão térmica variável da direção longitudinal para a transversal.

# 2.4 ESTUDOS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM FRP

Neste capítulo serão apresentados, de modo cronológico, estudos sobre o comportamento de vigas de concreto armadas com *FRP*, submetidas à flexão, demonstrando o comportamento estrutural e as conclusões a que os autores chegaram.

Benmokrane *et al.* (1995) realizaram um estudo com ensaios de flexão com vigas de 20 cm de largura e 330 cm de comprimento em concreto armado com *GFRP* de dois fabricantes diferentes. As alturas das vigas variaram entre 30 cm, 45 cm e 55 cm. Os ensaios foram realizados em 18 vigas em três séries, cada série composta por seis vigas, sendo duas com as barras de um fabricante, outras duas com as barras de outro fabricante e mais duas armadas com barras de aço. Os autores concluíram que as vigas armadas com *GFRP* apresentaram fissuras maiores e mais profundas do que as armadas com aço, por conta do menor módulo de elasticidade quando comparadas às barras de aço. Também, o cálculo teórico do momento último pela norma ACI 318 (1989) superestimou em até 16% os valores experimentais encontrados para as vigas que tiveram ruptura por tração das barras. Assim, para as vigas que tiveram ruptura por esmagamento do concreto ou por cisalhamento, as variações máximas aumentaram para 56% e 44%, respectivamente, entre os resultados obtidos para momento último teórico e o momento último experimental.

Chaallal e Benmokrane (1996) realizaram um programa experimental utilizando barras de GFRP de um mesmo fabricante, nos diâmetros de 12,7, 15,9, 19,1 e 25,4 mm. Após a caracterização física e mecânica das barras, foram realizados os ensaios de arrancamento e ensaios de vigas à flexão para verificar a aderência ao concreto. Os ensaios foram realizados com a mesma resistência característica do concreto à compressão, bem como foram realizados os mesmos ensaios com as barras de aço para comparação. Concluíram que, tanto para as barras de GFRP quanto para as de aço, a aderência ao concreto diminui com o aumento do diâmetro da barra. As barras de GFRP possuem uma resistência máxima de aderência em torno de 60 a 90% daquela apresentada pelo aço, dependendo do diâmetro adotado. Os ensaios à flexão foram realizados em duas séries de vigas com 330 cm de comprimento e 22 cm de largura. Na primeira série, as vigas possuíam altura de 30 cm e, na segunda, altura de 55 cm; cada série possuía duas vigas armadas com GFRP e duas com aço. O diâmetro adotado para as armaduras longitudinais das vigas foi de 19,1 mm e para os estribos de aço foi de 6 mm. Os autores concluíram que as vigas armadas com GFRP fissuram mais do que as armadas com aço e ressalta-se, ainda, que, aumentar a altura da viga armada com barras de GFRP pode apresentar vantagens quanto ao controle da flecha e melhor aproveitamento da capacidade resistente máxima das barras.

Tavares (2006) realizou um estudo experimental de seis vigas em concreto armado ensaiadas à flexão. Uma armada com barras de aço foi utilizada como viga de referência e as outras cinco armadas com barras de GFRP. Os parâmetros que variaram foram o tipo de material para armadura, o diâmetro, o detalhamento das barras e a presença ou não de dobras para ancoragem. A autora concluiu que as vigas armadas com barras de GFRP apresentaram flechas superiores em relação às vigas armadas com aço, e a maior deformabilidade das barras de GFRP conduz a atingir a deformação limite, 10‰, com metade do carregamento, sob critério de mesma resistência. Observou, igualmente, que as aberturas das fissuras teóricas, obtidas pelo ACI 440 (2003), foram superiores comparadas às obtidas no experimento. Segundo a autora, a utilização das dobras tornou-se apenas significativa no comportamento da deformação das extremidades, deixando mais linear e servindo para manter a aderência a carregamentos mais altos. Os valores do momento experimental, do momento resistente último e o momento teórico das vigas foram comparados, Fig. 2.8, no instante em que o valor dos deslocamentos atingiu o limite do vão efetivo dividido por 350, como impõe a norma. Os valores últimos das vigas V02, V05 e V06 representam a última leitura, pois foram levadas à ruína e obtiveram diferenças nos valores do concreto. A autora concluiu que o dimensionamento de elementos de vigas armadas com barras de GFRP deve ser feito utilizando a capacidade máxima do concreto e das barras, mesmo que não seja o tipo de ruína governante no comportamento da estrutura.



Figura 2.8 – Comparação dos Momentos para ELU Fonte: TAVARES (2006)

Ashour (2006) realizou um estudo em que relata os resultados de testes experimentais de 12 vigas de concreto armado com barras de polímero reforçado por fibra de vidro (GFRP) submetidas a um sistema de carregamento de quatro pontos. Todos os modelos experimentais não apresentaram armadura de cisalhamento transversal nem armadura de compressão e foram classificados em dois grupos de acordo com a resistência à compressão do concreto. Os principais parâmetros investigados em cada grupo foram a altura da viga e a quantidade de armadura de GFRP. Os testes exibiram dois modos diferentes de ruptura: as vigas com armadura insuficiente falharam na flexão, enquanto que as vigas com armadura excessiva falharam no cisalhamento. A falha na flexão ocorreu na região do intervalo intermediário ou sob a carga aplicada devido à ruptura por tração. Na Fig. 2.9 as vigas mostram sinais de ruptura por aderência entre as barras de GFRP e o concreto na forma de rachaduras horizontais no nível da armadura de GFRP. Mais perto da falha de cisalhamento das amostras de teste, as trincas dentro do intervalo de cisalhamento tornaram-se progressivamente mais inclinadas e propagadas em direção ao ponto de carga. A Fig. 2.10 mostra uma ruptura por cisalhamento, uma grande fissura diagonal dentro da extensão de cisalhamento formada sob a carga aplicada, a qual se estendeu até o nível da armadura de GFRP e, eventualmente, propagou-se horizontalmente no nível das barras em direcão ao suporte da viga, causando falha na aderência entre barras longitudinais de GFRP e o concreto. A partir do método simplificado para o cálculo do momento fletor reduzido em função da taxa de armadura, proposto pelo autor, o efeito do aumento da área das barras de FRP foi verificado em relação ao momento fletor reduzido, para três tipos de resistência à compressão do concreto. O método foi validado aplicando-o no cálculo do momento fletor teórico de 65 vigas de concreto armado com barras de FRP, onde os resultados experimentais estavam disponíveis na literatura. As relações entre o momento teórico e experimental foram de 99% em média, com desvio padrão de 14,6%.



Figura 2.9 – Ruptura por Flexão Fonte: Adaptado de ASHOUR (2006)



Figura 2.10 – Ruptura por Cisalhamento Fonte: Adaptado de ASHOUR (2006)

Ribeiro (2009) realizou uma análise da confiabilidade de vigas de concreto armado com plástico reforçado com fibras, onde empregou métodos probabilísticos, como a simulação de Monte Carlo para avaliar a confiabilidade de 81 vigas de concreto armado com *FRP*, discutindo diversos parâmetros nos níveis de confiabilidade implícitos em normas técnicas. As vigas foram projetadas de acordo com as recomendações do ACI 440.1R (2006) representando distintas faixas de resistência à compressão do concreto, resistência e rigidez do *FRP*, vigas superarmadas e razão carga permanente e sobrecarga. A utilização de concreto de alta resistência também foi verificada visto que as recomendações sugerem a combinação com o *FRP* possa ser vantajosa. Foi avaliada na confiabilidade a influência de fatores como a resistência à compressão do concreto, a resistência à tração do *FRP*, a taxa de armadura longitudinal e a razão do carregamento. A autora concluiu que a resistência à compressão do concreto é o fator de maior influência no momento resistente ao comparar o momento resistente nominal e o momento resistente médio. Também permitiu a obtenção da probabilidade de falha associada aos modos de rupturas das vigas, onde os resultados obtidos permitiram observar que, em linhas gerais, quando a resistência do concreto aumenta, a probabilidade de falha por ruptura do *FRP* tende a diminuir. Os resultados da análise de confiabilidade mostraram que a medida em que a

resistência à compressão do concreto aumento há um aumento significativo na probabilidade de falha e consequentemente uma redução no índice de confiabilidade. Também foi observado que a resistência à tração do FRP tem grande influência nos resultados para os casos de vigas nas regiões de transição e superarmadas, onde a medida em que a resistência à tração do FRP aumenta há uma redução significativa na probabilidade de falha e consequentemente um aumento no índice de confiabilidade. Quanto a razão entre os carregamentos, foi verificado que possui grande influência nos resultados, onde a medida em que a razão aumenta há uma redução significativa na probabilidade de falha e consequentemente um aumento no índice de confiabilidade. Por fim, as maiores probabilidades de falha correspondem à combinação entre a maior resistência à compressão do concreto, menor resistência à tração do FRP e menor razão de carregamento. E as menores probabilidades de falha correspondem à combinação entre a menor resistência à compressão do concreto, maior resistência à tração do FRP e a maior razão de carregamento.

Wang e Belarbi (2011) realizaram um programa experimental com doze vigas de concreto armado para romperem à flexão, comparando concretos com e sem adição de fibras de polipropileno. Metade das vigas sofreu carregamento contínuo até a ruptura e à outra metade foram aplicados ciclos de carregamento e descarregamento de 40% e 80% da carga de ruptura. Os outros parâmetros variados foram os diâmetros das barras, 13 mm e 25 mm, o tipo de material GFRP e CFRP (Fig. 2.11), resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ) de 30 MPa e 48 MPa e o tipo de concreto, simples e com adição de fibras de polipropileno. Os autores concluíram que a utilização do concreto com fibras de polipropileno foi benéfica para a estrutura, pois as aberturas de fissuras foram menores e as deformações últimas foram maiores do que as obtidas nas vigas de concreto sem fibras. Apresentaram também duas metodologias para obtenção do índice de ductibilidade com resultados satisfatórios quanto à deformação, demonstrando que a adição de fibras aumentou, em média, o índice de ductibilidade em 30%.



#4 GFRP #4 CFRP

Figura 2.11 – Barras de GFRP e CFRP Fonte: WANG e BELARBI (2011)

Issa *et al.* (2011) estudaram sete vigas de concreto armado com *GFRP* com dimensões de 15 cm de altura, 15 cm de largura e 185 cm de comprimento, em quatro grupos. Todas as vigas foram detalhadas com duas barras longitudinais superiores de 10 mm de diâmetro e três barras longitudinais inferiores de 12 mm de diâmetro. Os parâmetros variados foram a resistência característica do concreto à compressão, 25 e 65 MPa, e o tipo de fibra utilizada de forma dispersa no concreto (nenhuma, polipropileno, vidro ou aço). A quantidade de fibras utilizadas para cada viga foi de 0,5% do volume de concreto. Os autores concluíram que a adição de fibras aumenta a ductibilidade das vigas armadas com *GFRP*, especialmente as fibras de aço e, o modelo proposto pela ACI 440.1R (2006) para cálculo de momento último subestima os valores obtidos para as vigas de concreto com fibras armadas com *FRP*.

Kassem et al. (2011) realizou um programa experimental composto por 24 vigas armadas com barras de *CFRP*, *GFRP*, *AFRP* e aço, com 330 cm de comprimento e seção transversal de 20 cm de largura e 30 cm de altura. Foram ensaiadas 16 vigas com barras de *GFRP*, quatro com barras de *CFRP*, duas com barras de *AFRP* e duas com barras de aço. Os parâmetros variados foram a taxa de armadura, o detalhamento das barras e o tipo da superfície da barra de *GFRP*. Os autores concluíram que todas as vigas armadas com *FRP* mantiveram uma linearidade até a fissuração e uma quase linearidade entre a fissuração e a ruptura, que ocorreu após grandes deslocamentos. As vigas armadas com *FRP* romperam por esmagamento do concreto, pois a taxa de armadura utilizada foi maior que a taxa de armadura balanceada ( $\rho_{fb}$ ), que é a taxa de armadura calculada quando há simultaneamente o esmagamento do concreto. Foi recomendada uma taxa de armadura maior do que 1,4 $\rho_{fb}$  para obtenção da ruptura por esmagamento do concreto, o que está de acordo com o ACI 440.1R (2015).

Kara e Ashour (2012) estudaram um método numérico para estimar a curvatura, a flecha e a capacidade do momento fletor resistente de vigas de concreto armado com barras de *FRP*. Foram pesquisados resultados experimentais de 107 vigas armadas com *FRP* e usados para validação do método numérico proposto. Realizaram, igualmente, um comparativo entre os resultados das equações de momento fletor resistente e flechas do ACI 440.1R (2006) com os resultados experimentais obtidos. Os valores do momento fletor resistente obtidos pelo método numérico ficaram próximos dos resultados experimentais, assim como as flechas e curvaturas. Os autores concluíram que a resistência à compressão do concreto não tem efeito no momento resistente das vigas subarmadas de *FRP*, mas com uma influência significante em vigas superarmadas.

El-Nemr *et al.* (2013) realizaram ensaios à flexão de doze vigas de concreto armado com barras de *GFRP* (Fig. 2.12) e duas com barras de aço, com seção transversal de 20 cm de largura, 40

cm de altura e 425 cm de comprimento, com o objetivo de investigar o comportamento à flexão com concreto normal, variando a resistência à compressão de 29 a 33,5 MPa e de 59,1 a 73,4 MPa para concreto de alta resistência. Os parâmetros avaliados na pesquisa foram o tipo, a taxa de armadura, o diâmetro e as características de superfície das barras de *GFRP* e a resistência do concreto. Com os resultados experimentais de flecha, fissuração e do cálculo do momento fletor resistente das vigas, os autores validaram os modelos apresentados pelas normas ACI 440.1R (2006) e CSA S806 (2012). As vigas armadas com barras de *GFRP* atenderam ao Estado-Limite de serviço para estruturas.



Figura 2.12 – Barras de *GFRP* Fonte: EL-NEMR *et al.* (2013)

Barris *et al.* (2013) realizaram um estudo com barras de polímeros reforçados com fibras de vidro (*GFRP*) em estruturas de concreto armado, destacando-o como uma alternativa às tradicionais armaduras de aço devido à corrosão em ambientes agressivos. Embora o número de estudos analíticos e experimentais em vigas de concreto armado com *FRP* tenha aumentado nas últimas décadas, ainda se mantém inferior ao número de estudos relacionados a estruturas com aço. Tal pesquisa apresenta os resultados e a discussão de um programa experimental para vigas de concreto armado com barras de *GFRP* com um módulo de elasticidade relativamente alto. O objetivo principal do estudo foi avaliar o comportamento à flexão de curto prazo, variando a relação de armadura e a relação profundidade/altura efetiva. O dimensionamento do ACI 440 (2006) e EUROCODE 2 (2004) foram examinados e comparados com resultados experimentais em capacidade de serviço e estados limites últimos, onde concluíram que os modelos propostos para carregamento no limite de serviço estão próximos dos resultados experimentais e no Estado-Limite último, a capacidade de carga é subestimada. Ensaiaram catorze vigas de concreto armado com barras de *GFRP* à flexão com o objetivo de analisar a fissuração e as flechas obtidas. As vigas possuíam 205 cm de comprimento, 19 cm de altura e largura variável. Os parâmetros analisados no programa

experimental foram a taxa de armadura, o cobrimento, a resistência à compressão do concreto e a largura das vigas. Para cada parâmetro, duas vigas foram ensaiadas e todas foram dimensionadas para romperem por esmagamento do concreto. Sobre a análise do espaçamento das fissuras, os autores concluíram que essas estabilizam a partir do nível de carga de aproximadamente 25% da carga última. Também observaram que o espaçamento entre as fissuras cresce com o aumento do cobrimento do concreto, do espaçamento entre as barras e da razão entre o diâmetro da barra e a taxa de armadura tracionada.

Gribniak *et al.* (2013) ensaiaram à flexão oito vigas de concreto armado com barras de *GFRP* e aço, sendo duas com adição de fibras de aço no concreto. A resistência à compressão do concreto variou de 38,4 a 56,0 MPa e a taxa de armadura foi de 0,6%. Os parâmetros variados foram a presença de fibra de aço, o cobrimento do concreto, o diâmetro e a quantidade das barras. Os autores dimensionaram pelas normas EUROCODE 2 (2004), ACI 318 (2008), Código Russo SP 52-101 (2006), a recomendação americana do ACI 440.1R (2006) e italiana da CNR DT 203 (2007). Concluíram que as vigas com três camadas ou com adição de fibras de aço apresentam aumento de rigidez. Também verificaram que a ACI 440.1R (2006) subestima as flechas enquanto que o EUROCODE 2 (2004), CNR DT 203 (2007) e o SP 52-101 (2006) apresentam bons resultados para as vigas com uma camada de barra. Essa precisão diminui quando se aumenta o número de camadas e o cobrimento. No Estado-Limite de serviço, as flechas calculadas superestimaram os valores experimentais entre 30% e 90%. A pesquisa também concluiu que a rigidez das vigas foi maior quando o número de camadas e o cobrimento das vigas aumentou.

Yinghao e Yong (2013) realizaram ensaios à flexão em quatro vigas de concreto de alta resistência, 80,1 MPa, armadas com barras de *GFRP* com 12 mm de diâmetro e de aço, com 24 mm. As vigas possuíam 200 cm de comprimento, com seção transversal de 15 cm de largura e 25 cm de altura. Uma viga foi armada apenas com barras de *GFRP*, enquanto as outras três foram armadas tanto com barras de *GFRP* quanto com barras de aço. O parâmetro de variação foi o detalhamento das barras de *GFRP* e aço. Concluíram que a viga armada apenas com barras de *GFRP* apresentou flecha muito superior do que as demais vigas armadas com aço. A adoção de armaduras de aço na primeira camada se mostrou mais eficiente do que a sua utilização na segunda camada. A abertura de fissuras é controlada, também, pela disposição das armaduras de aço.

Silva, R. (2014) estudou o comportamento de vigas de concreto armadas com barras de materiais compósitos de resina e fibras de carbono (*CFRP*) e de vidro (*GFRP*). Desenvolveu um programa experimental que contemplou ensaios à flexão em quatro pontos de dezoito vigas com uma seção quadrada de 15 cm de altura, 15 cm de largura e 150 cm de comprimento. Os parâmetros

variados foram a resistência média do concreto à compressão de 25 MPa e 50 MPa, as barras de aço, *CFRP*, *GFRP* e a taxa de armadura longitudinal. Foram monitorados os valores de flecha, de deformação específica das armaduras transversal e longitudinal, do concreto e de aberturas de fissuras no vão de flexão pura, em função das cargas aplicadas. Os resultados mostraram que as barras de *CFRP* e *GFRP* podem ser utilizadas como armaduras em vigas de concreto, limitando-se à deformação em serviço e desde que possuam um cobrimento que propicie uma adequada aderência entre as barras e o concreto. Também, vale ressaltar que as barras de *FRP* devem ser confrontadas, através de ensaios, comparando suas propriedades geométricas, físicas e mecânicas com as fornecidas pelo fabricante.

Ribeiro et al. (2016) realizaram uma análise teórica de vigas de concreto armado com barras de aço e barras de FRP com o objetivo de compreender a dinâmica que envolve o desenvolvimento dos métodos de cálculo propostos nas normas ACI 440.1R (2006) e ABNT NBR 6118 (2014). As formas de dimensionamento e verificação de deformações que as normas propõem para as barras de aço e para as barras de FRP foram comparadas para determinar a viabilidade de ambos materiais como armadura nas estruturas de concreto. Para isso, realizaram o dimensionamento de vigas de concreto armado com GFRP, com base nas recomendações norte-americanas ACI 440.1R (2006) e a comparação das vigas dimensionadas considerando a utilização de concreto armado com aço, baseadas na norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014). Concluíram que as barras de FRP são viáveis para substituição das barras de aço em estruturas de concreto armado, porém é necessário levar em consideração as peculiaridades desse material. As recomendações do ACI 440.1R (2006) foram elaboradas e desenvolvidas com ênfase nas fibras, dando maior atenção para o comportamento frágil e o baixo módulo de elasticidade do material, que faz com que as deformações sejam superiores quando comparadas as vigas armadas com barras de aço. Ainda, constataram que o método de dimensionamento do ACI 440.1R (2006) não permite que sejam utilizadas barras de diâmetros diferentes na mesma viga. Ocorre pelo fato de a resistência à ruptura ser diferente para cada diâmetro de barra e é mais difícil atender simultaneamente aos critérios de abertura de fissuras e de ancoragem, pois ambos variam de forma oposta à medida que aumentam os diâmetros das barras. Como a ABNT NBR 6118 (2014) utiliza o método de equilíbrio de esforços internos para determinar os esforços, a quantidade e o diâmetro das barras são obtidos durante o cálculo, diferente para a ACI 440.1R (2006) onde as barras são estimadas e verificadas posteriormente. Os autores finalizaram salientando que para a elaboração de uma norma brasileira para utilização de concreto armado com FRP, é necessário que sejam feitos novos ensaios e testes de resistência aos esforços e à corrosão dos materiais, se levar em conta a diferença de condições ambientais e de materiais disponíveis em cada país, mesmo existindo normas já reconhecidas internacionalmente.

Silva et al. (2016) realizaram um embasamento teórico do ACI 440.1R (2008) com o da ABNT NBR 6118 (2014) a fim de levar em consideração os conceitos da norma brasileira no dimensionamento à flexão e ao cisalhamento de vigas reforçadas com CFRP. A contribuição da norma brasileira se dá particularmente no que diz respeito à aplicação dos seus coeficientes de segurança e das propriedades dos materiais (aço e concreto), incluindo os seus limites de deformação. Os autores apresentaram as principais prescrições normativas sobre as propriedades dos materiais e sobre o dimensionamento de vigas de concreto armado à flexão simples e ao cisalhamento, tanto pela ABNT NBR 6118 (2014) quanto pelo ACI 318 (2014). Concluíram que o dimensionamento realizado pelas recomendações norte-americanas apresenta resultados mais conservadores do que os realizados pela norma brasileira. Logo, as formulações geradas a partir da compilação entre as prescrições da ACI 440.1R (2008) com as prescrições da ABNT NBR 6118 (2014) geraram resultados satisfatórios em relação ao dimensionamento do reforço à flexão, sendo insatisfatórios, contudo, no que diz respeito ao dimensionamento ao cisalhamento. Ainda, concluíram que a modelagem numérica representou de forma satisfatória o comportamento da estrutura, pois as cargas de ruptura foram aproximadamente iguais àquelas esperadas pelas formulações analíticas. Ao avaliar apenas a seção de momento máximo, observaram que as forças e deformações apresentadas pelo modelo numérico são significativamente diferentes daquelas apresentadas pelo modelo analítico.

# **3 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Apresenta-se neste capítulo os fundamentos e procedimentos utilizados no dimensionamento e verificação de vigas em concreto armado submetidas à flexão simples, tanto pela norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014) quanto pela recomendações norte-americanas ACI 440.1R (2015) e a norma ACI 318 (2019).

# 3.1 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM BARRAS DE AÇO DE ACORDO COM A ABNT NBR 6118 (2014)

No dimensionamento de uma estrutura, deve-se buscar na concepção do modelo um equilíbrio entre a geometria adequada e os materiais utilizados, de modo a garantir a verificação correta quanto ao funcionamento da estrutura durante sua vida útil. Ao longo da construção e do tempo de utilização, a estrutura deve satisfazer premissas de qualidade, segurança, bom desempenho em serviço e durabilidade. Uma estrutura de concreto armado deve ser projetada para atender requisitos dentro de um nível de segurança, suportando ações impostas durante sua vida útil, sem ocorrência de ruptura ou ruína. Deve apresentar segurança ao usuário, conforto, estabilidade, manterse em plenas condições de uso, sem apresentar deformações excessivas que podem causar danos e desconforto, e em bom estado de conservação, evitando necessidade de reparos (ARAÚJO, 2014).

As etapas de concepção e dimensionamento de estruturas de concreto armado são relevantes e complexas; em função disso as normas são uma das principais ferramentas que orientam o trabalho do engenheiro, constituindo requisitos básicos no dimensionamento e análise estrutural. As normas existentes para dimensionamento de estruturas de concreto armado com aço, como a ABNT NBR 6118 (2014), o ACI 318 (2019), *fib* (2010), JCSS (2001) e o EUROCODE, recomendam a verificação de estruturas por meio de métodos dos estados limites e uma metodologia de dimensionamento semiprobabilística por se tratar de variáveis com características probabilísticas e determinísticas.

Uma estrutura é segura quando as solicitações,  $S_d$ , são menores que as resistências,  $R_d$ , para qualquer Estado-Limite, ou seja, em qualquer caso deve ser respeitada a condição da Eq. (3.1). Através de coeficientes de ponderação são obtidas margens de segurança no dimensionamento da estrutura, sendo as ações majoradas com fatores de segurança e as resistências dos materiais minoradas, de acordo com o ambiente e a destinação da estrutura. Observa-se que para ocorrência de uma ruptura real, a estrutura foi submetida a esforços muito maiores para o qual foi dimensionada.

$$R_d \ge S_d \tag{3.1}$$

O método dos coeficientes parciais de segurança leva em consideração as características probabilísticas, onde os valores das variáveis são conhecidos através de distribuições de probabilidade, sendo variáveis aleatórias. Segundo Araújo (2014), o método, apesar de satisfatório, não é suficiente para determinar o nível de segurança de uma estrutura pois depende de diferentes ações dependentes e aleatórias. Uma avaliação consistente requer o cálculo da probabilidade de falha, ou seja, probabilidade que o estado último seja alcançado e pode ser estimada quando se conhece a distribuição de alguma variável aleatória que represente uma margem de segurança da estrutura.

Assim, o índice de confiabilidade é uma alternativa para avaliar o nível de segurança que leva em conta todas as variáveis aleatórias envolvidas e a maneira como a estrutura se comporta diante das ações, estando associado a uma determinada probabilidade de falha.

# 3.1.1 Concreto

O comportamento do concreto pode ser considerado complexo devido a sua composição, onde apresenta comportamentos diferentes quando submetido à tração ou compressão. Uma das principais características do concreto é a alta resistência à compressão e mínima à tração, provocando fissuras nas zonas tracionadas (HINTON, 1988). A resistência do concreto endurecido depende do consumo de cimento e água, do grau de adensamento, dos tipos de agregados e aditivos. Quanto maior a quantidade de cimento e menor o fator água-cimento, maior é a resistência à compressão. Devido à baixa resistência à tração do concreto, em torno de 10% da resistência à compressão, o concreto fissura na zona tracionada da estrutura e as barras de aço têm função de absorver estes esforços de tração e aumentar a capacidade de carga nas áreas comprimidas, o que impede a ruína brusca da estrutura. Além de absorver esforços de compressão, o concreto protege as armaduras da corrosão, e a ação conjunta do concreto com o aço é eficaz devido à aderência entre os materiais. Dessa forma, em virtude da aderência, as deformações desses materiais são muito similares (CLÍMACO, 2008; ARAÚJO, 2014).

A ABNT NBR 6118 (2014) se aplica a concretos com massa específica normal entre 2.000 kg/m<sup>3</sup> e 2.800 kg/m<sup>3</sup>. Se a massa específica do concreto utilizado é conhecida, pode-se considerá-la para o concreto armado acrescida de 100 kg/m<sup>3</sup> a 150 kg/m<sup>3</sup>. Mas se não for conhecida, para cálculo, pode-se adotar para o concreto simples 2.400 kg/m<sup>3</sup> e para o concreto armado 2.500 kg/m<sup>3</sup>.

#### Resistência à Compressão

Segundo Araújo (2014), a resistência à compressão simples,  $f_c$ , é a resistência mecânica mais importante do concreto, determinada através de ensaios padronizados de curta duração. São

utilizadas as resistências obtidas em corpos de prova cilíndricos aos 28 dias, pois é convencionado que neste tempo a estrutura entrará em carga. A padronização das moldagens e dos ensaios é dada pela ABNT NBR 5738 (2015) e ABNT NBR 5739 (2018). Em função da falta de homogeneidade da mistura e graus de compactação diferentes, ocorrem dispersões dos valores de resistência obtidos em um grupo de corpos de prova. Sabendo que a resistência do concreto é uma variável, utiliza-se a Teoria das Probabilidades e admite-se que a função densidade de probabilidade das resistências siga a curva de Gauss, conforme indicado na Fig. 3.1, onde apresentam-se os valores para resistência média do concreto  $f_{cm}$ , que é a média aritmética dos valores de  $f_c$  para o número total de corpos de prova, e a resistência característica do concreto à compressão  $f_{ck}$ , que é definida como a resistência que tem 5% de probabilidade de ser ultrapassada no sentido desfavorável. Este valor é obtido pela Eq. (3.2).

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,65S \tag{3.2}$$

O S é o desvio padrão, e corresponde à distância entre a abscissa de  $f_{cm}$  e do ponto de inflexão da curva, ou seja, o ponto em que a curva muda de concavidade. O valor de 1,65 corresponde aos 5% dos corpos de prova que possuem resistência à compressão menor que a resistência característica.



Figura 3.1 – Densidade de probabilidade da resistência à compressão do concreto Fonte: Adaptado de ARAÚJO (2014)

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), para fins de projeto, é importante a resistência característica do concreto,  $f_{ck}$ , aos 28 dias de cura. Todavia é adotada a resistência de cálculo,  $f_{cd}$ , sendo a resistência característica dividida por um coeficiente de minoração  $\gamma_c$ , Tabela 12.1 da ABNT NBR 6118 (2014), tendo como objetivo considerar a variabilidade das resistências e possíveis diferenças em obra. A resistência de cálculo é dada pela Eq. (3.3).

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \tag{3.3}$$

A resistência do concreto ainda sofre uma redução devido ao Efeito Rüsch, que são os efeitos de carregamentos de longa duração. Segundo Araújo (2014), para levar em conta este efeito, considerando que em uma estrutura real nem todas as cargas são aplicadas aos 28 dias, e nem todas são de longa duração. Para fins de dimensionamento, a ABNT NBR 6118 (2014) determina a máxima tensão de compressão,  $\sigma_{cd}$ , pela Eq. (3.4).

$$\sigma_{cd} = \alpha_c \cdot f_{cd} \tag{3.4}$$

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), o coeficiente,  $\sigma_c$ , é determinada pelas equações Eq. (3.5) e Eq. (3.6) e deve corresponder a  $\sigma_c < 1$ .

$$\alpha_c = 0.85$$
, se  $f_{ck} \le 50$  MPa (3.5)

$$\alpha_c = 0.85 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{f_{ck} - 50}{200} \right) \right], \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$
 (3.6)

Para casos em que a largura da zona comprimida diminuir na direção da borda mais comprimida os valores de  $\alpha_c$  devem ser multiplicados por 0,9.

Quando submetido a tensões de certa magnitude, o concreto apresenta um comportamento não linear devido a microfissuras progressivas que ocorrem na interface entre o agregado graúdo e a pasta. Através do diagrama tensão-deformação, indicado na Fig. 3.2, obtido de um ensaio de compressão simples, observa-se que não há proporcionalidade entre tensão e deformação.



Figura 3.2 – Diagrama Tensão-Deformação do concreto Fonte: Adaptado de ARAÚJO (2014)

Assim, o módulo de deformação longitudinal tangente,  $E_c$ , é um parâmetro relativo a estas deformações pois representa a inclinação da reta tangente à curva na origem do diagrama. De forma similar, o módulo secante,  $E_{cs}$ , representa a inclinação da reta que passa pela origem e corta o diagrama no ponto em que corresponde a uma tensão de  $0,4f_c$ . Nas deformações para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa, adotam-se valores médios de deformação inicial,  $\varepsilon_o$ , de 2,0 ‰ e para deformação máxima,  $\varepsilon_u$ , de 3,5 ‰. Quando,  $f_{ck} > 50$  MPa, a deformação máxima,  $\varepsilon_u$ , é indicada na Eq. (3.7).

$$\varepsilon_u(\%_0) = 2,6 + 35 \left(\frac{90 - f_{ck}}{100}\right)^4$$
, se  $f_{ck} > 50$  MPa (3.7)

O ACI 318 (2019) adota um diagrama tensão-deformação similar, porém utiliza-se a deformação máxima,  $\varepsilon_u$ , de 3,0 ‰.

Segundo ABNT NBR 6118 (2014), o valor do módulo tangente,  $E_c$ , é representado pela Eq. (3.8) para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa. Onde o coeficiente que leva em conta o tipo de agregado,  $\alpha_E$ , possui valor de 1,2 para basalto e diabásio, 1,0 para granito e gnaisse, 0,9 para calcário e 0,7 para arenito.

$$E_c = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}}, \text{MPa}$$
(3.8)

O comportamento de um elemento estrutural pode ser avaliado, também, pelo módulo secante,  $E_{cs}$ , apresentado na Eq. (3.9), sendo um módulo de elasticidade único à tração e à compressão. O coeficiente,  $\alpha_i$ , é apresentado pela Eq. (3.10).

$$E_{cs} = \alpha_i E_c, \text{MPa}$$
(3.9)

$$\alpha_i = 0.8 + 0.2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \le 1.0 \tag{3.10}$$

### Resistência à Tração

A resistência à tração do concreto refere-se à resistência à tração axial direta,  $f_{ct}$ , onde é determinada pelo valor médio  $f_{ctm}$ , apresentado na Eq. (3.11) e Eq. (3.12). Os valores característicos para a resistência à tração são definidos em um valor inferior,  $f_{ctk,inf} = 0.7f_{ctm}$ , usado para determinar a resistência de aderência entre o concreto e as barras, o qual, em um valor superior,  $f_{ctk,sup} = 1.3f_{ctm}$ , é utilizado para o cálculo de área mínima da armadura de flexão.

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{\frac{2}{3}}$$
, se  $f_{ck} \le 50$  MPa (3.11)

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1+0,11f_{ck}), \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$
 (3.12)

No dimensionamento de elementos estruturais a resistência à tração do concreto é desprezada, pois representa pouca importância na capacidade resistente da estrutura, contudo, se torna importante na verificação sob cargas de serviço.

### Classificação do Concreto

O concreto pode ser classificado em grupos de resistência, grupo I e grupo II, conforme o  $f_{ck}$ . Os concretos são designados pela letra C seguido do valor da resistência característica aos 28 dias, em MPa, como mostra a Tabela 3.1.

raeena ena ena ena ena ena ena ena ena en	- # H-	10101110	0101011011							
GRUPO I	C10	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	
GRUPO II	C55	C60	C70	C80	-	-	-	-	-	
Fonte: ARAÚJO (2014)										

Tabela 3.1 – Classificação do Concreto: Resistência dos Concretos Estruturais

O ambiente no qual a estrutura ficará exposta é um fator muito importante para se considerar no dimensionamento e, levando em conta que o ambiente portuário apresenta condições físicas e químicas que atuam diretamente sob a estrutura, a corrosão das armaduras, por exemplo, interfere diretamente na sua vida útil. Segundo ABNT NBR 6118 (2014), a classe de agressividade ambiental é classificada de acordo com a exposição da estrutura, apresentada na Tabela 3.2, tendo em vista a qualidade do concreto para garantir a durabilidade das estruturas ao longo de sua vida útil.

CLASSE DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL	AGRESSIVIDADE	CLASSIFICAÇÃO GERAL DO TIPO DE AMBIENTE PARA EFEITO DE PROJETO	RISCO DE DETERIORAÇÃO DE ESTRUTURA
I	FRACA	RURAL SUBMERSA	INSIGNIFICANTE
II	MODERADA	URBANA <sup>a, b</sup>	PEQUENO
III	FORTE	MARINHA <sup>a</sup> INDUSTRIAL <sup>a, b</sup>	GRANDE
IV	MUITO FORTE	INDUSTRIAL <sup>a, c</sup> RESPINGOS DE MARÉ	ELEVADO

Tabela 3.2 – Classificação do Concreto: Classes de Agressividade Ambiental

<sup>a</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

<sup>b</sup> Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

<sup>c</sup> Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014)

De acordo com a classe de agressividade ambiental, são previstos valores mínimos, sendo escolhidas a relação água-cimento e a resistência à compressão do concreto. A qualidade do concreto está ligada diretamente à relação água-cimento, pois é essa que determina a porosidade do material. A durabilidade das estruturas também relaciona-se à espessura e qualidade da camada de cobrimento. Essa camada de concreto com espessura determinada pela ABNT NBR 6118 (2014) serve para proteção da armadura às ações externas, principalmente à corrosão.

# 3.1.2 Aço

Devido à baixa resistência à tração do concreto, o aço é utilizado principalmente para resistir a esses esforços. De acordo com a ABNT NBR 7480 (2007), as barras de aço são classificadas de acordo com o processo de fabricação e o valor da tensão de escoamento característica,  $f_{yk}$ . Os aços destinados a armadura do concreto dividem-se em barras e fios. Mas, usualmente, são referidos simplesmente como barras da armadura.

As barras são classificadas como CA-25 e CA-50, enquanto os fios são classificados como CA-60, onde o prefixo CA indica aço para concreto armado e o número refere-se à tensão de escoamento do aço em kN/cm<sup>2</sup>. As barras possuem diâmetro nominal igual ou superior a 6,3mm, obtidos, exclusivamente, por laminação à quente, possuem comprimento de 12 m e podem ser lisas ou nervuradas. As lisas possuem baixa aderência ao concreto e são restritas a categoria CA-25, e as nervuradas caracterizam a categoria CA-50. Os fios possuem diâmetro nominal igual ou inferior a 10 mm obtidos por trefilação e geralmente fornecidos em rolo, podendo ser lisos ou possuir entalhes, para melhorar a aderência ao concreto.

A ABNT NBR 6118 (2014) adota o valor de módulo de elasticidade longitudinal do aço,  $E_s$ , para concreto armado de 210 GPa.

A Fig. 3.3(a) apresenta o diagrama tensão-deformação das barras de aço obtidas por laminação a quente, apresentando um patamar de escoamento. Os fios obtidos por trefilação não apresentam um patamar de escoamento definido, como mostra a Fig. 3.3 (b), onde  $f_y$  é a tensão de escoamento e corresponde a uma deformação residual de 2 ‰ para aços sem um patamar de escoamento,  $f_{st}$  é a tensão de ruptura e  $\varepsilon_u$  é a deformação de ruptura.



Figura 3.3 – Diagrama Tensão-Deformação do aço com patamar de escoamento (a) e Diagrama Tensão-Deformação do aço sem patamar de escoamento (b) Fonte: Adaptado de ARAÚJO (2014)

A tensão característica de escoamento,  $f_{yk}$ , também é reduzida por um coeficiente parcial de segurança,  $\gamma_s$ , Tabela 12.1 da ABNT NBR 6118 (2014), onde a tensão de escoamento de cálculo dos aços,  $f_{yd}$ , é apresentada na Eq. (3.13).

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \tag{3.13}$$

### 3.1.3 Estados Limites

O método dos estados limites analisa a condição da estrutura até a falha e compara a capacidade reduzida com o efeito de carga ampliado, verificando a segurança e a condição da estrutura ficar inútil. Uma verificação adicional para serviço também deve ser executada. Várias combinações de cargas devem ser analisadas, podendo ter que incluir uma variedade de efeitos não lineares (ARAÚJO, 2014). Quando uma estrutura alcança seu Estado-Limite de utilização, o seu uso fica impossibilitado, mesmo que não tenha alcançado a sua capacidade máxima de resistência, ou seja, a estrutura não possui condições de conforto e durabilidade, embora não tenha atingido o colapso. A deterioração das estruturas pode ocorrer por diversos modos, mas comumente se dá por falhas de projeto ou execução e mecanismos de natureza física e química de forma simultânea ou não, acelerando o processo de deterioração (CLÍMACO, 2008; ARAÚJO, 2014).

Uma estrutura de concreto armado deve satisfazer os estados limites, os quais são divididos em Estado-Limite Último (ELU) e Estado-Limite de Serviço (ELS). No primeiro é verificado se a estrutura projetada é resistente para que não entre em colapso ou qualquer outra forma de ruína estrutural, e o segundo refere-se aos estados em que a utilização da estrutura torna-se prejudicada quanto à durabilidade, com deformações excessivas e, segundo a ABNT NBR 6118 (2014) "são aqueles relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos suportados pelas estruturas."

No método dos estados limites, a capacidade limite da estrutura é calculada e reduzida levando-se em conta a probabilidade de que a resistência seja menor do que a calculada a partir de valores das resistências dos materiais, das dimensões da estrutura e do modelo de cálculo (CLÍMACO, 2008).

#### 3.1.4 Ações nas Estruturas

As ações ou carregamentos nas estruturas são qualquer influência, ou conjunto de influências, que produzem estados de tensão ou de deformação em uma estrutura. As forças são consideradas ações diretas e as deformações são impostas por ações indiretas, sendo consideradas

como se elas fossem as próprias ações. De acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), deve ser considerada a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança, considerando os possíveis estados limites. Tais ações são classificadas como permanentes, variáveis e excepcionais de acordo com a ABNT NBR 8681 (2003).

Segundo a ABNT NBR 6120 (2019), as ações permanentes são aquelas que atuam com valores constantes durante toda vida útil da estrutura ou que apresentam variabilidade até sua estabilização. Também são consideradas como permanentes as ações que são crescentes durante o tempo, tendendo a um valor limite, as quais podem ser classificadas como diretas ou indiretas. As diretas são constituídas pelo peso próprio da estrutura, pesos dos elementos construtivos fixos, das instalações permanentes e empuxos permanentes. As indiretas, por sua vez, são constituídas pelas deformações impostas por retração e fluência do concreto, deslocamentos de apoio, imperfeições geométricas e protensão. Essas ações devem ser consideradas com seus valores representativos mais desfavoráveis para a segurança.

As ações variáveis são aquelas que apresentam significativas variações durante a vida útil da estrutura; são consideradas como cargas acidentais e atuam nas construções em função da sua finalidade. Elas podem ser classificadas como ações variáveis normais quando possuem elevada probabilidade de ocorrência, sendo obrigatórias no uso de determinado tipo de projeto. Já as ações variáveis especiais podem ser algumas cargas acidentais de natureza ou de intensidade especiais que devem ser determinadas em situações específicas. Nesse sentido, as cargas acidentais previstas podem ser as ações de cargas variáveis durante a construção, ação do vento e ação da água, e as indiretas são constituídas pelas variações uniformes e não uniformes de temperatura, ações dinâmicas e ações excepcionais (ABNT NBR 6120, 2019).

As ações excepcionais são aquelas que possuem uma duração muito curta e a probabilidade de ocorrência muito baixa durante a vida útil da construção, como, por exemplo, explosões, choques de veículos, incêndios, enchentes e abalos sísmicos (ABNT NBR 6120, 2019).

#### 3.1.5 Combinações de Ações nas Estruturas

De forma simultânea, as combinações de ações devem considerar todas as possibilidades de ações, visando estimar os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura em relação aos estados limites. Segundo a ABNT NBR 8681 (2003), os valores característicos,  $F_k$ , das ações permanentes e variáveis são estabelecidos em função da variabilidade de suas intensidades, sendo definidos em normas específicas. As ações são quantificadas por seus valores representativos, que podem ser os valores característicos, os valores convencionais excepcionais que são arbitrados para as ações

excepcionais e os valores reduzidos, em função da combinação de ações, tais como nas verificações de Estado-Limite último, quando a ação considerada combina com a ação principal.

As ações de cálculo,  $F_d$ , são obtidas multiplicando valores característicos  $F_k$  pelos coeficientes parciais de segurança  $\gamma_f$ , para cada Estado-Limite. O coeficiente de segurança é o produto de três fatores, como mostram a Eq. (3.14) e a Eq. (3.15). A Tabela 3.3 apresenta, segundo a ABNT NBR 6118 (2014), o tipo de ação a ser considerada no carregamento para condições últimas que se dividem em normais, especiais ou de construção e excepcionais bem como o coeficiente de ações permanentes (g), de ações variáveis (q), de protensão (p) e recalques de apoio.

$$F_d = F_k.\gamma_f \tag{3.14}$$

$$\gamma_f = \gamma_{f1}.\gamma_{f2}.\gamma_{f3} \tag{3.15}$$

Onde  $\gamma_{f1}$  é a variabilidade das ações;  $\gamma_{f2}$  a simultaneidade de atuação das ações e  $\gamma_{f3}$  os possíveis erros de avaliação dos efeitos das ações, seja por desvios gerados na construção, ou deficiência do método de cálculo.

	AÇOES							
COMBINAÇÕES	PERMANENTES $(g)$		VARIÁVEIS (q)		PROTENSÃO (p)		RECALQUES DE APOIO	
DE AÇÕES								
	D	F	G	Т	D	F	D	F
NORMAIS	1,4ª	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
ESPECIAIS OU	12	1.0	1 2	1.0	1 2	0.0	1.2	0
DE CONSTRUÇÃO	1,5	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
EXCEPCIONAIS	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

Tabela 3.3 – Coeficientes de Ponderação: Condições Últimas  $\gamma_f$ 

Onde:

D é desfavorável, F é favorável, G representa as cargas variáveis em geral e T é a temperatura.

<sup>a</sup> Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas,

especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014)

Para Estado-Limite último, pode-se considerar  $\gamma_f = \gamma_{f1}$ .  $\gamma_{f2}$ .  $\gamma_{f3}$  e para Estado-Limite de serviço, em geral é considerado  $\gamma_f = \gamma_{f2}$ . Assim,  $\gamma_{f1} = 1$  para combinações raras,  $\gamma_{f2} = \Psi_1$  para combinações frequentes e  $\gamma_{f2} = \Psi_2$  para combinações quase permanentes, conforme é apresentado na Tabela 3.4.

Os valores reduzidos são determinados a partir dos valores característicos pela expressão  $\Psi_o F_k$ , que considera muito baixa a probabilidade de ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais ações variáveis de naturezas diferentes. Os valores característicos das ações permanentes são representados por  $F_k$  e o coeficiente de minoração das cargas acidentais de edifícios, vento e temperatura são representados por  $\Psi_o$ .

Nas verificações de estados limites de serviço, esses valores reduzidos são determinados a partir de valores característicos pelas expressões  $\Psi_1 F_k$ , que estimam valores frequentes e  $\Psi_2 F_k$ , que estimam valores quase permanentes, de uma ação que acompanha a ação principal. Logo,  $F_k$  são os valores característicos das ações permanentes,  $\Psi_1$  coeficiente de minoração das cargas de pontes e principalmente problemas de fadiga e  $\Psi_2$  é o coeficiente de minoração das cargas acidentais de edifícios, vento e temperatura.

	ACÕES			$\gamma_{f2}$		
	AÇOES	$\Psi_o$	$\Psi_1^a$	Ψ2		
CARGAS ACIDENTAIS DE EDIFÍCIOS	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas. <sup>b</sup>	0,5	0,4	0,3		
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas. <sup>c</sup>	0,7	0,6	0,4		
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens.	0,8	0,7	0,6		
VENTO	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral.	0,6	0,3	0		
TEMPERATURA	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local.	0,6	0,5	0,3		

Tabela 3.4 – Fatores de Combinação  $\gamma_{f2}$ : ELU ( $\Psi_o$ ) e ELS ( $\Psi_1$  e  $\Psi_2$ )

Onde:

<sup>a</sup> Para os valores de  $\Psi_1$  relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga.

<sup>b</sup> Edifícios residenciais.

<sup>c</sup> Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2014)

A Tabela 3.5 demonstra as possíveis combinações últimas e classifica os carregamentos em normais quando é decorrente do uso previsto para a construção, admitindo que o carregamento pode ter a mesma duração da vida útil da estrutura, considerando os valores característicos das ações permanentes e as combinações das diversas ações variáveis envolvidas. Os carregamentos especiais são transitórios, com uma duração muito pequena em relação à vida útil da estrutura e seus efeitos podem superar àqueles produzidos pelo carregamento normal. O carregamento de construção é transitório decorrente das diferentes etapas da construção e é considerado apenas quando existe risco de ocorrência do Estado-Limite. Já os carregamentos excepcionais também são transitórios, com uma

duração extremamente curta, mas que podem provocar efeitos catastróficos, como as ações sísmicas e os incêndios. Considera-se apenas a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos, através de uma única combinação última excepcional de ações (ARAÚJO, 2014; ABNT NBR 6118, 2014).

COMBINACÕES	, ,			
ÚLTIMÁS	DESCRIÇÃO	CÁLCULO DAS SOLICITAÇÕES		
(ELU)		······································		
(==-)	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado <sup>a</sup>	$F_{d} = \gamma_{g}F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g}F_{\varepsilon gk} + \gamma_{q}(F_{q1k} + \Sigma\Psi_{0j}F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q}\Psi_{0\varepsilon}F_{\varepsilon qk}$		
NORMAIS	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto protendido	Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores $P_{kmáx}$ e $P_{kmín}$ para a força desfavorável e favorável, respectivamente.		
	Perda do equilíbrio como corpo rígido	$S(F_{sd}) \ge S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs}G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn}G_{nk} + \gamma_g Q_{nk} - \gamma_{qs}Q_{s,min}$ onde: $Q_{nk} = Q_{1k} + \Sigma \Psi_{0j}Q_{jk}$		
ESPECIAIS		$F_d = \gamma_g F_{gk}$		
OU DE		$+\gamma_{\mathcal{E}g}F_{\mathcal{E}gk}+\gamma_q(F_{q1k}+\Sigma\Psi_{0j}F_{qjk})$		
CONSTRUÇÃO <sup>b</sup>		$+ \gamma_{\mathcal{E}q} \Psi_{0\mathcal{E}} F_{\mathcal{E}qk}$		
EXCEPCIONAIS <sup>b</sup>		$F_{d} = \gamma_{g}F_{gk} + \gamma_{\mathcal{E}g}F_{\mathcal{E}gk} + F_{q1exc} + \gamma_{q}\Sigma\Psi_{0j}F_{qjk} + \gamma_{\mathcal{E}q}\Psi_{0\mathcal{E}}F_{\mathcal{E}qk}$		

Tabela 3.5 – Combinações de Ações Últimas

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2014)

A Tabela 3.6 demonstra as possíveis combinações de serviço, as quais são classificadas de acordo com o tempo de atuação na estrutura, pois podem ter diferentes ordens de grandeza de permanência. As combinações quase permanentes podem atuar durante grande parte do período de vida útil da estrutura, em torno da metade desse período, e sua consideração pode ser necessária na verificação do Estado-Limite de deformação excessiva. Já as combinações frequentes, são as ações que se repetem muitas vezes durante o período de vida útil, e sua consideração pode ser necessária na verificação do Estado-Limite de formação de fissuras, abertura de fissuras e quando ocorre ações de natureza dinâmica, deve-se verificar o Estado-Limite de vibrações excessivas. Por fim, as combinações frequentes também são usadas para a verificação de estados limites de deformações excessivas resultantes do vento ou variações de temperatura. As combinações raras podem ocorrer no máximo algumas horas durante o período de vida útil da estrutura (ARAÚJO, 2014; ABNT NBR 6118, 2014).

1 abela 3.0 - Collibilitaç	Joes de Ações de Serviço	
COMBINAÇÕES DE SERVIÇO (ELS)	DESCRIÇÃO	CÁLCULO DAS SOLICITAÇÕES
COMBINAÇÕES QUASE PERMANENTES DE SERVIÇO (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \Psi_{2j} F_{qj,k}$
COMBINAÇÕES FREQUENTES DE SERVIÇO (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor frequente $\Psi_1F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\Psi_2F_{qk}$	$\begin{split} F_{d,ser} &= \sum F_{gik} + \Psi_1 F_{q1k} \\ &+ \sum \Psi_{2j} F_{qjk} \end{split}$
COMBINAÇÕES RARAS DE SERVIÇO (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor característico Fq1k e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\Psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + F_{q1k} + \sum \Psi_{1j} F_{qjk}$

Tabela 3.6 - Combinações de Ações de Serviço

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2014)

## 3.1.6 Filosofia do Dimensionamento à Flexão

O estudo de confiabilidade proposto foi realizado no Estado-Limite último à flexão simples, assim, são apresentadas as prescrições para o dimensionamento e a verificação da capacidade última de vigas de concreto armado submetidas à flexão simples. A ABNT NBR 6118 (2014) estabelece critérios para a determinação dos esforços resistentes de vigas submetidas à força normal e momentos fletores para concreto de resistência normal. O dimensionamento das armaduras longitudinais deve conduzir a um conjunto de esforços resistentes que constituam a envoltória dos esforços solicitantes. A verificação da capacidade resistente da seção de uma viga de concreto armado tem como objetivo encontrar o momento de ruptura da seção sob determinadas condições de carregamento.

Na análise dos esforços resistentes da seção de uma viga, critérios básicos devem ser conhecidos, como as dimensões da seção transversal e as propriedades dos materiais. Considera-se que as seções transversais se mantêm planas após deformação de flexão até a ruptura, que a aderência é perfeita entre o concreto e a armadura e as tensões de tração, normais à seção transversal, são desprezadas no Estado-Limite último do concreto. (CLÍMACO, 2008; ARAÚJO, 2014).

#### Domínios de Dimensionamento

O Estado-Limite último representa a ruína de uma estrutura, e pode ocorrer pela ruptura do concreto ou por uma deformação excessiva da armadura e é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertence a um dos domínios definidos na Fig. 3.4. Os domínios 1 e 2 caracterizam a deformação excessiva da armadura, quando a deformação na armadura mais tracionada atingir o valor 10‰. Os domínios 3, 4 e 4ª representam o esmagamento do concreto em seções parcialmente comprimidas, quando a região mais comprimida atinge o valor  $\varepsilon_{cu}$ . No domínio 5 ocorre o esmagamento do concreto em seções totalmente comprimidas (ARAÚJO, 2014).



Figura 3.4 – Domínios de Dimensionamento Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2014)

Ainda assim, de forma mais detalhada, os domínios são caracterizados:

Domínio 1: A ruptura do elemento ocorre por tração não uniforme e sem compressão (flexotração);

Domínio 2: A ruptura do elemento ocorre com escoamento da armadura sem que ocorra a ruptura à compressão do concreto;

Domínio 3: A ruptura do elemento ocorre por escoamento da armadura tracionada simultaneamente com o esmagamento do concreto. A estrutura demonstra de forma preventiva sinais visíveis de ruptura com grandes fissuras e flechas;

Domínio 4: A ruptura do elemento ocorre com o esmagamento do concreto sem o escoamento da armadura. A estrutura não demonstra sinais de ruína.

Domínio 4a: A ruptura do elemento caracteriza-se pela compressão excêntrica, onde toda seção é comprimida, exceto na região abaixo da armadura;

Domínio 5: A ruptura do elemento ocorre na compressão não uniforme do concreto, sem tensões de tração (flexo-compressão).

É importante garantir nas vigas boas condições de ductibilidade, sendo adotada, se necessário, armadura de compressão que garanta a posição adequada da linha neutra. Mas a introdução da armadura de compressão para garantir o atendimento de valores menores da profundidade da linha neutra, que estejam nos domínios 2 ou 3, não se refere a elementos estruturais com ruptura frágil, que é o caso das vigas armadas com *FRP*. A ruptura frágil se encontra na posição da linha neutra no domínio 4, com ou sem armadura de compressão.

As vigas de concreto armado podem ser classificadas em função do tipo de ruptura à flexão simples, como subarmadas, quando possuem uma taxa de armadura muito pequena e a ruptura ocorre no domínio 2 por deformação excessiva da armadura sem haver esmagamento do concreto, ou seja, uma ruptura dúctil, em virtude das fissuras precedentes à ruptura. Quando classificadas como normalmente armadas, a ruptura ocorre no domínio 3, com esmagamento do concreto e com escoamento da armadura, sendo semelhante às seções subarmadas. Quando a ruptura ocorre no domínio 4, são classificadas como superarmadas, e, em virtude do excesso de armadura o aço não escoa e a ruptura ocorre pelo esmagamento do concreto, caracterizando uma ruptura frágil, sem aviso prévio (ARAÚJO, 2014).

### Dimensionamento

O dimensionamento de vigas de concreto armado submetidas à flexão normal simples consiste em determinar as dimensões da seção transversal e as armaduras necessárias para garantir o equilíbrio no Estado-Limite último, definido pelos domínios de dimensionamento. Assim, quando determinados os esforços solicitantes máximos e as dimensões da seção, as áreas de armaduras necessárias são calculadas para um determinado momento solicitante de cálculo,  $M_d$ , através da determinação do momento fletor reduzido,  $\mu$ , indicado na Eq. (3.16). Onde *b* é a largura da seção, *d* é a altura útil, a distância entre a centroide da armadura até a borda comprimida e  $\gamma_f$  é o fator de minoração, Tabela 12.1 da ABNT NBR 6118 (2014).

$$u = \frac{M_d}{bd^2\sigma_{cd}} = \frac{M_k\gamma_f}{bd^2(\sigma_c f_{cd})}$$
(3.16)

O diagrama parábola retângulo do concreto à compressão pode ser substituído por um diagrama retangular de tensões no concreto, para simplificar o dimensionamento, de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014). A tensão máxima no concreto,  $\sigma_{cd}$ , apresentada na Eq. (3.4), é admitida

desde a borda comprimida da seção até uma distância  $\lambda x$ , onde x é a profundidade da linha neutra e o parâmetro  $\lambda$  é dado pela Eq. (3.17) e Eq. (3.18).

$$\lambda = 0.8, \text{se } f_{ck} \le 50 \text{ MPa} \tag{3.17}$$

$$\lambda = 0.8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} \operatorname{se} f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$
(3.18)

De modo a garantir a ductibilidade e evitar uma ruptura frágil das vigas, ou seja, que a ruptura ocorra nos domínios 2 e 3, a ABNT NBR 6118 (2014) limita a profundidade da linha neutra,  $\xi_{lim}$ , indicada na Eq. (3.19). Onde  $x_{lim}$  é a profundidade da linha neutra e d é a altura útil da seção transversal.

$$\xi_{lim} = \frac{x_{lim}}{d} \tag{3.19}$$

Tais valores são apresentados de acordo com a classe do concreto utilizado, conforme a Eq. (3.20) e Eq. (3.21) apresentam.

$$\xi_{lim} \le 0.45, \text{se } f_{ck} \le 50 \text{ MPa}$$
 (3.20)

$$\xi_{lim} \le 0.35$$
, se 50 MPa  $< f_{ck} \le 90$  MPa (3.21)

O momento fletor reduzido,  $\mu$ , é comparado com o momento limite reduzido,  $\mu_{lim}$ , representado de forma adimensional, como mostra a Eq. (3.22), o que permite verificar se o dimensionamento deverá ser feito com armadura simples, quando  $\mu \leq \mu_{lim}$ , ou armadura dupla, quando  $\mu > \mu_{lim}$ .

$$\mu_{lim} = \lambda \xi_{lim} (1 - 0.5\lambda \xi_{lim}) \tag{3.22}$$

Os valores limites da profundidade da linha neutra,  $\xi_{lim}$ , determinado na Eq. (3.20) e na Eq. (3.21), são válidos para o dimensionamento com momentos fletores obtidos em uma análise elástica linear, onde não ocorre redistribuição de esforços. Assim, a posição da linha neutra na transição do domínio 3 para o domínio 4, indicada na Eq. (3.23), é obtida a partir das propriedades mecânicas do concreto, onde  $\varepsilon_u$  é a deformação última do concreto e  $\varepsilon_{yd}$  é a deformação de cálculo de escoamento da armadura.

$$\xi_b = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_{yd}} \tag{3.23}$$

Para o dimensionamento com armadura simples, são realizadas algumas simplificações no cálculo, em que, através do equilíbrio de momentos em relação ao centroide da armadura e de forças aplicadas na seção transversal da viga, obtém-se a Eq. (3.24) em função da profundidade relativa da linha neutra,  $\xi$ .

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - \mu}}{\lambda} \tag{3.24}$$

A condição de ductibilidade é verificada, segundo a ABNT NBR 6118 (2014), se a condição,  $\xi \leq \xi_{lim}$ , for garantida. Assim, comprova-se a ruptura no domínio 2 ou 3, sendo a Eq. (3.25) para determinar a área de aço necessária.

$$A_s = \lambda \xi b d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \tag{3.25}$$

Para evitar uma ruptura frágil, emprega-se, além da armadura tracionada, uma armadura à compressão para garantir a ductibilidade da estrutura. Desse modo, quando a condição de  $\mu > \mu_{lim}$ , o dimensionamento é feito com armadura dupla. O equilíbrio da seção se dá de acordo com a distribuição de esforços, onde as áreas de aço tracionada,  $A_s$  e comprimida,  $A_s'$  são obtidas por equilíbrio de distribuição de tensões, fixando o valor da profundidade da linha neutra,  $\xi = \xi_{lim}$ .

A deformação da armadura de compressão,  $\varepsilon_s'$ , e a tensão,  $\sigma_{sd}'$ , podem ser obtidas respectivamente pela Eq. (3.26) e Eq. (3.27). Onde  $\delta = d'/d$  e  $E_s$  é o módulo de elasticidade do aço.

$$\varepsilon_{s}' = \varepsilon_{u} \left( \frac{\xi_{lim} - \delta}{\xi_{lim}} \right) \tag{3.26}$$

$$\sigma_{sd}{}' = E_s \varepsilon_s{}' \tag{3.27}$$

Assim, a Eq. (3.28) e Eq. (3.29) apresentam o cálculo da área de aço tracionada,  $A_s$  e comprimida,  $A_s'$ .

$$A_s = \left(\lambda \xi_{lim} + \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta}\right) b d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}}$$
(3.28)

$$A_{s}' = \left(\frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta}\right) bd \frac{\sigma_{cd}}{\sigma_{sd}'}$$
(3.29)

A armadura longitudinal tracionada no dimensionamento da seção transversal no Estado-Limite último deve atender a uma área mínima para evitar que ocorra uma ruptura brusca na seção, absorvendo o momento de fissuração do concreto (ARAÚJO, 2014). A área mínima da armadura,  $A_{s,mín}$ , é indicada pela Eq. (3.30) em função da taxa de armadura mínima,  $\rho_{mín}$ , indicada na Eq. (3.31) e Eq. (3.32).

$$A_{s,min} = \rho_{min}bh \tag{3.30}$$

$$\rho_{min} = \frac{0.078 f_{ck}^{2/3}}{f_{yd}}, \text{ se } f_{ck} \le 50 \text{ MPa}$$
(3.31)

$$\rho_{min} = \frac{0,5512 \cdot \ln(1+0,11f_{ck})}{f_{yd}}, \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$
(3.32)

# Verificação da Capacidade Resistente no Estado-Limite Último

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), para análises no Estado-Limite último, pode-se utilizar o diagrama tensão-deformação idealizado mostrado na Fig. 3.5, onde  $\varepsilon_c$  é a deformação de

compressão do concreto,  $\varepsilon_{c2}$  é a deformação específica de encurtamento do concreto,  $\varepsilon_{cu}$  é a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura e  $\sigma_c$  é a tensão de compressão do concreto, apresentada na Eq. (3.33). O expoente n = 2 para  $f_{ck} \le 50$  MPa e para  $f_{ck} > 50$  MPa, o expoente é descrito pela Eq. (3.34).

$$\sigma_c = 0.85 \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right]$$
(3.33)

$$n = 1,4 + 23,4 \cdot \left[\frac{(50 - f_{ck})}{100}\right]$$
(3.34)

 $[(00 - f_{-})]^4$ 

Figura 3.5 – Diagrama Tensão-Deformação Idealizado para concreto Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2014)

Os parâmetros de deformação são definidos de acordo com a classe de resistência do concreto, sendo para  $f_{ck} \leq 50$  MPa, a deformação de ruptura  $\varepsilon_{cu} = 3,5\%_0$  e a deformação inicial  $\varepsilon_{c2} = 2\%_0$ . Já a deformação para  $f_{ck} > 50$  MPa,  $\varepsilon_{cu}$  é descrito na Eq. (3.35) e  $\varepsilon_{c2}$  pela Eq. (3.36).

$$\varepsilon_{cu}(\%_0) = 2,6 + 35 \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100}\right]^4$$
(3.35)

$$\varepsilon_{c2}(\%_0) = 2.0 + 0.085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0.53}$$
(3.36)

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), pode-se adotar o diagrama tensão-deformação simplificado, um modelo elastoplástico perfeito, apresentado na Fig. 3.6, para cálculos nos estados limites último e de serviço para armaduras de aço com ou sem patamar de escoamento. O material possui o mesmo comportamento para tensões de tração e compressão.

A verificação da capacidade resistente na flexão normal simples tem como finalidade determinar o momento último, que leva a seção à ruptura, sob determinadas condições de carregamentos. Normalmente, deve-se utilizar um processo iterativo para determinar a posição da linha neutra e, assim, calcular o momento de ruína (CLÍMACO, 2008; ARAÚJO, 2014).


Figura 3.6 – Diagrama Tensão-Deformação Simplificado para aço Fonte: Adaptado de ARAÚJO (2014)

Em seções retangulares com armadura simples, pode-se obter o momento de ruína diretamente. Na verificação do momento de ruína,  $M_{ud}$ , deve-se trabalhar com as resistências de cálculo, ou seja, a tensão de escoamento do aço é representada por  $f_y = f_{yd}$  e a resistência à compressão do concreto por  $f_c = f_{cd}$ .

Nas seções com várias camadas de armadura, o processo é mais complexo e admite-se que todas as camadas estão comprimidas; deste modo, se alguma camada estiver tracionada, resultará em uma tensão negativa e será garantido o sentido correto das forças nas camadas de aço. Outrossim, com a verificação da distribuição de tensões e deformações é possível realizar o equilíbrio de forças e momentos, como mostra a Eq. (3.37), utilizada para obter a profundidade da linha neutra, x, e a Eq. (3.38) apresenta o momento de ruína,  $M_u$ .

$$\lambda b x \sigma_c + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{si} = 0 \tag{3.37}$$

$$M_{u} = \lambda b x \sigma_{c} (d_{1} - 0.5\lambda x) + \sum_{i=1}^{n} A_{si} \sigma_{si} (d_{1} - d_{i})$$
(3.38)

Logo, a profundidade da linha neutra, x, não pode ser obtida diretamente pela Eq. (3.37), onde é possível empregar um processo numérico através do Método da Bissecante, como mostra a Fig. 3.7, que permite satisfazer as equações propostas. A Eq. (3.39) apresenta genericamente, na forma f(x) = 0, a equação da profundidade da linha neutra, Eq. (3.37).

$$f(x) = \lambda b x \sigma_c(x) + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{si}(x) = 0$$
(3.39)

A raiz da Eq. (3.39) deve estar contida no intervalo  $[0, d_1]$ , que engloba os domínios de flexão simples. Os limites do intervalo onde se situa a raiz procurada são  $x_o = 0$  e  $x_u = d_1$ . A função f(x) nos extremos do intervalo vale  $f(x_o) = f_o$  e  $f(x_u) = f_u$ .

A primeira aproximação de  $x_1$  para a raiz da função, dado pela Eq. (3.40), é tomada como a interseção da reta que passa pelos extremos e pelo eixo das abcissas.



Figura 3.7 – Processo da Bissecante Fonte: Adaptado de ARAÚJO (2014)

É calculada  $f_1 = f(x_1)$  e testada a convergência do problema. Se  $|f_1| < tol$ , onde tol é uma tolerância preestabelecida, a convergência foi alcançada e  $x_1$  é considerada a solução do problema. Caso a convergência não for alcançada, deve-se reduzir o intervalo solução e avaliar o produto  $p_1 = f_0 f_1$ , onde se  $p_1 > 0$  adotam-se  $x_0 = x_1$  e  $f_0 = f_1$ . Se  $p_1 < 0$ , adotam-se  $x_u = x_1$  e  $f_u = f_1$ . Desse modo, com o novo intervalo, repete-se o valor de  $x_1$  sucessivamente até a convergência. Enfim, encontrada a profundidade da linha neutra, calcula-se o momento de ruína com a aplicação da Eq. (3.38).

## 3.2 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM BARRAS DE *FRP* DE ACORDO COM ACI 440.1R (2015)

As recomendações existentes têm em comum o fato de serem baseadas em normas de projetos para estruturas em concreto armado com aço. As modificações são influenciadas pelas propriedades mecânicas não convencionais das armaduras de *FRP* e equações empíricas baseadas em trabalhos experimentais. Embora o comportamento elástico linear seja um importante fator, o impacto da mudança do modo de falha não é tratado em detalhes nestas recomendações existentes.

Há diferentes normas e recomendações relacionadas ao uso de vigas de concreto armado com barras de *FRP*, dentre elas, os países que se destacam em pesquisas e utilização deste material

são: Estados Unidos, com o código ACI 440.1R (2015), Canadá, com a norma ISIS CANADA DESIGN MANUAL Nº 3 (2011), o Japão, com a recomendação JSCE (1997) e o continente europeu, com o *fib* (2010). No caso das estruturas armadas com *FRP*, a durabilidade devido a ações ambientais e do tempo são fatores que devem ser considerados no dimensionamento. Em vista disso, existem diferentes coeficientes redutores para aumentar a segurança das estruturas, retirados de normas e recomendações. Com a diversidade desses fatores, que são especificados para cada local e baseados no tipo de material e nas condições ambientais e estruturais específicas, conclui-se que cada norma acaba sendo mais ou menos conservadora nos fatores sugeridos em relação a outras. Para o dimensionamento de vigas de concreto armado com barras de *FRP* as normas apresentam os fatores de segurança dos esforços e os coeficientes de minoração dos materiais adequados ao projeto e à construção. De uma forma geral, os códigos e as pesquisas têm se concentrado nas comparações entre as estruturas armadas com *FRP* e com aço, adequando seus coeficientes e levando em conta o comportamento dos materiais (MACHADO, 2002).

### 3.2.1 Propriedade dos Materiais

As propriedades dos materiais fornecidas pelo fabricante, como a resistência à tração, são consideradas propriedades iniciais porque não incluem os efeitos de exposição a longo prazo às intempéries, sendo que tal exposição pode reduzir a resistência à tração e a resistência à fadiga das barras de *FRP*. Nesse sentido, em equações de projeto, as propriedades dos materiais devem ser reduzidas em função do tipo e nível de exposição às intempéries. O ACI 440.1R (2015) utiliza a Eq. (3.41) para reduzir a resistência à tração das barras de *FRP*.

$$f_{fu} = \mathcal{C}_E f_{fu}^* \tag{3.41}$$

Onde  $f_{fu}$  é a resistência à tração de projeto das barras de *FRP*, considerando a redução por exposição às intempéries,  $C_E$  é o fator de redução ambiental para vários tipos de fibra e exposição, dado pela Tabela 3.7;  $f_{fu}^*$  é a resistência à tração nominal das barras de *FRP*.

CONDIÇÃO	TIPO DE	FATOR DE REDUÇÃO PARA EFEITO
AMBIENTAL	FIBRA	AMBIENTAL ( $C_E$ )
	Carbono	1,0
AMBIENTE INTERNO	Vidro	0,8
_	Aramida	0,9
	Carbono	0,9
AMBIENTE EXTERNO	Vidro	0,7
	Aramida	0,8

Fonte: ACI 440.1R (2015)

A deformação última de projeto, segundo o ACI 440.1R (2015), é imposta pela Eq. (3.42), onde  $\varepsilon_{fu}$  é a deformação última de projeto das barras de *FRP* e  $\varepsilon_{fu}^*$  é a deformação última nominal das barras de *FRP*.

$$\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^* \tag{3.42}$$

O módulo de elasticidade do projeto,  $E_f$ , será o mesmo que o valor informado pelo fabricante como o módulo de elasticidade médio,  $E_{f,ave}$ , de uma amostra de corpos de prova, como mostra a Eq. (3.43).

$$E_f = E_{f,ave} \tag{3.43}$$

Os fatores de redução ambiental são estimativas conservadoras, dependendo da durabilidade de cada tipo de fibra, as quais são baseadas no Comitê ACI 440. Os efeitos da temperatura estão incluídos nos valores de  $C_E$ . As barras de *FRP*, entretanto, não devem ser utilizadas em ambientes com temperatura de serviço superior à T<sub>g</sub> da resina utilizada em sua fabricação. Esperase que, com a pesquisa contínua, esses valores reflitam melhor os efeitos reais do ambiente. A metodologia quanto ao uso desses fatores, no entanto, não deverá mudar (ACI 440.1R, 2015).

A resistência à tração de projeto de barras de *FRP* com ganchos pode ser determinada pela Eq. (3.44), e é adaptada das recomendações de projeto da Sociedade Japonesa de Engenheiros Civis (JSCE, 1997).

$$f_{fb} = \left(0.05 \times \frac{r_b}{d_b} + 0.3\right) f_{fu} \le f_{fu}$$
(3.44)

Segundo a pesquisa sobre ancoragem de barras de *FRP* com ganchos, realizada por Ehsani *et al.* (1995), indica que a força de tração desenvolvida pela dobra de uma barra de *GFRP* é influenciada principalmente pela razão do raio de curvatura  $(r_b)$  para o diâmetro da barra  $(d_b)$ , o comprimento da dobra e, em menor medida, pela resistência do concreto.

### 3.2.2 Combinações de Ações e Fatores de Cargas de acordo com ACI 318 (2019)

Segundo o ACI 318 (2019), a força resistente U deve ser ao menos igual aos efeitos dos fatores de carga e combinações de ações expressas pelas equações Eq. (3.45) à Eq. (3.51).

$$U = 1,4D \tag{3.45}$$

$$U = 1,2D + 1,6L + 0,5(L_r \text{ ou } S \text{ ou } R)$$
(3.46)

$$U = 1,2D + 1,6(L_r \text{ ou } S \text{ ou } R) + (1,0L \text{ ou } 0,5W)$$
(3.47)

$$U = 1,2D + 1,0W + 1,0L + 0,5(L_r \text{ ou } S \text{ ou } R)$$
(3.48)

$$U = 1,2D + 1,0E + 1,0L + 0,2S \tag{3.49}$$

$$U = 0.9D + 1.0W \tag{3.50}$$

$$U = 0.9D + 1.0E \tag{3.51}$$

Onde *D* são as ações permanentes ou esforços correspondentes, como peso próprio; *L* são as sobrecargas, ações variáveis ou esforços correspondentes;  $L_r$  são as sobrecargas de cobertura; *S* são as ações devido à neve ou esforços correspondentes; *R* são as ações devido à chuva ou esforços correspondentes; *W* são as ações de vento e *E* são as ações devido ao peso e empuxo do solo, da água do solo ou outros materiais.

Contrapondo, houve uma atualização do ACI 318 (2008) onde apresentava uma combinação diferente para o caso de cargas permanentes e sobrecargas de maneira geral, e na versão vigente é expressa pela Eq. (3.52).

$$U = 1,4D + 1,7L \tag{3.52}$$

No entanto, para este estudo, apenas as combinações apresentadas nas equações Eq. (3.45) e Eq. (3.46) foram utilizadas, visto que são as combinações que fornecem resultados de maior interesse envolvendo cargas permanentes e variáveis na atual norma vigente. Ainda, a norma apresenta especificações quanto às combinações de ações em itens subsequentes, como a consideração de efeitos de temperatura, sismos e a presença de elementos de protensão.

### 3.2.3 Filosofia do Dimensionamento à Flexão

As recomendações de projeto, de acordo com ACI 440.1R (2015), seguem o método dos estados limites e é semelhante ao projeto de concreto armado com barras de aço. Porém, no caso do concreto armado tradicional, as estruturas são comumente projetadas para garantir o escoamento do aço antes do esmagamento do concreto. O escoamento do aço apresenta ductibilidade e sinais de falha na estrutura. No caso do concreto armado com *FRP* o colapso é repentino, logo o modo de falha ocorre com a ruptura das barras de *FRP* e o esmagamento do concreto, ou seja, uma ruptura frágil, com sinais iminentes na forma de fissuras extensas e grande deflexão devido ao alongamento elástico das barras (NANNI, 1993; GANGARAO e VIJAY, 1997).

Assim, ocorre uma mudança de paradigma, sendo a falha do concreto mais desejada do que a falha das barras de *FRP*, mas aceitáveis, desde que a resistência e critérios de serviços estejam satisfeitos. Para compensar a falta de ductibilidade, as recomendações norte-americanas prescrevem uma margem de segurança maior do que a usada para o concreto armado tradicional, de forma que a barra tenha uma reserva mais alta de resistência (NANNI, 1993; ACI 440.1R, 2015).

Segundo o ACI 440.1R (2015), os cálculos da resistência das seções transversais devem ser realizados baseando-se nas hipóteses de que a deformação no concreto e nas barras de *FRP* deve ser proporcional a distância da linha neutra, ou seja, uma seção plana antes do carregamento

permanece plana após o carregamento. O comportamento à tração das barras de *FRP* é linearmente elástico até a falha e considera-se aderência perfeita entre o concreto e a armadura. É determinado que a deformação máxima de compressão no concreto,  $\varepsilon_{cu}$ , é de 0,003 e a resistência à tração do concreto ignorada, enquanto a norma canadense e a brasileira admitem uma deformação última do concreto à compressão de 0,0035.

A resistência à flexão de uma viga deve exceder ao momento fletor procedente das cargas atuantes, cargas majoradas, ou seja, em qualquer caso deve ser respeitada a condição dada pela Eq. (3.53). Onde  $\phi$  é o fator de minoração da resistência,  $M_n$  é o valor nominal do momento fletor resistente,  $M_d$  é o momento fletor, resultado do carregamento atuante majorado. No ACI 440.1R (2015), os coeficientes de majoração das cargas estão definidos pela norma ACI 318 (2019).

$$\phi M_n \ge M_d \tag{3.53}$$

A resistência nominal de uma viga em concreto armado com *FRP* pode ser determinada a partir da compatibilidade de deformação, do equilíbrio de forças internas e do modo de falha. O modo de falha pode ser governado pelo esmagamento do concreto ou pela ruptura da barra de *FRP*.

As imagens abaixo apresentam a tensão, deformação, e as forças internas para os três modos de ruptura possíveis, previstos no ACI 440.1R (2015), de vigas de concreto armadas com *FRP*. A Fig. 3.8 apresenta o modo de ruptura por esmagamento do concreto, a Fig. 3.9 apresenta o modo de ruptura balanceada e a Fig. 3.10 apresenta o modo de ruptura da barra de *FRP*.



Figura 3.9 – Modo de ruptura balanceada Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)



Figura 3.10 – Modo de ruptura da barra de *FRP* Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)

O modo de falha pode ser determinado comparando a taxa de armadura em *FRP* com a taxa de armadura balanceada, isto é, uma relação onde o esmagamento do concreto ocorre simultaneamente à ruptura das barras de *FRP*. Como as barras não escoam, a taxa de armadura balanceada é calculada usando a resistência à tração de projeto, sendo que a taxa de armadura pode ser obtida pela Eq. (3.54), onde,  $\rho_f$  é a taxa de armadura longitudinal das barras de *FRP*,  $A_f$  é a área total das seções transversais das barras, *b* é a largura da seção transversal e *d* é a distância da fibra comprimida mais extrema até a centroide da armadura de tração.

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} \tag{3.54}$$

A taxa de armadura balanceada é calculada pela Eq. (3.55), onde,  $\rho_{fb}$  é a taxa de armadura balanceada das barras de *FRP*,  $\beta_1$  é o fator tomado para a resistência do concreto,  $f'_c$  é a resistência à compressão especificada do concreto,  $f_{fu}$  é a resistência à tração de projeto, considerando-se a redução para a condição de serviço,  $E_f$  é o módulo de elasticidade das barras de *FRP* definido como a média dos valores obtidos em testes e  $\varepsilon_{cu}$  é a deformação última do concreto.

$$\rho_{fb} = 0.85\beta_1 \frac{f_c'}{f_{fu}} \left( \frac{E_f \varepsilon_{cu}}{E_f \varepsilon_{cu} + f_{fu}} \right)$$
(3.55)

Se a taxa de armadura está abaixo da taxa de armadura balanceada,  $\rho_f < \rho_{fb}$ , o modo de falha é a ruptura da barra de *FRP*, caso contrário,  $\rho_f > \rho_{fb}$ , o esmagamento do concreto governa a falha. A Tabela 3.8 relata alguns valores típicos para a taxa de armadura balanceada, mostrando que a proporção balanceada para as barras de *FRP*  $\rho_{fb}$  é muito menor do que a relação balanceada para a armadura de aço  $\rho_f$ . A relação balanceada para as armaduras de *FRP* pode ser ainda menor do que a relação de armadura mínima para aço.

TIPO DE	RESISTÊNCIA À TRAÇÃO	MÓDULO DE	0
BARRA	f <sub>fu</sub> (MPa)	ELASTICIDADE (GPa)	$ ho_{fb}$
AÇO	414	200	0,0335
GFRP	552	41,4	0,0078
AFRP	1172	82,7	0,0035
CFRP	2070	152	0,0020
	Fonto: Adontado do ACI	440 1D (2015)	

Tabela 3.8 – Valores típicos para taxa de armadura balanceada para seção retangular

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)

Quando  $\rho_f > \rho_{fb}$ , a falha da estrutura é iniciada pelo esmagamento do concreto, e a distribuição de tensões no concreto pode ser obtida através do bloco retangular de tensões do ACI 318 (2019), baseado no equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações, e a resistência nominal,  $M_n$ , pode ser obtida pela Eq. (3.56). A profundidade do bloco de tensões, a, é dada pela Eq. (3.57) e a tensão nas barras  $f_f$  é dada pela Eq. (3.58), pois é menor que  $f_{fu}$ .

$$M_n = A_f f_f \left( d - \frac{a}{2} \right) \tag{3.56}$$

$$a = \frac{A_f f_f}{0.85 f_c' b} \tag{3.57}$$

$$f_f = E_f \varepsilon_{cu} \frac{\beta_1 d - a}{a} \tag{3.58}$$

Substituindo a Eq. (3.57) e Eq. (3.58).

$$f_f = \left(\sqrt{\frac{\left(E_f \varepsilon_{cu}\right)^2}{4} + \frac{0.85\beta_1 f_c'}{\rho_f}} E_f \varepsilon_{cu} - 0.5E_f \varepsilon_{cu}\right) \le f_{fu}$$
(3.59)

A resistência à flexão também pode ser expressa através da taxa de armadura das barras de *FRP* como dado na Eq. (3.60) em substituição a Eq. (3.56).

$$M_n = \rho_f f_f \left( 1 - 0.59 \frac{\rho_f f_f}{f_c'} \right) b d^2$$
(3.60)

Quando  $\rho_f < \rho_{fb}$ , a falha do elemento estrutural é iniciada pela ruptura das barras de *FRP*, e o bloco de tensão do ACI 318 (2019) não é aplicável porque a deformação máxima do concreto, 0,003, pode não ser atingida. Neste caso, um bloco equivalente de tensões precisa ser usado para aproximar a distribuição de tensões no concreto ao nível de deformação particular alcançado. A análise incorpora a incógnita da deformação de compressão do concreto na falha,  $\varepsilon_c$ , e a profundidade do eixo neutro, *x*. Além disso, os fatores do bloco retangular de tensões,  $\alpha_1 \in \beta_1$ , são desconhecidos. O fator  $\alpha_1$  é a relação da tensão média no concreto para a resistência do concreto. Já  $\beta_1$  é a razão da profundidade do bloco de tensão regular equivalente à profundidade do eixo neutro. A análise que envolve todas essas incógnitas é muito complexa.

Logo a resistência à flexão é calculada com a Eq. (3.61).

$$M_n = A_f f_{fu} \left( d - \frac{\beta_1 x}{2} \right) \tag{3.61}$$

Para uma seção, o produto  $\beta_1 x$  da equação acima varia dependendo das propriedades dos materiais e da taxa de armadura das barras de *FRP*. O valor máximo de  $\beta_1 x$  é alcançado quando a deformação máxima do concreto, 0,003, é atingida. O cálculo da resistência nominal à flexão pode ser feito de modo simplificado e conservador através da Eq. (3.62) e Eq. (3.63).

$$M_n = A_f f_{fu} \left( d - \frac{\beta_1 x_b}{2} \right) \tag{3.62}$$

$$x_b = \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fu}}\right)d\tag{3.63}$$

As barras de *FRP* não exibem comportamento dúctil, assim, deve-se adotar um fator conservador para minoração de resistência e fornecer uma maior margem de segurança. As recomendações japonesas para o projeto usando barras de *FRP* sugerem um fator de redução de resistência igual a 0,77 (JSCE, 1997). Benmokrane *et al.* (1996) sugerem um valor de 0,75 com base em conceitos probabilísticos. Com base no ACI 318, Shield *et al.* (2011) utilizam o fator  $\phi$  para projeto de 0,65, para resistência à compressão e 0,55 para resistência à tração, com um índice de confiabilidade alvo entre 3,5 e 4,0, utilizando a Eq. (3.62).

Logo, se a resistência do concreto for maior do que a especificada, a capacidade da seção pode ser controlada pela ruptura das barras de *FRP*. Por essa razão, e para estabelecer uma transição entre os dois valores de  $\phi$  indicados por Shield *et al.* (2011), uma seção de concreto armado com *FRP* controlada à compressão é definida como uma seção em que  $\rho_f \ge 1, 4\rho_{fb}$ , e quando controlada à tração é definida com  $\rho_f \le \rho_{fb}$ . Uma seção com  $\rho_{fb} < \rho_f < 1, 4\rho_{fb}$  será teoricamente controlada pelo Estado-Limite do concreto, mas um valor reduzido de  $\phi$  deve ser usado.

De acordo com o ACI 440.1R (2015), são sugeridos três fatores demonstrados na Eq. (3.64), Eq. (3.65) e Eq. (3.66). Essas equações são demonstradas graficamente pela Fig. 3.11 e fornecem um fator de 0,65 para seções controladas por compressão, 0,55 para seções controladas por tração e uma transição linear entre as duas.

$$\phi = 0,55 \text{ para } \rho_f < \rho_{fb} \tag{3.64}$$

$$\phi = 0.3 + 0.25 \frac{\rho_f}{\rho_{fb}} \text{ para } \rho_{fb} < \rho_f < 1.4 \rho_{fb}$$
(3.65)

$$\phi = 0.65 \text{ para } \rho_f \ge 1.4 \rho_{fb} \tag{3.66}$$



Figura 3.11 – Fator de redução de resistência em função da taxa de reforço Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)

A Figura 3.12 mostra uma comparação do comportamento momento-deformação teórico, apresentado no ACI 440.1R (2015), das seções transversais de vigas projetadas para a mesma resistência  $\phi M_n$  seguindo os princípios do projeto de resistência, incluindo os fatores de redução recomendados de acordo com ACI 440.1R (2015) para as barras de *FRP* e ACI 318 para as barras de aço. Além da seção transversal com armadura de aço, foram dimensionadas duas seções armadas com barras de *GFRP* e uma armada com barras de *CFRP*. Os  $\phi$  fatores utilizados foram de 0,9 para barras de aço à tração, 0,65 para barras de *GFRP* à compressão, 0,55 para barras de *GFRP* à tração e 0,65 para barras de *CFRP* à compressão. Para a seção armada com barras de *GFRP* à tração, as dimensões do concreto são maiores do que para as outras vigas para atingir a mesma capacidade.



Figura 3.12 – Diagrama momento-deformação de vigas de concreto armado com aço e *FRP* Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)

O ACI 440.1R (2015) limita a armadura mínima de *FRP*, no caso da estrutura ser projetada para a falha por ruptura das barras, ou seja, quando  $\rho_f < \rho_{fb}$ , deve-se adotar uma área mínima, dada pela Eq. (3.67). Nesse sentido,  $A_{f,min}$  é a área mínima necessária de barras de *FRP*,  $f_c'$ é a resistência característica do concreto à compressão,  $f_{fu}$  é a resistência à tração de projeto das barras de *FRP*, considerando a redução para condição de serviço, *b* é a largura da seção transversal e *d* é a distância da fibra comprimida mais extrema até o centroide da armadura de tração.

$$A_{f,min} = \frac{4.9\sqrt{f_c'}}{f_{fu}}bd \ge \frac{330}{f_{fu}}bd$$

$$(3.67)$$

O ACI 440.1R (2015) faz algumas considerações especiais em diversos casos que podem ocorrer na mesma estrutura, como o uso de camadas múltiplas de armadura, o uso de diferentes tipos de *FRP* para armadura de uma mesma estrutura, a redistribuição de momentos, armadura de compressão, o dimensionamento para Estado-Limite de serviço, o controle de flechas, a fadiga e ruptura por deformação lenta, o cisalhamento e controle de fissuras.

Em uma seção controlada por tração, toda o esforço de tensão do aço é considerado ao usar o método de dimensionamento para calcular a resistência à flexão nominal de seções com armaduras de aço dispostas em várias camadas. Portanto, presume-se que a força de tração atue no centroide da armadura com uma magnitude igual à área da armadura de tração vezes a tensão de escoamento do aço. No uso de múltiplas camadas de armaduras e combinações de diferentes tipos de barras de *FRP*, a tensão em cada camada de armadura irá variar dependendo de sua distância do eixo neutro, pois os materiais de *FRP* não têm região plástica. Nesses casos, a deformação na camada mais externa deve ser usada para determinar se a seção é controlada por compressão ou tração. A análise da capacidade de flexão deve ser baseada em uma abordagem de compatibilidade de deformação. Da mesma forma, se diferentes tipos de barras de *FRP* são usadas para armar a mesma seção, a variação no nível de tensão em cada tipo de barra deve ser considerada no cálculo da capacidade de flexão (ACI 440.1R, 2015).

#### 3.2.4 Compatibilização entre Normas

Dentre as diferenças entre a ABNT NBR 6118 (2014) e o ACI 318 (2019), encontra-se a forma de se empregar a resistência à compressão do concreto no que se refere ao dimensionamento das estruturas. A distribuição estatística da resistência característica à compressão do concreto  $f_{ck}$  apresentada pela ABNT NBR 6118 (2014) é diferente daquela adotada pelo ACI 318 (2019) para a resistência à compressão  $f_c'$  utilizada em projetos.

A norma brasileira considera o parâmetro  $f_{ck}$  como sendo o valor da resistência à compressão do concreto de forma que exista somente 5% de probabilidade de haver valores desfavoráveis. Já as recomendações norte-americanas, a partir da norma ACI 301 (2016), garante uma probabilidade diferente de que a média de três testes consecutivos seja inferior à resistência especificada à compressão do concreto  $f_c'$  (RABELLO, 2010).

Estudos buscaram traçar a equivalência entre as duas resistências, como Souza e Bittencourt (2003) e Campos (2015). A proporção é apresentada a partir de uma equação simplificada, Eq. (3.68), para o caso de não haver um desvio padrão obtido de ensaios. Contudo, constitui uma maneira simplista de relacionar as resistências à compressão de projeto entre as normas.

$$f_c' = f_{ck} - 2,04 \tag{3.68}$$

No presente trabalho, onde o  $f_{ck}$  na avaliação das vigas de concreto armado tem valores fixados, a compatibilização para o respectivo  $f'_c$  é realizado a partir da resistência à compressão média do concreto. Segundo a ABNT NBR 12655 (2015), a resistência média à compressão do concreto,  $f_{cm}$ , é dada pela distribuição, Eq. (3.69), onde S é o desvio padrão.

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,65S \tag{3.69}$$

Em resumo, a resistência média à compressão do concreto,  $f'_{cr}$ , segundo o ACI 301 (2016), que apresenta as especificações do concreto estrutural que o ACI 318 (2019) contempla, é tomada pelas regras impostas na Tabela 3.9, em que  $S_s$  é o desvio padrão da dosagem, em MPa.

RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA À	RESISTÊNCIA MÉDIA À					
COMPRESSÃO (MPa)	COMPRESSÃO (MPa)					
	USAR MAIOR VALOR OBTIDO NAS EQUAÇÕES					
$f_c' \leq 35$	$f_{cr}' = f_c' + 1,34S_s$					
	$f_{cr}' = f_c' + 2,33S_s - 3,5$					
	USAR MAIOR VALOR OBTIDO NAS EQUAÇÕES					
$f_{c}' > 35$	$f_{cr}' = f_c' + 1,34S_s$					
	$f'_{cr} = 0.90f'_c + 2.33S_s$					
Fonte: Adan	tado de OLIVEIRA (2018)					

Tabela 3.9 – Resistência à compressão média do concreto,	fc	r
--	----	---

Ao adotar a mesma equação para o desvio padrão e o mesmo coeficiente de variação, pode-se então realizar a compatibilização das resistências à compressão do concreto. Sobretudo, o que se deseja trabalhar é com concretos de mesmas propriedades, então trata-se  $f_{cm} = f'_{cr}$ . Assim, mesmo que estatisticamente os valores de  $f_{ck}$  e  $f'_c$  sejam diferentes, os valores médios, dada uma distribuição Normal de probabilidades, tornam-se iguais. A utilização dos valores compatibilizados utilizados neste estudo encontra-se no Capítulo 6.

# **4 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL**

O desenvolvimento de projetos estruturais é fundamentado em prescrições de normas técnicas, baseadas em pesquisas, que apresentam regras, diretrizes e características. Ainda assim, muitas decisões tomadas por engenheiros são feitas considerando as informações disponíveis, utilizando métodos de análise matemática sofisticada, como a simulação numérica em computadores. Entretanto, independentemente do nível de sofisticação dos modelos, até mesmo de laboratórios, as formulações dos problemas de engenharia carregam simplificações nas considerações de projeto e modelos de cálculo, sendo previsões, suposições ou condições idealizadas, ou seja, variáveis que apresentam incertezas. Como consequência, as informações obtidas podem ou não ser realistas, existindo sempre uma probabilidade de falha da estrutura (NOWAK e COLLINS, 2000).

As proporções dessa probabilidade dependem da qualidade das informações alcançadas, pois a maioria dos fenômenos relacionados à engenharia são extraídos com um grau de incertezas, sendo uma realidade nos diversos materiais utilizados na construção civil; muitos desses fenômenos são considerados idênticos, mas apresentam variações em suas propriedades. Desse modo, diversos graus de imperfeições podem estar presentes, pois muitos problemas da engenharia implicam em fenômenos naturais e aleatórios, não sendo descritos com precisão, tornando-se indispensável a avaliação dentro das circunstâncias de probabilidade (HALDAR e MAHADEVAN, 2000).

Segundo Nowak e Collins (2000), a confiabilidade estrutural pode ser considerada como o nível de segurança alcançado por um modelo estrutural sujeito a situações limites de desempenho, ou seja, é essencial a garantia de que a resistência de um modelo estrutural seja superior ao carregamento durante sua vida útil. Devido às aleatoriedades, é impossível atestar qualquer estrutura como absolutamente segura, existindo um nível de segurança e, consequentemente, uma probabilidade de falha. Assim, para uma estrutura ser considerada segura nos termos probabilísticos, a resistência deve ser superior ao carregamento.

De acordo com Melchers (1999), esses coeficientes aplicados ao cálculo estrutural estão diretamente ligados a incertezas e os classificam como incertezas físicas, relacionadas às dimensões, ações e propriedades dos materiais. Tais incertezas constituem-se em incertezas estatísticas, precedentes da extrapolação de um grande número de informações do modelo; incertezas devido a fatores humanos, relacionadas às ações humanas no comportamento da estrutura; incertezas de cunho fenomenológico, sendo os eventos não previsíveis levados em consideração; as incertezas de modelamento, relacionadas às simplificações e hipóteses adotadas para o modelo estrutural.

Rocha (2014) estudou a diferença entre quantidades determinísticas e aleatórias através das cargas impostas sobre um cais portuário, onde de acordo com a logística de operações do cais, vários fatores podem incidir sobre o mesmo, o que não permite garantir a carga total que atuará sobre o cais, tornando-a uma variável aleatória.

Assim, uma estrutura reage a um determinado carregamento através de uma função de diversas variáveis aleatórias que afetam seu desempenho, logo o comportamento da estrutura é também uma variável aleatória devido aos deslocamentos, deformações, tensões e esforços solicitantes existentes (REAL, 2000). Essas variáveis aleatórias e a probabilidade de ocorrência de situações diferentes daquelas às quais a estrutura foi projetada estão relacionadas à confiabilidade estrutural, sendo possível obter a segurança estrutural através das diretrizes das normas técnicas que indicam os valores a serem utilizados.

A compatibilidade com as normas e diretrizes técnicas garante uma pequena possibilidade de uma falha estrutural, o que se torna aceitável, onde essas prescrições técnicas estão em constantes mudanças e atualizações, considerando novas incertezas e proporcionando maior segurança estrutural (GALAMBOS *et al.* 1982).

# 4.1 MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

As principais aleatoriedades associadas ao comportamento de uma estrutura em uma perspectiva probabilística podem ser representadas por um modelo matemático. Esses modelos são baseados nos princípios básicos de probabilidade e estatística, sendo um evento definido como um resultado obtido dentro de uma série de resultados possíveis e um espaço amostral representando todos os resultados possíveis (NOWAK e COLLINS, 2000).

A confiabilidade estrutural tem como principal objetivo a garantia de que a resistência de uma estrutura seja maior que seu carregamento durante a vida útil. Contudo diante das diversas incertezas de carregamentos e na resistência de uma estrutura, há sempre uma possibilidade de falha. Assim, a segurança estrutural pode ser determinada apenas em termos probabilísticos, onde a confiabilidade estrutural é mensurada quanto a probabilidade de a resistência ser maior ao carregamento (MADSEN *et al.* 1986; GALAMBOS *et al.* 1982; DINIZ, 2006).

Os métodos para avaliar a segurança de uma estrutura são classificados por Madsen e Egeland (1989) em diferentes níveis, de acordo com a quantidade de informação disponível e utilizada.

Os métodos de nível zero utilizam a configuração do método das tensões admissíveis, utilizando um formato onde todas as cargas são tratadas similarmente e as tensões elásticas são reduzidas com um fator de segurança. A verificação é realizada com a tensão obtida pela teoria linear para as cargas máximas que podem ser esperadas durante a vida útil da estrutura.

Os métodos de nível I, por sua vez, são definidos por empregar valores característicos às variáveis associadas ao problema. Representa o método semi-probabilístico utilizado pela maioria das normas de projetos, como a ABNT NBR 6118 (2014), que considera a minoração das resistências e a majoração das solicitações através do emprego de coeficientes de ponderação dessas variáveis, os quais são ajustados até que se tenha uma uniformidade aceitável na probabilidade de falha de uma estrutura. Nesse critério, a segurança das estruturas de concreto é verificada em relação ao método dos estados limites últimos e de serviço.

Os métodos de nível II são definidos por empregar dois valores para cada parâmetro aleatório, onde as variáveis são definidas por intermédio de dois parâmetros estatísticos, usualmente a média e a variância, e uma medida de correlação entre parâmetros, usualmente a covariância.

Os métodos de nível III são definidos por empregar o nível de segurança através da probabilidade de falha da estrutura, sendo utilizada a distribuição conjunta das variáveis aleatórias, bem como os principais parâmetros estatísticos.

Enfim, os métodos de nível IV envolvem elementos de confiabilidade com a otimização dos custos de construção, manutenção e reparo. Procura-se a minimização de custos ao longo da vida útil da estrutura.

Um método de confiabilidade se explica em cima de outro método de nível mais elevado, pois é necessário expressar um valor objetivo para aplicar os índices de confiabilidade e comparar com outro preestabelecido. Na rotina dos escritórios de engenharia e na elaboração de projetos é impraticável a aplicação de análise probabilística pela demanda de tempo em termos de análise e interpretação de dados estatísticos, tornando-se complexo. Assim, o método semi-probabilístico é utilizado em projetos, devido a sua aplicação simplificada e resultados satisfatórios. A teoria de probabilidade é utilizada por diversos países para regular os coeficientes de projeto, possibilitando avaliar os níveis de segurança adotados pelas normas (BECK e SOUZA JR, 2010; MINASI, 2016; SCHERER, 2018).

# 4.2 PROBLEMA BÁSICO

Segundo Ang e Tang (1990), o problema básico de confiabilidade estrutural é a garantia de que a capacidade resistente seja superior às solicitações ao longo da vida útil dos elementos estruturais. A capacidade resistente R quando associada às ações dos carregamentos S, em termos de probabilidade, tem-se que a resistência seja maior que a solicitação  $P(R \ge S)$  indicando a confiabilidade do modelo estrutural. Logo, a probabilidade de falha onde a resistência R não alcança as solicitações S impostas na estrutura é representada pelo evento P(R < S).

Em termos de resistência e solicitação de um modelo estrutural, a função performance relacionada ao Estado-Limite último ou função Estado-Limite é, em geral, expressa pela margem de segurança, sendo a diferença entre a capacidade da estrutura e a solicitação imposta, representada pela Eq. (4.1).

$$g(R,S) = R - S \tag{4.1}$$

Em problemas de engenharia, R pode ser associada à capacidade de resistência e S representa as solicitações do modelo, soma das cargas permanentes e variáveis da estrutura. Em termos de segurança, a Eq. (4.1) representa o desempenho da estrutura, podendo se caracterizar em três domínios diferentes, mostrados na Fig. 4.1. Por conseguinte, os domínios de segurança correspondem a g(R,S) > 0, situação em que a estrutura possui sua resistência maior do que a sua solicitação. Para falha os valores correspondem g(R,S) < 0, situação em que a sua solicitação em que a sua solicitação. O limite entre a falha e a segurança refere-se à situação em que g(R,S) = 0, sendo denominado Estado-Limite (NOWAK e COLLINS, 2000).



Figura 4.1 – Domínios de Segurança Fonte: Adaptado de PALIGA (2008)

A distribuição de probabilidade, Fig. 4.1, das variáveis resistência e solicitação,  $R \in S$ , são representadas respectivamente por suas funções densidade de probabilidade marginal  $f_R(r)$  e  $f_s(s)$ . O volume formado pela interseção das distribuições  $f_R(r) \in f_s(s)$  constitui a distribuição conjunta  $f_{RS}(r, s)$ , representando todas as combinações possíveis entre  $R \in S$  (PALIGA, 2008).

Os dados experimentais verificam os parâmetros estatísticos em relação às variáveis aleatórias. Por suposto, a aplicação das variáveis aleatórias no estudo de confiabilidade estrutural é

feita através de funções com distribuições de probabilidade contínuas. Já a função densidade de probabilidade (FDP) pode ser apresentada com uma variável aleatória, contínua, definida sobre a reta dos números reais e contida em um intervalo (HALDAR e MAHADEVAN, 2000).

A probabilidade de falha,  $P_f$ , para as variáveis aleatórias de resistência R, e efeito de carregamentos S, é apresentada pela Eq. (4.2). São contínuas, independentes e correspondem a um único modo de falha quando a distribuição de probabilidade das variáveis for conhecida. A probabilidade complementar ou probabilidade de sobrevivência,  $P_S$ , é representada pela Eq. (4.3), onde  $F_R(s)$  é a função de distribuição cumulada da variável R e  $f_S(s)$  é a função densidade de probabilidade da variável S (ANG e TANG, 1990).

$$P_f = \int_0^\infty F_R(s) f_S(s) \, ds \tag{4.2}$$

$$P_S = 1 - P_f \tag{4.3}$$

A Eq. (4.2) é conhecida como convolução em relação a *s*, como mostra a Fig. 4.2, onde S = s e a probabilidade condicional de falha é  $F_R(s)$ . A região de sobreposição das curvas  $f_R(s)$  e  $f_S(s)$  representa uma medida qualitativa da probabilidade de falha  $P_f$ .



Figura 4.2 – Funções Densidade de Probabilidade de *R* e *S* Fonte: Adaptado de PALIGA (2008)

Haldar e Mahadevan (2000) citam três principais fatores sobre a região de sobreposição entre as funções resistência e solicitação. O primeiro fator é a posição relativa das curvas, onde na medida em que as curvas se afastam, a região de sobreposição reduz e como consequência, a probabilidade de falha diminui. O segundo fator é a dispersão das curvas, pois quanto mais as curvas de apresentarem em torno do valor médio, menor será a dispersão e como consequência, a probabilidade de falha diminui. Finalmente, o terceiro fator é a forma das curvas, o que caracteriza a região de sobreposição, ou seja, é caracterizada pela função densidade de probabilidade das variáveis aleatórias.

Quando as variáveis aleatórias são estatisticamente dependentes, a probabilidade de falha pode ser expressa pela Eq. (4.4) em termos da função densidade de probabilidade conjunta de R e S. A probabilidade de sobrevivência é expressa pela Eq. (4.5) (ANG e TANG, 1990).

$$P_f = \int_0^\infty \left[ \int_0^s f_{R,S}(r,s) dr \right] ds \tag{4.4}$$

$$P_{S} = \int_{0}^{\infty} \left[ \int_{0}^{r} f_{R,S}(r,s) ds \right] dr$$
(4.5)

Isto posto, a probabilidade de falha de variáveis aleatórias estatisticamente independentes, indicada na equação Eq. (4.2) ou de variáveis aleatórias correlacionadas, indicada na Eq. (4.4), dependem das funções densidade de probabilidade das variáveis estatisticamente independentes,  $f_R(r) e f_S(s)$  ou das variáveis estatisticamente correlacionadas  $f_{R,S}(r,s)$ . As funções R e S são funções de uma série de outras variáveis aleatórias e em poucos casos a probabilidade de falha é obtida diretamente pelas equações Eq. (4.2) e Eq. (4.4) (RIBEIRO, 2009). Assim, a probabilidade de falha pode ser calculada de forma aproximada, através de métodos numéricos que serão apresentados neste estudo.

### 4.2.1 Margem de Segurança

Paliga (2008) apresenta o problema de confiabilidade estrutural através da chamada função de Estado-Limite ou margem de segurança M = R - S, onde é possível representar a margem de segurança através de uma distribuição de probabilidade, sendo a falha quando  $M \le 0$ .

Quando a resistência e solicitação são estatisticamente independentes e representadas por uma distribuição normal de probabilidade, pode-se utilizar a distribuição da margem de segurança  $f_M(m)$ , como mostra a Fig. 4.3. A região de sobreposição na Fig. 4.2 representa uma medida qualitativa da probabilidade de falha do modelo. Quando representada em margem de segurança, a medida quantitativa dessa probabilidade é representada pela probabilidade de falha,  $P_f$ , na Fig. 4.3. Assim, a Eq. (4.6) representa a probabilidade de falha (PALIGA, 2008; RIBEIRO, 2009).

$$P_f = \int_{-\infty}^{0} f_M(m) \, dm = F_M(0) \tag{4.6}$$

O valor médio da função de probabilidade da margem de segurança,  $\mu_M$ , pode ser definido pela diferença entre as médias das variáveis envolvidas, sendo a variável de resistência *R* e a variável de solicitações *S* independentes, como mostra a Eq. (4.7). O desvio padrão da margem de segurança é dado pela Eq. (4.8).

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \tag{4.7}$$



Figura 4.3 – Função Densidade de Probabilidade da Margem de Segurança Fonte: Adaptado de PALIGA (2008)

Pode-se definir uma variável Normal padronizada, correspondente à margem de segurança de acordo com a Eq. (4.9), onde m é a variável Normal padronizada correspondente à margem de segurança e M é a variável correspondente à margem de segurança.

$$m = \frac{\mathbf{M} - \mathbf{\mu}_M}{\sigma_M} \tag{4.9}$$

O início da região de falha corresponde quando a margem de segurança (M) se torna nula. Assim, a probabilidade associada à variável padronizada (m) corresponde à probabilidade de falha,  $P_f$ , que pode ser obtida a partir da Eq. (4.10), onde  $\Phi$  é a função distribuição de probabilidade acumulada da variável Normal padronizada. A probabilidade de sobrevivência,  $P_S$ , Eq. (4.11).

$$P_f = \Phi\left(\frac{-\mu_M}{\sigma_M}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right)$$
(4.10)

$$P_S = 1 - P_f = \Phi\left(\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \tag{4.11}$$

Vale ressaltar que a aplicação da Eq. (4.10) para probabilidade de falha deve ser utilizada somente nos casos em que resistência e solicitação são estatisticamente independentes e de distribuição normal de probabilidade, obtendo uma margem igual de distribuição normal. Na prática, muitas vezes, as condições não são respeitadas, ocasionando uma imprecisão quando empregada.

Observa-se na Eq. (4.11) que a confiabilidade é função da razão  $\mu_M/\sigma_M$  a qual, na literatura, é conhecida como índice de confiabilidade,  $\beta$ , apresentado pela Eq. (4.12). A probabilidade de sobrevivência,  $P_S$ , é calculada de forma exata em termos de índice de confiabilidade, a Eq. (4.13).

(4.8)

92

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$
(4.12)

$$P_S = \Phi(\beta) \tag{4.13}$$

Outrossim, a probabilidade complementar ou probabilidade de falha,  $P_f$ , é dada pela Eq. (4.14).

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) \tag{4.14}$$

# 4.3 MÉTODO DE CONFIABILIDADE DE PRIMEIRA ORDEM (FORM)

Para a determinação da probabilidade de falha ou segurança é necessário que sejam conhecidas as funções densidade de probabilidade de resistência  $f_R(r)$  e de solicitação  $f_S(s)$  ou também a probabilidade conjunta  $f_{R,S}(r,s)$ . No entanto, quando a falta de dados não permitir o reconhecimento das distribuições de probabilidade das variáveis, é possível obter a confiabilidade de uma função de primeiro momento, denominada média e outra de segundo momento, denominada variância, mediante o Método de Primeira Ordem e Segundo Momento (*First Order Second Moment* – *FOSM*). Quando as distribuições de probabilidade são conhecidas, utiliza-se o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (*First Order Reliability Method- FORM*) ou pela Simulação de Monte Carlo (ANG e TANG, 1990).

A determinação da função Estado-Limite ou função performance do modelo estrutural estudado é um dos pontos iniciais na análise de confiabilidade que deve ser considerado. Essa função abrange todas as variáveis envolvidas no problema, expressando uma relação de capacidade e demanda, caracterizando o desempenho do modelo de acordo com o Estado-Limite considerado. Em geral, a função é representada pela Eq. (4.15), onde g(X) é a função performance do sistema e X é o vetor de variáveis aleatórias básicas do sistema (HALDAR e MAHADEVAN, 2000).

$$g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$$
(4.15)

O princípio básico do *FORM* consiste em transformar as variáveis aleatórias de um grupo  $X = (X_1, X_2, ..., X_n)$  com distribuições quaisquer de probabilidade, correlacionadas ou não entre si, em um grupo  $U = (U_1, U_2, ..., U_n)$  de variáveis aleatórias estatisticamente independentes, de normais equivalentes padronizadas, ou seja, média zero e desvio padrão unitário (PALIGA, 2008).

Ang e Tang (1990) estabelecem o desempenho do sistema como g(X) = 0, caracterizado pelo seu Estado-Limite, ou seja, uma superfície de falha onde em um dos lados fica na região em que a função g(X) > 0 representa o domínio de segurança e quando g(X) < 0 representa o domínio de falha. Ao considerar um problema de *n* variáveis de projeto estatisticamente independentes, as variáveis reduzidas são representadas pela Eq. (4.16), e a equação Eq. (4.17) apresenta o Estado-Limite em função das variáveis reduzidas.

$$X'_{i} = \frac{X_{i} - \mu_{x_{i}}}{\sigma_{x_{i}}}, \qquad i = 1, 2, \dots, n$$
(4.16)

$$g(\sigma_{X_1}X'_1 + \mu_{X_1}, \dots, \sigma_{X_n}X'_n + \mu_{X_n}) = 0$$
(4.17)

Segundo Ang e Tang (1990), a Fig. 4.4 apresenta o domínio de segurança e o domínio de falha no espaço das variáveis reduzidas,  $X'_1 \, e \, X'_2$ . Pode-se observar quando a superfície de falha se aproxima ou se afasta da origem no espaço das variáveis reduzidas, uma vez que a região de segurança ou falha, aumenta ou diminuiu. Na menor distância entra o ponto da superfície de falha e a origem no espaço das variáveis reduzidas é o ponto mais provável de falha, podendo ser utilizada como uma medida mínima de confiabilidade.



Figura 4.4 – Domínio de Segurança e Falha no espaço de duas variáveis reduzidas Fonte: Adaptado de ANG e TANG (1990)

Assim, o índice de confiabilidade  $\beta$  corresponderá à menor distância entre a superfície de falha no sistema normal padronizado, g(X') = 0, e a origem deste sistema. A Eq. (4.18) apresenta a distância de um ponto  $X' = (X'_1, X'_2, ..., X'_n)$  à origem no espaço das variáveis reduzidas.

$$D = \sqrt{X_1'^2 + \dots + X_n'^2} = (X'^T X')^{\frac{1}{2}}$$
(4.18)

Sendo a distância entre a origem e um dado ponto no sistema reduzido das variáveis aleatórias dada por  $D = \sqrt{X'^T X'}$ , a determinação do índice de confiabilidade consiste em minimizar a distância D obedecendo à restrição g(X) = 0. Empregando-se o método dos multiplicadores de Lagrange,  $\lambda$ , tem-se a Eq. (4.19) e em notação escalar a Eq. (4.20).

$$L = D + \lambda g(X) = \sqrt{X'^T X'} + \lambda g(X)$$
(4.19)

$$\sqrt{X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2} + \lambda g(X_1, X_2, \dots, X_n)$$
(4.20)

O índice de confiabilidade,  $\beta$ , é apresentado pela Eq. (4.21), onde a solução é a distância mínima  $D_{min} = \beta$ .

L =

$$\beta = -\frac{G^{*T}X'^{*}}{\sqrt{G^{*T}G^{*}}} \tag{4.21}$$

Onde G é o vetor gradiente, como mostra a Eq. (4.22) e  $G^*$  é o vetor gradiente no ponto mais provável de falha  $x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*$ .

$$G = \left(\frac{\partial g}{\partial X_1'}, \frac{\partial g}{\partial X_2'}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X_n'}\right)$$
(4.22)

A equação Eq. (4.23) apresenta na forma escalar, a equação Eq. (4.21).

$$\beta = -\frac{\sum x_i^* \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_*}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_*^2}}$$
(4.23)

Na Eq. (4.21), a notação '\*' indica que o vetor das variáveis aleatórias e as derivadas parciais do gradiente são avaliadas no ponto de projeto e o valor de  $\beta$  é obtido por aproximações sucessivas. O cosseno diretor  $\alpha_i^*$  para cada variável é dado pela Eq. (4.24), sendo  $X_i^* = -\alpha_i^*\beta$ .

$$\alpha_i^* = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_*}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_*^2}}$$
(4.24)

O nível de segurança de um modelo é expresso justamente pelo seu índice de confiabilidade  $\beta$ , onde o ponto mais provável de falha é o ponto na superfície de falha com a menor distância até a origem no espaço das variáveis reduzidas, Fig. 4.4. Assim, o índice de confiabilidade,  $\beta$ , mostrado na Eq. (4.21) corresponde à linearização da função de desempenho no ponto mais provável de falha (ANG e TANG, 1990; MELCHERS, 1999). Com a linearização da função de desempenho e pela utilização de informações apenas até o segundo momento das variáveis envolvidas, caracteriza-se o método *FOSM*. Assim, os resultados obtidos pelo método *FOSM* são consistentes com variáveis Normais. Em casos mais gerais, as variáveis não normais são transformadas em distribuições normais equivalentes e variáveis correlacionadas devem ser transformadas em variáveis estatisticamente independentes, onde a probabilidade de falha é calculada de forma aproximada em processos iterativos (ANG e TANG, 1990).

Para problemas onde a função performance se apresenta não-linear, a formulação desses métodos compreende a representação da função performance através de uma expansão em Série de Taylor incompleta em seu termo de primeira ordem. As distribuições de probabilidade das variáveis são conhecidas e utilizadas no cálculo de probabilidade de falha com a distância mínima do ponto de superfície de falha até a origem no espaço das variáveis reduzidas, justificando o fato de serem chamados também de método de primeira ordem *FORM* (NOWAK e COLLINS, 2000).

O método *FORM* tem como resultante o índice de confiabilidade de um sistema que é obtida pela função de distribuição acumulada da variável Normal Padrão. A probabilidade de falha,  $P_f$ , pode ser calculada de forma exata a partir do índice de confiabilidade,  $\beta$ , obtidos pelas equações Eq. (4.21) ou Eq. (4.23) e utilizando-se a equação  $P_f = 1 - \Phi(\beta)$ , onde  $\Phi$  é a função de distribuição acumulada da variável Normal Padrão (ANG e TANG, 1990).

### 4.4 MÉTODO DE MONTE CARLO

A simulação é um processo que pode ser tanto teórico como experimental, sendo uma representação do mundo real baseada em um conjunto de hipóteses e modelos realísticos. A simulação teórica é normalmente executada numericamente, se tornando muito mais prática com a utilização de computadores, permitindo resultados de fenômenos físicos através de um grande número de repetições, sem nenhum ensaio experimental. Assim, da mesma forma que os métodos experimentais, as simulações numéricas podem ser utilizadas para obtenção de dados que representam uma simulação realística (ANG e TANG, 1990).

Na engenharia, as simulações são muito utilizadas para estudar a eficiência de projetos. A partir de um conjunto de valores prescritos para as variáveis aleatórias do modelo, as técnicas de simulação permitem determinar a probabilidade de falha e a confiabilidade da estrutura, através de um processo repetitivo, produzindo um conjunto de soluções estatísticas. Este procedimento de simulação pode ser utilizado para definir alternativas de projetos (ANG e TANG, 1990). O Método de Monte Carlo é muito utilizado no estudo de confiabilidade nos sistemas de engenharia, principalmente pela sua simplicidade e por não exigir conhecimentos mais complexos em probabilidade e estatística (HALDAR e MAHADEVAN, 2000).

Haldar e Mahadevan (2000) especificam seis elementos essências relacionados ao Método de Monte Carlo. Cada análise é denominada de simulação ou tentativa, adquirindo um conjunto de N previsões de comportamento do modelo, sendo o número total de simulações definido através do processo de convergência da probabilidade de falha.

1) Definir o problema em termos das variáveis aleatórias;

- Definir as distribuições de probabilidade e as principais estatísticas das variáveis aleatórias envolvidas no problema;
- Gerar um conjunto de valores para as variáveis aleatórias de acordo com suas distribuições de probabilidade;
- Solucionar o modelo de forma determinística para o conjunto de valores das variáveis aleatórias;
- 5) Extrair as informações estatísticas após N simulações;
- 6) Determinar a eficiência do processo de simulação.

De modo geral, as soluções obtidas pela simulação de Monte Carlo não são exatas, somente quando o tamanho da amostra for infinitamente grande. Trata-se de uma técnica de amostragem que está sujeita a erros de amostragem, assim, para que os resultados sejam mais precisos e confiáveis é necessário utilizar as amostras com grande número de elementos (RIBEIRO, 2009; DINIZ, 2006).

### 4.4.1 Probabilidade de Falha

Por meio do Método de Monte Carlo, Haldar e Mahadevan (2000) apresentam duas maneiras possíveis para avaliar a confiabilidade de um sistema. A primeira maneira se baseia no processo de contagem de resultados não satisfatórios da função performance dentro de um número total de simulações. Através da Eq. (4.25), pode-se obter a probabilidade de falha, onde  $N_f$  é o número de resultados satisfatórios e N é o número total de simulações.

$$P_f = P[g(R,S) < 0] = \left(\frac{N_f}{N}\right) \tag{4.25}$$

Por este método, a obtenção da probabilidade de falha pode se tornar computacionalmente pesada, pois é necessário um grande número de simulações para a convergência estatística da probabilidade de falha. A Eq. (4.26) apresenta a possibilidade de estimar o número total de simulações em função da tolerância em erro e da probabilidade de falha correta do modelo, a *priori* estimada. Onde  $P_f^T$  é a probabilidade de falha correta do modelo e  $\varepsilon$ % é a tolerância percentual do erro na estimativa da probabilidade de falha.

$$N = \frac{1 - P_f^T}{P_f^T} \left(\frac{200}{\epsilon \%}\right)^2$$
(4.26)

A segunda maneira de aplicação do Método de Monte Carlo é a sua utilização como ferramenta de inferência estatística da função performance, especialmente em relação ao modelo de resistência e solicitação que a função g(X) compreende. Deverá ser realizado um número suficiente

de simulações para que se alcance a convergência dos momentos estatísticos. Assim, rapidamente se alcança a convergência para um dado número de simulações e as funções densidade de probabilidade  $f_R(r)$  e  $f_s(s)$  são determinadas com o ajuste dos dados de uma distribuição teórica (HALDAR e MAHADEVAN, 2000). A probabilidade de falha pode ser representada na forma integral de convolução, como mostrado na Eq. (4.2), onde resistência e solicitação são variáveis aleatórias independentes e levadas ao limite (ANG e TANG, 1990).

### 4.4.2 Geração de Variáveis Aleatórias

Segundo Haldar e Mahadevan (2000), a técnica de simulação é executada através de um conjunto de valores para cada variável aleatória que compõe o modelo e estes valores são obtidos de acordo com a distribuição de probabilidade de cada variável. O método de transformação inversa é usualmente utilizada para conseguir este conjunto de dados e pode ser compreendida pela Fig. 4.5, onde U são números aleatórios com distribuição de probabilidade  $F_U(u)$  e X é a variável aleatória com a distribuição de probabilidade prescrita  $F_X(x)$ . Inicialmente, o método se baseia na geração de N valores randômicos uniformemente distribuíçãos entre 0,0 e 1,0. A função distribuição de probabilidade acumulada da variável  $X_i$  é composta por cada valor de  $u_i$  gerado, conforme a Eq. (4.27). O valor da variável aleatória é obtido pela inversão da função distribuição de probabilidade acumulada, conforme a Eq. (4.28).

$$F_X(X_i) = u_i \tag{4.27}$$

$$X_i = F_X^{-1}(u_i) (4.28)$$



Fonte: Adaptado de ANG e TANG (1984)

Em estudos de vigas de concreto armado, diferentes variáveis estão envolvidas, sendo referentes aos materiais que compõem a estrutura e aos carregamentos aplicados. De natureza aleatória, a resistência dos materiais mesmo dentro de um processo industrial de fabricação pode apresentar dispersões nos seus valores quando submetidos a ensaios. Assim, pode-se utilizar da Teoria de Probabilidades para análise de resistência do concreto, aço e *FRP*.

Admite-se que a função densidade de probabilidade das resistências siga uma curva normal, em que a resistência característica de um material, seja a resistência à compressão do concreto  $(f_{ck})$  ou à tração das barras de aço  $(f_{yk})$  corresponde a um valor de 5% de probabilidade de se obter valores inferiores de resistência de acordo com a norma brasileira. A Eq. (4.29) apresenta a densidade de probabilidade da resistência do material, onde  $f_{Xk}$  representa a resistência característica e  $f_{Xm}$  a resistência média do material. O desvio padrão das resistências,  $\sigma_X$ , obtido pela Eq. (4.30).

$$f_{Xk} = f_{Xm} - 1,65\sigma_X \tag{4.29}$$

$$\sigma_X = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(f_{Xi} - f_{Xm})^2}{(n-1)}}$$
(4.30)

O coeficiente de variação,  $V_X$ , apresentado pela Eq. (4.31), é obtido pela razão do desvio padrão das resistências,  $\sigma_X$  e o valor médio para resistência de um material,  $\mu_X$ , obtido por uma distribuição normal, como mostra a Eq. (4.32).

$$V_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \tag{4.31}$$

$$\mu_X = \frac{f_{Xk}}{1 - 1,65V_X} \tag{4.32}$$

#### 4.4.3 Erro de Probabilidade

Ao utilizar o Método de Monte Carlo para estimar a probabilidade de falha de um sistema, é necessário avaliar o erro da probabilidade estimada ou estimar quantas simulações, bem como o tamanho da amostra, são necessárias para obter-se uma segurança aceitável. Segundo Shooman (1968), a equação Eq. (4.33) apresenta o erro percentual por aproximação da distribuição binominal com a distribuição normal.

$$\% erro = 200 \sqrt{\frac{1 - P_f}{n P_f}}$$
(4.33)

Onde  $P_f$  é a probabilidade de falha estimada e n é o tamanho da amostra, existindo uma chance de 95% de que o erro percentual na probabilidade estimada esteja abaixo do valor obtido pela Eq. (4.33).

# 5 VERIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Em uma análise não-linear de estruturas de concreto armado deve-se obter um modelo eficiente para representar de forma correta as respostas dos problemas estudados e as diferentes situações apresentadas por cada estrutura. Ao avaliar a capacidade do modelo, leva-se em conta as limitações devido ao comportamento não-linear das estruturas de concreto armado, bem como a relação não-linear entre tensões e deformações, a diferença entre as resistências à tração e compressão do concreto, a aderência imperfeita entre as armaduras e o concreto, os fenômenos de retração e da fluência do concreto, a fissuração e a transmissão de esforços entre as fissuras, o comportamento não-linear geométrico da estrutura e etc. Assim, um modelo completo para análise de estruturas de concreto armado deveria levar em conta todos estes fatores. Todavia, deve-se relacionar a complexidade e os recursos do modelo computacional com os objetivos a serem atingidos na análise estrutural, buscando um modelo que produza bons resultados para o problema a ser analisado (PALIGA, 2008; SCHERER, 2018).

Com o intuito de validar o sistema empregado neste trabalho, foram realizadas comparações do modelo numérico com resultados experimentais de diferentes autores, onde apresentam o momento resistente último de vigas de concreto armado com barras de *FRP*. Foi realizada a verificação da eficiência do modelo de cálculo apresentado pelo ACI 440.1R (2015) para o dimensionamento de vigas de concreto armado com barras de *FRP*. Os valores de momento de resistência último de ensaios experimentais de 42 vigas de concreto armado com barras de *FRP* submetidas à flexão, foram nomeadas VFRP1 à VFRP42 e entre parênteses a nomenclatura de referência. Apresentarem-se resultados obtidos de trabalhos de diferentes autores em publicações da literatura científica e comparados com os resultados de momento no Estado-Limite último da rotina de dimensionamento apresentada pelo ACI 440.1R (2015) escrito na linguagem Python.

### 5.1 DADOS EXPERIMENTAIS

Tavares (2006) realizou uma análise experimental do comportamento à flexão em quatro pontos de cinco vigas de concreto armado com barras de *GFRP* com a seção transversal de 15 cm de largura, 30 cm de altura e 305 cm de comprimento. As vigas foram armadas com barras de *GFRP* variando a quantidade de barras, diâmetro, camadas e a utilização de dobras. A Fig. 5.1 mostra o detalhamento das vigas ensaiadas do modelo experimental. Os estribos e as armaduras construtivas superiores foram padronizados com aço para todos os modelos, sendo utilizado 8 mm de diâmetro a cada 13 cm ao longo das vigas e duas barras de 6,53 mm, respectivamente. As cargas foram aplicadas com um dispositivo hidráulico, gradativamente, até a ruptura. Nos modelos, pode-se observar a influência das propriedades das barras de *GFRP* no comportamento geral da estrutura, de modo que as grandes deformações nas barras longitudinais e os deslocamentos dos modelos foram determinados pelo baixo módulo de elasticidade.



Na Tabela 5.1 são apresentados os dados obtidos no trabalho experimental da autora.

	b <sub>w</sub> (cm)	h (cm)	f <sub>ck</sub> (MPa)	f <sub>fu</sub> (MPa)	E <sub>f</sub> (MPa)	$n_b$	Ø (mm)	n <sub>c</sub>	d <sub>1</sub> ( <i>cm</i> )	d2 (cm)	$A_{s1}$ $(cm^2)$	$A_{s2}$ ( $cm^2$ )
VFRP1	15	30	45,98	510,72	38160	2	9,53	1	26,2	-	1,43	-
VFRP2	15	30	45,98	598,04	37170	5	6,35	2	26,2	24,7	0,95	0,63
VFRP3	15	30	45,98	598,04	38160	6	6,35/ 9,53	2	26,2	24,7	2,15	0,95
VFRP4	15	30	45,98	510,72	38160	2	9,53	1	26,2	-	1,43	-
VFRP5	15	30	45,98	598,04	38160	6	6,35/ 9,53	2	26,2	24,7	2,15	0,95
				-				200				

Tabela 5.1 – Propriedades das vigas de CA-GFRP ensaiadas por Tavares (2006)

Fonte: Adaptado de TAVARES (2006)

Sendo  $b_w$  a largura das vigas, h é a altura,  $f_{ck}$  a resistência característica do concreto à compressão,  $f'_c$  a resistência especificada à compressão do concreto,  $f_{fu}$  é a resistência à tração das

barras de *FRP* e  $E_f$  é o módulo de elasticidade das barras de *FRP*. O número de barras longitudinais é representado por  $n_b$ , Ø é o diâmetro das armaduras longitudinais,  $n_c$  é o número de camadas das armaduras longitudinais,  $d_1$  é a altura útil da primeira camada de armaduras longitudinais,  $d_2$  é a altura útil da segunda camada de armaduras longitudinais,  $A_{s1}$  é a área da seção da primeira camada de armaduras longitudinais e  $A_{s2}$  é a área da seção da segunda camada de armaduras longitudinais.

Ashour (2006) realizou um estudo experimental sobre o comportamento à flexão em quatro pontos de vigas de concreto armado com barras de *GFRP*. Para este estudo, foram utilizados resultados do ensaio de seis vigas com seção transversal de 15 cm de largura, 20 cm, 25 cm e 30 cm de altura e 210 cm de comprimento. As vigas foram ensaiadas em dois grupos, em um o concreto com resistência à compressão, de 34 MPa e em outro de 59 MPa, sendo as vigas de cada grupo sem armadura de cisalhamento e sem armadura de compressão. A Fig. 5.2 mostra o detalhamento das vigas ensaiadas do modelo experimental. As cargas foram aplicadas com um dispositivo hidráulico, gradativamente, até a ruptura, de modo que ocorreram com falha na flexão ou com falha no cisalhamento.



Fonte: Adaptado de ASHOUR (2006)

A Tabela 5.2 apresenta os dados obtidos do trabalho experimental, com a mesma configuração mostrada anteriormente.

	$b_w$	h	$f_c'$	$f_{fu}$	$E_f$	22	Ø	22	$d_1$	$d_2$	$A_{s1}$	$A_{s2}$
	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	(MPa)	(MPa)	(MPa)	$n_b$	(mm)	$n_c$	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	$(cm^{2})$	$(cm^2)$
VFRP6	15	20	34,00	650	38000	2	6	1	16,2	-	0,57	-
VFRP7	15	25	34,00	650	38000	2	6	1	21,2	-	0,57	-
VFRP8	15	30	34,00	650	38000	2	6	1	26,2	-	0,57	-
VFRP9	15	20	59,00	650	38000	2	6	1	16,2	-	0,57	-
VFRP10	15	25	59,00	650	38000	2	6	1	21,2	-	0,57	-
VFRP11	15	30	59,00	650	38000	4	6	1	26,2	_	1,13	_
				-				~				

Tabela 5.2 – Propriedades das vigas de CA-GFRP ensaiadas por Ashour (2006)

Fonte: Adaptado de ASHOUR (2006)

Barris *et al.* (2013) realizaram ensaios experimentais de vigas de concreto armado com barras de *GFRP* à flexão, onde todas foram dimensionadas para romperem por esmagamento do concreto. Para a verificação do modelo do presente estudo foram utilizados os resultados experimentais de seis vigas com seção transversal variando entre 14 e 16 cm de largura, 19 cm de altura e 205 cm de comprimento. Na região do cortante, utilizaram estribos com diâmetro de 8mm espaçados a cada 7 cm. Na região de flexão pura não utilizaram estribos A Fig. 5.3 mostra o detalhamento das vigas ensaiadas do modelo experimental.



Os parâmetros variados foram a largura da viga, o cobrimento, a taxa de armadura, o diâmetro e a quantidade de barras, como mostra na Tabela 5.3, com a mesma configuração das anteriores.

	$b_w$	h	$f_c'$	$f_{fu}$	$E_f$	20	Ø	20	$d_1$	$d_2$	$A_{s1}$	$A_{s2}$
	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	(MPa)	(MPa)	(MPa)	$n_b$	(mm)	$n_c$	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	$(cm^2)$	$(cm^{2})$
VFRP12	14	19	59,80	1353	63252	2	12	1	16,34	-	2,26	-
VFRP13	14	19	56,30	995	64152	2	16	1	16,15	-	4,02	-
VFRP14	14	19	55,20	995	64152	3	16	1	16,15	-	6,03	-
VFRP15	16	19	39,60	1353	63252	2	12	1	14,25	-	2,26	-
VFRP16	16	19	61,70	995	64152	2	16	1	14,06	-	4,02	-
VFRP17	16	19	60,10	995	64152	3	16	1	14,06	-	6,03	_
			-		. 1 1 5		~ 1 (0)	1.1.1				

Tabela 5.3 – Propriedades das vigas de CA-GFRP ensaiadas por Barris et al. (2013)

Fonte: Adaptado de BARRIS et al. (2013)

Kassem *et al.* (2011) realizaram um programa experimental com vigas de concreto armado com barras de *CFRP*, *GFRP*, *AFRP* e aço. Para a verificação do sistema do presente estudo foram utilizados os resultados experimentais de oito vigas de concreto armado com barras de *CFRP* e quatro com barras de *GFRP* com seção transversal de 20 cm de largura, 30 cm de altura e 330 cm de comprimento, de acordo com a Fig. 5.4.



Figura 5.4 – Modelo experimental de vigas de CA-*GFRP* e *CA-CFRP* - Kassem *et al.* (2011) Fonte: Adaptado de KASSEM *et al.* (2011)

Os parâmetros variados foram a taxa de armadura, o detalhamento das barras e o tipo da superfície das barras, como mostra a Tabela 5.4, com a mesma configuração das anteriores.

	$b_w$	h	$f_c'$	$f_{fu}$	$E_f$	20	Ø	20	$d_1$	$d_2$	$A_{s1}$	$A_{s2}$
	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	(MPa)	(MPa)	(MPa)	$n_b$	(mm)	$n_c$	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	$(cm^2)$	$(cm^{2})$
VFRP18	20	30	40,4	1605	125000	4	9,5	2	24,7	21,3	1,42	1,42
VFRP19	20	30	40,4	1605	125000	4	9,5	2	24,7	24,3	1,42	1,42
VFRP20	20	30	39,3	1605	125000	6	9,5	2	24,7	21,3	2,13	2,13
VFRP21	20	30	39,3	1605	125000	8	9,5	2	24,7	21,3	2,84	2,84
VFRP22	20	30	39,9	2010	127000	4	9	2	24,8	21,3	1,28	1,28
VFRP23	20	30	39,9	2010	127000	4	9	2	24,8	24,3	1,28	1,28
VFRP24	20	30	40,8	2010	127000	6	9	2	24,8	21,3	1,92	1,92
VFRP25	20	30	40,8	2010	127000	8	9	2	24,8	21,3	2,56	2,56
VFRP26	20	30	39,1	633	41000	6	12,7	2	24,8	20,9	3,87	3,87
VFRP27	20	30	39,1	633	41000	8	12,7	2	24,8	20,9	5,16	5,16
VFRP28	20	30	39,1	781	37000	6	12	2	24,6	21	3,39	3,39
VFRP29	20	30	39,1	781	37000	8	12	2	24,6	21	4,52	4,52

Tabela 5.4 – Propriedades das vigas de CA-GFRP e CA-CFRP ensaiadas por Kassem et al. (2011)

Fonte: Adaptado de KASSEM et al. (2011)

Chidananda e Khadiranaikar (2017) realizaram testes experimentais em 12 vigas de concreto armado com barras de polímero reforçado por fibra de vidro (*GFRP*) submetidas a um sistema de carregamento de quatro pontos, com seção transversal de 15 cm de largura, 18 cm de altura e 120 cm de comprimento, como mostra a Fig. 5.5.



Figura 5.5 – Modelo experimental de vigas de CA-*GFRP* - Chidananda e Khadiranaikar (2017) Fonte: Adaptado de CHIDANANDA e KHADIRANAIKAR (2017)

Para este estudo, foram utilizados os resultados de dez vigas, as quais foram classificadas em três grupos de acordo com a resistência à compressão do concreto. Os parâmetros variados foram a taxa de armadura, a resistência especificada à compressão do concreto,  $f'_c$  e o diâmetro das barras, como mostra a Tabela 5.5, com a mesma configuração das anteriores. A principal variação feita para cada viga em todos os três grupos foi de uma porcentagem de armadura (0,5%, 1%, 1,5% e 2%). Todas as vigas romperam pelo concreto na zona de compressão. A ruptura é iniciada por uma fissura vertical no meio do vão que se estende até a zona de compressão da viga e se propaga horizontalmente, o que leva à ruptura da aderência entre o concreto de topo e a armadura de compressão.

	$b_w$	h	$f_c'$	$f_{fu}$	$E_f$	20	Ø	20	$d_1$	$d_2$	$A_{s1}$	$A_{s2}$
	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	(MPa)	(MPa)	(MPa)	$n_b$	(mm)	$n_c$	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	$(cm^2)$	$(cm^2)$
VFRP30	15	18	50,00	995	65100	3	8,0	1	13,9	-	1,51	-
VFRP31	15	18	50,00	995	65100	3	12,0/8,0	1	13,9	-	2,76	-
VFRP32	15	18	50,00	995	65100	3	12,0/16,0	1	13,9	-	4,27	-
VFRP33	15	18	50,00	995	65100	3	12,0/16,0	1	13,9	-	5,15	-
VFRP34	15	18	60,00	995	65100	3	12,0/8,0	1	13,9	-	2,76	-
VFRP35	15	18	60,00	995	65100	3	12,0/16,0	1	13,9	-	4,27	-
VFRP36	15	18	60,00	995	65100	3	12,0/16,0	1	13,9	-	5,15	-
VFRP37	15	18	70,00	995	65100	3	12,0/8,0	1	13,9	-	2,76	-
VFRP38	15	18	70,00	995	65100	3	12,0/16,0	1	13,9	-	4,27	-
VFRP39	15	18	70,00	995	65100	3	12,0/16,0	1	13,9	-	5,15	-
		E.		1 1 011	TA A NTA NTE		IZITA DID AN	TATTZ	AD (201	7)		

Tabela 5.5 – Propriedades das vigas de CA-GFRP ensaiadas por Chidananda e Khadiranaikar (2017)

Fonte: Adaptado de CHIDANANDA e KHADIRANAIKAR (2017)

Oliveira *et al.* (2018) realizaram um estudo experimental com três vigas de concreto armado com barras de polímeros reforçados com fibras de vidro *GFRP* submetidas à flexão em quatro pontos. As vigas foram inteiramente armadas com barras de *GFRP*, armadura longitudinal e estribos, com seção transversal de 20 cm de largura, 35 cm de altura e 210 cm de comprimento. A Fig. 5.6 mostra o detalhamento das vigas utilizadas para este estudo, onde formaram dois grupos distintos. O primeiro, composto pela VFRP40 (V1A) e pela VFRP40 (V1B) e possuem armadura longitudinal com três barras de 12,5 mm e armadura transversal de 7,4 mm a cada 10 cm. O segundo grupo, composto pela VFRP42 (V2B) com armadura longitudinal de cinco barras de 12,5 mm colocadas em duas camadas e armadura transversal de 7,4 mm a cada 7,5 cm.



Figura 5.6 – Modelo experimental de vigas de CA-*GFRP* - Oliveira *et al.* (2018) Fonte: Adaptado de OLIVEIRA *et al.* (2018)

A Tabela 5.6 apresenta as propriedades dos modelos testado, com a mesma configuração mostrada anteriormente. As vigas VFRP40 (V1A) e VFRP41 (V1B) possuíam estribos com maior espaçamento e menor quantidade de armadura longitudinal, fissurou no ponto de aplicação da carga até o apoio, ocasionando o escorregamento da armadura longitudinal inferior, seguindo pelo rompimento transversal das armaduras longitudinais superiores e finalmente a ruptura dos estribos, configurando a ruptura global das peças. A viga VFRP42 (V2B) possuía maior quantidade de armadura, tanto longitudinal quanto transversal onde o modo de ruptura se deu por esmagamento do concreto na porção superior da viga.

Tabela 5.6 – Propriedades das vigas de CA-GFRP ensaiadas por Oliveira et al. (2018)

	b <sub>w</sub> (cm)	ћ (ст)	f <sub>ck</sub> (MPa)	f <sub>fu</sub> (MPa)	$E_f$ (MPa)	$n_b$	Ø (mm)	n <sub>c</sub>	d <sub>1</sub> ( <i>cm</i> )	d2 (cm)	$A_{s1}$ ( $cm^2$ )	$A_{s2}$ ( $cm^2$ )
VFRP40	20	35	33,58	598,04	38160	3	12,5	1	31,0	-	3,68	-
VFRP41	20	35	31,86	598,04	38160	3	12,5	1	31,0	-	3,68	-
VFRP42	20	35	33,30	598,04	38160	5	12,5	2	31,0	28,0	3,68	2,45
			<b>D</b>		1 1 01	TT 717TT		3010				

Fonte: Adaptado de OLIVEIRA et al. (2018)

# 5.2 COMPARATIVO DOS MOMENTOS DE RESISTÊNCIA ÚLTIMO

Com relação aos resultados obtidos de ensaios experimentais de vigas de concreto armado com barras de *FRP* de diferentes autores e suas conclusões, compararam-se os valores dos momentos de resistência último obtidos dos ensaios experimentais com os calculados numericamente, de acordo com o ACI 440.1R (2015), os quais estão apresentados na Tabela 5.7 e graficamente na Fig. 5.7. O valor de  $M_{r,exp}$  é o momento de resistência último do ensaio experimental,  $M_{r,cal}$  é o momento de resistência último calculado pelas diretrizes do ACI 440.1R (2015) e  $M_{r,cal}/M_{r,exp}$  é a razão entre os resultados. O Apêndice A apresenta um *script* em linguagem *Python* que corresponde à metodologia utilizada para validação do sistema.

Determinando uma relação dos modelos apresentados, de momentos de resistência último obtidos através de ensaios experimentais e dos momentos obtidos teoricamente, chegou-se a um valor médio para essa relação,  $M_{r,cal}/M_{r,exp}$ , de 1,02 com coeficiente de variação de aproximadamente 9%. Esses resultados indicam que, em média, os momentos de ruptura obtidos nos ensaios experimentais foram um pouco superiores aos obtidos teoricamente. Tal relação entre os valores de momentos experimentais e teóricos indica uma boa aproximação entre os resultados.



Fonte: AUTOR (2020)

Assim, pode-se concluir que as barras de polímeros reforçados com fibras *FRP* têm um grande potencial para uso em estruturas de concreto, onde, para ser utilizada, as equações de projetos devem levar em conta as propriedades como baixa rigidez e ruptura frágil. A partir da comparação realizada neste capítulo, conclui-se que os resultados, de momento de resistência, obtidos pelas orientações do ACI 440.1R (2015), aproximam-se em relação aos resultados obtidos experimentalmente.

		М	М	M _ /
AUTOR	VIGAS	(kNm)	$(l_r N_m)$	Mr. orr
	VFPP1	21.90	17.87	0.8150
	VFRP2	21,90	22.19	0.9622
TAVARES $(2006)$	VFRP3	43 58	43.91	1 0076
	VFRP4	21 54	17.87	0.8296
_	VFRP5	44 13	43.91	0.9949
	VFRP6	6.03	5 64	0.9354
	VFRP7	8.04	7 38	0.9181
	VFRP8	11.06	9.12	0.8252
ASHOUR (2006) - - -	VFRP9	6.03	5 71	0.9471
	VFRP10	9 715	7 47	0 7693
	VFRP11	16 75	18 31	1 0931
	VFRP12	24 24	26 77	1 1043
	VFRP13	28.86	32.09	1 1121
BARRIS -	VFRP14	33.03	37.05	1 1217
et al. –	VFRP15	18.15	19.86	1 0945
(2013) -	VFRP16	26 64	29.46	1 1060
	VFRP17	30.60	33 78	1,1000
	VFRP18	71 20	79.52	1 1168
	VFRP19	74 58	79.52	1,1100
	VFRP20	83.13	91 71	1 1032
	VFRP21	90.39	101 74	1,1052
	VFRP22	78 75	76.52	0.9719
KASSEM –	VFRP23	78.18	76,52	0.9790
et al. –	VFRP24	80.89	90.36	1 1171
(2011) –	VFRP25	89 39	100.46	1 1238
	VFRP26	77 47	74.23	0.9582
	VFRP27	86.76	83.01	0.9568
	VFRP28	71.00	67 70	0.9536
	VFRP29	84 54	75.96	0.8985
	VFRP30	19 32	17.18	0.8892
	VFRP31	20.37	21.96	1 0779
	VFRP32	21,21	25.94	1.2232
	VFRP33	23.10	27,78	1 2026
CHIDANANDA e –	VFRP34	24 57	23,71	0.9650
KHADIRANAIKAR-	VFRP35	26.04	28,12	1 0799
(2017) –	VFRP36	27.51	30.17	1,0967
	VFRP37	26.88	25,99	0.9669
	VFRP38	29,19	30.92	1,0594
	VFRP39	31.92	33.23	1.0409
	VFRP40	55.96	63 78	1 1397
et al	VFRP41	62 50	63 72	1 0195
(2018)	VFRP42	94.49	83.69	0.8857

Tabela 5.7 – Momentos de Resistência Último - Experimental e Teórico

Fonte: AUTOR (2020)
# 6 AVALIAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM BARRAS DE *FRP* E AÇO

O Polímero Reforçado por Fibras – FRP apresenta uma perspectiva promissora para utilização como armadura para o concreto na substituição das armaduras de aço, que apresentam grandes problemas associados à corrosão. Embora a utilização das armaduras de FRP possam apresentar grandes promessas em termos de durabilidade, as características particulares deste material devem ser avaliadas em relação ao projeto e dimensionamento estrutural.

Devido à crescente utilização deste material e as diferenças já apresentadas entre as barras de *FRP* e as barras de aço, neste capítulo será demonstrado o dimensionamento de vigas de concreto armado com barras de *FRP* e aço com configurações para um cais portuário. Com o objetivo de comparar o desempenho à flexão simples de vigas biapoiadas de concreto armado com *CFRP*, *GFRP* e aço foram dimensionadas e analisadas o comportamento de acordo com as recomendações do ACI 440.1R (2015) e ABNT NBR 6118 (2014) para CA-*FRP* e CA-AÇO, respectivamente.

Contudo o dimensionamento das vigas de concreto armado com aço realizado de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), descrito no Capítulo 3 e o Apêndice B apresenta o *script* utilizando a linguagem *Python*. Já o dimensionamento de vigas CA-*FRP* de acordo com o ACI 440.1R (2015), também foi descrito no Capítulo 3 e o Apêndice C apresenta o *script* em linguagem *Python*.

As análises das vigas desenvolveram-se em duas etapas: na primeira, foi realizado o dimensionamento e, na segunda, a avaliação da confiabilidade. Desse modo permite demonstrar-se com clareza os procedimentos envolvidos para cada problema. Na primeira etapa, o dimensionamento foi realizado de acordo com as recomendações e normas, já na segunda etapa, é realizada a avaliação da confiabilidade independente de norma técnica.

### 6.1 CONFIGURAÇÃO ESTRUTURAL

Apresenta-se a configuração estrutural de dezoito vigas biapoiadas de concreto armado com barras de *FRP* e nove vigas biapoiadas de concreto armado com barras de aço. Na sequência são descritos o procedimento computacional para o dimensionamento, utilizando a linguagem *Python*, e as variáveis básicas envolvidas, como variabilidade das seções, da resistência e do carregamento.

A avaliação da influência de diversos parâmetros na confiabilidade de vigas de concreto armado com barras de *FRP* e aço está entre os objetivos deste trabalho. Sendo a resistência à compressão do concreto, as variações dos carregamentos e as propriedades dos materiais como a resistência à tração e módulo de elasticidade das barras de *FRP* e aço os parâmetros avaliados. Foram analisadas vigas com seção transversal de 60 cm de largura (b), 130 cm de altura (h) e a distância entre os apoios de 10 m (L), como mostra a Fig. 6.1.



Figura 6.1 – Configuração Estrutural Viga de Concreto Armado Fonte: AUTOR (2020)

A resistência à compressão do concreto  $f_{ck}$  variou de 30 MPa, 50 MPa e 70 MPa, e a resistência especificada à compressão do concreto  $f'_c$  variou de 31,82 MPa, 51,83 MPa e 72,26 MPa onde esses valores foram definidos de acordo com a metodologia explicitada no Capítulo 3, item 3.2.4. As resistências do concreto foram definidas como 30 MPa representando concretos usuais, 50 MPa para representar o limite superior para concretos usuais e 70 MPa representando concretos de maior resistência e desempenho. Observa-se que, segundo o ACI 440.1R (2015), a utilização de concretos de alta resistência permite melhor proveito da alta resistência mecânica das barras de *FRP*.

A resistência à tração das barras de *FRP*  $f_{fu}^*$ , de 2300 MPa para barras de *CFRP*, 1000 MPa para barras de *GFRP* e para barras de aço,  $f_y$  de 500 MPa. A Tabela 6.1 demonstra as propriedades mecânicas das armaduras das vigas de concreto armado com barras de *FRP* e aço. Foram analisados três módulos de elasticidade das barras, sendo 130 GPa para as barras de *CFRP*, 40 GPa para as barras de *GFRP* e 210 GPa para as barras de aço. Os valores de resistência à tração e módulo de elasticidade para as barras de *CFRP* e *GFRP* foram definidos de acordo com os catálogos das empresas ROGERTEC e COGUMELO, respectivamente, ambas da cidade do Rio de Janeiro/RJ e estão dentro das faixas apresentadas pelo ACI 440.1R (2015).

ARMADURA	$f_{fu}^{*}(MPa)$	$E_f(GPa)$
CFRP	2300	130
GFRP	1000	40
	$f_{y}$ (MPa)	$E_s$ (GPa)
AÇO	500	210
	Fonte: AUTOR (2020)	

Tabela 6.1 - Propriedades mecânicas das armaduras

Todas as vigas foram submetidas ao mesmo carregamento característico por metro linear,  $p_k = 100 \ kN/m$ . O carregamento permanente,  $g_k$ , é definido pela soma do peso próprio da estrutura e pelo peso de todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes. A carga total,  $p_k$ , representa a soma do carregamento permanente,  $g_k$ , com a sobrecarga variável,  $q_k$ . Assim, foram feitas variações entre a sobrecarga variável e a carga total, como mostra a Eq. 6.1, onde a razão, r, resultou em valores característicos de 0,25, 0,50 e 0,75, variando a proporção entre o carregamento permanente e variável.

$$r = \frac{q_k}{p_k} = \frac{q_k}{g_k + q_k} \tag{6.1}$$

Na Tabela 6.2 estão indicadas as variações de carregamento de acordo com a razão, r.

$p_k$ $(kN/m)$	r	$g_k$ $(kN/m)$	$q_k$ $(kN/m)$
·	0,25	75	25
100	0,50	50	50
-	0,75	25	75
	Fonte: AU	TOR (2020)	

Tabela 6.2 – Variações de carregamentos

Os esforços característicos atuantes das vigas com barras de *FRP* são majorados de acordo com a norma ACI 318 (2019), sendo os fatores de 1,2 para cargas permanentes e de 1,6 para sobrecarga, Eq (6.2). Para as barras de aço o fator de majoração é de 1,4 tanto para cargas permanentes como para sobrecarga, de acordo com a ABNT NBR 8681 (2003), Eq. (6.3).

$$p_d = 1,2g_k + 1,6q_k \tag{6.2}$$

$$p_d = 1,4g_k + 1,4q_k \tag{6.3}$$

De acordo com as prescrições da ABNT NBR 6118 (2014), são aplicados os coeficientes de minoração da resistência do concreto  $\gamma_c = 1,4$ , e da tensão de escoamento do aço,  $\gamma_s = 1,15$ . Para as barras de *FRP* o comportamento mecânico difere muito daquele observado nas barras de aço. Ressalta-se que tais diferenças foram mostradas neste trabalho, sendo o modo de ruptura a principal distinção. Sendo assim, segundo o ACI 440.1R (2015), o coeficiente de minoração para a tensão das barras de *FRP* é um fator de intemperismo, e para ambientes externos é utilizado para barras de *CFRP* o fator de *CE* = 0,90 e para barras de *GFRP* o fator de *CE* = 0,70.

As vigas foram identificadas de modo a facilitar a análise de dados e resultados, divididas em quatro grupos de letras e números. O primeiro grupo é representado pela letra V identificando o elemento estrutural, viga. O segundo grupo consiste na resistência à compressão do concreto, que varia entre 30, 50 e 70 MPa. No terceiro grupo são representados os valores característicos dos

carregamentos, como 25, 50 e 75 para 0,25, de 0,50 e de 0,75, respectivamente. Enfim, o quarto grupo representa o tipo de armadura utilizada como G, C e A para barras de *GFRP*, *CFRP* e aço respectivamente. Assim, com a variação dos parâmetros adotados, são apresentados um conjunto de 27 vigas, sendo 18 vigas de CA-*FRP* e 9 vigas de CA-AÇO, como demonstra a Eq. (6.4).

$$3(f_{ck}) \times 3\left(\frac{g_k}{p_k}\right) \times 3\left(f_{fu}^*\right) \tag{6.4}$$

A Tabela 6.3 apresenta as características geométricas, as propriedades mecânicas, a variação dos carregamentos e o carregamento de dimensionamento para as vigas de concreto armado com barras de *FRP*. Já na Tabela 6.4 estão os dados para as vigas de CA-AÇO.

VICAS	$b_w$	h	d	$g_k$	$q_k$	$p_d$	$f_c'$	$f_{fu}^*$	$E_f$
VIGAS	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	(kN/m)	(kN/m)	(kN/m)	(MPa)	(MPa)	(GPa)
V30-25C	60	130	120	75	25	130	31,82	2300	130
V30-25G	60	130	120	75	25	130	31,82	1000	40
V30-50C	60	130	120	50	50	140	31,82	2300	130
V30-50G	60	130	120	50	50	140	31,82	1000	40
V30-75C	60	130	120	25	75	150	31,82	2300	130
V30-75G	60	130	120	25	75	150	31,82	1000	40
V50-25C	60	130	120	75	25	130	51,83	2300	130
V50-25G	60	130	120	75	25	130	51,83	1000	40
V50-50C	60	130	120	50	50	140	51,83	2300	130
V50-50G	60	130	120	50	50	140	51,83	1000	40
V50-75C	60	130	120	25	75	150	51,83	2300	130
V50-75G	60	130	120	25	75	150	51,83	1000	40
V70-25C	60	130	120	75	25	130	72,26	2300	130
V70-25G	60	130	120	75	25	130	72,26	1000	40
V70-50C	60	130	120	50	50	140	72,26	2300	130
V70-50G	60	130	120	50	50	140	72,26	1000	40
V70-75C	60	130	120	25	75	150	72,26	2300	130
V70-75G	60	130	120	25	75	150	72,26	1000	40
					TITOD (0000)	、 、			

Tabela 6.3 – Dados dimensionamento vigas CA-FRP

Fonte: AUTOR (2020)

Tabela 6.4 - Dados dimensionamento vigas CA-AÇO

VIGAS	$b_w$	h	d	$g_k$	$q_k$	$p_d$	$f_{ck}$	$f_y$	Es
VIOAS	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	(kN/m)	(kN/m)	(kN/m)	(MPa)	(MPa)	(GPa)
V30-25A	60	130	120	75	25	140	30	500	210
V30-50A	60	130	120	50	50	140	30	500	210
V30-75A	60	130	120	25	75	140	30	500	210
V50-25A	60	130	120	75	25	140	50	500	210
V50-50A	60	130	120	50	50	140	50	500	210
V50-75A	60	130	120	25	75	140	50	500	210
V70-25A	60	130	120	75	25	140	70	500	210
V70-50A	60	130	120	50	50	140	70	500	210
V70-75A	60	130	120	25	75	140	70	500	210

Fonte: AUTOR (2020)

Assim, utilizando a linguagem *Python* e o procedimento de dimensionamento para as 27 vigas de concreto armado com barras de *FRP* e aço, conduz-se aos resultados apresentados na Tabela 6.5 e Tabela 6.6, respectivamente, onde demonstram-se os valores de momento resistente, a área de armadura necessária e o modo de falha para cada caso, como seções subarmadas (SUB), superarmadas (SUP) ou ruína equilibrada, transição (TRS).

VIGAS	$b_w$	h	$p_d$ (kN/m)	$f_c'$ (MPa)	$f_{fu}^*$ (MPa)	$E_s$	M <sub>rd</sub> (kNm)	$A_s$ $(cm^2)$	$\rho_f$	FALHA
V30-25C	60	130	130	31.82	2300	130	1625	12 35	1.01	TRS
$\frac{V30-25C}{V30-25G}$	60	130	130	31.82	1000	40	1625	36 74	$\frac{1,01}{1,10}$	
$\frac{V30-250}{V30-50C}$	60	130	140	31.82	2300	130	1750	13 43	1,10	
$\frac{V30-50C}{V30-50G}$	60	130	140	31.82	1000	40	1750	39.77	1 1 9	
$\frac{V30-500}{V30-750}$	60	130	150	31.82	2300	130	1875	14 46	1.19	
$\frac{V30-75C}{V30-75G}$	60	130	150	31.82	1000	40	1875	42 79	1,10 1.28	
$\frac{V50-750}{V50-250}$	60	130	130	51.83	2300	130	1675	$\frac{+2,7}{12.57}$	0.76	SUB
$\frac{V50-25C}{V50-25G}$	60	130	130	51.83	1000	40	1625	37.01	0.82	SUB
V50-50C	60	130	140	51.83	2300	130	1750	13 54	0.82	SUB
V50-50G	60	130	140	51.83	1000	40	1750	39.86	0.88	SUB
$\frac{V50-500}{V50-750}$	60	130	150	51.83	2300	130	1875	14 51	0.88	SUB
$\frac{V50-75C}{V50-75G}$	60	130	150	51.83	1000	40	1875	17,51	0.05	SUB
$\frac{V30-730}{V70.25C}$	60	130	130	72.26	2300	130	1625	$\frac{+2,71}{12.54}$	0,55	
$\frac{\sqrt{70-23C}}{\sqrt{70-25C}}$	60	120	130	72,20	1000	40	1625	26.02	0,57	
$\frac{\sqrt{70-230}}{\sqrt{70-500}}$	60	120	130	72,20	2200	120	1023	12 51	0,01	
$\frac{\sqrt{10-30C}}{\sqrt{10-50C}}$	60	130	140	72,20	2300	130	1750	20.77	0,01	SUB
V/0-50G	60	130	140	72,26	1000	40	1/50	39,77	0,66	SUB
<u>V/0-75C</u>	60	130	150	72,26	2300	130	1875	14,47	0,66	SUB
V70-75G	60	130	150	72,26	1000	40	1875	42,61	0,71	SUB
				Font	te: AUTOR	(2020)				

Tabela 6.5 – Dimensionamento vigas CA-FRP

Tabela 6.6 – Dimensionamento vigas CA-AÇO

VIGAS	$b_w$	h	$p_d$	f <sub>ck</sub>	$f_y$	$E_s$	$M_{rd}$	$A_s$	$ ho_f$	FATHA
VIOAS	( <i>cm</i> )	( <i>cm</i> )	(kN/m)	(MPa)	(MPa)	(GPa)	(kNm)	$(cm^2)$	$/\rho_{fb}$	TALIIA
V30-25A	60	130	140	30	500	210	1750	35,65	1,15	TRS
V30-50A	60	130	140	30	500	210	1750	35,65	1,15	TRS
V30-75A	60	130	140	30	500	210	1750	35,65	1,15	TRS
V50-25A	60	130	140	50	500	210	1750	34,74	1,15	TRS
V50-50A	60	130	140	50	500	210	1750	34,74	1,15	TRS
V50-75A	60	130	140	50	500	210	1750	34,74	1,15	TRS
V70-25A	60	130	140	70	500	210	1750	34,48	1,15	TRS
V70-50A	60	130	140	70	500	210	1750	34,48	1,15	TRS
V70-75A	60	130	140	70	500	210	1750	34,48	1,15	TRS
				-	ATTOD (	0000				

Fonte: AUTOR (2020)

Quando utiliza-se as armaduras de GFRP, observa-se que a área de armadura necessária,  $A_s$ , fica muito próxima ou maior do que as armaduras de aço. Isso ocorre devido à baixa resistência à tração das barras de polímero reforçado por fibra de vidro. Apesar de menor, quando comparada à fibra de carbono, CFRP, por exemplo, a resistência à tração das barras de GFRP ainda é maior que a tensão de escoamento do aço. Nas vigas com CFRP, diferente das vigas armadas com GFRP, observase que a área de armadura necessária para resistir ao momento atuante é menor do que a área necessária de aço em todas as situações consideradas. Essa ocorrência se dá devido à elevada resistência à tração das barras de CFRP e ao elevado módulo de deformação também, visto que possui um valor maior que três vezes comparado às barras de GFRP. Pode-se observar graficamente, na Fig. 6.2, o comparativo de momento resistente entre as vigas dimensionadas.



O ACI 440.1R (2015) segue o método dos estados limites e são semelhantes do projeto de vigas de concreto armado com barras de aço. Porém, no concreto armado tradicional, geralmente o escoamento do aço ocorre antes do esmagamento do concreto, o que resulta em uma falha dúctil enquanto nas vigas CA-FRP tem-se a ruptura brusca. Todavia, o modo de falha por ruptura das barras de FRP e esmagamento do concreto é frágil, mas aceitável, desde que a resistência e critérios de serviços estejam satisfeitos. De forma a compensar a falta de ductibilidade, prescreve uma margem de segurança maior do que a usada para o concreto tradicional, de maneira que a barra tenha uma reserva de resistência maior. Assim, além da maior margem de segurança, o dimensionamento com barras de FRP subestima a capacidade de resistência das barras de FRP. Desse modo, mostra-se necessária a elaboração de uma norma brasileira exclusiva para projeto de estruturas com barras de FRP, baseadas em características singulares desse material, de forma a diminuir o conservadorismo em sua utilização e, consequentemente, seu custo.

# 7 AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM BARRAS DE *FRP* E AÇO

Neste capítulo, é avaliada a confiabilidade estrutural de 27 vigas de concreto armado com barras de *FRP* e aço para o Estado-Limite último de flexão, bem como as distribuições de probabilidade de todas as variáveis aleatórias para análise de confiabilidade e a função Estado-Limite.

O procedimento utilizado para análise de confiabilidade de vigas de concreto armado com barras de *FRP* e aço para o Estado-Limite último de flexão será o Método *FORM* e o Método de Monte Carlo, utilizando a linguagem *Python*, onde é necessário que sejam conhecidas as distribuições de probabilidade de todas as variáveis aleatórias envolvidas no problema, além da relação determinística entre essas variáveis que define o desempenho das vigas analisadas.

Assim, serão discutidos os resultados obtidos dos índices de confiabilidade e probabilidade de falha correspondentes pelo Método *FORM* e pelo Método de Monte Carlo a partir dos resultados de dimensionamento do capítulo anterior.

### 7.1 ESTATÍSTICA DAS VARIÁVEIS

De um ponto de vista computacional, para a análise de modelos probabilísticos é necessário um conjunto de variáveis aleatórias que permita uma verificação da variabilidade esperada em uma estrutura real. Sabe-se que o número de variáveis que afetam o comportamento real de um modelo é dificilmente mensurado, mas do ponto de vista da pesquisa, esse número deve ser limitado.

Dentre as diversas variáveis pertinentes para o trabalho, são descritas neste capítulo como variáveis aleatórias aquelas significativas em relação ao Estado-Limite estudado, como as dimensões da seção transversal, a resistência à compressão do concreto  $f_{ck}$ , a resistência especificada à compressão do concreto  $f_c'$ , a resistência à tração das barras de *FRP*,  $f_{fu}^*$ , a resistência à tração das barras de aço  $f_y$ , o módulo de elasticidade das barras de *FRP*  $E_f$ , o módulo de elasticidade das barras de aço  $E_s$ , a carga permanente e a sobrecarga.

### 7.1.1 Variabilidade das Dimensões da Seção Transversal

Em diferentes fases da construção podem surgir imperfeições geométricas nos elementos de concreto provocando variações nas dimensões da seção transversal. Essas variações nas dimensões e no formato dependem, por exemplo, do tamanho, da geometria, das fôrmas, operações de concretagem e vibração. Deste modo, as imperfeições geométricas variam de acordo com a região e

do tipo de estruturas, dependendo da qualidade, das técnicas construtivas, dos equipamentos utilizados e da mão de obra (MIRZA *et al.*, 1979).

Segundo Mirza e MacGregor (1982), é recomendado o uso de distribuições normais para os modelos de probabilidade de variabilidade das dimensões devido à simplicidade e versatilidade. Neste estudo consideraram-se as estatísticas de largura, *b*, de altura, *h* e de altura útil da seção, *d*, uma média igual ao valor nominal especificado e um coeficiente de variação de 0,017, 0,008 e 0,008, respectivamente, de acordo com o sugerido por Real (2000). Esses valores apresentam-se próximos aos utilizados pela JCSS (2001) e aqueles medidos experimentalmente por Mirza e MacGregor (1982) e Udoeyo e Ugbem (1995, *apud* REAL, 2000). São representadas como uma variável aleatória com uma distribuição Normal (JCSS, 2001).

### 7.1.2 Variabilidade da Resistência à Compressão do Concreto

O valor característico é um importante conceito no projeto semiprobabilístico de estruturas de concreto armado. A resistência à compressão do concreto na estrutura é diferente da sua resistência característica, especificada em projeto, em função dos procedimentos nas fases de projeto, produção, testes e controle de qualidade. As variações nas propriedades dos materiais é o principal motivo na variabilidade de resistência do concreto, além das proporções de mistura do concreto, nos métodos de mistura, transporte, lançamento e cura, nos procedimentos de teste e nas variações devido ao concreto estar em uma estrutura e não em corpos-de-prova (AZEVEDO e DINIZ, 2008; RIBEIRO, 2009).

O valor característico da resistência à compressão do concreto decorrerá do tratamento estatístico dos resultados de ensaios feitos sobre um número suficiente de corpos de prova. A forma de se trabalhar com a resistência à compressão do concreto no que se refere ao dimensionamento de estruturas é diferente entre a ABNT NBR 6118 (2014) e o ACI 318 (2019), como é mostrado no Capítulo 3.

Sendo o coeficiente de variação conhecido, pode-se obter a média e o desvio padrão correspondentes para uma determinada resistência característica. O coeficiente de variação pode ser tomado como praticamente constante para valores de resistência à compressão do concreto abaixo dos 28 MPa, assumindo valores de 0,10, 0,15 e 0,20 para classes de controle de qualidade excelente, médio e baixo, respectivamente (MIRZA *et al.* 1979). Pesquisas recentes apontam que a evolução dos controles de qualidade em todo o mundo conduz a coeficientes de variação próximos a 0,10 para uma ampla faixa de resistências (AZEVEDO e DINIZ, 2008; SZERSZEN e NOWAK, 2003).

Neste estudo, consideraram-se as estatísticas obtidas a partir de resultados de ensaios de compressão axial de 28 dias realizados em mais de 39 mil corpos de prova cilíndricos de concreto moldados *in loco* em todo o Brasil, entre 2011 e 2016, conforme descrito por Santiago e Beck (2019). No artigo, os autores apresentam uma calibração, baseada em confiabilidade, dos coeficientes parciais de segurança das normas brasileiras utilizadas no dimensionamento de estruturas de concreto armado, e concluíram que os conjuntos otimizados dos coeficientes parciais de segurança conduzem a uma confiabilidade mais uniforme para diferentes situações de projeto.

Nesses ensaios, a variabilidade dos desvios em relação aos valores normais para  $f_{ck}$  igual a 30 MPa, 50 MPa e 70 MPa foram definidas uma média de  $1,22f_{ck}$ ,  $1,11f_{ck}$  e  $1,10f_{ck}$ , respectivamente, bem como o coeficiente de variação igual a 0,15, 0,10 e 0,09 respectivamente. Análogo ao  $f_{ck}$ , a resistência especificada à compressão do concreto  $f'_c$  variou de 31,82 MPa, 51,83 MPa e 72,26 Mpa, utilizando os mesmos valores para a média e coeficiente de variação. Segundo a ABNT NBR 12655 (2015) e o ACI 318 (2019), no modelo analítico para a descrição da variabilidade da resistência à compressão do concreto é utilizada a distribuição Normal.

#### 7.1.3 Variabilidade das Propriedades Mecânicas das Barras

Segundo o ACI 440.1R (2015), existem várias fontes de resistência à tração das barras de *FRP*, entre elas, variação da própria resistência do material, no diâmetro e nas propriedades das barras. Desse modo, recomenda-se a adoção de uma distribuição Normal para a resistência à tração das barras de *FRP*. Pilakoutas *et al.* (2002) recomendam uma distribuição Normal para a resistência à tração à tração das barras de *FRP* e sugere um coeficiente de variação de 0,05.

Neste estudo, a distribuição Normal foi assumida como modelo analítico para a descrição da variabilidade da resistência à tração das barras de *FRP*. A resistência média foi tomada como  $1,18f_{fu}^*$  para as barras de *GFRP* e *CFRP* e de  $1,22f_y$  para as barras de aço. O coeficiente de variação igual a 0,05 para os três tipos de armadura, bem como a distribuição de probabilidade Normal (ACI 440.1R, 2015).

O módulo de elasticidade das barras de *FRP* também foi utilizado como uma variável aleatória, sendo para as barras de *GFRP* com 40 GPa, para as barras de *CFRP* com 130 GPa e para as barras de aço com 200 GPa, adotou-se uma média igual ao valor nominal. Essas variáveis seguem uma distribuição Normal e apresentam coeficiente de variação igual a 0,05 (PILAKOUTAS *et al.* 2002). Foi definido que o módulo de elasticidade e a resistência à tração das barras de *FRP* e aço são perfeitamente correlacionadas.

#### 7.1.4 Variabilidade do Carregamento

Em uma análise de confiabilidade, é necessário o conhecimento das estatísticas do carregamento considerado, isto é, do tipo de distribuição de probabilidade e parâmetros correspondentes. Os valores característicos são adotados para as ações a serem consideradas nos projetos estruturais, sendo a carga permanente,  $g_k$ , a parcela da carga que não apresenta significativas variações ao longo da vida útil da estrutura e sobrecarga,  $q_k$ , caracterizando-se por apresentar consideráveis variações ao longo da vida útil da estrutura (GALAMBOS *et al.* 1982; NOWAK e COLLINS, 2000).

Ainda assim, a ação de cálculo é obtida com a aplicação de fatores de majoração de cargas, como mostram as equações Eq. (6.2) e Eq. (6.3), cujos valores dependem do tipo de carga e se o efeito correspondente é favorável ou não. Na análise de confiabilidade, é igualmente necessário o conhecimento das estatísticas do carregamento considerado, ou seja, a média, o coeficiente de variação e o tipo de distribuição (GALAMBOS *et al.* 1982; NOWAK e COLLINS, 2000).

Neste trabalho foram adotados três valores característicos, estando a proporção utilizada entre o carregamento permanente e a sobrecarga especificadas na Tabela 6.2. Logo, adota-se uma distribuição de probabilidade Normal para o carregamento permanente, um valor médio igual a  $1,05g_k$  e o coeficiente de variação igual a 0,10, conforme sugerido por Galambos *et al.* (1982) e Nowak e Collins (2000). Para a sobrecarga acidental utiliza-se uma distribuição de Gumbel, uma média igual ao valor nominal especificado e um coeficiente de variação igual a 0,25, conforme indicado por Galambos *et al.* (1982) e Diniz e Frangopol (1997).

### 7.2 FUNÇÃO ESTADO-LIMITE

A função Estado-Limite, em sua forma mais geral, pode ser representada pela equação g(x) = R - S, onde R é a resistência e S é o efeito de carregamento, como é demonstrado na Eq. (4.1). Na presente pesquisa, tal função é caracterizada pela diferença entre o momento resistente,  $M_R$ , da seção transversal mais solicitada e o somatório dos momentos provenientes das cargas permanentes,  $M_{S,g}$  e das sobrecargas variáveis,  $M_{S,q}$ . Também são empregadas duas variáveis aleatórias relativas a incertezas gerais do modelo resistente,  $\theta_R$  e solicitante  $\theta_S$  aos parâmetros relacionados, resultando na função Estado-Limite representada pela Eq. (7.1).

$$g(x) = \theta_R M_R - \theta_S \left( M_{S,g} + M_{S,q} \right) = 0 \tag{7.1}$$

Essas variáveis são empregadas a fim de cobrir incertezas relacionadas às simplificações matemáticas adotadas e quaisquer efeitos randômicos que podem não ser contemplados no modelo (JCSS, 2001). As variáveis foram adotadas com uma distribuição de probabilidade Lognormal, a

média é igual à unidade,  $\mu_{\theta R} = \mu_{\theta S} = 1$  e o desvio padrão de 0,05 para  $\theta_R$  e  $\theta_S$  (GOMES, 2001; SANTOS *et al.* 2014).

### 7.3 ESTATÍSTICAS DAS VARIÁVEIS: RESUMO

A Tabela 7.1 apresenta um resumo das variáveis básicas consideradas no estudo.

VADIÁVEL DÁSICA	ΜΈΡΙΑ	DESVIO	COEFICIENTE	DISTRIBUIÇÃO DE						
VARIAVEL BASICA	MEDIA	PADRÃO	DE VARIAÇÃO	PROBABILIDADE						
DIME	ENSÕES D	A SEÇÃO I	RANSVERSAL							
b	60 cm	1,0 cm	0,017	NORMAL						
h	130 cm	1,0 cm	0,008	NORMAL						
d	120 cm	1,0 cm	0,008	NORMAL						
RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO										
$f_{ck} = 30MPa$	$1,22f_{ck}$	5,49 MPa	0,15	NORMAL						
$f_{ck} = 50MPa$	1,11 <i>f<sub>ck</sub></i>	5,55 MPa	0,10	NORMAL						
$f_{ck} = 70MPa$	1,10 <i>f</i> <sub>ck</sub>	6,93 MPa	0,09	NORMAL						
$f_c' = 31,82MPa$	$1,22f_{c}'$	5,82 MPa	0,15	NORMAL						
$f_c' = 51,83MPa$	$1,11f_{c}'$	5,75 MPa	0,10	NORMAL						
$f_c' = 72,26MPa$	$1,10f_{c}'$	7,15 MPa	0,09	NORMAL						
RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DAS BARRAS										
$f_c^* = 2300 MPa (CFRP)$	$1.18f_{c}^{*}$	135,7	0.05	NORMAI						
$J_{fu} = 2500 \text{ mm a (cm m)}$	1,10Jfu	MPa	0,05	NORWIAL						
$f_{fu}^* = 1000 MPa (GFRP)$	$1,18f_{fu}^{*}$	59,0 MPa	0,05	NORMAL						
$f_y = 500 MPa (AÇO)$	$1,22f_y$	30,5 MPa	0,05	NORMAL						
MÓDUI	LO DE EL	ASTICIDAI	DE DAS BARRAS							
$E_f = 130 \ GPa \ (CFRP)$	1,00 <i>E</i> <sub>f</sub>	6,5 GPa	0,05	NORMAL						
$E_f = 40 \ GPa \ (GFRP)$	$1,00E_{f}$	2,0 GPa	0,05	NORMAL						
$E_s = 200 \ GPa (AÇO)$	1,00 <i>E</i> <sub>s</sub>	10 GPa	0,05	NORMAL						
		CARGAS								
CARGA PERMANENTE $(g_k)$	$1,05g_k$	0,105 <i>g<sub>M</sub></i>	0,10	NORMAL						
SOBRECARGA $(q_k)$	$q_k$	0,25 <i>q<sub>M</sub></i>	0,25	GUMBEL						
	Fo	nte: AUTOR (2	2020)							

Tabela /.1 – Estatisticas das variaveis: Resumo
---

7.4 AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE MÉTODO FORM

Um estudo paramétrico é apresentado com o objetivo de realizar uma análise de confiabilidade de 27 vigas de concreto armado com barras de *FRP* e aço sob diferentes condições de resistência, solicitações e armaduras. Foram verificadas vigas de seção retangular de concreto armado analisando o quanto a variação de cada parâmetro envolvido no dimensionamento afeta o índice de

confiabilidade,  $\beta$ , dessas vigas. Esse processo computacional foi realizado pela linguagem *Python* utilizando-se o Método *FORM* descrito no Apêndice D e Apêndice E para vigas de CA-AÇO e CA-*FRP*, respectivamente.

Na Tabela 7.2 são apresentados os resultados do índice de confiabilidade,  $\beta$ , alcançados para todas as vigas de concreto armado com barras de *FRP* considerando a combinação de parâmetros. Na Tabela 7.3 são mostrados os mesmos resultados para vigas de concreto armado com barras de aço.

VIGAS	$b_w$	h	r	$f_c'$ (MPa)	$f_{fu}^*$	$E_f$	$M_{rd}$ $(kNm)$	$A_s$	β
V30-25C	60	130	0.25	31.82	2300	130	1625	12.35	5.26
V30-25G	60	130	0,25	31,82	1000	40	1625	36,74	4,65
V30-50C	60	130	0,50	31,82	2300	130	1750	13,43	4,38
V30-50G	60	130	0,50	31,82	1000	40	1750	39,77	4,23
V30-75C	60	130	0,75	31,82	2300	130	1875	14,46	3,82
V30-75G	60	130	0,75	31,82	1000	40	1875	42,79	3,68
V50-25C	60	130	0,25	51,83	2300	130	1625	12,57	5,42
V50-25G	60	130	0,25	51,83	1000	40	1625	37,01	6,02
V50-50C	60	130	0,50	51,83	2300	130	1750	13,54	4,65
V50-50G	60	130	0,50	51,83	1000	40	1750	39,86	4,89
V50-75C	60	130	0,75	51,83	2300	130	1875	14,51	4,15
V50-75G	60	130	0,75	51,83	1000	40	1875	42,71	4,20
V70-25C	60	130	0,25	72,26	2300	130	1625	12,54	5,41
V70-25G	60	130	0,25	72,26	1000	40	1625	36,93	6,64
V70-50C	60	130	0,50	72,26	2300	130	1750	13,51	4,64
V70-50G	60	130	0,50	72,26	1000	40	1750	39,77	5,38
V70-75C	60	130	0,75	72,26	2300	130	1875	14,47	4,14
V70-75G	60	130	0,75	72,26	1000	40	1875	42,61	4,63
				Fonte: A	UTOR (2020	))			

Tabela 7.2 – Resultado do índice de Confiabilidade,  $\beta$ , de vigas CA-FRP

Tabela 7.3 – Resultado do índice de Confiabilidade,  $\beta$ , de vigas CA-AÇO

VIGAS	b <sub>w</sub> (cm)	h (cm)	r	f <sub>ck</sub> (MPa)	f <sub>y</sub> (MPa)	E <sub>s</sub> (GPa)	M <sub>rd</sub> (kNm)	$A_s$ ( $cm^2$ )	β
V30-25A	60	130	0,25	30	2300	200	1750	35,65	4,81
V30-50A	60	130	0,50	30	1000	200	1750	35,65	3,67
V30-75A	60	130	0,75	30	2300	200	1750	35,65	3,01
V50-25A	60	130	0,25	50	1000	200	1750	34,74	4,75
V50-50A	60	130	0,50	50	2300	200	1750	34,74	3,63
V50-75A	60	130	0,75	50	1000	200	1750	34,74	2,98
V70-25A	60	130	0,25	70	2300	200	1750	34,48	4,74
V70-50A	60	130	0,50	70	1000	200	1750	34,48	3,63
V70-75A	60	130	0,75	70	2300	200	1750	34,48	2,98

Fonte: AUTOR (2020)

### 7.4.1 Validação da Confiabilidade pelo Método de Monte Carlo

A fim de validar o procedimento adotado nesse trabalho para a determinação do índice de confiabilidade pelo Método *FORM*, foi realizada uma verificação dos resultados através do Método Monte Carlo.

Segundo Paliga (2008), o Método de Monte Carlo depende de um processo com grande número de simulações em que utiliza em cada simulação um conjunto de valores de variáveis do problema, as quais são geradas aleatoriamente em função da distribuição de probabilidade escolhidas para cada variável. Para cada repetição do processo é gerado um conjunto de soluções que correspondem a um conjunto diferente de valores das variáveis aleatórias, sendo cada amostra obtida similar a uma amostra de observações experimentais. O processo é iterativo e repete-se até que seja encontrada uma solução, ou seja, para cada simulação é avaliado o desempenho da estrutura e novos resultados mais precisos são encontrados até a convergência.

Uma solução satisfatória através do Método de Monte Carlo exige um grande número de simulações, sendo necessário uma boa capacidade computacional de acordo com a quantidade de variáveis do sistema e o número de simulações necessárias à convergência.

A validação das vigas propostas neste trabalho foi simulada pelo Método de Monte Carlo através da linguagem *Python*, onde foram consideradas as mesmas variáveis aleatórias e respectivas distribuições de probabilidade, bem como todas as características de dimensionamento. Foram estipulados para análise de cada viga,  $10^7$  simulações, de forma que os resultados apresentam uma média de 0,99 e coeficiente de variação de 1% quando comparados os métodos propostos. Na Tabela 7.4 demonstra-se a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade das vigas pelo Método de Monte Carlo e pelo Método *FORM* para as vigas de concreto armado com barras de *FRP*. Já a Tabela 7.5 apresenta para as vigas de concreto armado com barras de aço. Para os resultados que não convergiram com  $10^7$  simulações, indica-se com um asterisco (\*).

VIGAS	r	fc' (MPa)	$f_{fu}^*$ (MPa)	M <sub>rd</sub> (kNm)	$A_s$ ( $cm^2$ )	β (FORM)	β (Monte Carlo)	p <sub>f</sub> (FORM)	p <sub>f</sub> (Monte Carlo)			
V30-25C	0,25	31,82	2300	1625	12,35	5,26	4,57	7,24E-08	2,40E-06			
V30-25G	0,25	31,82	1000	1625	36,74	4,65	4,50	1,67E-06	3,40E-06			
V30-50C	0,50	31,82	2300	1750	13,43	4,38	4,24	6,05E-06	1,11E-05			
V30-50G	0,50	31,82	1000	1750	39,77	4,23	4,11	1,17E-05	0,00002			
V30-75C	0,75	31,82	2300	1875	14,46	3,82	3,75	6,58E-05	8,79E-05			
V30-75G	0,75	31,82	1000	1875	42,79	3,68	3,62	1,15E-04	0,000147			
V50-25C	0,25	51,83	2300	1625	12,57	5,42	5,07	2,99E-08	2,00E-07			
V50-25G	0,25	51,83	1000	1625	37,01	6,02	*	8,46E-10	*			
V50-50C	0,50	51,83	2300	1750	13,54	4,65	4,68	1,67E-06	1,40E-06			
V50-50G	0,50	51,83	1000	1750	39,86	4,89	4,77	4,95E-07	9,00E-07			
V50-75C	0,75	51,83	2300	1875	14,51	4,15	4,12	1,64E-05	1,88E-05			
V50-75G	0,75	51,83	1000	1875	42,71	4,20	4,21	1,30E-05	1,28E-05			
V70-25C	0,25	72,26	2300	1625	12,54	5,41	*	3,24E-08	*			
V70-25G	0,25	72,26	1000	1625	36,93	6,64	*	1,55E-11	*			
V70-50C	0,50	72,26	2300	1750	13,51	4,64	4,63	1,76E-06	1,80E-06			
V70-50G	0,50	72,26	1000	1750	39,77	5,38	*	3,80E-08	*			
V70-75C	0,75	72,26	2300	1875	14,47	4,14	4,13	1,70E-05	1,82E-05			
V70-75G	0,75	72,26	1000	1875	42,61	4,63	4,63	1,82E-06	1,80E-06			
	Fonte: AUTOR (2020)											

Tabela 7.4 – Resultado do índice de Confiabilidade,  $\beta$  e Probabilidade de Falha de vigas CA-FRP

Tabela 7.5 – Resultado do índice de Confiabilidade,  $\beta$  e Probabilidade de Falha de vigas CA-AÇO

VIGAS	r	f <sub>ck</sub> (MPa)	f <sub>y</sub> (MPa)	M <sub>rd</sub> (kNm)	$A_s$ ( $cm^2$ )	β (FORM)	β (Monte Carlo)	p <sub>f</sub> (FORM)	p <sub>f</sub> (Monte Carlo)
V30-25A	0,25	30	2300	1750	35,65	4,81	4,66	7,55E-07	1,60E-06
V30-50A	0,50	30	1000	1750	35,65	3,67	3,65	1,21E-04	1,31E-04
V30-75A	0,75	30	2300	1750	35,65	3,01	3,00	1,31E-03	1,35E-03
V50-25A	0,25	50	1000	1750	34,74	4,75	4,75	1,01E-06	1,00E-06
V50-50A	0,50	50	2300	1750	34,74	3,63	3,62	1,42E-04	1,48E-04
V50-75A	0,75	50	1000	1750	34,74	2,98	2,97	1,44E-03	1,47E-03
V70-25A	0,25	70	2300	1750	34,48	4,74	4,75	1,07E-06	1,00E-06
V70-50A	0,50	70	1000	1750	34,48	3,63	3,61	1,42E-04	1,53E-04
V70-75A	0,75	70	2300	1750	34,48	2,98	2,97	1,44E-03	1,49E-03
				E 4	AUTOD (	2020)			

Fonte: AUTOR (2020)

A Fig. 7.1 apresenta a dispersão de pontos obtidos neste trabalho para os valores de índice de confiabilidade pelo Método *FORM* e Monte Carlo, onde mostrou-se que a aplicação do *FORM* através do uso da linguagem *Python* é eficaz na determinação do índice de confiabilidade, visto que a diferença entre os resultados para mesma situação de verificação é pequena. Para uma aproximação maior é sugerido um número maior de simulações, o que por sua vez demanda um tempo maior de processamento.



Figura 7.1 – Validação dos valores para Índice de Confiabilidade  $\beta$  segundo o Método *FORM* e Método Monte Carlo Fonte: AUTOR (2020)

### 7.4.2 Influência da Resistência à Compressão do Concreto

Foi realizada uma verificação da variação da resistência à compressão do concreto com o índice de confiabilidade,  $\beta$  para as três diferentes proporções de carregamentos r = 0,25, r = 0,50 e r = 0,75. Nos gráficos demonstrados pelas Fig.7.2, Fig. 7.3 e Fig. 7.4 apresenta-se a influência da resistência à compressão do concreto nos níveis de confiabilidade obtidos para as vigas de concreto armado, os quais variam o tipo de linha de acordo com a armadura de *CFRP*, *GFRP* e aço.





Fonte: AUTOR (2020)



Figura 7.4 – Influência da Resistência à Compressão do Concreto e  $\beta$  para r = 0,75Fonte: AUTOR (2020)

Como pode ser verificado nos gráficos acima, a resistência à compressão do concreto tem grande influência nos resultados para vigas armadas com *CFRP* e *GFRP*. Observa-se que à medida que a resistência à compressão do concreto aumenta, também há um aumento significativo no índice de confiabilidade, principalmente para as vigas armadas com *GFRP*. Já para as vigas armadas com barras de *CFRP* ocorre uma variação muito pequena do índice de confiabilidade entre as resistências de 50 MPa e 70 MPa pois são subarmadas. Para as vigas armadas com aço, observa-se que não há uma variação significativa no índice de confiabilidade,  $\beta$ .

### 7.4.3 Influência da Resistência à Tração das Armaduras

A influência da resistência à tração das barras de *FRP* foi analisada com o índice de confiabilidade  $\beta$  para os três diferentes valores de resistência à compressão do concreto. Foi realizada

uma verificação da influência da resistência à tração das armaduras para as três diferentes proporções de carregamentos, r, onde tipo de linha se diferencia para facilitar identificação. Assim, com a resistência à compressão do concreto e a proporção de carregamento r fixadas, os valores se diferem apenas na resistência à tração das armaduras podendo visualizar graficamente essa influência nas vigas de concreto armado com *CFRP* ( $f_{fu}^* = 2300 MPa$ ), *GFRP* ( $f_{fu}^* = 1000 MPa$ ) e aço ( $f_y = 500 MPa$ ) pelas Fig. 7.5, Fig. 7.6 e Fig. 7.7.



Figura 7.6 – Influência da Resistência à Tração das armaduras e  $\beta$  para  $f_{ck} = 50 MPa$ Fonte: AUTOR (2020)



Figura 7.7 – Influência da Resistência à Tração das armaduras e  $\beta$  para  $f_{ck} = 70 MPa$ Fonte: AUTOR (2020)

Como pode-se verificar, a resistência à tração das barras possui uma influência significativa nos resultados para os casos de vigas nas regiões de transição e vigas subarmadas. De maneira geral, observa-se que com o aumento da resistência à tração das barras de *GFRP* comparada às barras de aço, ocorre um aumento significativo do índice de confiabilidade dessas vigas. Esse resultado pode ser atribuído ao efeito conjunto da resistência à tração e do módulo de elasticidade das armaduras de *FRP*.

Para as vigas armadas com *FRP* observa-se que o índice de confiabilidade diminui quando aumenta-se a resistência à compressão do concreto de 50 MPa para 70 MPa.

Também vale ressaltar que os resultados de vigas armadas com *GFRP*, mostrados nas Fig. 7.6 e Fig. 7.7, mostraram-se com índice de confiabilidade maiores quando comparados às barras de *CFRP*. O que não ocorre quando a resistência a compressão do concreto é de 30 MPa, pois a partir de r = 0,50, a variabilidade da carga variável torna-se preponderante nos resultados.

Desse modo, pode-se concluir que as armaduras de *FRP* possuem um maior índice de confiabilidade quando comparado às barras de aço devido ao seu maior valor de resistência à tração.

#### 7.4.4 Influência dos Valores Característicos de Carregamento

Foi verificada a influência da variação do índice de confiabilidade  $\beta$  para cada variação dos valores característicos de carregamento r para os três valores de resistência à compressão do concreto apresentados neste estudo, sendo plotados dados de acordo com cada tipo de armadura. Nesta avaliação é possível observar que a proporção de carregamento r proposta no trabalho promove uma considerável alteração no índice de confiabilidade. Conforme apresentam as Fig. 7.8. Fig. 7.9 e Fig. 7.10 para  $f_{ck} = 30 MPa$ ,  $f_{ck} = 50 MPa$  e  $f_{ck} = 70 MPa$ , respectivamente.



Pode-se verificar nos gráficos acima que os valores característicos de carregamento possuem uma influência expressiva nos resultados. Observando o desenvolvimento do índice de confiabilidade  $\beta$  de acordo com a proporção de carregamento r pode-se verificar que decresce à medida que a sobrecarga acidental passa a ser dominante. Entende-se esse resultado pois considerouse um coeficiente de variação para sobrecarga maior que o coeficiente de variação para carga permanente, 0,25 e 0,10, respectivamente. Também observa-se que para valores característicos de carregamento mais elevados, a influência da resistência do concreto diminui, por que a variação da carga acidental é dominante.

#### 7.4.5 Influência da Estatística das Variáveis

Com o objetivo de apresentar de forma geral a influência de cada variável na confiabilidade de vigas armadas com barras de *CFRP*, *GFRP* e aço foram analisados os valores dos cossenos diretores considerados neste trabalho, elevados ao quadrado, sendo possível observar a variável aleatória de maior influência na confiabilidade de cada viga. Na Fig. 7.11 é verificada a influência de cada variável em três vigas diferentes. A V30-75G e a V50-25C subarmadas e a V30-25A com uma ruína equilibrada ou de transição. Observa-se que a variável aleatória de maior influência na confiabilidade das vigas foi da sobrecarga.



Figura 7.11 – Influência da Estatísticas das Variáveis Fonte: AUTOR (2020)

### 8 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram avaliados os índices de confiabilidade de vigas de concreto armado com barras de *FRP* dimensionadas conforme as recomendações e critérios do ACI 440.1R (2015) em ambientes portuários sob o Estado-Limite último de flexão, verificando a variação de diferentes parâmetros envolvidos no dimensionamento da estrutura e os níveis de segurança obtidos. Os resultados foram gerados utilizando o Método *FORM* e validados pelo Método de Monte Carlo para vinte e sete vigas de concreto armado, dentre as quais dezoito armadas com barras de *CFRP* e *GFRP* e outras nove armadas com barras de aço. A confiabilidade das vigas de concreto armado com barras de *FRP*, dimensionadas de acordo com o ACI 440.1R (2015), se mostrou superior às vigas de concreto armado com barras de aço, dimensionadas de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014).

Um estudo paramétrico realizou uma comparação entre a variação da resistência à compressão do concreto com o índice de confiabilidade  $\beta$  mostrou que a influência desse parâmetro é significativa para as vigas armadas com barras de *CFRP* e *GFRP*, sendo o fator de maior influência no momento resistente. Observou-se que à medida que a resistência do concreto cresce, ocorre um aumento significativo no índice de confiabilidade  $\beta$  principalmente para as vigas de concreto armado com barras de *GFRP*. Entre o  $f_{ck} = 50MPa$  e  $f_{ck} = 70MPa$  ocorre uma variação muito pequena no  $\beta$  para vigas armadas com barras de *CFRP*. Como esperado, para as vigas de concreto armado com o tradicional aço a influência desse parâmetro é pouco significativa, pois no Estado-Limite último de flexão a força resultante de compressão do concreto é menor, função da zona comprimida ser reduzida em relação à altura da seção.

Uma segunda análise paramétrica foi realizada em função do índice de confiabilidade  $\beta$  com a resistência à tração das armaduras de *FRP* podendo observar uma influência significativa nos resultados para os casos de vigas nas regiões de ruína equilibrada e para as vigas subarmadas. Assim, com o aumento da resistência à tração das barras de *FRP* ocorre um aumento no índice de confiabilidade dessas vigas, devido ao efeito do conjunto da resistência à tração com o módulo de elasticidade das armaduras de *FRP*. Quando comparado às barras de aço, as vigas armadas com *FRP* possuem maior índice de confiabilidade devido ao seu maior valor de resistência à tração.

O terceiro estudo paramétrico realizado se deu por meio da variação do  $\beta$  em função dos valores característicos de carregamento r. Nesta análise, observa-se que a proporção de carregamento utilizada neste estudo promove uma considerável alteração no índice de confiabilidade. Para todos os casos observa-se que o índice de confiabilidade decresce à medida que a sobrecarga acidental passa

a ser dominante. Isso ocorre porque foi considerado um coeficiente de variação para sobrecarga maior que o coeficiente para carga permanente e a assimetria na distribuição de probabilidade Gumbel.

Assim, foi possível estabelecer um comparativo entre a confiabilidade de vinte e sete vigas de concreto armado com barras de *CFRP*, *GFRP* e aço dimensionadas no Estado-Limite último de flexão segundo as prescrições do ACI 440.1R (2015) e da ABNT NBR 6118 (2014), sob atuação de elevados carregamentos em ambiente de alta agressividade ambiental, bem como avaliar os parâmetros de resistência do concreto, resistência à tração das armaduras e a proporção dos valores característicos de carregamentos permanentes e sobrecarga.

Com a avaliação do momento resistente também foi possível obter a probabilidade de falha para cada situação, bem como os modos de falha da estrutura, constituindo-se em ruptura da armadura de *FRP* e/ou esmagamento do concreto, sendo uma probabilidade condicional. Como mencionado neste trabalho, o esmagamento do concreto é mais desejável que a ruptura das armaduras de *FRP*. Os resultados mostram que, de maneira geral, à medida em que a resistência do concreto aumenta, a probabilidade de falha por ruptura da armadura tende a diminuir, embora para a maioria dos casos o dimensionamento resultou em vigas subarmadas.

Em geral, os valores obtidos para o índice de confiabilidade dessas estruturas se mostram adequados, estando dentro dos valores considerados seguros para condições de integridade estrutural. É conclusivo que as barras FRP são viáveis à substituição das barras de aço em estruturas de concreto armado, pois atendem aos critérios e padrões estabelecidos por norma. Porém, faz-se necessário levar em consideração as peculiaridades desse material, como feito nas recomendações da ACI 440.1R (2015). As recomendações da norma norte-americana foram elaboradas com ênfase nas barras de FRP, existindo uma grande preocupação com o comportamento frágil e com o baixo módulo de elasticidade. De forma a compensar a baixa ductilidade, as recomendações prescrevem uma margem de segurança maior do que a utilizada no tradicional dimensionamento com aço, deixando as barras de FRP com uma maior reserva de resistência.

Evidencia-se, assim, a necessidade da elaboração de uma norma brasileira exclusiva para o projeto e execução de estruturas com armadura de *FRP*, considerando-se, além das caraterísticas singulares desse material, a realidade climática e construtiva do país, permitindo a ampliação da sua utilização e, consequentemente, reduzindo o seu custo.

Este estudo se concentrou no dimensionamento e análise de confiabilidade de vigas de concreto armado com barras de *FRP* para o Estado-Limite último de flexão simples, contudo, um grande número de questões ainda deve ser avaliado visto que esta é uma pequena parte do problema, como o cisalhamento, a aderência, a deformabilidade e a durabilidade das estruturas.

## REFERÊNCIAS

ABRAHAMS, M.; DIMMOCK, J. Prediction of Composite Properties from Fibre and Matrix Properties. Composites, 1969.

ACHILLIDES, Z.; PILAKOUTAS, K. Bond Behavior of Fiber Reinforced Polymer Bars under Direct Pullout Conditions. Journal of Composites for Construction, n. 08, p. 173-181, 2004.

AFIFI, M. Z.; MOHAMED, H. M.; BENMOKRANE, B. Axial Capacity of Circular Concrete Columns Reinforced with Glass-FRP Bars and Spirals. 11<sup>th</sup> International Conference on Fibre Reinforced Polymer (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-11), Porto, Portugal, p. 10, 2013.

ALENCAR, G. Recuperação e Reforço de Tubulões de Píer. Revista Engenharia Estudo e Pesquisa. v. 10, n.1, p. 83-90, 2010.

ALFREDINI, P.; ARASAKI, E. Engenharia Portuária. Editora Blucher, São Paulo, SP, 2014.

ALMUSALLAM, T.; AL-SALLOUM, Y.; ALSAYED, S.; AMJAD, M. Behavior of Concrete Beams Doubly Reinforced by FRP Bars Proceedings. **Third International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-3)**, Japan Concrete Institute, Tokyo, Japan. v. 2, p. 471-478, 1997.

AL-SALLOUM, Y.; EL-GAMAL, S.; ALMUSSALAM, T.; ALSAVED, S.; AGEL, M. Effect of Harsh Environmental Conditions on the Tensile Properties of GFRP Bars. **Composites: Part B**, v. 45, p. 835-844, 2013. (DOI: 10.1016/j.compositesb.2012.05.004).

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318:2019 – Building Code Requirements for Structural Concrete. ACI Committee 318, 2019.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 440.1R:1996 – State-of-the-Art e Report on Fiber Reinforced Plastic (FRP) - Reinforcement for Concrete Structures. ACI Committee 440, 1996.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 440.1R:2006 – Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars. ACI Committee 440, 2006.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 440.1R:2015: Guide for the Desing and Construction of Concrete with FRP Bars. ACI Committee 440, 2015.

ANG, A. H.; TANG, W. H. Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Volume II: Decision, Risk and Reliability. John Wiley & Sons, 1990.

ARAÚJO, José Milton. Curso de Concreto Armado. v. 1,2,3,4. Editora Dunas, Rio Grande, RS, 2014.

ARAÚJO, A.; PANOSSIAN, Z. Durabilidade de Estruturas de Concreto em Ambiente Marinho: Estudo de Caso. **Congresso Brasileiro de Corrosão, INTERCORR**. p. 1-39, Fortaleza, 2010.

ASHOUR, A.F. Flexural and Shear Capacities of Concrete Beams Reinforced with GFRP Bars. Construction and Building Materials. n. 20, p. 1005-1015, 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. NBR 6118:2014. Rio de Janeiro, RJ, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Aço destinado a armaduras para estrutura de concreto armado. NBR 7480. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Ações e Segurança nas Estruturas - Procedimento. NBR 8681:2003. Rio de Janeiro, RJ, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto de Cimento Portland – Preparo, controle, recebimento e aceitação. NBR 12655:2015. Rio de Janeiro, RJ, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações. NBR 6120:2019. São Paulo, SP, 2019.

AZEVEDO, C.; DINIZ, S. Estudo Probabilístico da Resistência à Compressão de Concretos Utilizados em Fundações. **500° Congresso Brasileiro do Concreto**, Salvador, 2008.

BAKIS, C. FRP Composites: Materials and Manufacturing," *Fiber-Reinforced-Plastic for Concrete Structures: Properties and Applications*. Elsevier Journals, p. 13-58, Amsterdam, 1993.

BAKIS, C.; FREIMANIS, A.; GREMEL, D.; NANNI, A. Effect of Resin Material on Bond and Tensile Properties of Unconditioned and Conditioned FRP Reinforcement Rods. **Proceedings of the First International Conference on Durability of Composites for Construction, B.** Sherbrooke, p. 525-535. Canadá, 1998.

BANK, L. Properties of FRP Reinforcement for Concrete," Fiber-Reinforced-Plastic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures: Properties and Applications. **Developments in Civil Engineering**, v. 42, p. 59-86, Amsterdam, 1993.

BARRIS, C; TORRES, L.; COMAS, J.; MIÀS, C. Cracking and Deflections in GFRP RC Beams: An Experimental Study. **Composites**: Part B, v. 55, p. 580-590, 2013.

BELLAKEHAL, H.; ZAIDI, A.; MASMOUDI, R.; BOUHICHA, M. Combined Effect of Sustained Load and Freeze - Thaw Cycles on One-Way Concrete Slabs Reinforced with Glass Fibre-Reinforced Polymer. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 40, n. 11, p. 1060-1067, Canadá, 2013. (DOI: 10.1139/cjce-2012-0514)

BENMOKRANE, B. Bond Strength of FRP Rebar Splices. Proceedings of the Third International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-3), v. 2, p. 405-412, Japan Concrete Institute, Tokyo, Japan, 1997.

BENMOKRANE, B. CHAALLAL, O. MASMOUDI. R. Glass Fibre Reinforced Plastic (GFRP) Rebars for Concrete Structures. Construction and Building Materials, v. 9, n. 6, p. 353-364, 1995.

BENMOKRANE, B.; AHMED, E.; DULUDE, C.; BOUCHER, E. Design, Construction, and Monitoring of the First Worldwide Two-Way Flat Slab Parking Garage Reinforced with GFRP Bars. **Sixth International Conference on FRP Composites in Civil Engineering**, Rome, Italy, 2012.

BENMOKRANE, B.; EL-SALAKAWY, E.; EL-GAMAL, S.; GOULET, S. Construction and Testing of an Innovative Concrete Bridge Deck Totally Reinforced with Glass FRP Bars: Val-Alain Bridge on Highway 20 East. Journal of Bridge Engineering, v. 12, n. 5, p. 632-645, 2007. (Doi:10.1061/(ASCE)1084-0702).

BECK, A.; SOUZA JR., A. A first attempt towards reliability-base calibration of brazilian structural design codes. **Revista ABCM**. v. 32. n. 2. p. 119-127, 2010.

BENMOKRANE, B. CHAALLAL, O. MASMOUDI. R. Flexural Response of Concrete Beams Reinforced with FRP Reinforcing Bars. ACI Structural Journal, v. 93, n. 1, p. 46-55, 1996.

BISBY, L.; GREEN, M.; KODUR, V. Response to Fire of Concrete Structures that Incorporate FRP. **Progress in Structural Engineering and Materials**, v. 7, n. 3, p. 136-149, 2005. (DOI: 10.1002/pse.198).

BISBY, L.; KODUR, V., Evaluating the Fire Endurance of Concrete Slabs Reinforced with FRP Bars: Considerations for a Holistic Approach, **Composites. Part B, Engineering**, v. 38, n. 5-6, p. 547-558, 2007. (DOI: 10.1016/j.compositesb.2006.07.013)

BISCHOFF, P.; GROSS, S., Equivalent Moment of Inertia Based on Integration of Curvature, Journal of Composites for Construction, v. 15, n. 3, p. 263-27, 2011.

BOYLE, H. C; KARBHARI, V. M. Investigation of Bond Behavior between Glass Fiber Composite Reinforcements and Concrete. **Journal of Polymer-Plastic Technology Engineering**, v. 33, n. 6, p. 733-753, 1994. (DOI:10.1080/03602559408013105)

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. Canadian Highway Bridge Design Code. CAN/CSA-S6:2006, Canadá, 2006.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **Design and Construction of Building Components with Fiber-Reinforced Polymers.** CSA S806:2012, Canadá, 2012.

CHAALLAL, O. BENMOKRANE, B. Fiber-reinforced plastic rebars for concrete applications. **Composites: Part B**, v. 27B, p. 245-252, 1996.

CHIDANANDA, S.; KHADIRANAIKAR, R. Flexural Behaviour of concrete Brams Reinforced With GFRP Rebars. International Journal of Advance Research, Ideas and Innovations in Technology. v.3 n.5, 2017. (ISNN 2454-132X)

CHOWDHURY, E. U.; EEDSON, R.; BISBY, L. A.; GREEN, M. F.; BÉNICHOU, N.; KODUR, V. K. R. Mechanical Characterization of FRP Materials at High Temperature. **Fire Technology**, v. 45, n. 4, p. 1-18, 2011.

CLÍMACO, J. C. T. S. Estruturas de concreto armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação. Editora UnB. Brasília. 2008.

COMIN, C.; DE SOUZA, R. M. Port Structures: The Distribution of Forces on Infrastructure due to Mooring and Berthing of Vessels. **IBRACON Structures and Materials Journal**. v. 10, n. 3, p. 626-652, 2017. (ISSN 1983-4195).

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON - FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAINTE (CEB/FIP) - Fédération Internationale du Béton – *fib* Bulletin 40 – FRP Reinforcement in RC Structures. Task Group 9.3, 2007.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON - FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAINTE (CEB/FIP) - Fédération Internationale du Béton – *fib* Bulletin – FRP Reinforcement in RC Structures. Task Group 9.3, 2010.

COSTA, J. P. Técnicas não Tradicionais de Reabilitação Estrutural no Betão Armado. Seminário apresentado a Ordem dos Engenheiros – Grêmio do Patrimônio – Lisboa, 2013

CURTIS, P. T. The Fatigue Behavior of Fibrous Composite Materials. Journal of Strain Analysis, v. 24, n. 4, p. 235-244, 1989. (DOI: 10.1243/03093247V244235)

DALLY, J. W.; RILEY, W. F. 1991, Experimental Stress Analysis, third edition, McGraw Hill, New York, p. 672, 1991

DINIZ, S.M.C. A Confiabilidade Estrutural e a Evolução das Normas Técnicas, VI, Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, São Paulo, 8 a 11 de abril de 2006 (CDROM), 2006.

Diniz, S. M. C.; FRANGOPOL, D. M. Reliability Bases for High-Strength Concrete Columns, Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 123, n. 10, 1997.

DROUIN, B.; LATOUR, G.; MOHAMED, H. More than 10 Years Successful Field Applications of FRP Bars in Canada. CDCC 2011, The Fourth International Conference on Durability & Sustainability of Fiber Reinforced Polymer (FRP) Composites for Construction and Rehabilitation. Quebec City, QC, Canadá, 2011.

EHSANI, M. R. Glass-Fiber Reinforcing Bars. Alternative Materials for the Reinforcement and Prestressing of Concrete, J. L. Clarke, Blackie Academic & Professional, p. 35-54, London, England, 1993.

EHSANI, M. R.; SAADATMANESH, H.; TAO, S. Design Recommendation for Bond of GFRP Rebars to Concrete. Journal of Structural Engineering, v. 122, n. 3, p. 247-254, 1996 (DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1996)122:3(247).

EL-NEMR, A. AHMED, E.A. BENMOKRANE, B. Flexural Behavior and Serviceability of Normal-and-High-Strength Concrete Beams Reinforced with Glass Fiber-Reinforced Polymer Bars. **ACI Structural Journal**, v. 110, n. 6, p. 1077-1087, 2013.

EUROPEAN STANDARD. EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1.1: General rules and rules for building. European Committee for Standardization, 2004.

*fib*, 2010. Model Code for Concrete Structures (MC2010), Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland.

FIBERLINE – **Passarela de pedestres da cidade de Lleida – Espanha – 2004.** Disponível em: <https://fiberline.com/international-award-innovative-grp-footbridge> Acesso em: 22 de junho de 2019.

FIGUEIRAS, J.; JUVANDES, L.; FURIA, R. Composites in Construction. **Proceedings of the International Conference Composites in Construction**—**CCC2001**, Portugal, 2001.

FIGUEIREDO, Adma (Org.). Brasil: Uma Visão Geográfica e Ambiental do início do Século XXI. IBGE, Rio de Janeiro, RJ, 2016.

FREIMANIS, A. J.; BAKIS, C. E.; NANNI, A.; GREMEL, D. A Comparison of Pullout and Tensile Behaviors of FRP Reinforcement for Concrete. **Proceedings of the Second International Conference on Composites in Infrastructure (ICCI-98)**, v. 2, p. 52-65, Tucson, AZ, 1998.

GALAMBOS, T. V.; ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. Probability based load criteria: Assessment of current design practice. **Journal of the Structural**, v. 108, p. 959-977, 1982.

GANGARAO, H. V. S.; VIJAY, P. V. Design of Concrete Members Reinforced with VPRF Bars. Proceedings of the Third International Symposium on Non-Metallic (PRF) Reinforcement for Concrete Structures (PRFRCS-3), v. 1, p. 143-150, Japan Concrete Institute, Sapporo, Japan, 1997.

GENTRY, T. R.; HUSAIN, M. Thermal Compatibility of Concrete and Composite Reinforcements. Journal of Composites for Construction, v. 3, n. 2, p. 82-86, 1999.

GRIBNIAK, V.; KAKLAUSKAS, G.; TORRES, L.; DANIUNAS, A.; TIMINSKAS, E.; GUDONIS, E. Comparative Analysis of Deformations and Tension-Stiffening in Concrete Beams Reinforced with GFRP or Steel Bars and Fibers. **Composites: Part B**, v. 50, p. 158-170, 2013.

GOMES, H. M., 2001. Técnicas de Avaliação da Confiabilidade de Estruturas de Concreto Armado. Tese de Doutorado em Engenharia Civil – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design. John Wiley & Sons, New York, 2000.

HELENE, P.; ANDRADE, T. Concreto de Cimento Portland. Materiais de Construção Civil e Princípios de Ciência e Engenharia de Materiais. IBRACON, ed. 3, cap. 29, São Paulo, SP, 2017.

HINTON, E. Numerical Methods and software for dynamic analysis of plates and shells. Swansea: Pineridge Press, 1988.

ISSA, M.S., METWALLY, I.M., ELZEINY, S.M. Influence of Fibers on Flexural Behavior and Ductility of Concrete Beams Reinforced with GFRP Rebars. **Engineering Structures**, v. 33, p. 1754-1763, 2011.

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERING. Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures using Continuous Fiber Reinforcing Materials. JSCE, Japão, 1997.

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERING. Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures using Continuous Fiber Reinforcing Materials. JSCE, Japão, 2001.

KAMAL, A.S. BOULFIZA, A.M. Durability of GFRP Rebars in Simulated Concrete Solutions under Accelerated aging Conditions. Journal of Composites for Construction, v. 15, p. 473-481, 2011.

KAPPEL, R. **Portos Brasileiros: Novo desafio para a Sociedade.** Assessor do Ministério do Trabalho e Emprego. Brasília, 2004.

KARA, I.F. ASHOUR, A.F. Flexural Performance of FRP Reinforced Concrete Beams. Composite Structures, v. 94, p. 1616-1625, 2012.

KASSEM, C. FARGHALY, A.S. BENMOKRANE, B. Evaluation of Flexural Behavior and Serviceability Performance of Concrete Beams Reinforced with FRP Bars. Journal of Composites for Construction, v. 15, n. 5, p. 682-695, 2011.

KATZ, A. Environmental Impact of Steel and Fiber-Reinforced Polymer Reinforced Pavements, **Journal of Composites for Construction**, v. 8, n. 6, p. 481-488, 2004. (DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0268(2004)8:6(481).

KATZ, A.; BERMAN, N. E BANK, L.C. Effect of High Temperature on the Bond Strength of PRF Rebars. Journal of Composites for Construction, n. 2, v. 3, p. 73-81, 1999.

KOBAYASHI, K.; FUJISAKI, T. Compressive Behavior of FRP Reinforcement in Non-Prestressed Concrete Members. Proceedings of the Second International RILEM Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-2), p. 267-274, Ghent, Belgium, 1995.

KOCAOZ, S.; SAMARANAYAKE, V. A.; NANNI, A. Tensile Characterization of Glass FRP Bars. **Composites.Part B, Engineering**, v. 36, n. 2, pp. 127-134, 2005.

KODUR, V. K. R.; BISBY, L. A. Evaluation of Fire Endurance of Concrete Slabs Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars. Journal of Structural Engineering, v. 131, n. 1, p. 34-43, 2005.

KUMAHARA, S.; MASUDA, Y.; TANANO, Y. Tensile Strength of Continuous Fiber Bar under High Temperature. International Symposium on Fiber-Reinforced-Plastic Reinforcement for Concrete Structures, p.731-742, 1993.

MACHADO, A. P. Manual de Reforço de Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono. São Paulo, SP, 2002.

MADSEN, H. O.; KRENK, S.; LIND, N. C. Methods of Structural Safety, Prentice-Hall, New Jersey, p. 403, 1986.

MADSEN, H. O.; EGELAND, T. Structural reliability – Models and Applications. **JSTOR**. Great Britain. v. 57. n. 3. p. 185-203, 1989.

MALLICK, P. K. Fiber Reinforced Composites, Materials, Manufacturing, and Design, Marcell Dekker, New York, p. 469, 1988.

MASMOUDI, R.; ZAIDI, A.; GÉRARD, P. Transverse Thermal Expansion of FRP Bars Embedded in Concrete. Journal of Composites for Construction, v. 9, n. 5, p. 377-387, 2005.

MATTHEWS, F. L.; RAWLINGS, R. D. Composite Materials: Engineering and Science. Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 1999.

MEIER, U. Carbon Fiber Reinforced Polymers: Modern Materials in Bridge Engineering. Structural Engineering International, Journal of the International Association for Bridge and Structural Engineering, v.2, n.1, p. 7-12, 1992.

MELCHERS, R.E., Structural reliability analysis and prediction. 2<sup>nd</sup> Ed. Chichester: John Wiley & Sons, 1999.

MICALI, R. M., 2010. Análise Teórica de Vigas Pré-Moldadas de Concreto com Armadura de Aço e de Polímero Reforçado com Fibra de Vidro em Meio Altamente Agressivo. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.

MINASI, A. T., 2016. **Confiabilidade de vigas em estruturas portuárias no Estado-Limite último de flexão.** 2016. 94 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Oceânica – PPGEO, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS.

MIRZA, S. A.; HATIZINOLAS, M.; MACGREGOR, J. G. Statistical description of strength of concrete. Journal of Strucural Division, v. 105. p. 1021-1037, 1979.

MIRZA, S. A.; MACGREGOR, J. G. Probabilistic study of strength of reinforced concrete members. Canadian Journal of Civil Engineering, v. 9. n. 3. p. 431-448, 1982.

MOSLEY, C. P., 2002. Bond Performance of Fiber Reinforced Plastic (FRP) Reinforcement in Concrete, Purdue University, West Lafayette, IN.

MUFTI, A. A.; NEWHOOK, J.; BENMOKRANE, B.; TADROS, G.; VOGEL, H. M. Durability of GFRP Rods in Field Demonstration Projects across Canada. Proceedings of the 4th International Conference on Durability and Sustainability of Fibre Reinforced Polymer (FRP) Composites for Construction and Rehabilitation, CDCC2011, Quebec City, Canadá, 2011.

MUTSUYOSHI, H.; UEHARA, K.; MACHIDA, A. Mechanical Properties and Design Method of Concrete Beams Reinforced with Carbon Fiber Reinforced Plastics. **Transaction of the Japan Concrete Institute**, v. 12, p. 231-238, Japan Concrete Institute, Tokyo, Japan, 1990.

NANNI, A. Flexural Behavior and Design of Reinforc Concrete Using PRF Rods. Journal of Structures Engineering, n. 11, v. 119, p. 3344-3359, 1993.

NANNI, A.; NENNINGER, J.; ASH, K.; LIU, J. Experimental Bond Behavior of Hybrid Rods for Concrete Reinforcement, **Structural Engineering & Mechanics**, v. 5, n. 4, p. 339-353, 1997.

NANNI, A.; BAKIS, C. E.; AL-ZAHRANI, M. M.; AL-DULAIJAN, S. U.; BOOTHBY, T. E. Effect of Cyclic Loading on Bond Behavior of GFRP Rods Embedded in Concrete Beams. Journal of Composites, Technology and Research. v. 20, n. 1, p. 29-37, 1998 (DOI: 10.1520/CTR10498J)

NETO, F. L.; PARDINI, L. C. Compósitos Estruturais: Ciência e Tecnologia, v. 1. Editora Blucher, São Paulo, SP, 2006.

NIGRO, E.; BILOTTA, A.; CEFARELLI, G.; MANFREDI, G.; COSENZA, E. Performance under Fire Situations of Concrete Members Reinforced with FRP Rods: Bond Models and Design Nomograms. Journal for Composites in Construction, v. 16, n. 4, p. 395-406, 2012.

NIGRO, E.; CEFARELLI, G.; BILOTTA, A.; MANFREDI, G.; COSENZA, E. Adhesion at High Temperature of FRP Bars Straight or Bent at the end of Concrete Slabs. Journal of Structural Fire Engineering, v. 4, n. 2, p. 71-86, 2013. (DOI: 10.1260/2040-2317.4.2.71).

NIGRO, E.; CEFARELLI, G.; BILOTTA, A.; MANFREDI, G.; COSENZA, E. Fire Resistance of Concrete Slabs Reinforced with FRP Bars. Part I: Experimental Investigations on the Mechanical Behavior. **Composites. Part B, Engineering**. v. 42, n. 6, p. 1739-1750, 2011.

NORITAKE, K.; KAKIHARA, R.; KUMAGAI, S.; MIZUTANI, J. Fiber-Reinforced-Plastic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures: Properties and Applications. **Developments in Civil Engineering**, v. 42, p. 267-290, 1993.

NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. Reliability of Structures. McGraw-Hill Companies, Inc., 2000

OLIVEIRA, A. H. C. R. O. Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014. 2018. 156 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2018.

OLIVEIRA, L.; SOUZA, R.; TEIXEIRA, B. Utilização de Armaduras não Metálicas no Brasil. X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas. Rio de Janeiro, RJ, 2018.

PALIGA, C. M., 2008. Análise Probabilística de Vigas de Concreto Armado recuperadas à flexão, através do Método de Monte Carlo utilizando um modelo de Elementos Finitos. Tese de Doutorado em Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS.

PEARCE, D. G. Understanding CFRP as a Desing Material. Fibre Science and Technology, 1970.

PILAKOUTAS, K.; NEOCLEOUS, K.; GUADAGNINI, M. Design Philosophy Issues of Fiber Reinforced Polymer Reinforced Concrete Structures. Journal of Composites for Construction, ASCE, p. 154-161, 2002.

PINHEIRO, L. C. L., 2013. Análise Probabilística de Estruturas Portuárias Reforçadas com Compósitos de Fibras de Carbono. Dissertação de Mestrado em Engenharia Oceânica – PPGEO, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS.

PLECNIK, J.; AHMAD, S. H. Transfer of Composite Technology to Design and Construction of Bridges. **Final Report to USDOT**, 1988.

PORTER, M. L.; BARNES, B. A. Accelerated Aging Degradation of Glass Fiber Composites, **2nd International Conference on Composites in Infrastructure**, v. 2, p. 446-459, Tucson, 1998.

RABELLO, F. T. Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado. 2010. 250 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina. Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2010.

RAHMAN, A. H.; KINGSLEY, C. Y.; CRIMI, J. Durability of FRP Grid Reinforcement. Advanced Composite Materials in Bridges and Structures, Canadian Society for Civil Engineering, Montreal, QC, Canada, p. 681-690, 1996.

RAY, B.C. RATHORE, D. Durability and Integrity Studies of Environmentally Conditioned Interfaces in Fibrous Polymeric Composites: Critical Concepts and Comments. Advances in Colloid and Interface Science, v. 209, p. 68-83, 2014.

REAL, M. V., 2000. Análise Probabilística de Estruturas de Concreto Armado, Sob Estado Plano de Tensão, Através do Método dos Elementos Finitos. Tese de Doutorado em Engenharia Civil – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

RIBEIRO, S. E. C., 2009. Análise da Confiabilidade de Vigas de Concreto Armado com Plástico Reforçado por Fibras. Tese de Doutorado em Engenharia Civil, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, MG.

RIBEIRO, S. E. C.; DINIZ, S. M. C. Reliability-Based Design Recommendations for FRP-Reinforced Concrete Beams. **Engineering Structures**, v. 52, p. 273 - 283, 2013.

RIBEIRO, B. C.; LOPES, R. M.; RICCIO, V. A.; OLIVEIRA, D. M.; RIBEIRO, S. E. C. Análise Teórica de Vigas de Concreto Armadas com Barras de Plásticos Reforçado com Fibras. **Revista Construindo**, v. 8, n. 2, 2016.

RIZKALLA, S. H. A New Generation of Civil Engineering Structures and Bridges. *Proceedings* of the Third International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-3), v. 1, p. 113-128, Japan Concrete Institute, Tokyo, Japan, 1997.

ROBERT, M. BENMOKRANE, B. Behavior of GFRP Reinforcing Bars Subjected to Extreme Temperatures. Journal of Composites for Construction, p. 353-360, 2010.

ROBERT, M. BENMOKRANE, B. Combined Effects of Saline Solution and Moist Concrete on Long-Term Durability of GFRP Reinforcing Bars. **Construction and Building Materials**, v. 38, p. 274-284, 2013.

ROCHA, R. G., 2014. Análise de Confiabilidade de Vigas Portuárias de Concreto Protendido. Dissertação de Mestrado em Engenharia Oceânica – PPGEO, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS.

RUIZ EMPARANZA, A.; DE CASO Y BASALO, F.; KAMPMANN, R.; NANNI, A. Bond Evaluation of GFRP Reinforcing Bars Embedded in Concrete Under Aggressive Environments. **9th International Conference on Fibre-Reinforced Polymer Composites in Civil Engineering**, CICE, France, 2018.

SAAFI, M. Effect of fire on FRP reinforced concrete members. Composite Strustures, v. 58, p. 11-20, 2002.

SANTIAGO, W.C.; BECK, A. T. Estudo da não Conformidade de Concretos Produzidos no Brasil e sua Influência na Confiabilidade de Pilares Curtos. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 4, p. 663-690, 2011.

SANTOH, N. CFCC (Carbon Fiber Composite Cable), Fiber-Reinforced-Plastic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures: Properties and Applications, Developments in Civil Engineering, v. 42, pp. 223-247, Elsevier, Amsterdam, 1993.

SANTOS, D. M; STUCCHI, F. R.; BECK, A. T. Confiabilidade de Vigas de Projetos de Acordo com as Normas Brasileiras. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 7, n.5. p. 723-746, 2014.

SASAKI, I.; NISHIZAKI, I.; SAKAMOTO, H.; KATAWAKI, K.; KAWAMOTO, Y. Durability Evaluation of FRP Cables by Exposure Tests," **Proceedings of the Third International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures**, v. 2, p. 131-137, Japan, 1997.

SCHERER, M., 2018. Avaliação da Confiabilidade de Vigas de Concreto Armado pelo Método dos Elementos Finitos. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

SHIELD, C.; GALAMBOS, T.; GULBRANDSEN, P. On the History and Reliability of the Flexural Strength of FRP Reinforced Concrete Members in ACI 440.1R. **10th International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete Structures**, American Concrete Institute, Farmington Hills, 2011.

SILVA, E. M.; DINIZ, S. M. C.; RIBEIRO, S. E. C. Deformabilidade de vigas em concreto armado com PRF. **22º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, CBECiMat**, 2016.

SILVA, R. C. B., 2014. Comportamento de Vigas de Concreto Armadas com Barras de CFRP e GFRP para Infraestrutura de Transportes. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Transporte, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, RJ.

SOUZA, V. C.; RIPPER, T. Patologia, recuperação e reforço de estruturas de concreto. Pini, p.255, São Paulo, SP, 1998.

SZERSZEN, M.; NOWAK, A. Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 2 – Reliability Analysis and Resistance Factors. ACI Structural Journal, American Concrete Institute, p. 383-391, 2003.

TAERWE, L. PRF Activities in Europe: Survey of Research and Applications. *Proceedings of the Third International Symposium on Non-Metallic (PRF) Reinforcement for Concrete Structures* (PRFPRCS-3), v.1, p. 59-74 Sapporo, Japan, 1997.

TAMURA, T. Fiber-Reinforced-Plastic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures: Properties and Applications, **Developments in Civil Engineering**, v.42, p.291-303, Elsevier, Amsterdam, 1993.

TAVARES, D. H., 2006. Análise Teórica e Experimental de Vigas de Concreto Armadas com Barras Não Metálicas de GFRP. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.

TOMOSAWA, F.; NAKATSUJI, T. Evaluation of the ACM Reinforcement Durability by Exposure Test. Advanced Composite Materials in Bridges and Structures, Canadian Society for Civil Engineering, Montreal, p. 699-706, 1996.

UOMOTO, T. Durability of PRF as Reinforcement for Concrete Structures. **Proceedings of the 3rd International Conference on Advanced Composite Materials in Bridges and Structures**, Canadian Society for Civil Engineering, Montreal, p 3-17, 2000.

VIJAY, P. V.; GANGARAO, H. V. S. Accelerated and Natural Weathering of Glass Fiber Reinforced Plastic Bars. Fourth International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Reinforced Concrete Structures, SP-188, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, p. 605-614, 1999.

WAMBEKE, B.; SHIELD, C. Development Length of Glass Fiber Reinforced Polymer Bars in Concrete. ACI Structural Journal, v. 103, n. 1, p. 11-17, 2006.

WANG, H.; BELARBI, A. Ductility Characteristics of Fiber-Reinforced-Concrete Beams Reinforced with FRP Rebars. **Construction and Building Materials**, v. 25, p. 2391-2401, 2011.

WU, W. P., 1990. Thermomechanical Properties of Fiber Reinforced Plastic (PRF) Bars. PhD Dissertation, west Virginia University, Morgantown, W.Va.

YAMASAKI, Y.; MUSADA, Y.; TANANO, H.; SHIMIZU, A. Fundamental Properties of Continuous Fiber Bars. International Symposium on Fiber Reinforced Plastic Reinforcement for Concrete Structures. Fiber Reinforced Plastic Reinforcement for Concrete Structures, 1993.

YE, L. P.; FENG, P.; ZHANG, K.; LIN, L.; HONG, W. H.; YUE, Q. R.; ZHANG, N.; YANG, T. FRP in Civil Engineering in China: Research and Applications. **Proceedings of the Sixth International Symposium on FRP Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-6)**. 2003.

YINGHAO, L. YONG, Y. Arrangement of Hybrid Rebars on Flexural Behavior of HSC Beams. Composites: Part B, v. 45, p. 22-31, 2013.

YU, B. KODUR, V.K.R. Factors Governing the Fire Response of Concrete Beams Reinforced with FRP Bars. **Composite Structures**, v. 100, p. 257-269, 2013.

ZAIDI, A.; MASMOUDI, R.; BOUHICHA, M. Numerical Analysis of Thermal Stress-Deformation in Concrete Surrounding FRP Bars in Hot Region. **Construction & Building Materials**, v. 38, p. 204-213, 2013. (DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2012.08.047).

## **APÊNDICE A – VERIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO**

Abaixo, apresenta-se o script em linguagem Python utilizado para validar o sistema.

```
## ENTRADA DE DADOS ##
# OS DADOS SÃO LIDOS DE UMA PLANILHA EXCEL
#
with open('dadosEXP.xlsx', 'rb') as target:
  sheet = pd.read excel(target, sheet name='Completa')
  data = sheet.values
#
## DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS ##
nvigas,colunas=data.shape
for i in range(nvigas):
  b=float(data[i,2])
  h=float(data[i,3])
  d1=float(data[i,8])
  d2=float(data[i,9])
  fc1=float(data[i,4])
  ffu=float(data[i,5])
  ef=float(data[i,6])
  af1=float(data[i,10])
  af2=float(data[i,11])
  muexp=float(data[i,12]
#
## INÍCIO DOS CÁLCULOS ##
# CALCULO DA PROFUNDIDADE DO BLOCO DE TENSÕES DO CONCRETO
  if fc1<28:
    beta1=0.85
  else:
    beta1=0.85-(0.05*(fc1-28))/7
    if beta1<0.65: beta1=0.65
#
# DEFORMAÇÃO ÚLTIMA DO CONCRETO
  ecu=0.003
#
# REDUÇÃO DE FFU POR NORMA
  ce=1.00
  ffu=ce*ffu
#
# CONVERSÃO DE MPa PARA kN/cm2
  fc1=fc1/10.00
  ffu=ffu/10.00
  ef=ef/10.00
#
```

```
# CÁLCULO DA TAXA DE ARMADURA
  af=af1+af2
  rof=af/(b*d1)
#
# CÁLCULO DA TAXA DE ARMADURA BALANCEADA
  rofb=0.85*beta1*fc1/ffu*(ef*ecu)/(ef*ecu+ffu)
  k=rof/rofb
#
# CÁLCULO DO FATOR DE REDUÇÃO DA RESISTÊNCIA
  #if rof<rofb:</pre>
  #phi=0.55
  #elif rof>=rofb and rof<1.4*rofb:</pre>
  #phi=0.30+0.25*rof/rofb
  #elif rof>1.4*rofb:
  #phi=0.65
  phi=1.00
  alphacc=1.00
#
# PROFUNDIDADE DA LINHA NEUTRA BALANCEADA
  ecu=3.00/1000.00
  efu=ffu/ef
  cb=ecu/(ecu+efu)*d1
#
# CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE NOMINAL
  if rof<rofb:
#
# RUPTURA POR TRAÇÃO NA BARRA DE FRP = RUPTURA DA FIBRA
    c=cb
    eff1=efu
    ff1=ffu
    if d2>0:
      eff2=efu*(d2-cb)/(d1-cb)
      ff2=ef*eff2
    else:
      eff2=0.00
      ff2=0.00
    mn=af1*ff1*(d1-0.5*beta1*cb)+af2*ff2*(d2-0.5*beta1*cb)
  else:
#
# RUPTURA POR COMPRESSÃO DO CONCRETO = ESMAGAMENTO
    a2=alphacc*beta1*fc1*b
    a1=ef*ecu*(af1+af2)
    a0=-ef*ecu*(af1*d1+af2*d2)
    c1=(-a1+np.sqrt(a1**2-4*a2*a0))/(2*a2)
    c2=(-a1-np.sqrt(a1**2-4*a2*a0))/(2*a2)
    if c1>0 and c1<d1:
```

```
c=c1
    else:
      c=c2
    eff1=ecu*(d1-c)/c
    ff1=ef*ecu*(d1-c)/c
    if d2>0:
      eff2=ecu*(d2-c)/c
      ff2=ef*eff2
    else:
      eff2=0.00
      ff2=0.00
    if ff1>ffu: ff1=ffu
    if ff2>ffu: ff2=ffu
    mn=af1*ff1*(d1-0.5*beta1*c)+af2*ff2*(d2-0.5*beta1*c)
#
# MOMENTO RESISTENTE DE CÁLCULO
  mu=phi*mn
#
# VERIFICAÇÃO DA ARMADURA MÍNIMA
  data[i,13]=mu/100
  data[i,14]=mu/100/muexp
  data[i,15]=rof/rofb
  data[i,16]=c
  data[i,17]=eff1*1000
  data[i,18]=ff1*10
  data[i,19]=eff2*1000
  data[i,20]=ff2*10
rm=data[:,14].mean()
sr=data[:,14].std()
cvr=sr/rm
print(rm,sr,cvr)
#
with pd.ExcelWriter('resultadosEXP.xlsx', engine='openpyxl') as writer:
  dfres.to_excel(writer, sheet_name='Resultados', index=False, header='True')
```
# **APÊNDICE B – DIMENSIONAMENTO VIGAS CA-AÇO**

Abaixo, apresenta-se o *script* em linguagem *Python* utilizado para o dimensionamento de vigas de concreto armado com barras de aço de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014).

```
## ENTRADA DE DADOS ##
# OS DADOS SÃO LIDOS DE UMA PLANILHA EXCEL
#
with open('dados.xlsx', 'rb') as target:
  sheet = pd.read excel(target, sheet name='VIGAS AÇO')
  data = sheet.values
#
## DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS ##
 nvigas,colunas=data.shape
 asfinal=np.zeros(nvigas)
#
for i in range(nvigas):
  b=float(data[i,1])
  h=float(data[i,2])
  d1=float(data[i,3])
  d=float(data[i,4])
  fck=float(data[i,14])
  fyk=float(data[i,15])
  mk=float(data[i,17])
#
  es=210.;
  gamac=1.4;
  gamas=1.15;
  gamaf=1.4;
## FINAL DA ENTRADA DE DADOS ##
#
## INÍCIO DOS CÁLCULOS ##
  bduct=1.0
#
# PARÂMETROS DO DIAGRAMA RETANGULAR
  if fck <= 50:
    alamb = 0.8;
    alfac = 0.85;
    eu = 3.5;
    e0 = 2;
    qsilim=0.8*bduct-0.35
  else:
    alamb = 0.8 - (fck - 50) / 400;
    alfac = 0.85 * (1 - (fck - 50) / 200);
```

```
a = (90 - fck) / 100;
    eu = 2.6 + 35 * a**4;
    aux = fck - 50;
    qsilim=0.8*bduct-0.45
#
# CONVERSÃO DE UNIDADES: TRANSFORMANDO PARA kN E cm
 fck = fck / 10;
 fyk = fyk / 10;
  es = 100 * es;
  mk = 100 * mk;
#
# RESISTÊNCIAS DE CÁLCULO
 fcd = fck / gamac;
  sigmacd = alfac * fcd;
  fyd = fyk / gamas;
#
# ESFORÇOS SOLICITANTES DE CÁLCULO
  md = gamaf * mk;
#
# PARÂMETRO GEOMÉTRICO
  dl=h-d
  delta = dl / d;
#
# MOMENTO LIMITE REDUZIDO
  amilim=alamb*qsilim*(1-0.5*alamb*qsilim)
#
# MOMENTO REDUZIDO SOLICITANTE
  ami = md / (b * d**2 * sigmacd);
#
# ARMADURA SIMPLES
  if ami<=amilim:
    qsi=(1-np.sqrt(1-2.*ami))/alamb
#
# CÁLCULO DAS ARMADURAS
    as1=alamb*qsi*b*d*sigmacd/fyd
    as2=0.00
  else:
#
# ARMADURA DUPLA
# DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE COMPRESSÃO
    es2=eu*(qsilim-delta)/qsilim
    es2=es2/1000.
#
# TENSÃO NA ARMADURA DE COMPRESSÃO
    sigmas2=tensao(es2,es,fyd)
#
```

#### # CÁLCULO DAS ARMADURAS

```
as2=(ami-amilim)*b*d*sigmacd/((1.-delta)*sigmas2)
as1=(alamb*qsilim+(ami-amilim)/(1.-delta))*b*d*sigmacd/sigmas2
```

#

```
# ARMADURA MÍNIMA DA NBR-6118:2014
```

```
a=2./3.
fck=10*fck
fyd=10*fyd
if fck<50:
    romin=0.078*fck**a/fyd
else:
    romin=0.5512*np.log(1+0.11*fck)/fyd
if romin < 0.0015: romin = 0.0015;
asmin = romin * b*h;
```

#

#### # ARMADURA A SER ADOTADA

```
if as1<asmin: as1=asmin
#
    asfinal[i]=as1
    data[i,20]=as1
    data[i,19]=md/100
dfres = pd.DataFrame(data, columns=sheet.columns)
with pd.ExcelWriter('resultadosACO.xlsx', engine='openpyxl') as writer:
    dfres.to_excel(writer, sheet_name='Resultados', index=False,header='True')</pre>
```

# **APÊNDICE C – DIMENSIONAMENTO VIGAS CA-FRP**

Abaixo, apresenta-se o *script* em linguagem *Python* utilizado para o dimensionamento de vigas de concreto armado com barras de *FRP* de acordo com a ACI 440.1R (2015).

```
## ENTRADA DE DADOS ##
# OS DADOS SÃO LIDOS DE UMA PLANILHA EXCEL
with open('dados.xlsx', 'rb') as target:
  sheet = pd.read_excel(target, sheet_name='VIGAS FRP')
  data = sheet.values
#
## DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS ##
nvigas,colunas=data.shape
#
affinal=np.zeros(nvigas)
for i in range(nvigas):
  b=float(data[i,1])
  h=float(data[i,2])
  d1=float(data[i,3])
  d=float(data[i,4])
  fc1=float(data[i,14])
  ffu=float(data[i,15])
  ef=float(data[i,16])
  mu=float(data[i,18])
#
## INÍCIO DOS CÁLCULOS ##
# CALCULO DA PROFUNDIDADE DO BLOCO DE TENSÕES DO CONCRETO
  if fc1<28:
    beta1=0.85
  else:
    beta1=0.85-(0.05*(fc1-28))/7
    if beta1<0.65: beta1=0.65
#
# DEFORMAÇÃO ÚLTIMA DO CONCRETO
  ecu=0.003
  # Redução de ffu por norma
    if viga[-1] == "G":
           ce=0.70
    if viga[-1] == "C":
           ce=0.90
  ffu=ce*ffu
#
# CONVERSÃO DE MPa PARA kN/cm2
  fc1=fc1/10.00
```

ffu=ffu/10.00 ef=ef\*1000/10.00

## #

## # CONVERSÃO PARA kNcm

mu=mu\*100
efu=ffu/ef
cb=ecu/(ecu+efu)\*d
rofb=0.85\*beta1\*fc1/ffu\*(ef\*ecu)/(ef\*ecu+ffu)
phi=0.55
erro=1000
kiter=0
ff=ffu
rof=rofb

#### #

#### # CÁLCULO DA TAXA DE ARMADURA ROF:

while erro>0.001 and kiter<100: kiter+=1 rofold=rof r=ff/(0.85\*fc1) mn=mu/phi mnred=mn/(0.85\*fc1\*b\*d\*\*2) a2=0.5\*r\*\*2 a1=-r a0=mnred rof=(-a1-np.sqrt(a1\*\*2-4\*a2\*a0))/(2\*a2) if rof<rofb:</pre>

#### #

#### # RUPTURA CONTROLADA POR TRAÇÃO

```
mn=mu/phi
c=cb
ff=ffu
af=mn/(ffu*(d-0.5*beta1*c))
rof=af/(b*d)
k=rof/rofb
else:
```

#### #

# # RUPTURA POR COMPRESSÃO DO CONCRETO = ESMAGAMENTO

```
ff=np.sqrt((ef*ecu)**2/4.+0.85*fc1/rof*beta1*ef*ecu)-0.5*ef*ecu
if ff>ffu: ff=ffu
eff=ff/ef
c=ecu*(ecu+eff)*d
mn=mu/phi
af=mn/(ff*(d-0.5*beta1*c))
rof=af/(b*d)
k=rof/rofb
if rof<rofb:</pre>
```

```
phi=0.55
elif rof>=rofb and rof<1.4*rofb:
phi=0.30+0.25*rof/rofb
elif rof>1.4*rofb:
phi=0.65
erro=np.abs((rof-rofold)/rofold)
```

# #

## # VERIFICAÇÃO DA ARMADURA MÍNIMA

```
afmin=0.00
if rof<rofb:
    fc1=fc1*10.0
    ffu=ffu*10.0
    afmin=0.41*np.sqrt(fc1)/ffu*b*d
    if afmin<2.30/(ffu)*b*d: afmin=2.30/(ffu)*b*d
    if af<afmin:af=afmin
    affinal[i]=af
    data[i,20]=af
    data[i,19]=mu/100
    data[i,12]=k
dfres = pd.DataFrame(data, columns=sheet.columns)
with pd.ExcelWriter('resultadosFRP.xlsx', engine='openpyxl') as writer:
        dfres.to_excel(writer, sheet_name='Resultados', index=False,header='True')</pre>
```

# APÊNDICE D – CONFIABILIDADE MÉTODO FORM CA-AÇO

Abaixo, apresenta-se o *script* em linguagem *Python* utilizado para a determinação do índice de confiabilidade de vigas de concreto armado com barras de aço pelo Método *FORM*.

```
# LIMIT STATE FUNCTION: g(x)
# THIS FUNCTION IS USED TO EVALUATE THE VALUE OF g(x)
# AND THE DERIVATIVES OF g(x)
def gfunc1(x, as1, l):
#
## INÍCIO DOS CÁLCULOS ##
  b=x[0]
  d=x[1]
  fc=x[2]
  fy=x[3]
  q=x[4]
  g=x[5]
  thetar = x[6]
  thetas = x[7]
#
# PARÂMETROS DO DIAGRAMA RETANGULAR
  if fc * 10 <= 50:
    alamb = 0.8
    alfac = 0.85
  else:
    alamb = 0.8 - (fc*10 - 50) / 400
    alfac = 0.85 * (1 - (fc*10 - 50) / 200)
#
# CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE ÚLTIMO DA SEÇÃO
  mr = as1*fy*(d - alamb/2.*(as1*fy)/(alamb*alfac*fc*b))
  mg = g * | ** 2 / 8.00
  mq = q * | ** 2 / 8.00
  gx = thetar * mr - thetas*(mg + mq)
  return gx
#
# PENALTY FUNCTION m(y) FOR FORM-iHLRF ALGORITHM
def mfunc(normy,g,c):
  my=1./2.*normy**2+c*np.abs(g)
  return my
#
# EQUIVALENT NORMAL DISTRIBUTION PARAMETERS
# xval = VALUE OF THE VARIABLE x (SCALAR)
# xpar1,xpar2,xpar3,xpar4 = PARAMETERS OF THE ORIGINAL PDF (SCALARS)
# NAMEDIST = NAME OF THE X PROBABILITY DISTRIBUTION ('STRING')
```

def normeqv(xval,xpar1,xpar2,xpar3,xpar4,namedist):

## #

## # NORMAL DISTRIBUTION

```
if namedist.lower() in ['norm','normal','gauss']:
mux=xpar1
sigmax=xpar2
muxneq=mux
sigmaxneq=sigmax
```

## #

## # UNIFORM OR CONSTANT DISTRIBUTION

```
elif namedist.lower() in ['uniform', 'uniforme', 'const']:
a=xpar1
b=xpar2
c=(b-a)
pdfx=1./c
cdfx=(xval-a)/c
zval=norm.ppf(cdfx)
sigmaxneq=(norm.pdf(zval))/pdfx
muxneq=xval-zval*sigmaxneq
```

#### #

## # LOGNORMAL DISTRIBUTION

```
elif namedist.lower() in ['lognormal','lognorm','log']:

mux=xpar1

sigmax=xpar2

zetax=np.sqrt(np.log(1.+(sigmax/mux)**2))

lambdax=np.log(mux)-0.50*zetax**2

sigmaxneq=zetax*xval

muxneq=xval*(1.-np.log(xval)+lambdax)
```

#### #

## # GUMBEL DISTRIBUTION

```
elif namedist.lower() in ['gumbel','extvalue1','evt1max']:

mux=xpar1

sigmax=xpar2

alphan=(np.pi/np.sqrt(6.00))/(sigmax)

un=mux-np.euler_gamma/alphan

cdfx=np.exp(-np.exp(-alphan*(xval-un)))

pdfx=alphan*np.exp(-alphan*(xval-un))*cdfx

zval=norm.ppf(cdfx)

sigmaxneq=norm.pdf(zval)/pdfx

muxneq=xval-zval*sigmaxneq

return muxneq,sigmaxneq
```

#### #

```
# DATA ARE READ FROM A EXCEL DATASHEET CALLED dadosform.xlsx
```

```
with open('dadosformACO.xlsx', 'rb') as target:
```

```
sheet = pd.read_excel(target, sheet_name='VIGAS ACO')
```

data = sheet.values

```
nvigas,colunas=data.shape
for iline in range(nvigas):
#
# RANDOM VARIABLES
  bm=float(data[iline,9])
  vb=float(data[iline,10])
  sb=vb * bm
  distb=str(data[iline,11])
#
  hm=float(data[iline,12])
  vh=float(data[iline,13])
  sh = vh * hm
  disth=str(data[iline,14])
#
  dm=float(data[iline,15])
  vd=float(data[iline,16])
  sd = vd * dm
  distd=str(data[iline,17])
#
  fcm=float(data[iline,18])/10.
  vfc=float(data[iline,19])
  sfc = vfc * fcm
  distfc=str(data[iline,20])
#
  fym=float(data[iline,21])/10.
  vfy=float(data[iline,22])
  sfy = vfy * fym
  distfy=str(data[iline,23])
#
  esm=float(data[iline,24])*100.
  ves=float(data[iline,25])
  ses = ves * esm
  distes=str(data[iline,26])
#
  qm=float(data[iline,32])/100.
  vq=float(data[iline,33])
  sq = vq * qm
  distq=str(data[iline,34])
#
  gm=float(data[iline,35])/100.
  vg=float(data[iline,36])
  sg = vg * gm
  distg=str(data[iline,37])
#
  thetarm = float(data[iline, 38])
  vthetar = float(data[iline, 39])
```

```
sthetar = vthetar * thetarm
  distthetar = str(data[iline, 40])
#
  thetasm = float(data[iline, 41])
  vthetas = float(data[iline, 42])
  sthetas = vthetas * thetasm
  distthetas = str(data[iline, 43])
#
# DETERMINISTIC PARAMETERS
  as1=float(data[iline,7])
  l=float(data[iline,27])*100.
#
# NUMBER OF VARIABLES OF THE PROBLEM
  n=int(8)
# EQUIVALENT NORMAL MEAN AND STANDARD DEVIATION OF THE VARIABLES
  muxneqk=np.zeros(n)
  sigmaxneqk=np.zeros(n)
#
# ORIGINAL MEAN AND STANDARD DEVIATION OF THE VARIABLES x
  namevar=np.array(['b','d','fc','fy','q','g','thetaR','thetaS'])
  mux0=np.array([bm,dm,fcm,fym,qm,gm,thetarm,thetasm])
  sigmax0=np.array([sb,sd,sfc,sfy,sq,sg,sthetar,sthetas])
#
# NAMES OF THE PROBABILITY DENSITY FUNCTIONS OF THE VARIABLES x
  dist=[distb,distd,distfc,distfy,distq,distg,distthetar,distthetas]
#
# STEP 1 - DETERMINATION OF EQUIVALENT CORRELATION COEFFICIENTS AND JACOBIAN MATRICES
Jxz AND Jzx
# UNCORRELATED VARIATES IN THIS PROBLEM
# STEP 2 - INITIALIZE DE xk VALUE WITH mux0
# INITIALIZATION OF THE VARIABLE yk1
# JACOBIAN MATRICES OF x==>y AND y==>x TRANSFORMATIONS
  Imatrix=np.eye(n)
  D=sigmax0*Imatrix
  Jyx=np.linalg.inv(D)
  Jxy=np.copy(D)
  yk1=np.zeros(n)
  xk1=mux0+Jxy.dot(yk1)
#
# ERROR TOLERANCE FOR yk AND g(x)
  epsilon=1e-3
  delta=1e-3*np.abs(gfunc1(xk1,as1,l))
# INITIAL VALUES FOR ERRORS AND ITERATION COUNTERS
  erro1=1000.00
  erro2=1000.00
  kiter=0
```

154

#### # VALUE OF DX INCREMENT FOR THE EVALUATION OF THE DERIVATIVES

```
eps=1.e-8
```

while (erro1>epsilon or erro2>delta) and kiter<100:

```
#
```

```
kiter+=1
```

```
xk=np.copy(xk1)
```

## #

## # CALCULATION OF THE EQUIVALENT NORMAL DISTRIBUTION PARAMETERS FOR xk

```
for i in range(n):
    xval=xk[i]
    mux=mux0[i]
    sigmax=sigmax0[i]
    namedist=dist[i]
    muxneqk[i],sigmaxneqk[i]=normeqv(xval,mux,sigmax,0,0,namedist)
```

#### #

## # STEP 3 - UPDATE OF THE JACOBIAN MATRICES Jyx AND Jxy

```
Dneq=sigmaxneqk*Imatrix
Jyx=np.linalg.inv(Dneq)
Jxy=np.copy(Dneq)
```

## #

```
# STEP 4 - TRANSFORMATION FROM xk TO yk
```

yk=Jyx.dot(xk-muxneqk)
normyk=np.linalg.norm(yk)
beta=np.linalg.norm(yk)

#

## # STEP 5 - EVALUATION OF g(xk)

```
gxk=gfunc1(xk,as1,l)
```

#

```
# STEP 6 - EVALUATION OF THE GRADIENTS OF g(x) IN RELATION TO yk # a. CALCULATION OF THE PARTIAL DERIVATIVES OF g(x) IN RELATION TO xk
```

```
gradxk=optimize.approx_fprime(xk, gfunc1,eps,as1,l)
```

#

```
# b. CALCULATION OF THE PARTIAL DERIVATIVES OF g(x) IN RELATION TO yk
gradyk=np.transpose(Jxy).dot(gradxk)
normgradyk=np.linalg.norm(gradyk)
```

#

## # c. CALCULATION OF THE DIRECTION COSINES FOR xk

#### # DIRECTION COSINES

alpha=gradyk/normgradyk

#

```
# STEP 7. VECTOR yk UPDATING TO yk+1 BY HLRF ALGORITHM
```

```
dk=((np.dot(gradyk,yk)-gxk)/normgradyk**2)*gradyk-yk
lambdak=1.00
yk1=yk+lambdak*dk
```

#

#### # PARAMETERS OF iHLRF METHOD

```
gamma=2.0
a=0.1
b=0.5
```

#

```
gyk=gxk
normyk=np.linalg.norm(yk)
normyk1=np.linalg.norm(yk1)
c1=normyk/normgradyk
```

#

```
if erro2>delta:
    c2=0.5*normyk1**2/np.abs(gyk)
    ck=gamma*np.max([c1,c2])
else:
    ck=gamma*c1
```

#

```
k=-1
f1=1.00
f2=0.00
while f1>f2 and k<10:
    k+=1
    lambdak=b**k
    yk1=yk+lambdak*dk
    xk1=muxneqk+Jxy.dot(yk1)
    gyk1=gfunc1(xk1,as1,l)
    normyk1=np.linalg.norm(yk1)
    f1=mfunc(normyk1,gyk1,ck)-mfunc(normyk,gyk,ck)
    gradm=yk+ck*gradyk*np.sign(gyk)
    normgradm=np.linalg.norm(gradm)
    f2=a*lambdak*np.dot(gradm,dk)
yk1=yk+lambdak*dk</pre>
```

#### #

```
if np.abs(prod)>eps:
    erro1=1.-np.abs(np.dot(gradyk,yk)/(normgradyk*normyk))
else:
    erro1=1000.00
```

```
#
```

```
# EVALUATION OF THE ERROR IN THE LIMIT STATE FUNCTION g(x)
erro2=np.abs(gxk)
```

#### # PRINTING OF THE UPDATED VALUES

 $\label{eq:print(nlteration number = {0:d} g(x) = {1:0.5e} erro1 = {2:0.5e} Beta = {3:0.4f}' \\.format(kiter,gxk,erro1,beta))$ 

datadict={'xvar':namevar,'prob\_dist':dist,'mux':muxneqk,'sigmax':sigmaxneqk,

'xk':xk,'yk':yk,'alpha':alpha}

results=pd.DataFrame(datadict)

print(results)

#

## # STORING OF RESULTS AFTER CONVERGENCE

data[iline,44]=beta data[iline,45:53]=alpha.copy()

#

## # SAVING RESULTS IN A EXCEL DATASHEET: resultadosFORM.xlsx

dfres = pd.DataFrame(data, columns=sheet.columns)

with pd.ExcelWriter('resultadosFORM\_ACO.xlsx', engine='openpyxl') as writer: dfres.to\_excel(writer, sheet\_name='Resultados', index=False,header='True')

# **APÊNDICE E – CONFIABILIDADE MÉTODO FORM CA-FRP**

Abaixo, apresenta-se o *script* em linguagem *Python* utilizado para a determinação do índice de confiabilidade de vigas de concreto armado com barras de *FRP* pelo Método *FORM*.

```
# LIMIT STATE FUNCTION: g(x)
# THIS FUNCTION IS USED TO EVALUATE THE VALUE OF g(x)
# AND THE DERIVATIVES OF g(x)
def gfunc1(x,af1,l):
#
## INÍCIO DOS CÁLCULOS ##
  b=x[0]
  d1=x[1]
  fc1=x[2]
  ffu=x[3]
  ef=x[4]
  q=x[5]
  g=x[6]
  thetar = x[7]
  thetas = x[8]
  d2=0.00
  af2=0.00
# CALCULO DA PROFUNDIDADE DO BLOCO DE TENSÕES DO CONCRETO
  if fc1*10.00<28:
    beta1=0.85
  else:
    beta1=0.85-(0.05*(fc1*10.00-28))/7
    if beta1<0.65: beta1=0.65
#
# DEFORMAÇÃO ÚLTIMA DO CONCRETO
  ecu=0.003
  # Redução de ffu por norma
  ce=0.80
  ffu=ce*ffu
#
# AJUSTE DE FC DO CORPO DE PROVA PARA A ESTRUTURA
  if fc1*10.00<=55.00:
    alphacc=0.85
  else:
    alphacc=0.85-0.004*(fc1*10.00-55.00)
    if alphacc<=0.75:
      alphacc=0.75
#
```

```
# CÁLCULO DA TAXA DE ARMADURA
  af=af1+af2
  rof=af/(b*d1)
#
# CÁLCULO DA TAXA DE ARMADURA BALANCEADA
  rofb=alphacc*beta1*fc1/ffu*(ef*ecu)/(ef*ecu+ffu)
  phi=1.00
#
# PROFUNDIDADE DA LINHA NEUTRA BALANCEADA
  ecu=3.00/1000.00
  efu=ffu/ef
  cb=ecu/(ecu+efu)*d1
#
# CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE NOMINAL
  if rof<rofb:
  # Ruptura por tração na barra de FRP = ruptura da fibra
   c=cb
    eff1=efu
#
    ff1=ffu
    if d2>0:
      eff2=efu*(d2-cb)/(d1-cb)
      ff2=ef*eff2
    else:
      eff2=0.00
      ff2=0.00
    mn=af1*ff1*(d1-0.5*beta1*cb)+af2*ff2*(d2-0.5*beta1*cb)
  else:
#
# RUPTURA POR COMPRESSÃO DO CONCRETO = ESMAGAMENTO
    a2=alphacc*beta1*fc1*b
    a1=ef*ecu*(af1+af2)
    a0=-ef*ecu*(af1*d1+af2*d2)
    c1=(-a1+np.sqrt(a1**2-4*a2*a0))/(2*a2)
    c2=(-a1-np.sqrt(a1**2-4*a2*a0))/(2*a2)
    if c1>0 and c1<d1:
      c=c1
    else:
      c=c2
    eff1=ecu*(d1-c)/c
#
    ff1=ef*ecu*(d1-c)/c
    if d2>0:
      eff2=ecu*(d2-c)/c
      ff2=ef*eff2
    else:
      eff2=0.00
      ff2=0.00
```

```
if ff1>ffu: ff1=ffu
    if ff2>ffu: ff2=ffu
    mn=af1*ff1*(d1-0.5*beta1*c)+af2*ff2*(d2-0.5*beta1*c)
#
# MOMENTO RESISTENTE DE CÁLCULO
  mu=phi*mn
#
  #fatorg = 1.20/1.05
  #fatorq = 1.60
  fatorg = 1.00
  fatorq = 1.00
  mg = fatorg * g * l ** 2 / 8.00
  mg = fatorg * g * l ** 2 / 8.00
  gx= thetar * mu - thetas*(mg + mq)
#
  return gx
#
# PENALTY FUNCTION m(y) FOR FORM-iHLRF ALGORITHM
def mfunc(normy,g,c):
  my=1./2.*normy**2+c*np.abs(g)
  return my
#
def normeqv(xval,xpar1,xpar2,xpar3,xpar4,namedist):
#
# NORMAL DISTRIBUTION
  if namedist.lower() in ['norm', 'normal', 'gauss']:
    mux=xpar1
    sigmax=xpar2
    muxneq=mux
    sigmaxneq=sigmax
#
# UNIFORM OR CONSTANT DISTRIBUTION
  elif namedist.lower() in ['uniform','uniforme','const']:
    a=xpar1
    b=xpar2
    c=(b-a)
    pdfx=1./c
    cdfx=(xval-a)/c
    zval=norm.ppf(cdfx)
    sigmaxneq=(norm.pdf(zval))/pdfx
    muxneq=xval-zval*sigmaxneq
#
# LOGNORMAL DISTRIBUTION
  elif namedist.lower() in ['lognormal','lognorm','log']:
    mux=xpar1
```

sigmax=xpar2

```
zetax=np.sqrt(np.log(1.+(sigmax/mux)**2))
lambdax=np.log(mux)-0.50*zetax**2
sigmaxneq=zetax*xval
muxneq=xval*(1.-np.log(xval)+lambdax)
```

#### #

#### **# GUMBEL DISTRIBUTION**

```
elif namedist.lower() in ['gumbel','extvalue1','evt1max']:

mux=xpar1

sigmax=xpar2

alphan=(np.pi/np.sqrt(6.00))/(sigmax)

un=mux-np.euler_gamma/alphan

cdfx=np.exp(-np.exp(-alphan*(xval-un)))

pdfx=alphan*np.exp(-alphan*(xval-un))*cdfx

zval=norm.ppf(cdfx)

sigmaxneq=norm.pdf(zval)/pdfx

muxneq=xval-zval*sigmaxneq
```

#### #

return muxneq, sigmaxneq

#### #

#### # DATA INPUT

## # DATA ARE READ FROM A EXCEL DATASHEET CALLED dadosform.xlsx

```
with open('dadosform.xlsx', 'rb') as target:
    sheet = pd.read_excel(target, sheet_name='VIGAS FRP')
    data = sheet.values
    nvigas,colunas=data.shape
for iline in range(nvigas):
#
```

#### **# RANDOM VARIABLES**

```
bm=float(data[iline,9])
  vb=float(data[iline,10])
  sb=vb * bm
  distb=str(data[iline,11])
#
  hm=float(data[iline,12])
  vh=float(data[iline,13])
  sh = vh * hm
  disth=str(data[iline,14])
#
  dm=float(data[iline,15])
  vd=float(data[iline,16])
  sd = vd * dm
  distd=str(data[iline,17])
#
  fcm=float(data[iline,18])/10.
  vfc=float(data[iline,19])
  sfc = vfc * fcm
```

```
distfc=str(data[iline,20])
#
  ffum=float(data[iline,21])/10.
  vffu=float(data[iline,22])
  sffu = vffu * ffum
  distffu=str(data[iline,23])
#
  efm=float(data[iline,24])*100.
  vef=float(data[iline,25])
  sef = vef * efm
  distef=str(data[iline,26])
#
  qm=float(data[iline,32])/100.
  vq=float(data[iline,33])
  sq = vq * qm
  distq=str(data[iline,34])
#
  gm=float(data[iline,35])/100.
  vg=float(data[iline,36])
  sg = vg * gm
  distg=str(data[iline,37])
#
  thetarm = float(data[iline, 38])
  vthetar = float(data[iline, 39])
  sthetar = vthetar * thetarm
  distthetar = str(data[iline, 40])
#
  thetasm = float(data[iline, 41])
  vthetas = float(data[iline, 42])
  sthetas = vthetas * thetasm
  distthetas = str(data[iline, 43])
#
# DETERMINISTIC PARAMETERS
  af1=float(data[iline,7])
  l=float(data[iline,27])*100.
#
# NUMBER OF VARIABLES OF THE PROBLEM
  n=int(9)
#
# EQUIVALENT NORMAL MEAN AND STANDARD DEVIATION OF THE VARIABLES
  muxneqk=np.zeros(n)
  sigmaxneqk=np.zeros(n)
#
# ORIGINAL MEAN AND STANDARD DEVIATION OF THE VARIABLES X
  namevar=np.array(['b','d','fc','ffu','Ef','q','g','thetaR','thetaS'])
```

```
mux0=np.array([bm,dm,fcm,ffum,efm,qm,gm,thetarm,thetasm])
```

sigmax0=np.array([sb,sd,sfc,sffu,sef,sq,sg,sthetar,sthetas]) # # NAMES OF THE PROBABILITY DENSITY FUNCTIONS OF THE VARIABLES x dist=[distb,distd,distfc,distffu,distef,distq,distg,distthetar,distthetas] # # STEP 1 - DETERMINATION OF EQUIVALENT CORRELATION COEFFICIENTS AND JACOBIAN MATRICES Jxz AND Jzx **# UNCORRELATED VARIATES IN THIS PROBLEM.** # STEP 2 - INITIALIZE DE xk VALUE WITH MUXO # INITIALIZATION OF THE VARIABLE yk1 # JACOBIAN MATRICES OF x==>yAND y==>x TRANSFORMATIONS Imatrix=np.eye(n) D=sigmax0\*Imatrix Jyx=np.linalg.inv(D) Jxy=np.copy(D) yk1=np.zeros(n) xk1=mux0+Jxy.dot(yk1) # # ERROR TOLERANCE FOR yk AND g(x) epsilon=1e-3 delta=1e-3\*np.abs(gfunc1(xk1,af1,l)) # **#** INITIAL VALUES FOR ERRORS AND ITERATION COUNTERS erro1=1000.00 erro2=1000.00 kiter=0 # # VALUE OF DX INCREMENT FOR THE EVALUATION OF THE DERIVATIVES eps=1.e-8 # while (erro1>epsilon or erro2>delta) and kiter<100: kiter+=1 xk=np.copy(xk1) # # CALCULATION OF THE EQUIVALENT NORMAL DISTRIBUTION PARAMETERS FOR **xk** for i in range(n): xval=xk[i] mux=mux0[i] sigmax=sigmax0[i] namedist=dist[i] muxneqk[i],sigmaxneqk[i]=normeqv(xval,mux,sigmax,0,0,namedist) # # STEP 3 - UPDATE OF THE JACOBIAN MATRICES Jyx AND Jxy Dneq=sigmaxneqk\*Imatrix

Jyx=np.linalg.inv(Dneq) Jxy=np.copy(Dneq)

```
# STEP 4 - TRANSFORMATION FROM xk TO yk
    yk=Jyx.dot(xk-muxneqk)
    normyk=np.linalg.norm(yk)
    beta=np.linalg.norm(yk)
#
# STEP 5 - EVALUATION OF g(xk)
    gxk=gfunc1(xk,af1,l)
#
# STEP 6 - EVALUATION OF THE GRADIENTS OF g(x) IN RELATION TO yk
# a. CALCULATION OF THE PARTIAL DERIVATIVES OF g(x) IN RELATION TO xk
    gradxk=optimize.approx_fprime(xk, gfunc1,eps,af1,l)
#
# b. CALCULATION OF THE PARTIAL DERIVATIVES OF g(x) IN RELATION TO yk
    gradyk=np.transpose(Jxy).dot(gradxk)
    normgradyk=np.linalg.norm(gradyk)
#
# c. CALCULATION OF THE DIRECTION COSINES FOR xk
# DIRECTION COSINES
    alpha=gradyk/normgradyk
#
# STEP 7. VECTOR yk UPDATING TO yk+1 BY HLRF ALGORITHM
    dk=((np.dot(gradyk,yk)-gxk)/normgradyk**2)*gradyk-yk
    lambdak=1.00
    yk1=yk+lambdak*dk
#
# PARAMETERS OF IHLRF METHOD
    gamma=2.0
    a=0.1
    b=0.5
    gyk=gxk
    normyk=np.linalg.norm(yk)
    normyk1=np.linalg.norm(yk1)
    c1=normyk/normgradyk
    if erro2>delta:
      c2=0.5*normyk1**2/np.abs(gyk)
      ck=gamma*np.max([c1,c2])
    else:
      ck=gamma*c1
#
    k=-1
    f1=1.00
    f2=0.00
    while f1>f2 and k<10:
      k+=1
      lambdak=b**k
      yk1=yk+lambdak*dk
```

```
xk1=muxneqk+Jxy.dot(yk1)
gyk1=gfunc1(xk1,af1,l)
normyk1=np.linalg.norm(yk1)
f1=mfunc(normyk1,gyk1,ck)-mfunc(normyk,gyk,ck)
gradm=yk+ck*gradyk*np.sign(gyk)
normgradm=np.linalg.norm(gradm)
```

```
f2=a*lambdak*np.dot(gradm,dk)
```

```
#
```

yk1=yk+lambdak\*dk

#

## # STEP 8. TRANSFORMATION FROM yk+1 TO xk+1

```
xk1=muxneqk+Jxy.dot(yk1)
```

#

```
# STEP 9. CONVERGENCE TEST FOR yk AND g(x)
```

prod=normgradyk\*normyk

#

# # EVALUATION OF THE ERROR IN THE yk1 VECTOR

if np.abs(prod)>eps:

erro1=1.-np.abs(np.dot(gradyk,yk)/(normgradyk\*normyk))

else:

erro1=1000.00

## #

# # EVALUATION OF THE ERROR IN THE LIMIT STATE FUNCTION $\mathsf{g}(\mathsf{x})$

erro2=np.abs(gxk)

#

```
# Printing of the updated values
```

```
print('\nlteration number = {0:d} g(x) ={1:0.5e} erro1 ={2:0.5e} Beta ={3:0.4f}'
.format(kiter,gxk,erro1,beta))
datadict={'xyar':nameyar 'nrob_dist':dist 'mux':muxnegk 'sigmax':sigmaxnegk
```

datadict={'xvar':namevar,'prob\_dist':dist,'mux':muxneqk,'sigmax':sigmaxneqk,
 'xk':xk,'yk':yk,'alpha':alpha}

```
results=pd.DataFrame(datadict)
```

print(results)

#

# # STORING OF RESULTS AFTER CONVERGENCE

```
data[iline,44]=beta
data[iline,45:54]=alpha.copy()
```

## #

with pd.ExcelWriter('resultadosFORM.xlsx', engine='openpyxl') as writer: dfres.to\_excel(writer, sheet\_name='Resultados', index=False,header='True')