

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA OCEÂNICA

CONFIABILIDADE DE LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO EM ESTRUTURAS
PORTUÁRIAS

por

Victória Sanmartin Prata

Rio Grande, Dezembro de 2017.

CONFIABILIDADE DE LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO EM ESTRUTURAS PORTUÁRIAS

por

Victória Sanmartin Prata
Engenheira Civil

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica (PPGEO) da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Área de Concentração: Engenharia Costeira

Orientador: Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real

Comissão de avaliação:

Prof. Dr. Américo Campos Filho

PPGEC/UFRGS

Prof. Dr. André Tavares da Cunha Guimarães

PPGEO/FURG

Prof. Dr. Antonio Marcos de Lima Alves

EE/FURG

Prof. Dr. Liércio André Isoldi

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica

Rio Grande, Dezembro de 2017.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo a avaliação da confiabilidade estrutural de lajes portuárias maciças de concreto armado dimensionadas de acordo com a norma brasileira NBR-6118:2014. Todas as lajes são simplesmente apoiadas nos quatro lados e submetidas a um carregamento uniformemente distribuído. Os esforços solicitantes nas lajes devido a carregamentos característicos de zonas portuárias, ou seja, extremamente elevados, foram calculados a partir de tabelas baseadas na Teoria de Flexão de Placas, a qual segue os princípios da Teoria da Elasticidade. Após revisão bibliográfica, definiu-se o momento de plastificação para as lajes, através da Teoria das Linhas de Ruptura. O momento de ruína estrutural foi definido a partir de uma análise da capacidade resistente estrutural para a flexão simples no estado limite último. Um modelo para cálculo da carga última das lajes foi definido igualando-se o momento de plastificação ao momento de ruína estrutural. Utilizando o método de simulações de Monte Carlo foram calculados índices de confiabilidade para diferentes cenários estruturais, através da variação de parâmetros de projeto, tais como: resistência característica à compressão do concreto, relação entre vãos e espessura total das lajes, relação entre carregamentos permanente e variável e nível total de carga solicitante. A calibração deste estudo se deu utilizando-se o método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM – *First Order Reliability Method*). A partir dos resultados obtidos, foram realizados estudos paramétricos visando a avaliação do efeito causado na confiabilidade estrutural perante à variação dos parâmetros citados. Em função destes resultados, observou-se que um aumento na resistência característica à compressão do concreto, entre concretos com resistência à compressão de valores até 50 MPa, provocou uma queda quase imperceptível nos índices de confiabilidade, enquanto entre concretos com resistência característica à compressão de valores acima de 50 MPa a queda foi mais significativa. Ao aumentar a relação entre os vãos e a espessura total das lajes, o índice de confiabilidade aumentou, tendo comportamento semelhante ao apresentado devido a um aumento na solicitação total. Por fim, variando-se as proporções entre carregamento variável e carregamento permanente, observou-se que a predominância do carregamento variável provoca quedas nos índices de confiabilidade.

Palavras-chave: lajes, estruturas portuárias, concreto armado, confiabilidade, método de Monte Carlo.

ABSTRACT

The present study aims to evaluate the structural reliability of port reinforced concrete slabs that were designed according to Brazilian code NBR-6118:2014. All slabs are simply supported along each edge and under uniformly distributed load. The loads applied to the slabs are extremely heavy because of the portuary zone and the internal forces were calculated using the tables of the elastic method. After a literature review the slabs ultimate bending moment in the plastic regime was defined through the use of the yield line theory and the ultimate bending moment capacity of the slabs was also defined. The reliability indexes for different situations were calculated using the Monte Carlo method, through the variation of design parameters: characteristic compressive strength of concrete, ratio between span and thickness, ratio between dead load and live load and the total load. Using FORM - First Order Reliability Method the results of the reliability indexes were confirmed. Parametric studies were conducted to evaluate the effect caused on the structural reliability due the variation of the design parameters. From the results it can be observed that an increase in the characteristic compressive strength between concretes from the first group of strength did not cause a substantial variation on the reliability indexes as the concretes between first and second group did. When the ratio between the span and the thickness was increased the reliability indexes were also increased and the same pattern could be noticed by an increase on the total load. The ratio between the live and dead loads was the parameter that caused the higher change in the reliability indexes.

Keywords: slabs, port structures, reinforced concrete, reliability, Monte Carlo method.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Estruturas portuárias.....	15
1.2	Lajes de concreto armado.....	16
1.3	Lajes em estruturas portuárias.....	20
1.4	Objetivos do trabalho	22
1.5	Metodologia.....	22
1.6	Estado da arte	23
1.7	Organização do trabalho.....	29
2	PROJETO DE LAJES DE CONCRETO ARMADO	30
2.1	Geometria	30
2.2	Materiais.....	31
2.2.1	Propriedades do concreto	33
2.2.2	Propriedades do aço	38
2.3	Carregamentos.....	40
2.4	Cálculo dos esforços solicitantes.....	41
2.4.1	Teoria da elasticidade.....	41
2.4.2	Teoria das linhas de ruptura	47
2.5	Dimensionamento à flexão	51
2.5.1	Estados limites	51
2.5.2	Hipóteses básicas do dimensionamento	52
2.5.3	Cálculo da armadura	52
2.5.4	Cálculo da armadura mínima	58
2.5.5	Cálculo da armadura negativa.....	59
2.5.6	Cálculo da armadura máxima	59
2.6	Detalhamento de lajes de concreto armado	59
2.7	Verificação do esforço cortante.....	60
2.8	Verificação da flecha.....	61
2.9	Verificação da capacidade resistente.....	65
2.10	Modelo para cálculo da carga de ruptura de lajes de concreto armado.....	68
2.10.1	Validação do modelo de cálculo	68
3	CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	71
3.1	Índice de confiabilidade e Probabilidade de falha.....	73
3.2	Método de Monte Carlo	76

3.3	Método FORM	79
3.4	Cálculo dos índices de confiabilidade β	81
4	APLICAÇÕES E RESULTADOS.....	90
4.1	Descrição das lajes	90
4.2	Resultados dos índices de confiabilidade pelo método de Monte Carlo	92
4.3	Resultados dos índices de confiabilidade pelo método FORM.....	95
4.4	Estudos paramétricos.....	98
5	CONCLUSÕES	107
6	REFERÊNCIAS.....	109
7	APÊNDICE 1 – Tabelas do dimensionamento das lajes	113
8	APÊNDICE 2 – Tabela da verificação ao esforço cortante das lajes	117
9	APÊNDICE 3 – Tabela da verificação da flecha no centro das lajes	118
10	APÊNDICE 4 – Rotina computacional para cálculo dos índices de confiabilidade.....	119

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Terminal de contêineres - TECON - Rio Grande/RS. (Fonte: Porto do Rio Grande)....	15
Figura 1.2 - Armação de uma laje de concreto armado. (Fonte: TECON/RG)	17
Figura 1.3 – Esquema de uma laje armada em uma direção. (Fonte: Araújo, 2014).....	18
Figura 1.4 - Concretagem de uma laje maciça de concreto armado. (Fonte: TECON/RG)	19
Figura 1.5 – Esquema de uma laje armada em cruz. (Fonte: Araújo, 2014).....	20
Figura 1.6 - Terminal de Contêineres - Tecon/RG. (Fonte: Porto do Rio Grande)	21
Figura 2.1 – Esquema de uma laje maciça de concreto armado. (Fonte: Araújo, 2014)	30
Figura 2.2 – Seção transversal de laje maciça de concreto armado. (Fonte: Araújo, 2014).....	30
Figura 2.3 – Densidade de probabilidade da resistência à compressão do concreto. (Fonte: Araújo, 2014)	33
Figura 2.4 - Diagrama tensão-deformação idealizado. (Fonte: NBR-6118:2014 - Figura 8.2).....	36
Figura 2.5 - Distribuição das tensões no concreto. (Fonte: Araújo, 2014)	36
Figura 2.6 - Diagrama tensão-deformação dos aços com patamar de escoamento. (Fonte: Araújo, 2014)	39
Figura 2.7 - Diagrama tensão-deformação dos aços sem patamar de escoamento. (Fonte: Araújo, 2014)	39
Figura 2.8 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas. (Fonte: NBR-6118:2014 - Figura 8.4)	40
Figura 2.9 - Geometria e carregamento da placa. (Fonte: Araújo, 2014)	42
Figura 2.10 - Deformada de uma seção transversal. (Fonte: Araújo, 2014)	43
Figura 2.11 - Comportamento de materiais elastoplásticos. (Fonte: Gonzales, 1997)	48
Figura 2.12 - Comportamento de materiais rígido-plásticos. (Fonte: Gonzales, 1997).....	48
Figura 2.13 – Configuração de ruptura de uma laje simplesmente apoiada. (Fonte: Araújo, 2014) .	50
Figura 2.14 – Momento solicitante e resultante das tensões na situação limite $x=x_{lim}$ (Fonte: Araújo, 2014)	53
Figura 2.15 – Domínios do estado-limite último de uma seção transversal. (Fonte: NBR-6118:2014 – Figura 17.1).....	55
Figura 2.16 - Equilíbrio da seção transversal submetida à flexão simples. (Fonte: Araújo, 2014) ...	56
Figura 2.17 – Resultantes das tensões na seção transversal. (Fonte: Araújo, 2014).....	66
Figura 2.18 - Resposta para a laje maciça S9 de Taylor et al. (Fonte: Araújo, 2006)	69
Figura 2.19 –Gráfico de carga versus deflexão central de todas as lajes. (Fonte: Campos et al., 2012)	70
Figura 3.1 – Distribuição Normal com média igual a 0 e desvio padrão igual a 1.	72
Figura 3.2 - Variável aleatória margem de segurança padronizada m de distribuição normal.....	75
Figura 3.3 - Índice de confiabilidade β x Probabilidade de falha P_f	76
Figura 3.4 - Esquema do método de Monte Carlo. (Fonte: Real, 2000).....	77
Figura 3.5 – Função densidade probabilidade de R , S e $G(X)$. (Fonte: Nowak e Collins, 2000 – Adaptado).....	78
Figura 3.6 - Função de estado limite. (Fonte: Nowak e Collins, 2000 - Adaptado)	79
Figura 3.7 - Ponto mais provável de falha x^* no espaço das variáveis padronizadas.	80

Figura 3.8 - Índices de confiabilidade de uma laje de concreto armado dimensionadas com os coeficientes de ponderação das ações da NBR6118 ($\gamma_g=\gamma_q=1,4$), considerando várias taxas de armaduras positivas. (Fonte: Santos et al., 2014)	82
Figura 3.9 - Validação do modelo de cálculo dos índices de confiabilidade β	84
Figura 3.10 - Fluxograma: cálculo dos índices de confiabilidade através do método de Monte Carlo.	85
Figura 4.1 – Dimensões dos vãos l_x e l_y das lajes com relação $L/h=20$	90
Figura 4.2 - Dimensões dos vãos l_x e l_y das lajes com relação $L/h=25$	90
Figura 4.3 - Dimensões dos vãos l_x e l_y das lajes com relação $L/h=30$	91
Figura 4.4 –Seção transversal das lajes maciças de concreto armado analisadas no presente trabalho.	91
Figura 4.5 - Comparação entre os resultados obtidos pelos métodos de Monte Carlo e FORM.	98
Figura 4.6 - Variação de β x f_{ck} com $p_d=56 \text{ kN/m}^2$, $L/h=20$ e $V_{fc}=0,15$	99
Figura 4.7 - Variação de β x f_{ck} com $p_d=70 \text{ kN/m}^2$, $L/h=20$ e $V_{fc}=0,15$	99
Figura 4.8 - Variação de β x f_{ck} com $p_d=84 \text{ kN/m}^2$, $L/h=20$ e $V_{fc}=0,15$	100
Figura 4.9 - Variação de β x f_{ck} com $p_d=70 \text{ kN/m}^2$, $L/h=20$ e $\sigma=8 \text{ MPa}$	100
Figura 4.10 - Variação de β x f_{ck} com $p_d=70 \text{ kN/m}^2$, $L/h=20$ e $\sigma=8 \text{ MPa}$	101
Figura 4.11 - Variação de β x f_{ck} com $p_d=84 \text{ kN/m}^2$, $L/h=20$ e $\sigma=8 \text{ MPa}$	101
Figura 4.12 - Variação de β x L/h com $p_d=56 \text{ kN/m}^2$ e $r=2,0$	102
Figura 4.13 - Variação de β x L/h com $p_d=70 \text{ kN/m}^2$ e $r=2,0$	102
Figura 4.14 - Variação de β x L/h com $p_d=84 \text{ kN/m}^2$ e $r=2,0$	103
Figura 4.15 - Variação de β x r com $f_{ck}=40 \text{ MPa}$ e $L/h=25$	103
Figura 4.16 - Variação de β x r com $f_{ck}=40 \text{ MPa}$ e $L/h=25$	104
Figura 4.17 - Variação de β x r com $f_{ck}=60 \text{ MPa}$ e $L/h=25$	104
Figura 4.18 - Variação de β x p_d (kN/m^2) com $f_{ck}=40 \text{ MPa}$ e $r=2,0$	105
Figura 4.19 - Variação de β x p_d (kN/m^2) com $f_{ck}=50 \text{ MPa}$ e $r=2,0$	105
Figura 4.20 - Variação de β x p_d (kN/m^2) com $f_{ck}=60 \text{ MPa}$ e $r=2,0$	106

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Classes de agressividade ambiental (CAA). (Fonte: NBR-6118:2014 – Tabela 6.1)....	32
Tabela 2.2 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal. (Fonte: NBR-6118:2014 – Tabela 7.2)	32
Tabela 2.3 - Classes de resistência de concretos estruturais. (Fonte: NBR-8953:2015 - Tabela 1) ..	34
Tabela 2.4 - Valores dos coeficientes γ_c e γ_s . (Fonte: NBR-6118:2014 - Tabela 12.1).....	34
Tabela 2.5 – Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto. (Fonte: NBR-6118:2014 – Tabela 8.1).....	35
Tabela 2.6 - Valores característicos superiores da deformação específica de retração e do coeficiente de fluência. (Fonte: NBR-6118:2014 - Tabela 8.2)	37
Tabela 2.7 – Propriedades mecânicas exigíveis de barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado. (Fonte: NBR-7480:2007 – Tabela B.3).....	38
Tabela 2.8 – Peso específico dos materiais de construção. (Fonte: NBR-6120:1980 – Tabela1)	41
Tabela 2.9 – Coeficiente γ_f . (Fonte: NBR-6118:2014 – Tabela 11.1).....	53
Tabela 2.10 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas. (Fonte: NBR-6118:2014 - Tabela 17.3)	58
Tabela 2.11 - Valores mínimos para armaduras passivas aderentes. (Fonte: NBR-6118:2014 - Tabela 19.1)	59
Tabela 2.12 - Combinações de serviço. (Fonte: NBR-6118:2014 - Tabela 11.4).....	62
Tabela 2.13 - Valores dos fatores de combinação e de redução para as ações variáveis. (Fonte: NBR-8681:2003 - Tabela 6)	63
Tabela 2.14 - Limites para deslocamento. (Fonte: NBR-6118:2014 - Tabela13.3).....	64
Tabela 2.15 - Geometria e propriedades dos materiais da laje S9 ensaiada por Taylor et al. (1966).	69
Tabela 2.16 - Cálculo da carga última da laje S9 ensaiada por Taylor et al. (1966).	69
Tabela 2.17 - Geometria e propriedades dos materiais das lajes L2 e L3 ensaiadas por Campos et al. (2012).	70
Tabela 2.18 - Cálculo da carga última da laje das lajes L2 e L3 ensaiadas por Campos et al. (2012).	70
Tabela 3.1 – Probabilidade de falha P_f e índice de confiabilidade correspondente β	76
Tabela 3.2 - Seções de laje maciça de concreto analisadas e resistência de cálculo considerando o concreto C25, o aço CA-50 e os coeficientes de segurança da resistência $\gamma_c=1,4$ e $\gamma_s=1,15$. (Fonte: Santos et al., 2014).....	81
Tabela 3.3 - Variáveis aleatórias e suas distribuições de probabilidade utilizadas por Santos et al. (2014).	82
Tabela 3.4 - Validação do modelo para cálculo do índice de confiabilidade β – $A_s=3,20 \text{ cm}^2/\text{m}$	83
Tabela 3.5 - Validação do modelo para cálculo do índice de confiabilidade β – $A_s=5,00 \text{ cm}^2/\text{m}$	83
Tabela 3.6 - Validação do modelo para cálculo do índice de confiabilidade β – $A_s=8,00 \text{ cm}^2/\text{m}$	84
Tabela 3.7 - Variáveis aleatórias e suas distribuições de probabilidade.	87
Tabela 4.1 - Profundidade da linha neutra na condição balanceada x_b das lajes em estudo.	91
Tabela 4.2 - Profundidade da linha neutra x das lajes analisadas no presente trabalho.....	91
Tabela 4.3 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=0,50$ (método de Monte Carlo). .	92

Tabela 4.4 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=1,00$ (método de Monte Carlo).	93
Tabela 4.5 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=2,00$ (método de Monte Carlo).	94
Tabela 4.6 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=0,50$ (método FORM).....	95
Tabela 4.7 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=1,00$ (método FORM).....	96
Tabela 4.8 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=2,00$ (método FORM).....	97

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

- A_s - área da seção transversal da armadura de flexão [cm^2/m]
 A_{sx} - área da seção transversal da armadura de flexão na direção x [cm^2/m]
 A_{sy} - área da seção transversal da armadura de flexão na direção y [cm^2/m]
 $A_{s,min}$ - área mínima da seção transversal da armadura [cm^2]
 C - confiabilidade estrutural
 D - rigidez à flexão da estrutura [kN.m]
 E_{ci} - módulo de deformação tangente inicial do concreto [kN/cm^2]
 E_{cs} - módulo de elasticidade do concreto [kN/cm^2]
 E_s - módulo de deformação longitudinal tangente do aço [kN/cm^2]
 $F_{d,serv}$ - combinação quase permanente de serviço [kN/m]
 G - função de estado limite
 M - margem de segurança estrutural
 M_k - momento fletor característico [kN.m]
 M_d - momento fletor solicitante de cálculo [kN.m]
 M_g - momento fletor devido a carga permanente [kN.m]
 M_p - momento de plastificação [kN.m]
 M_q - momento fletor devido a carga variável [kN.m]
 M_u - momento último ou momento de ruína [kN.m]
 M_x - momento fletor na direção x [kN.m]
 M_y - momento fletor na direção y [kN.m]
 M_{xy} - momento torçor na direção x [kN.m]
 M_{yx} - momento torçor na direção y [kN.m]
 N - número de simulações
 P - carga concentrada; nível total de carregamento solicitante [kN]
 PP - peso próprio estrutural [kN/m]
 P_f - probabilidade de falha
 P_u - carga última [kN]
 R - resistência estrutural
 R_{cc} - resultante das tensões de compressão do concreto [kN]
 R_{sd} - força de tração na armadura [kN]
 R_x - reação de apoio por unidade de comprimento no lado lx da laje [kN]

R_y – reação de apoio por unidade de comprimento no lado l_y da laje [kN]
 S – solicitação atuante
 V_x – esforço cortante na direção x [kN]
 V_y – esforço cortante na direção y [kN]
 W_c – flecha no centro da laje [m]
 Z – braço de alavanca da resultante das tensões de compressão no concreto [m]

LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

b – largura da seção transversal retangular [cm]
 c – fator de proporcionalidade
 d – altura útil da seção transversal [cm]
 d' – distância do centro de gravidade da armadura de tração a fibra mais tracionada [cm]
 f_{ck} – resistência característica à compressão do concreto [kN/cm²]
 f_{cm} – resistência média à compressão do concreto [kN/cm²]
 f_{cd} – resistência de cálculo a compressão do concreto [kN/cm²]
 f_{ct} – resistência à tração direta do concreto [kN/cm²]
 f_{ctm} – resistência média a tração direta do concreto [kN/cm²]
 $f_x(x)$ – função de distribuição de probabilidade da variável aleatória X
 f_y – resistência ao escoamento do aço da armadura [kN/cm²]
 f_{yd} – resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura [kN/cm²]
 f_{yk} – resistência característica ao escoamento do aço da armadura [kN/cm²]
 g – carga distribuída permanente [kN/m²]
 g_k – valor característico da carga permanente [kN/m²]
 h – altura total da seção transversal [cm]
 k – coeficiente de ortotropia
 l – vão de cálculo da laje [cm]
 l_x – vão de cálculo da laje na direção x [cm]
 l_y – vão de cálculo da laje na direção y [cm]
 m_x - coeficiente para cálculo do momento fletor positivo no centro da laje na direção do vão l_x
 m_y - coeficiente para cálculo do momento fletor positivo no centro da laje na direção do vão l_y
 m_{xy} - coeficiente para cálculo do momento torçor nos cantos simplesmente apoiados
 p_d – carga total de cálculo [kN/m²]
 p_k – carga total característica [kN/m²]
 q – carga distribuída variável [kN/m²]

r_x – coeficiente para cálculo da reação de apoio por unidade de comprimento no lado l_y
 r_y – coeficiente para cálculo da reação de apoio por unidade de comprimento no lado l_x
 q_k – valor característico da carga distribuída variável [kN/m²]
 u – deslocamento na direção x
 x – posição da linha neutra [cm]
 x_i^* – ponto mais provável de falha na superfície de ruptura
 x_b – posição da linha neutra na condição balanceada [cm]
 w – deslocamento transversal
 w_c – coeficiente para cálculo da flecha no centro da laje
 w_f – flecha final [cm]
 w_{adm} – flecha admissível [cm]
 w_0 – flecha inicial [cm]

LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

Σ – somatório

LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α_c – parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão
 α_E – parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade
 α_i – cosseno diretor ao longo dos eixos das variáveis padronizadas
 β – índice de confiabilidade
 γ_c – coeficiente de ponderação da resistência do concreto
 γ_{cA} – peso específico do concreto armado
 γ_s – coeficiente de ponderação da tensão de escoamento do aço
 γ_f – coeficiente de ponderação dos carregamentos
 ξ – profundidade relativa da linha neutra
 ξ_{lim} – profundidade relativa limite da linha neutra
 ϵ_c – deformação específica do concreto [%]
 ϵ_{cu} – deformação última para o concreto comprimido [%]
 ϵ_s – deformação específica do aço [%]
 θ_R – incerteza da resistência estrutural no modelo computacional
 θ_S – incerteza da solicitação no modelo computacional
 $\varnothing$ – diâmetro da barra [mm]

Φ – distribuição de probabilidade acumulada
 Φ^{-1} – distribuição de probabilidade acumulada inversa
 μ – média de uma variável aleatória, momento fletor reduzido adimensional
 μ_{lim} - momento fletor reduzido limite
 ρ – taxa geométrica da armadura longitudinal [%]
 ρ_{min} – taxa geométrica mínima da armadura longitudinal [%]
 σ – desvio padrão de uma variável aleatória, tensão normal [kN/cm²]
 σ_c – tensão de compressão do concreto [kN/cm²]
 σ_{cd} – tensão de compressão solicitante do concreto [kN/cm²]
 σ_{ct} – tensão a tração do concreto [kN/cm²]
 τ – tensão de cisalhamento [kN/cm²]
 τ_{wd} – tensão de cisalhamento de cálculo [kN/cm²]
 τ_{wu1} – tensão de cisalhamento limite [kN/cm²]
 ψ_2 – fator de redução para combinação quase permanente de ações para o ELS

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANTAQ – Agência Nacional de Transportes Aquaviários
CAA - Classe de Agressividade Ambiental
ELU - Estado Limite Último
ELS - Estado Limite de Serviço
FORM - Método de Confiabilidade de Primeira Ordem
NBR - Norma Brasileira
PACON – Programa Auxiliar para Projeto de Estruturas de Concreto
TECON – Terminal de Contêineres

1 INTRODUÇÃO

1.1 Estruturas portuárias

Um porto é o local de abrigo contra ventos e ondas para embarcações realizarem seus processos de carga e descarga de mercadorias, embarque e desembarque de pessoas, além de armazenar mercadorias. As estruturas portuárias que o compõe são expostas a diversos fatores climáticos e também à atmosfera marinha, no caso de portos marítimos. Os sais presentes nesta atmosfera, compostos químicos provenientes das fábricas em funcionamento na área de retroporto e combustíveis utilizados pelas embarcações, podem ser citados como fatores que tornam o ambiente no qual as estruturas portuárias de portos marítimos estão inseridas altamente agressivo. A Figura 1.1 ilustra o Terminal de Contêineres do Porto de Rio Grande, o qual faz parte do complexo portuário Superporto de Rio Grande, como exemplo de estrutura portuária.



Figura 1.1 - Terminal de contêineres - TECON - Rio Grande/RS. (Fonte: Porto do Rio Grande)

O marco inicial do sistema portuário brasileiro é datado de 1808, com a Carta Régia promulgada por D. João VI, a qual abriu os portos brasileiros às nações amigas. Após modernizações, atualmente, o sistema é responsável por mais de noventa por cento da movimentação de carga realizada com o comércio internacional, além da movimentação interior. (Araújo, 2013)

A maioria das cidades brasileiras teve seu desenvolvimento dado no entorno de instalações portuárias. Segundo Alfredini e Arasaki (2009), o Brasil possui mais de 8.500 km de linha costeira considerando os recortes litorâneos, contando com portos marítimos, estuarinos e lagunares, pelos quais se movimenta a quase totalidade do comércio exterior do país.

De acordo com ANTAQ (2013) no Brasil os portos públicos, terminais de uso privado TUP e estações de transbordo de cargas são classificados em portos marítimos, portos fluviais e portos lacustres. Os portos marítimos são aqueles aptos a receber linhas de navegação oceânica, de longo curso (internacionais) ou cabotagem (domésticas). Os portos fluviais recebem linhas de navegação oriundas e destinadas a outros portos dentro da mesma região hidrográfica ou com comunicação interior. Os portos lacustres recebem embarcações de linhas dentro de lagos, sem comunicação com outras bacias.

O anexo da Resolução 2969 da ANTAQ conta com 235 instalações portuárias no Brasil, públicas e privadas, marítimas e fluviais, não contando com nenhum terminal classificado como porto lacustre. No total há 37 Portos Públicos organizados no Brasil. Dentre estes, encontram-se portos administrados pela União, no caso das Companhias Docas, ou por municípios, estados ou consórcios públicos. Portos organizados são bens públicos construídos e aparelhados com a finalidade de atender necessidades de navegação, movimentação de passageiros/mercadorias e armazenagem de mercadorias, e cujo tráfego e operações portuárias estejam sob jurisdição de autoridade portuária. (Ministério dos transportes, portos e aviação civil, 2015)

Os portos são de extrema importância no âmbito de desenvolvimento econômico de uma região e necessitam de uma estrutura suficientemente capaz de garantir eficiência para seu funcionamento básico: carga, descarga e armazenamento de mercadorias e embarque e desembarque de pessoas.

1.2 Lajes de concreto armado

Lajes são elementos estruturais bidimensionais planos, cuja espessura h é bem inferior às outras duas dimensões l_x e l_y , solicitadas, predominantemente, por cargas perpendiculares ao seu plano médio. A definição do tipo de laje a ser empregada em uma obra depende de considerações econômicas e de segurança, segundo Araújo (2014). Na Figura 1.2 é possível observar a forma de uma laje maciça com a armadura já disposta, presente no TECON/RG, pouco antes de ocorrer a concretagem, formando uma laje maciça de concreto armado presente.



Figura 1.2 - Armação de uma laje de concreto armado. (Fonte: TECON/RG)

Quanto ao tipo estrutural, às lajes se atribui a classificação demonstrada a seguir.

a) Lajes maciças

As lajes maciças são placas de espessura uniforme, apoiadas ao longo de seu contorno, o qual é constituído por vigas ou alvenarias. (Araújo, 2014)

b) Lajes nervuradas

Segundo a NBR-6118:2014, lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte. Este tipo de laje é utilizado para vencer grandes vãos, nos quais lajes maciças de concreto se fariam muito pesadas e de alto custo.

c) Lajes lisas

Lajes lisas são aquelas que se apoiam diretamente em pilares, de acordo com a NBR-6118:2014.

d) Lajes cogumelos

A ligação laje-pilar pode levar a estrutura a uma ruptura frágil, devido ao fenômeno de punção que as reações concentradas do pilar causam na laje e o aumento de tensões cisalhantes no local. Uma solução é o emprego de lajes cogumelo, as quais utilizam capitéis e/ou ábacos, para melhorar a ductilidade da estrutura e aumentar sua capacidade resistente, visto que esses dispositivos diminuem as tensões cisalhantes na ligação entre uma laje e um pilar. (Neto et al., 2013)

Conforme a relação entre os vãos l_x e l_y de uma laje, esta pode ser classificada em armada em cruz ou armada em uma direção, conforme especificado a seguir.

a) Lajes armadas em uma direção

As lajes armadas em uma direção possuem relação entre o vão maior e o vão menor superior a 2,0. O momento fletor na direção do vão maior não necessita ser calculado, sendo suficiente apenas uma armadura de distribuição nessa direção. Isto se deve ao fato de que o momento fletor solicitante é maior na direção do menor vão da laje. Assim, quando um vão é muito maior que o outro, o momento atuante na direção do maior vão torna-se muito inferior em relação ao outro. (Araújo, 2014)

Para o cálculo dos esforços em lajes armadas em uma direção, há uma maneira simplificada e a favor da segurança para realizá-lo. Esta maneira consiste em considerar uma faixa de largura unitária na direção do menor vão e calcular o momento fletor nessa direção, como para uma viga de largura unitária, e dimensionar a armadura longitudinal para tal. Na direção do maior vão, basta adotar uma armadura de distribuição. A Figura 1.3 ilustra o esquema de uma laje de concreto armado armada em apenas uma direção.

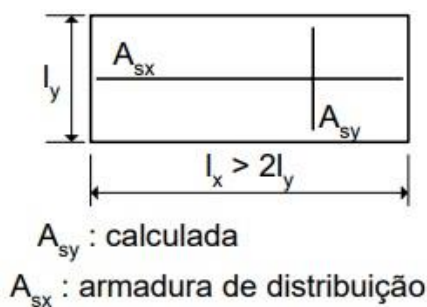


Figura 1.3 – Esquema de uma laje armada em uma direção. (Fonte: Araújo, 2014)

b) Lajes armadas em cruz

De acordo com Araújo (2014), as lajes armadas em cruz possuem relação entre o vão maior e o vão menor inferior a 2,0 e o dimensionamento das armaduras devem contar com os momentos fletores nas duas direções: M_x correspondente ao vão l_x e M_y correspondente ao vão l_y .

A Figura 1.4 ilustra a concretagem de uma laje maciça de concreto armado armada em ambas as direções, localizada no TECON/RG. Para estas lajes há diversos métodos de cálculo, dentre eles, tem-se:

- Teoria das grelhas;
- Analogia da grelha equivalente;
- Método das diferenças finitas;
- Método dos elementos finitos;
- Teoria das linhas de ruptura;
- Teoria de flexão de placas.



Figura 1.4 - Concretagem de uma laje maciça de concreto armado. (Fonte: TECON/RG)

Um esquema de uma laje armada em cruz está demonstrado na Figura 1.5.

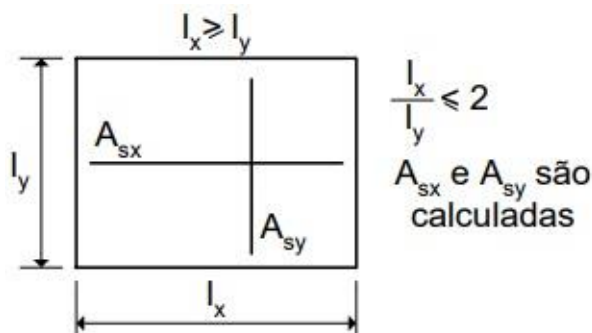


Figura 1.5 – Esquema de uma laje armada em cruz. (Fonte: Araújo, 2014)

1.3 Lajes em estruturas portuárias

As lajes em estruturas portuárias compõem os cais portuários, os quais são os locais destinados à atracação das embarcações. A atracação é a operação de fixação de uma embarcação à estrutura portuária. Além dos cais portuários, as lajes também se encontram nos pátios e armazéns destinados à armazenagem das mercadorias descarregadas ou prontas para serem carregadas. Estas estruturas recebem cargas elevadas diariamente, visto que um porto é a interface de transporte aquático e terrestre de uma região.

Segundo Medina (2013), um cais portuário é uma estrutura acostável, em geral, constituído por um conjunto de vigas transversais e vigas longitudinais. A viga de maior importância é a viga de paramento, a qual comporta as defensas. A estrutura do cais também é composta por laje e estacas, que podem ser cravadas em terra ou em mar.

Geralmente, cargas de alta intensidade atuam sobre pavimentos portuários. No caso de placas de pavimentação, o ideal é que o solo no qual o pavimento de concreto, composto por placas, será apoiado possua boa resistência. Para tal, algumas soluções são propostas: acréscimo de uma camada de concreto compactado sobre o solo ou estabilização utilizando mistura de cinza de carvão mineral e cal. (Paliga, 2003)

Devido a alta intensidade das cargas nas estruturas portuárias, estas exigem dimensões maiores em relação a estruturas convencionais de concreto armado, como edificações por exemplo. No caso de lajes de estruturas portuárias, à espessura total h se atribuem valores entre 15 cm e 35 cm. Além das dimensões, a espessura do cobrimento nominal de concreto deve ser adotado para uma classe de agressividade ambiental severa, conforme especificado na NBR-6118:2014.

A Figura 1.6 ilustra um exemplo de lajes presentes em estruturas portuárias, onde observa-se os diversos carregamentos solicitantes à estrutura, como: máquinas, contêineres e trânsito de veículos.

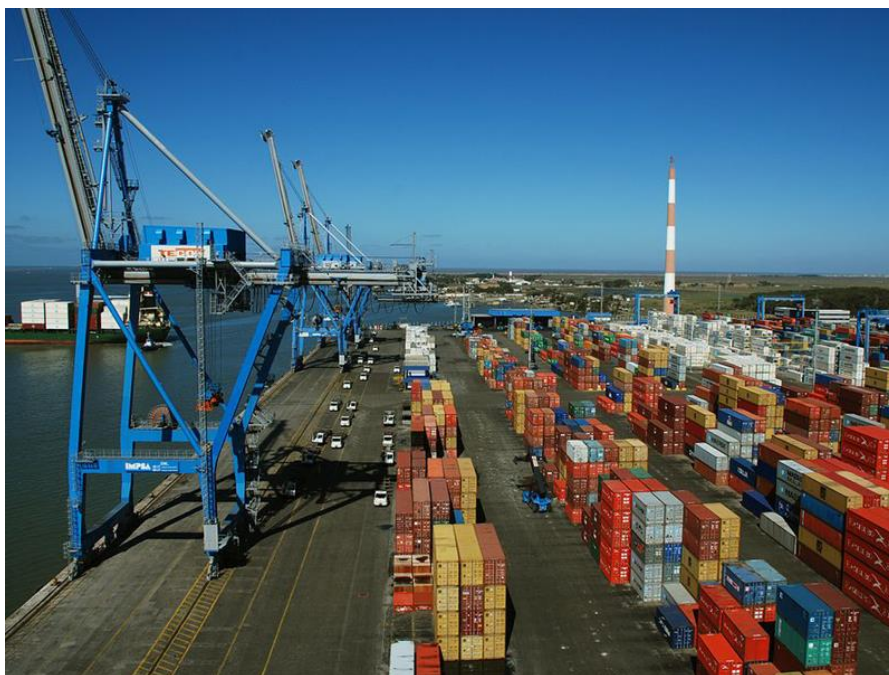


Figura 1.6 - Terminal de Contêineres - Tecon/RG. (Fonte: Porto do Rio Grande)

As estruturas portuárias usualmente são executadas em concreto armado ou protendido e demandam elevado rigor em relação à segurança, devido a sua grandiosidade e pelo fato de estarem inseridas em um ambiente agressivo.

Os projetos estruturais no Brasil são realizados seguindo as prescrições da norma brasileira NBR-6118, a qual utiliza um processo semi-probabilístico, ou seja, são utilizados valores nominais para as dimensões estruturais e valores característicos tanto para as resistências dos materiais, quanto para os carregamentos solicitantes. Coeficientes de majoração são introduzidos nos carregamentos, assim como coeficientes de minoração nas resistências dos materiais, e assim calcula-se um valor para a resistência da estrutura. Porém, a aleatoriedade de tais parâmetros resulta em incertezas presentes nos projetos estruturais e tais incertezas acarretam em uma probabilidade de falha. Como complemento de uma probabilidade de falha estrutural, tem-se a confiabilidade estrutural, a qual já se faz presente em normas internacionais como medida de segurança estrutural.

De acordo com Minasi (2016) a segurança das estruturas projetadas com as normas nacionais deve ser questionada principalmente para situações em que a probabilidade de ocorrência de eventos fora do esperado pode ser mais alta, como é o caso de obras portuárias. Sendo conhecidas as distribuições de probabilidade de cada uma das variáveis aleatórias presentes no sistema analisado, o estudo da confiabilidade estrutural pode ser realizado através de diferentes métodos. Como exemplos, tem-se: FORM – *First Order Reliability Method* e Método de Monte Carlo.

A confiabilidade estrutural tem como principal objetivo a determinação da ocorrência de um cenário de falha na estrutura, além de permitir que seja estimada a sensibilidade da segurança do projeto em relação às variáveis aleatórias consideradas no sistema. (Rocha, 2014)

1.4 Objetivos do trabalho

O objetivo principal do presente trabalho é determinar a confiabilidade de lajes maciças de concreto armado em estruturas portuárias. Os objetivos específicos que serão traçados a fim de alcançar o objetivo principal do trabalho encontram-se listados a seguir:

- Cálculo dos esforços solicitantes nas lajes de acordo com a Teoria da Elasticidade de Flexão de Placas;
- Dimensionamento das lajes seguindo as prescrições da norma brasileira NBR-6118:2014;
- Determinação de um modelo para cálculo da carga última das lajes, através da Teoria das Linhas de Ruptura;
- Validação do modelo de cálculo com ensaios experimentais;
- Estudo da confiabilidade através do método de simulações de Monte Carlo;
- Verificação do estudo da confiabilidade utilizando o método FORM;
- Estudos paramétricos com diferentes combinações de parâmetros do dimensionamento das lajes, para posterior análise da variabilidade dos índices de confiabilidade das mesmas.

1.5 Metodologia

Objetivando a avaliação da confiabilidade estrutural, foram dimensionadas 27 lajes maciças de concreto armado caracterizadas como presentes em estruturas portuárias. Neste trabalho foram consideradas apenas lajes isoladas, embora na prática possa haver continuidade entre as lajes.

Os esforços solicitantes nas lajes maciças de concreto armado foram calculados pela Teoria de Flexão de Placas, a partir do uso da Tabela A2.1 presente em Araújo (2014). Para o dimensionamento das mesmas foram seguidas todas as prescrições da NBR-6118:2014, além de realizada a comprovação dos resultados com a versão 2014 do software PACON.

Através da Teoria das Linhas de Ruptura, também conhecida por Teoria das Charneiras Plásticas, foi obtida a equação para cálculo do momento de plastificação das lajes. A partir desta equação, juntamente com a equação para cálculo do momento último de seções retangulares de

concreto armado, foi obtido um modelo para cálculo da carga última das lajes. O modelo foi validado a partir da comparação com os resultados experimentais de outros autores.

A avaliação da confiabilidade estrutural foi realizada com o uso do método de simulações de Monte Carlo, através do cálculo do índice de confiabilidade das lajes. O índice de confiabilidade foi calculado em três cenários distintos, para cada uma das lajes, variando-se parâmetros do dimensionamento.

Por fim, com os resultados obtidos para os índices de confiabilidade foram realizados estudos paramétricos, com o objetivo de analisar o efeito causado devido à variação dos parâmetros na confiabilidade estrutural. Os resultados esperados irão contribuir para a avaliação de segurança deste tipo de estrutura, visto que as normas nacionais são carentes neste aspecto.

1.6 Estado da arte

O estado da arte apresenta uma revisão bibliográfica referente ao assunto abordado no presente trabalho.

Uma análise entre as reações obtidas pelas análises plástica e elástica de lajes de concreto armado foi realizada por Somavilla (2010), através de lajes retangulares de um pavimento tipo de um edifício construído em alvenaria estrutural. O dimensionamento contou com o cálculo das lajes pelo método dos elementos finitos, para o regime elástico, e teoria das linhas de ruptura, para o regime plástico. Constatou-se que para as lajes retangulares, os esforços obtidos por ambas as teorias resultaram muito próximos. Já para lajes de geometrias variadas, a análise elástica resultou em valores maiores para as cargas.

Dentre os aspectos estruturais analisados por Duarte (1998), estão duas das principais teorias utilizadas para cálculo de lajes de concreto armado: teoria das charneiras plásticas, para o regime plástico, e teoria com uso de tabelas, para o regime elástico. O autor dimensionou lajes de um pavimento tipo de um edifício utilizando tais teorias, dentre outras, e concluiu grandes diferenças. O dimensionamento através das tabelas resultou em valores muito elevados para os momentos fletores negativos e valores subestimados para os momentos fletores positivos, nos casos em que as lajes possuíam alvenaria atuando sobre as mesmas. A teoria das charneiras plásticas resultou em um dimensionamento mais econômico, em comparação à teoria do regime elástico, e foi considerada a teoria mais indicada dentre os modelos simplificados analisados no trabalho.

Um artigo publicado por Mateus et al. (2014) teve como objetivo avaliar o comportamento de seis lajes lisas nervuradas de concreto armado, submetidas à punção proveniente de ligações laje-pilar. Concluiu-se que todas as lajes ruíram por puncionamento com escoamento das barras de flexão, mas sem esgotamento da capacidade resistente. Quanto ao modo de ruína, os resultados da

análise foram comparados à estimativa normativa brasileira, a qual acertou o modo de ruína de cinco das seis lajes, e à estimativa normativa americana, a qual acertou apenas para duas. As fissurações iniciaram radialmente e se propagaram na direção dos furos e posteriormente aos furos elas diminuíram em número. As deformações apontaram ductilidade, sendo que na laje lisa ocorreu a maior deformação.

De acordo com Araújo (2005), a NBR-6118 permite o cálculo das lajes nervuradas como lajes maciças, utilizando-se uma espessura equivalente. O objetivo do autor no trabalho foi demonstrar a validade desse cálculo. Foram utilizadas como referência oito lajes experimentais de Abdul e Khalil (2000), das quais seis são nervuradas e duas são maciças. Foram calculadas as flechas de cada laje, através de equações propostas pelo autor em Araújo (2003) e feita uma comparação entre essas para com os valores experimentais das flechas. Como as razões, dadas entre os resultados do modelo do autor e os experimentais, para cada laje, resultaram quase em sua totalidade iguais a 1,0, ficou comprovada a eficiência do modelo de cálculo, através do uso de uma espessura equivalente para lajes nervuradas.

Araújo (2006) analisou lajes maciças e lajes nervuradas de concreto armado, através de um modelo bilinear para obtenção de deformações ocorridas nos estádios I e II. Foi utilizado um único modelo para a análise dos dois tipos de laje, visto que as lajes nervuradas foram analisadas como maciças, através de espessura equivalente. Com a rigidez à torção no estágio I calculou-se o momento resistente da estrutura, sabendo-se que em lajes retangulares esse sempre ocorre no centro da placa, e a flecha correspondentes. Com a rigidez à torção no estágio II e a carga de escoamento, calculou-se a flecha de escoamento. Com as flechas e cargas, calculou-se a flecha final. Os resultados obtidos para cada laje no modelo bilinear se mostraram eficientes ao serem comparados com resultados experimentais, obtidos por ensaios de Abdul-Wahab e Khalil (2000) e Taylor et al. (1966). Essa comprovação foi feita através de gráficos (flecha x carga) para cada uma das lajes.

O comportamento de lajes de concreto armado, após a fissuração do concreto, é de grande importância para a engenharia estrutural, segundo Araújo (2003). Na presente publicação, o autor apresentou um modelo não-linear para analisar lajes maciças e nervuradas de concreto armado. O modelo inclui dois parâmetros principais: não-linearidade física do concreto em compressão e colaboração do concreto tracionado entre fissuras. A formulação teve como base a Teoria das Placas de Midlin. As lajes nervuradas foram analisadas como se fossem maciças, através do cálculo de uma espessura equivalente. O modelo computacional foi validado, a partir de comparações com resultados experimentais de outros autores. Para as lajes nervuradas, as conclusões foram que estas se mostraram satisfatórias para os valores de estado limite de deformações excessivas e a flecha

final resultou maior em comparação com a flecha admissível. Porém, tal diferença foi tão baixa, que se levando em conta todas as variáveis presentes em um projeto, foi considerada aceitável.

Lajes de concreto armado foram ensaiadas por Abdul-Wahab e Khalil (2000), visando obter resultados em relação aos parâmetros: rigidez à torção das lajes e espessura equivalente de lajes nervuradas. Ao todo foram executados ensaios em oito lajes simplesmente apoiadas e isotrópicas de concreto armado, onde seis delas eram nervuradas e duas maciças. Todas as lajes possuíam mesmas dimensões e carga aplicada em uma área central. Concluídos os testes, os valores experimentais obtidos para rigidez à torção foram comparados com valores analíticos calculados por três diferentes modos. O modo que levou a resultados mais precisos foi calculando a rigidez à torção de maneira exata, baseada na teoria convencional de placas ortotrópicas. Os valores analíticos da rigidez à torção calculados para lajes nervuradas de espessura equivalente resultaram maiores que os resultados experimentais.

Dados experimentais foram obtidos no *Simon Engineering Laboratories of Manchester University* pelos autores Taylor et al. (1966). O trabalho teve como objetivo mostrar qual o efeito de diferentes disposições das armaduras de tração em lajes de concreto armado. Foram ensaiadas dez lajes de concreto armado bidirecionais e simplesmente apoiadas. A carga de ruína das lajes foi calculada utilizando-se da Teoria das Linhas de Ruptura e as barras foram dispostas de maneiras diferentes em cada uma, variando o vão entre elas e também a profundidade, sendo que algumas lajes tiveram suas barras dispostas uniformemente. As razões desse estudo foram que embora muitos ensaios de lajes de concreto armado serem feitos, são poucos os que variam a disposição das barras e essa disposição pode levar a uma economia na execução do projeto. Após os testes, constataram-se algumas tendências relacionadas às fissuras que surgiram nas lajes: as lajes com a disposição das barras variável apresentaram grandes fendas nos cantos, devido ao pouco reforço nessa região, e também fissuras mais estreitas próximas ao centro em comparação às lajes com disposição das barras uniforme. Quanto à disposição variável das barras, constatou-se que esse fato não aumenta a capacidade de cargas das lajes, porém, as deixa ligeiramente mais rígidas se comparadas às lajes que tiveram a disposição das barras de maneira uniforme.

Através do método dos elementos finitos, Viegas (2015) realizou um trabalho visando determinar o comportamento de fundações em estacas em um cais de contêineres de paramento aberto e composto por laje e estacas. O estudo levou em consideração diferentes combinações de ações, destacando as mais desfavoráveis. Para as ações, utilizaram-se fatores especificados na NBR-9782, tais como os decorrentes de peso próprio, sobrecargas verticais, ventos e correntes. A análise das principais combinações obtidas pelas ações permitiu a análise da variação dos esforços nas estacas.

Santos et al. (2014) realizaram um estudo paramétrico comparando índices de confiabilidade calculados para lajes e vigas de concreto armado, vigas metálicas e vigas mistas, de concreto e aço, com os valores limites estabelecidos por normas internacionais. As vigas e lajes foram dimensionadas à flexão simples de acordo com as normas brasileiras: NRB-6118:2007, NBR-8661:2003 e NBR-8800:2008. A probabilidade de falha foi calculada utilizando o método FORM e verificada através do método de Monte Carlo. As conclusões foram obtidas através da análise de gráficos, os quais ilustram os índices de confiabilidade calculados para cada tipo de estrutura. A confiabilidade de uma viga de concreto armado aumenta com o aumento de sua taxa de armadura, sendo que nesse caso a variabilidade da resistência do aço é menor que a variabilidade da resistência do concreto. Os piores resultados dos índices de confiabilidade das vigas de concreto armado ocorreram quando a ação variável foi relativamente maior em relação à ação permanente. No geral, os índices de confiabilidade se mostraram desuniformes e uma proposta para reverter esse quadro é a diminuição dos coeficientes parciais das ações permanentes e aumento dos coeficientes parciais das ações variáveis no dimensionamento das estruturas. Nas lajes de concreto armado com momentos positivos, os índices de confiabilidade resultaram em valores baixos. Porém, são baseados em apenas uma seção e não na estrutura como um todo. Os índices de confiabilidade calculados para os elementos de concreto se mostraram mais satisfatórios em comparação aos elementos metálicos, os quais se mostraram inferiores aos valores limites das normas internacionais.

Análise da confiabilidade da ligação laje-pilar sob efeito de punção, em lajes que se apoiam direto em pilares, foi estudada por Silva (2017). Um modelo de dimensionamento para verificar a resistência de uma ligação laje-pilar sob efeito de punção foi utilizado no software Ansys, através do Método dos Elementos Finitos. O dimensionamento das estruturas foi feito seguindo a NBR-6118:2014, onde alguns parâmetros foram variados: resistência característica à compressão do concreto f_{ck} , espessura da laje h e carga accidental q . Os esforços foram calculados de duas maneiras: Processo Elástico Aproximado e Método dos Elementos Finitos. A análise da confiabilidade foi realizada calculando os índices de confiabilidade das estruturas, através de suas probabilidades de falha, utilizando a ferramenta Probabilistic Design System no software Ansys. Os índices de confiabilidade obtidos fizeram parte de um estudo paramétrico, no qual foram comparados com um valor alvo estabelecido pelo código modelo fib 2010 (2012) de 3,80. Nas conclusões obtidas consta que o índice de confiabilidade para lajes lisas sem armadura de cisalhamento resultaram inferiores ao valor alvo. Os valores de índice de confiabilidade aumentam conforme a taxa de armadura da estrutura aumenta. Relação entre carregamentos solicitantes q/g e a resistência característica à compressão do concreto f_{ck} influenciam nos valores do índice de confiabilidade. O dimensionamento através da norma brasileira NBR-6118:2014 se mostrou

satisfatória para as lajes lisas sem armadura de cisalhamento, enquanto que para as lajes lisas com armadura de cisalhamento não.

O estudo de Minasi (2016) teve como objetivo analisar confiabilidade estrutural em projetos de vigas portuárias de concreto armado, dimensionadas seguindo a NBR-6118:2014. A capacidade resistente das vigas foi calculada no estado limite último de flexão. Com a probabilidade de falha das vigas, foram calculados os índices de confiabilidade através do método FORM. O método foi executado utilizando a ferramenta solver do software excel e teve sua validação dada pelo método de simulações de Monte Carlo, mostrando-se satisfatório. Com os resultados, realizaram-se estudos paramétricos envolvendo: resistência característica à compressão do concreto f_{ck} , razão entre carregamento permanente e carregamento total imposto às vigas e o dano por corrosão na armadura de tração das vigas. Através da variação do primeiro parâmetro, constatou-se que a resistência característica à compressão do concreto não influenciou significativamente no índice de confiabilidade. Já a razão entre os carregamentos causou variabilidade no índice de confiabilidade, de maneira que conforme o carregamento permanente passou a ser dominante nas vigas, o índice de confiabilidade passou a aumentar seu valor. Por último, como esperado, com o aumento do dano na armadura de tração das vigas, o índice de confiabilidade decaiu consideravelmente.

Rocha (2014) apresentou um estudo sobre confiabilidade de vigas portuárias de concreto protendido, dimensionadas de acordo com a NBR-6118:2014 e de seções retangulares e T, em relação ao estado limite último de flexão. O método escolhido pelo autor para tal utiliza probabilidade de falha, obtida sobre a análise das funções densidade de probabilidade das variáveis aleatórias. O índice de confiabilidade foi obtido através do método FORM, utilizando rotinas computacionais em forma de tabelas no software Excel, utilizando a ferramenta Solver. Calculados os índices de confiabilidade, estudos paramétricos se deram para três parâmetros: resistência característica à compressão do concreto f_{ck} e observou-se que ao ser aumentado, o índice de confiabilidade também aumenta, porém, esse acréscimo é baixo para as vigas de seção retangular e ainda menor para as vigas de seção T. O segundo parâmetro foi a resistência característica da armadura ativa f_{tp} , a qual causou um aumento no índice de confiabilidade conforme a resistência do aço aumentava, porém, ao diminuir a área de aço o índice de confiabilidade decaiu. Era esperado que o índice de confiabilidade aumentasse para as seções transversais T, por essas serem mais rígidas, porém, ao reduzir a área de aço da armadura, o índice de confiabilidade tende a diminuir, devido à redução do momento resistente da estrutura. O terceiro parâmetro a ser variado foi a relação entre carregamentos das vigas, razão entre carregamento permanente e carregamento total g/P . Para o ultimo parâmetro, constatou-se que no momento em que o carregamento permanente g passou a ser dominante em relação ao carregamento variável q , o índice de confiabilidade aumentou

consideravelmente. Por fim, adotou-se um valor alvo para índice de confiabilidade igual a 3,50. Todos os índices de confiabilidade calculados ficaram de acordo com o valor alvo, exceto pelos valores obtidos para as vigas de seção T, os quais se mostraram inferiores na variação do terceiro parâmetro para a relação entre carregamento igual a 0,25.

Rocha et al. (2015) avaliaram a confiabilidade de projetos de vigas protendidas de estruturas portuárias, voltando-se ao estado limite último de flexão das mesmas, com base na NBR-6118/14. Após realizado o dimensionamento das 54 vigas, 27 de seção retangular e 27 de seção T, o índice de confiabilidade foi calculado pelo método FORM, através de planilhas no software *Excel*. Como análise de confiabilidade das estruturas, avaliou-se a influência de três parâmetros sob o mesmo: resistência característica à compressão do concreto f_{ck} , resistência característica da armadura ativa f_{pt} e relação entre cargas permanente g e acidental q . Concluiu-se, então, que o índice de confiabilidade obtido foi satisfatório, estando acima do valor alvo estabelecido por outro autor, a não ser pelas vigas seção T, nas quais foi concluído que os coeficientes de segurança das normas brasileiras devem ser revisados.

Um modelo para análise não linear para lajes de concreto armado foi proposto por Real (1990). Inicialmente, foi desenvolvida uma formulação analítica para placas, levando em conta a ocorrência de deformações finitas e deformações por corte. Equações de equilíbrio e condições de contorno para o problema foram definidas utilizando-se do Princípio dos Trabalhos Virtuais. O modelo para análise não linear das lajes foi definido utilizando-se do Método dos Elementos Finitos e, novamente, através do Princípio dos Trabalhos Virtuais encontrou-se um sistema de equilíbrio de equações não lineares. Tal sistema, posteriormente, foi solucionado utilizando-se o Método de Newton-Raphson modificado com convergência acelerada pelo Método Secante-Newton. O modelo que define o comportamento mecânico do material composto concreto armado inclui os parâmetros: carregamento monótono crescente e de curta duração, influência das condições de contorno no plano e possibilidade de grandes deslocamentos. Além da comprovação experimental do modelo proposto, o qual provou efetividade, também foi feita uma comparação com os resultados obtidos a partir do modelo para com os critérios impostos pela NBR-6118:1982. Concluiu-se que: a admissão de o concreto em tração ser isotrópico não se mostrou satisfatória, devido ao número de simulações ter que ser muito grande para o equilíbrio ser atingido. Quanto as considerações do concreto entre fissuras e a resistência da armadura ser apenas a esforços axiais na direção das barras, mostraram-se satisfatórias. As condições de contorno influenciaram bastante na resposta estática das lajes, assim como a não linearidade geométrica.

Real (2000) apresentou um modelo, utilizando o método dos elementos finitos, com a finalidade de analisar vigas e pilares de concreto armado, de forma probabilística. Em um estado plano de tensões, as estruturas foram analisadas, a fim de demonstrar a variabilidade resultante de incertezas presentes em parâmetros de dimensionamento. As estruturas foram dimensionadas de acordo com a NBR-6118 e tiveram seu nível de segurança avaliado para o estado limite de serviço, ELS, e estado limite último, ELU. O estudo probabilístico foi feito através do método de Monte Carlo e estudos paramétricos.

Bianco (2015) realizou um estudo visando a comparação entre a norma brasileira NBR-9782 e as normas americanas e britânicas que tratam sobre projetos de estruturas portuárias. Os resultados apontaram que as normas se complementam em alguns tópicos, porém, a norma brasileira é a mais sucinta em todos, por ter menos especificações.

1.7 Organização do trabalho

O presente trabalho conta com 6 capítulos, além das referências bibliográficas e apêndices, conforme descrito a seguir.

O capítulo 1 apresenta as definições de estruturas portuárias e de lajes de concreto, bem como o uso em conjunto das mesmas. A metodologia e os objetivos do presente trabalho e uma revisão bibliográfica contendo estudos realizados por outros autores também fazem parte deste capítulo.

O capítulo 2 descreve as prescrições da norma brasileira NBR-6118:2014 para o dimensionamento, verificação do esforço cortante e verificação da flecha de lajes de concreto armado. Descrições da Teoria da Elasticidade de Flexão de Placas e Teoria das Linhas de Ruptura fazem parte do segundo capítulo também. Além disto, é demonstrada a verificação da capacidade resistente das lajes de concreto armado, através da dedução da equação para cálculo do momento de ruína das mesmas.

O capítulo 3 contém conceitos sobre a confiabilidade estrutural e métodos para cálculo do índice de confiabilidade, como o método de Monte Carlo e método FORM.

O capítulo 4 descreve as lajes maciças de concreto armado analisadas no presente trabalho e os resultados obtidos para seus índices de confiabilidade, bem como a discussão referente aos mesmos;

O capítulo 5 apresenta as conclusões devido aos resultados obtidos no capítulo anterior, além de sugestões para trabalhos futuros.

2 PROJETO DE LAJES DE CONCRETO ARMADO

2.1 Geometria

As placas de concreto são usualmente denominadas lajes e de acordo com a norma brasileira NBR-6118:2014, placas são elementos de superfície plana sujeitos principalmente a ações normais a seu plano. A Figura 2.1 serve para ilustrar as três dimensões de uma laje maciça com carregamentos P e q solicitantes à mesma.

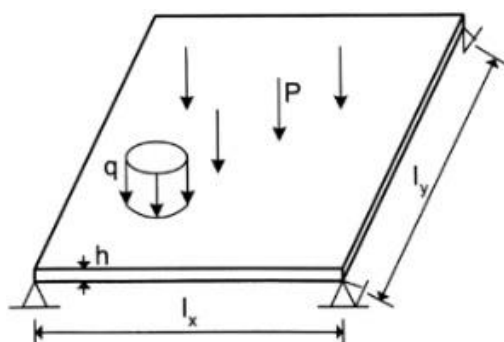


Figura 2.1 – Esquema de uma laje maciça de concreto armado. (Fonte: Araújo, 2014)

Na Figura 2.2 é ilustrada o esquema da seção transversal de uma laje maciça de concreto armado, onde:

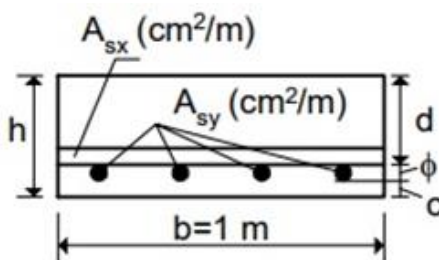


Figura 2.2 – Seção transversal de laje maciça de concreto armado. (Fonte: Araújo, 2014)

h : espessura total da laje;

b : largura unitária para dimensionamento da laje;

A_{sx} : área de aço correspondente à armadura longitudinal dimensionada para a direção x , dada em cm^2/m devido à largura b unitária;

A_{sy} : área de aço correspondente à armadura longitudinal dimensionada para a direção y , dada em cm^2/m devido à largura b unitária;

c : cobrimento de concreto, definido de acordo com a classe de agressividade ambiental na qual a estrutura está inserida. A Tabela 2.2 demonstra esta definição, de acordo com a NBR-6118:2014;

Φ : diâmetro das barras utilizadas na armadura tracionada;

d : altura útil média da seção transversal da laje, definida pela Equação 2.1.

$$d = h - (c + \Phi) \quad (2.1)$$

2.2 Materiais

O concreto é uma mistura entre agregados, água e cimento, podendo conter ou não aditivos químicos e minerais. Segundo a NBR-6118:2014 elementos de concreto armado são aqueles cujo comportamento estrutural depende da aderência entre concreto e armadura. A aderência permite que as deformações sofridas pelas barras de aço sejam praticamente iguais às do concreto.

Em virtude da baixa resistência à tração do concreto, em média igual a 10% da resistência à compressão, as barras de aço absorvem os esforços de tração na estrutura, além de aumentar a capacidade de carga das peças comprimidas. Devido à baixa resistência à tração, o concreto fissa na zona tracionada da estrutura e, então, os esforços de tração são absorvidos pela armadura. Isso impede a indesejável ruína brusca da estrutura. (Araújo, 2014)

O concreto protege as armaduras contra a corrosão, a qual se faz muito presente em zonas portuárias em virtude da atmosfera marítima. Para garantir a durabilidade da estrutura durante sua vida útil, a qual é estabelecida em projeto, um cobrimento mínimo de concreto deve ser adotado de acordo com a classe de agressividade ambiental na qual a estrutura está inserida.

Segundo os itens 5.1.2.3, 6.1 e 6.2, respectivamente, da norma brasileira NBR-6118:2014, tem-se as seguintes definições:

Durabilidade consiste na capacidade de a estrutura resistir às influências ambientais previstas e definidas em conjunto pelo autor do projeto estrutural e pelo contratante, no início dos trabalhos de elaboração do projeto.

Exigências de durabilidade afirmam que as estruturas de concreto devem ser projetadas e construídas de modo que, sob as condições ambientais previstas na época do projeto e quando utilizadas conforme preconizado em projeto, conservem sua segurança, estabilidade e aptidão em serviço durante o prazo correspondente a sua vida útil.

Vida útil de projeto é entendida como sendo o período de tempo durante o qual se mantém as características das estruturas, sem intervenções significativas, desde que atendidos os requisitos de uso e manutenção prescritos pelo projetista e pelo construtor, bem como reparações necessárias decorrentes de danos acidentais.

As Tabelas 2.1 e 2.2 expõem as classes de agressividade ambiental de acordo com o ambiente e risco de deterioração da estrutura e os cobrimentos nominais de concreto a serem adotados, respectivamente. Ambos os parâmetros são essenciais na fase de concepção de um projeto estrutural.

Tabela 2.1 - Classes de agressividade ambiental (CAA). (Fonte: NBR-6118:2014 – Tabela 6.1)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
II	Moderada	Submersa	Pequeno
III	Forte	Urbana ^{a, b}	Grande
IV	Muito forte	Marinha ^a	Elevado
		Industrial ^{a, b}	
		Industrial ^{a, c}	
		Respingos de maré	

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Tabela 2.2 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal. (Fonte: NBR-6118:2014 – Tabela 7.2)

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Para o projeto de lajes de concreto armado presentes em estruturas portuárias, a classe de agressividade ambiental adotada deve ser a IV, pois esta abrange o ambiente industrial (área de retro porto) e respingos de maré nas estruturas.

2.2.1 Propriedades do concreto

A resistência à compressão do concreto é determinada através de ensaios padronizados de curta duração, com carregamento rápido. Do ponto de vista mecânico, a qualidade de um concreto é definida pela sua resistência característica à compressão f_{ck} . Devido ao fato de a resistência do concreto ser proveniente de ensaios laboratoriais, os quais não são 100% idênticos, esta possui caráter aleatório. Como alguns fatores que contribuem para a aleatoriedade, podem ser citados: dimensões dos corpos de prova e homogeneidade da mistura.

De acordo com a NBR-6118:2014 os valores característicos de resistências são os que, em um lote de material, têm uma determinada probabilidade de serem ultrapassados, no sentido desfavorável da segurança. A resistência característica inferior é admitida como sendo o valor que tem apenas 5% de probabilidade de não ser atingido pelos elementos de um dado lote de material, conforme ilustra a Figura 2.3, onde f_{cm} representa a resistência média à compressão obtida nos ensaios. Segundo Araújo (2014), usualmente é admitido que a resistência à compressão possua uma função densidade de probabilidade seguindo a curva normal de Gauss.

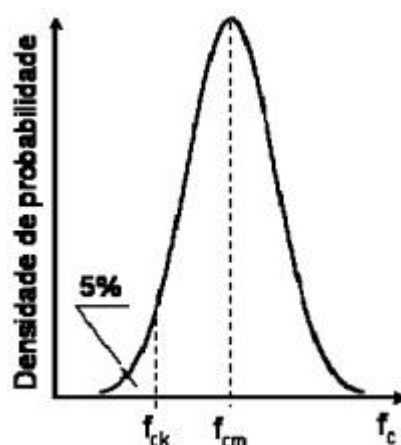


Figura 2.3 – Densidade de probabilidade da resistência à compressão do concreto. (Fonte: Araújo, 2014)

Conforme sua resistência característica à compressão f_{ck} , os concretos são divididos nos grupos I e II, assim como ilustra a Tabela 2.3.

Tabela 2.3 - Classes de resistência de concretos estruturais. (Fonte: NBR-8953:2015 - Tabela 1)

Tabela 1 – Classes de resistência de concretos estruturais			
Classe de resistência Grupo I	Resistência característica à compressão MPa	Classe de resistência Grupo II	Resistência característica à compressão MPa
C20	20	C55	55
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	90
C45	45	C100	100
C50	50		

A resistência de cálculo à compressão do concreto f_{cd} é obtida através da Equação 2.2. O coeficiente de ponderação no estado-limite último, ELU, está indicado na Tabela 2.4, da qual serão utilizados os valores para combinações normais tanto para o concreto quanto para o aço.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.2)$$

Tabela 2.4 - Valores dos coeficientes γ_c e γ_s . (Fonte: NBR-6118:2014 - Tabela 12.1)

Combinações	Concreto γ_c	Aço γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

A resistência à tração do concreto f_{ct} pode ser determinada através da realização de três diferentes ensaios e, na falta de dados experimentais, seu valor médio f_{ctm} pode ser calculado pelas Equações 2.3 e 2.4, de acordo com a NBR-6118:2014. Segundo Araújo (2014) no dimensionamento de elementos estruturais, a resistência à tração do concreto é desprezada, por oferecer pouca influência na capacidade de carga estrutural.

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rightarrow f_{ctm} = 0,30 * (f_{ck})^{\frac{2}{3}} \quad (2.3)$$

$$f_{ck} < 50 \text{ MPa} \rightarrow f_{ctm} = 2,12 * \ln(1 + 0,11 * f_{ck}) \quad (2.4)$$

O concreto apresenta comportamento não linear quando submetido a tensões de certa magnitude, decorrente da microfissuração progressiva que ocorre na interface entre o agregado graúdo e a pasta de cimento (Araújo, 2014). O módulo de deformação tangente inicial, obtido aos 28 dias de idade do concreto, pode ser obtido segundo método de ensaio estabelecido na NBR-8522:2008. No caso de falta de resultados experimentais, este pode ser estimado pela expressão 2.5.

$$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci} \quad (2.5)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (2.6)$$

$$E_{ci} = \alpha_E * 5600 * \sqrt{f_{ck}} \quad \therefore 20 < f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.7)$$

$$E_{ci} = \alpha_E * 21500 * \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{\frac{1}{3}} \quad \therefore 55 < f_{ck} < 90 \text{ MPa} \quad (2.8)$$

onde α_E é um coeficiente que leva em consideração o tipo de agregado graúdo, como especificado a seguir.

$\alpha_E = 1,0$ para agregado graúdo: granito e gnaisse

$\alpha_E = 1,2$ para agregado graúdo: basalto e diabásico

$\alpha_E = 0,9$ para agregado graúdo: calcário

$\alpha_E = 0,7$ para agregado graúdo: arenito

A NBR-6118:2014 disponibiliza uma tabela com os valores de E_{ci} e E_{cs} de acordo com a resistência à compressão característica do concreto f_{ck} , a qual está apresentada na Tabela 2.5.

Tabela 2.5 – Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto. (Fonte: NBR-6118:2014 – Tabela 8.1)

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

O diagrama tensão-deformação idealizado do concreto em compressão, para tensões de compressão menores que 50 MPa pode ser empregado para análises no estado-limite último. O mesmo encontra-se exposto na Figura 2.4, onde σ_c representa a tensão do concreto em compressão e ϵ_c a deformação do mesmo.

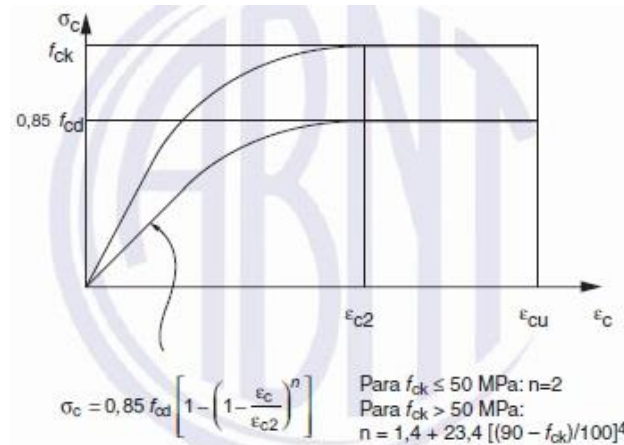


Figura 2.4 - Diagrama tensão-deformação idealizado. (Fonte: NBR-6118:2014 - Figura 8.2)

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \begin{cases} \epsilon_c = 3,50 \text{ ‰} \\ \epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} \end{cases} \quad (2.9)$$

$$50 \text{ MPa} < f_{ck} < 90 \text{ MPa} \begin{cases} \epsilon_c = 2,60 \text{ ‰} + 35 \text{ ‰} * \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \\ \epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} + 0,085 \text{ ‰} * (f_{ck} - 50)^{0,53} \end{cases} \quad (2.10)$$

Por simplicidade matemática, segundo Araújo (2014), a NBR-6118:2014 permite substituir o diagrama parábola-retângulo por um diagrama retangular de tensões no concreto, igual ao indicado na Figura 2.5.

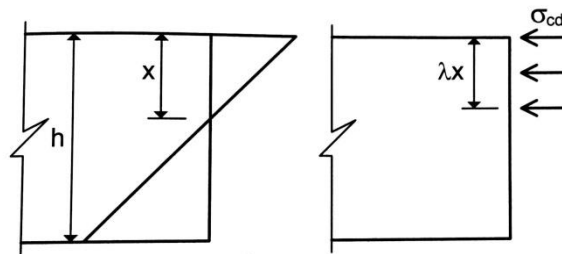


Figura 2.5 - Distribuição das tensões no concreto. (Fonte: Araújo, 2014)

A tensão de compressão de cálculo do concreto σ_{cd} é dada pela Equação 2.11, onde o parâmetro α_c é dependente da resistência característica à compressão do concreto f_{ck} , bem como o parâmetro λ que multiplica a profundidade da linha neutra x .

$$\sigma_{cd} = \alpha_c * f_{cd} \quad (2.11)$$

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rightarrow \alpha_c = 0,85; \lambda = 0,80 \quad (2.12)$$

$$f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rightarrow \alpha_c = 0,85 * \left[1 - \frac{(f_{ck}-50)}{200}\right]; \lambda = 0,80 - \frac{(f_{ck}-50)}{400} \quad (2.13)$$

Outra propriedade do concreto a ser determinada é sua fluência, a qual é introduzida no dimensionamento estrutural através de coeficientes disponibilizados pela NBR-6118:2014, denominados por φ , conforme indica a Tabela 2.6.

Tabela 2.6 - Valores característicos superiores da deformação específica de retração e do coeficiente de fluência. (Fonte: NBR-6118:2014 - Tabela 8.2)

Umidade média ambiente %			40		55		75		90	
Espessura fictícia $2A_c/u$ cm			20	60	20	60	20	60	20	60
$\varphi(t_\infty, t_0)$ Concreto das classes C20 a C45	t_0 dias	5	4,6	3,8	3,9	3,3	2,8	2,4	2,0	1,9
		30	3,4	3,0	2,9	2,6	2,2	2,0	1,6	1,5
		60	2,9	2,7	2,5	2,3	1,9	1,8	1,4	1,4
$\varphi(t_\infty, t_0)$ Concreto das classes C50 a C90		5	2,7	2,4	2,4	2,1	1,9	1,8	1,6	1,5
		30	2,0	1,8	1,7	1,6	1,4	1,3	1,1	1,1
		60	1,7	1,6	1,5	1,4	1,2	1,2	1,0	1,0
$\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0) \text{ ‰}$		5	- 0,53	- 0,47	- 0,48	- 0,43	- 0,36	- 0,32	- 0,18	- 0,15
		30	- 0,44	- 0,45	- 0,41	- 0,41	- 0,33	- 0,31	- 0,17	- 0,15
		60	- 0,39	- 0,43	- 0,36	- 0,40	- 0,30	- 0,31	- 0,17	- 0,15

Nas lajes maciças de concreto armado dimensionadas no presente trabalho utilizou-se um valor médio para o coeficiente de fluência do concreto φ , igual a 2,0.

2.2.2 Propriedades do aço

A NBR-7480:2007 determina que as barras de aço destinadas ao uso em concreto armado são classificadas em CA-25 e CA-50 e os fios em CA-60, de acordo com sua resistência característica ao escoamento f_{yk} . A Tabela 2.7 ilustra esta classificação.

Tabela 2.7 – Propriedades mecânicas exigíveis de barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado. (Fonte: NBR-7480:2007 – Tabela B.3)

Categoria	Valores mínimos de tração				Ensaio de dobramento a 180 °		Aderência	
	Resistência característica de escoamento ^a	Limite de resistência ^b	Alongamento após ruptura em 10 Φ ^c	Alongamento total na força máxima ^d	Diâmetro do pino mm		Coeficiente de conformação superficial mínimo η	
	f_{yk} MPa ^e	f_{et} MPa ^f	A %	A_{gt} %				
CA-25	250	1,20 f_y	18	-	2ϕ	4ϕ	1,0	1,0
CA-50	500	1,08 f_y	8	5	3ϕ	6ϕ	1,0	1,5
CA-60	600	1,05 f_y ^c	5	-	5ϕ	-	1,0	1,5

^a Valor característico do limite superior de escoamento f_{yk} da ABNT NBR 6118 obtido a partir do LE ou δ_e da ABNT NBR ISO 6892.

^b O mesmo que resistência convencional à ruptura ou resistência convencional à tração (LR ou δ_t da ABNT NBR ISO 6892).

^c Φ é o diâmetro nominal, conforme 3.4.

^d O alongamento deve ser atendido através do critério de alongamento após ruptura (A) ou alongamento total na força máxima (A_{gt}).

^e Para efeitos práticos de aplicação desta Norma, pode-se admitir 1 MPa = 0,1 kgf/mm².

^f f_{et} mínimo de 660 MPa.

A resistência de cálculo ao escoamento do aço é obtida através da Equação 2.14. O coeficiente de ponderação no estado-limite último, ELU, está indicado na Tabela 2.5.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.14)$$

Os processos de fabricação dos aços fazem com que estes assumam caráter aleatório, assim como o concreto, pois não há total garantia de que as barras ou fios presentes em um lote fabricado sejam idênticos àqueles fabricados no lote seguinte. Além disso, de acordo com Araújo (2014) a forma do diagrama tensão deformação dos aços, obtido em um ensaio de tração simples, é influenciada pelo processo de fabricação. As barras, obtidas exclusivamente por laminação a quente, apresentam um patamar de escoamento no diagrama tensão-deformação, conforme ilustra a Figura 2.6.

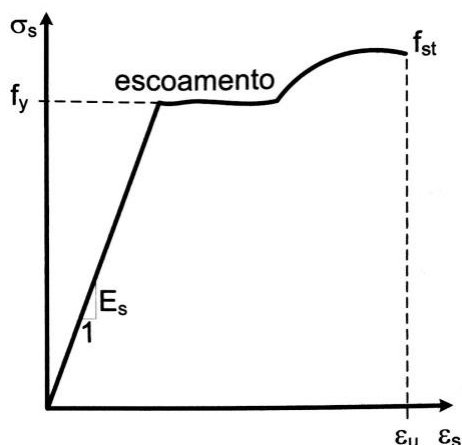


Figura 2.6 - Diagrama tensão-deformação dos aços com patamar de escoamento. (Fonte: Araújo, 2014)

Já os fios são obtidos através de um processo de laminação a frio e não apresentam patamar definido de escoamento em seu diagrama tensão-deformação, como mostra a Figura 2.7.

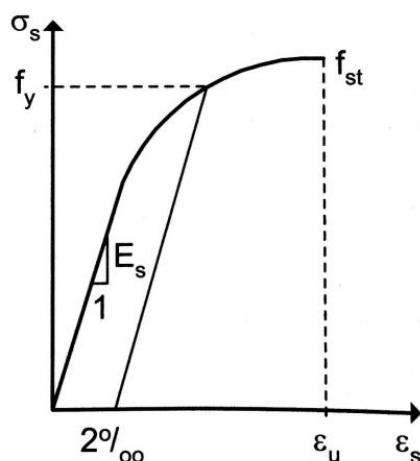


Figura 2.7 - Diagrama tensão-deformação dos aços sem patamar de escoamento. (Fonte: Araújo, 2014)

E_s representa o módulo de elasticidade do aço, o qual segundo a NBR-6118:2014, na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante, pode ser admitido conforme Equação 2.15.

$$E_s = 210 \text{ GPa} \quad (2.15)$$

A NBR-6118:2014 adota como diagrama tensão-deformação o indicado na Figura 2.8, para os aços com ou sem patamar de escoamento.

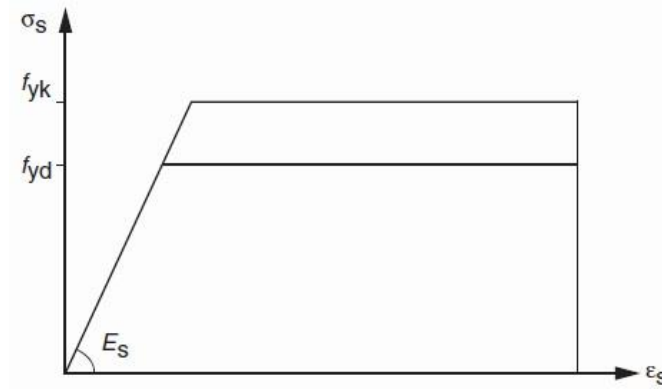


Figura 2.8 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas. (Fonte: NBR-6118:2014 - Figura 8.4)

Devido à aderência entre o concreto e o aço, quando submetida a um carregamento, a deformação sofrida pela armadura ε_s da estrutura é igual à deformação na fibra de concreto σ_s situada no mesmo nível. Assim, surge uma tensão de tração na armadura σ_c , a qual juntamente com σ_s mantém o equilíbrio. As relações tensão-deformação estão indicadas nas Equações 2.16, 2.17 e 2.18, onde ε_{yd} representa a deformação de escoamento da armadura.

$$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{yd} \rightarrow \sigma_s = E_s * \varepsilon_s \quad (2.16)$$

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \rightarrow \sigma_s = f_{yd} \quad (2.17)$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.18)$$

2.3 Carregamentos

De acordo com o item 3.4 da NBR-8681:2003 as ações são as causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas e do ponto de vista prático, as forças e as deformações impostas pelas ações são consideradas como se fossem as próprias ações. Estas são divididas em suas principais, conforme itens 3.5 e 3.6 da mesma norma:

Ações permanentes: ações que ocorrem com valores constantes ou de pequena variação em torno de sua média, durante praticamente toda a vida da construção.

Ações variáveis: ações que ocorrem com valores que apresentam variações significativas em torno de sua média, durante a vida da construção.

Dentre as ações permanentes em estruturas portuárias, se fazem presentes o peso próprio estrutural, o qual está definido pela Equação 2.19, e as sobrecargas verticais, como por exemplo, máquinas e contêineres. O revestimento não se faz necessário neste tipo de estrutura portuária.

$$PP = \gamma_{CA} * h \quad (2.19)$$

onde γ_{CA} representa o peso específico do concreto armado e h a espessura total da laje.

A NBR-6120:1980 disponibiliza uma tabela contendo os valores, em kN/m^3 , de peso específico para materiais de construção. Uma parte da mesma está ilustrada na Tabela 2.9, a qual contém o valor de peso específico para o concreto armado.

Tabela 2.8 – Peso específico dos materiais de construção. (Fonte: NBR-6120:1980 – Tabela1)

3 Revestimentos e concretos	Argamassa de cal, cimento e areia	19
	Argamassa de cimento e areia	21
	Argamassa de gesso	12,5
	Concreto simples	24
	Concreto armado	25

As ações variáveis decorrem das cargas acidentais pelas quais a estrutura será submetida ao longo de sua vida útil. A norma brasileira NBR-9782:1987 especificava os valores representativos das ações que devem ser consideradas nos projetos de estruturas portuárias, marítimas ou fluviais. Porém, a mesma teve seu cancelamento no ano de 2015 e ainda não possui uma data prevista para atualização. Atualmente, uma norma de referência utilizada para tal finalidade é a norma britânica para obras marítimas BS 6349-1:2000.

2.4 Cálculo dos esforços solicitantes

Desde o início do século passado, o concreto armado é muito empregado na construção civil, sendo a análise de lajes feita com base na Teoria da Elasticidade para Flexão de Placas.

2.4.1 Teoria da elasticidade

Dentre os métodos de cálculo de lajes de concreto armado citados por Araújo (2014), a Teoria de Flexão de Placas é considerada a teoria exata dos princípios da Teoria da Elasticidade. Sua solução é obtida através da resolução de uma equação diferencial de quarta ordem: a equação

diferencial da placa. A análise linear dos elementos de placa é feita com base na teoria clássica de Kirchhoff para placas finas com pequenas deflexões, seguindo as seguintes hipóteses:

- a) O material da placa é elástico linear, homogêneo e isotrópico;
- b) A espessura da placa é pequena em relação às outras dimensões;
- c) As deflexões são pequenas em relação à espessura da placa;
- d) As rotações da superfície média deformada são pequenas em relação à unidade;
- e) Linhas retas, inicialmente normais à superfície média, permanecem retas e normais à superfície média após as deformações. Esta hipótese permite desprezar as deformações por corte;
- f) As deflexões da placa são normais ao plano indeformada inicial;
- g) As tensões normais à superfície média são desprezíveis ($\sigma_z = 0$).

Segundo Szilard (2004) são consideradas como placas finas àquelas que possuem relação entre as dimensões L/h entre 10 e 50.

Para dedução da equação diferencial da placa, a Figura 2.9 deve ser analisada. A placa ilustrada encontra-se submetida a uma carga normal $p(x,y)$ e tem sua superfície média contida no plano $x-y$.

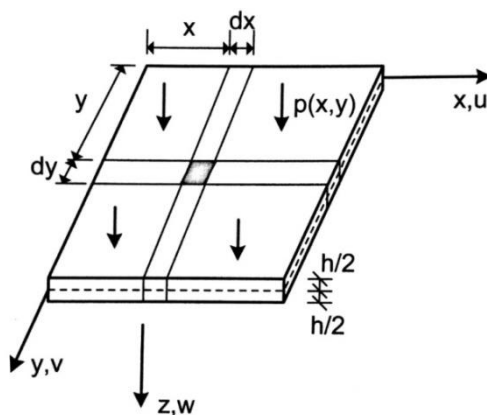


Figura 2.9 - Geometria e carregamento da placa. (Fonte: Araújo, 2014)

Devido à carga solicitante, a placa é sujeita a deformações e deslocamentos, que serão especificados a seguir de maneira sucinta, a partir da análise de uma seção paralela ao eixo x . A seção está ilustrada na Figura 2.10.

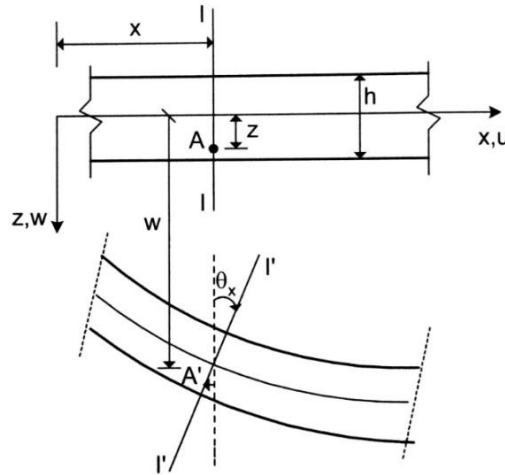


Figura 2.10 - Deformada de uma seção transversal. (Fonte: Araújo, 2014)

O ponto A sofre um deslocamento transversal w e um deslocamento u na direção x , os quais são indicados nas Equações 2.20 e 2.21. A linha I-I sofre uma rotação θ_x , indicada na Equação 2.22, transformando ponto A em A'.

$$w = w(x, y) \quad (2.20)$$

$$u = -z * \theta_x \quad (2.21)$$

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.22)$$

Na direção y , o deslocamento sofrido pelo ponto A é igual a v , conforme indica a Equação 2.23, e a rotação θ_y é definida pela Equação 2.24.

$$v = -z * \theta_y \quad (2.23)$$

$$\theta_y = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.24)$$

Por relações deformações-deslocamentos, são obtidas as Equações a seguir, as quais indicam as deformações normais nas direções x e y e a deformação por corte no plano x - y , respectivamente.

$$\epsilon_x = -z * \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_y = -z * \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.26)$$

$$\gamma_{xy} = -2z * \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.27)$$

Pela hipótese *a* mencionada acima, o material deve ser elástico e linear, o que por definição é o material com tensão proporcional à deformação dentro da região elástica, obedecendo a Lei de Hooke. Através da hipótese *g*, as tensões normais à superfície média são desprezíveis. Logo, com a Lei de Hooke, as componentes de tensões normais nas direções *x* e *y* e a componente da tensão de cisalhamento podem ser definidas pelas Equações 2.28, 2.29 e 2.30, respectivamente. As três componentes de tensões variam de forma linear com a espessura *h* da placa e são nulas no plano médio.

$$\sigma_x = -\frac{Ez}{1-\nu^2} * \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu * \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.28)$$

$$\sigma_y = -\frac{Ez}{1-\nu^2} * \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu * \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.29)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\frac{Ez}{(1+\nu)} * \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.30)$$

As tensões de cisalhamento τ são iguais devido à lei da reciprocidade das tensões de cisalhamento, a qual faz com que o tensor de tensões que representa o estado de tensões em um ponto do corpo seja simétrico.

Momentos fletores surgem na placa, em razão das tensões normais σ_x e σ_y , assim como momentos torçores em razão das tensões de cisalhamento τ_{xy} e τ_{yx} . Integrando as tensões ao longo da espessura *h* da placa, os momentos são definidos pelas Equações 2.31, 2.32 e 2.33, respectivamente, onde *D* representa a rigidez da placa.

$$M_x = -D * \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu * \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.31)$$

$$M_y = -D * \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu * \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.32)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = -(1-\nu) * D * \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.33)$$

$$D = \frac{E * h^3}{12 * (1 - \nu^2)} \quad (2.34)$$

Segundo Araújo (2014) a equação diferencial da placa é obtida considerando-se o equilíbrio de um elemento de um elemento infinitesimal tomado em uma posição genérica no plano da placa. Nas faces do elemento, os esforços solicitantes são: momentos fletores M_x e M_y , momentos torçores M_{xy} e M_{yx} e esforços cortantes V_x e V_y . O equilíbrio é definido pelas seguintes equações:

- Equilíbrio de momentos em torno do eixo y

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} = V_x \quad (2.35)$$

- Equilíbrio de momentos em torno do eixo x

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = V_y \quad (2.36)$$

- Equilíbrio de forças na direção z

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = -p \quad (2.37)$$

Para obtenção da equação diferencial da placa, definida pela Equação 2.38, as equações referentes ao equilíbrio de momentos em relação a x e y foram diferenciadas em x e y , respectivamente, e substituídas na equação referente ao equilíbrio de forças na direção z . Após, na equação resultante foram introduzidas as equações referentes aos momentos fletores M_x e M_y e momento torçor $M_{xy}=M_{yx}$.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 * \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x,y)}{D} \quad (2.38)$$

A equação diferencial da placa é uma equação diferencial parcial de quarta ordem, não homogênea, linear e com coeficientes constantes. Segundo Araújo (2014), o problema se resume em encontrar uma expressão para a superfície deformada $w(x,y)$ que satisfaça as condições de contorno e a equação diferencial da placa. Como a equação diferencial é de quarta ordem, esta necessita de duas condições de contorno para cada parte do contorno da placa, as quais podem ser geométrica,

mecânicas ou mistas. As condições de contorno possíveis são: bordo engastado, bordos simplesmente apoiados e bordo livre.

Como a necessidade é de apenas duas condições de contorno, surge um problema, o qual foi solucionado por Kirchhoff. A solução exata da equação diferencial da placa pode ser obtida somente para alguns poucos casos, sendo os mais gerais solucionados adotando-se expansões em série de Fourier. Geralmente é admitido que os apoios sejam indeformáveis, porém, este caso nem sempre corresponde às lajes usuais.

Através da teoria de flexão de placas, é possível calcular lajes maciças de concreto armado utilizando tabelas, as quais fornecem coeficientes que permitem calcular os esforços: reações nos apoios, momento fletor no centro, momentos torçores nos cantos e flecha no centro da laje.

Diversas tabelas se fazem presentes na literatura, com algumas diferenças devido ao valor utilizado para o coeficiente de Poisson ν . No presente trabalho, a literatura adotada é Araújo (2014), o qual conta com as tabelas no Apêndice 2: Tabelas para o cálculo de lajes. Todas as tabelas utilizam o coeficiente de Poisson ν de valor igual a 0,20, o qual é estabelecido pela NBR-6118:2014.

As tabelas A2.1 a A2.6 correspondem a lajes retangulares apoiadas ao longo de todo o contorno e submetidas a uma carga p uniformemente distribuída. As tabelas A2.7 a A2.10 correspondem a lajes retangulares com um bordo livre, submetidas a uma carga p uniformemente distribuída. As tabelas A2.12 a A2.15 correspondem a lajes retangulares com um bordo livre, submetidas a uma carga linear uniforme p aplicada ao longo do bordo livre. As tabelas A2.16 a A2.18 correspondem a lajes retangulares submetidas a uma carga triangular com ordenada máxima igual a p . Por fim, a tabela A2.19 fornece os coeficientes para cálculo dos momentos fletores no centro de uma laje retangular simplesmente apoiada em todo o contorno e carregada parcialmente por uma carga uniforme q .

As lajes a serem analisadas no trabalho em questão serão lajes maciças de concreto armado, retangulares, simplesmente apoiadas ao longo de todo o contorno (sem engastes) e submetidas a um carregamento uniformemente distribuído. Sendo assim, a tabela utilizada será a A2.1., a qual encontra-se anexada no Apêndice 1. Os coeficientes por ela fornecidos e as respectivas expressões para cálculo dos esforços nas lajes são os seguintes:

w_c : coeficiente para cálculo da flecha no centro da laje;

m_x : coeficiente para cálculo do momento fletor positivo no centro da laje na direção do vão l_x ;

m_y : coeficiente para cálculo do momento fletor positivo no centro da laje na direção do vão l_y ;

m_{xy} : coeficiente para cálculo do momento torçor nos cantos simplesmente apoiados;

r_x : coeficiente para cálculo da reação de apoio por unidade de comprimento no lado l_x ;

r_y : coeficiente para cálculo da reação de apoio por unidade de comprimento no lado l_y ;

$$W_c = 0,001 * w_c * \frac{p * l_x^4}{D} \quad (2.39)$$

$$M_x = 0,001 * m_x * p * l_y^2 \quad (2.40)$$

$$M_y = 0,001 * m_y * p * l_x^2 \quad (2.41)$$

$$M_{xy} = 0,001 * m_{xy} * p * l^2 \quad (2.42)$$

$$R_x = 0,001 * r_x * p * l_x \quad (2.43)$$

$$R_y = 0,001 * r_y * p * l_y \quad (2.44)$$

Segundo Pinheiro (1980), o método de cálculo baseado no comportamento elástico é indispensável no estudo do comportamento estrutural, porém, apresenta limitações em relação à ruína. É difícil encontrar soluções exatas para certos tipos de estruturas, adotando-se então soluções aproximadas ou estimadas. Um exemplo de estrutura em que ocorre isso são as lajes, visto que muitas vezes as condições de contorno e as equações diferenciais tornam-se complexas. Outra limitação é o fato dos métodos elásticos não fornecerem uma indicação precisa da segurança na ocasião de ruína, pois nessa ocasião o material apresenta comportamento plástico.

Um método de cálculo que não apresenta tais limitações como as citadas acima é a Teoria das Linhas de Ruptura, conforme apresenta o item 2.4.2.

2.4.2 Teoria das linhas de ruptura

Após a Segunda Guerra Mundial, 1945, a análise de lajes de concreto armado começou a ser feita em grande escala através da Teoria das Linhas de Ruptura, por análise plástica. Tal teoria permite prever com boa aproximação a carga de colapso de uma laje isolada. (Real, 1990) Em 1921 o dinamarquês Ingerslev publicou na revista Ingeniøren o início da teoria das charneiras plásticas, atribuída a Johansen por ter sido desenvolvida por ele. Sua tradução veio em 1931 e ensaios comprovando-a apenas uma década depois, em meados de 1940. Então, na década de 1950 a teoria se impulsionou pelo mundo e chegou ao Brasil somente na década seguinte: 1960.

Como descrito por Duarte (1998) na análise plástica admite-se que o concreto armado trabalha na iminência da ruína, apresentando comportamento correspondente a uma fase posterior a da análise não linear de seu diagrama tensão-deformação. Assim, possui escoamento das armaduras e progresso de linhas de plastificação ao longo da estrutura. Admite-se o comportamento do concreto armado como rígido-plástico perfeito ou elasto-plástico perfeito e torna-se possível a determinação de um valor adequado para carga máxima solicitante. A essa carga denomina-se como carga de ruína ou carga última.

Os comportamentos admitidos para o concreto armado para utilização da teoria das linhas de ruptura são descritos a seguir, conforme definidos por Gonzales (1997) e ilustrados pelos gráficos indicados nas Figuras 2.11 e 2.12.

Materiais elastoplásticos: caracterizados por três fases distintas. São elas:

1. Fase elástica: deslocamento proporcional à carga;
2. Fase elastoplástica: acréscimo de deformação maior que a carga;
3. Fase plástica: deformação aumenta sob carga constantes.

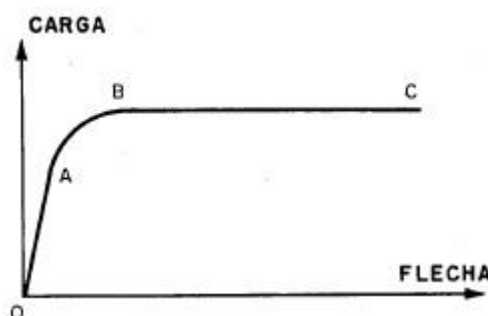


Figura 2.11 - Comportamento de materiais elastoplásticos. (Fonte: Gonzales, 1997)

Materiais rígido-plásticos: a deformação é desprezada até o início da plastificação, a qual inicia de maneira brusca.

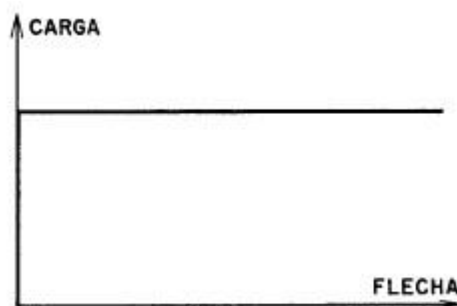


Figura 2.12 - Comportamento de materiais rígido-plásticos. (Fonte: Gonzales, 1997)

As cargas últimas calculadas são iguais para ambos os comportamentos considerados. Além disto, a curva elástica acumulada até o escoamento da armadura (B) é pequena em relação à curva de ruína. Então, as deformações elásticas são desprezadas e o comportamento do concreto armado é admitido como sendo rígido-plástico para aplicação da teoria.

O momento de ruína de uma seção de concreto armado em flexão simples é aproximadamente proporcional à área da armadura longitudinal de tração (Araújo, 2014). Considerando-se uma seção transversal de inclinação genérica α em relação ao eixo x, têm-se os momentos resultantes nas direções x e y iguais a:

$$M_{x0} = M_x * \text{sen}\alpha = c * A_{sx} * \text{sen}\alpha \quad (2.45)$$

$$M_{y0} = M_y * \text{cos}\alpha = c * A_{sy} * \text{cos}\alpha \quad (2.46)$$

onde c é um fator de proporcionalidade.

Em uma laje isotrópica, na qual o momento de ruína não dependerá da direção analisada, pois as áreas de armadura são iguais nas direções x e y, o momento fletor resultante é igual a:

$$M_\alpha = M_x * (\text{sen}^2\alpha + k * \text{cos}^2\alpha) \quad (2.47)$$

onde k é o coeficiente de ortotropia utilizado para evitar grandes desvios da solução elástica, definido pela Equação 2.48.

$$k = \frac{M_y}{M_x} \cong \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2 \quad (2.48)$$

Na Teoria das Linhas de Ruptura, há duas hipóteses admitidas, além da já citada em relação às deformações elásticas, para o cálculo dos esforços nas lajes, segundo Araújo (2014). São elas:

- Na iminência de ruína da laje, formam-se linhas de ruptura nas regiões do momento máximo, e nelas atuam momentos de intensidade constante;
- A laje é dividida em partes planas que só experimentam movimentos de rotação.

A Figura 2.13 ilustra a configuração de ruptura, simplificada, para uma laje simplesmente apoiada nos quatro cantos e com carregamento uniformemente distribuído.

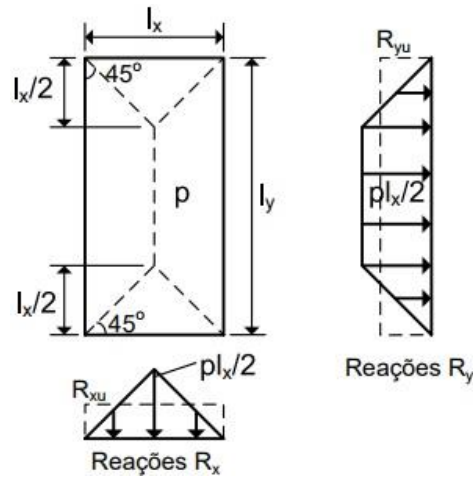


Figura 2.13 – Configuração de ruptura de uma laje simplesmente apoiada. (Fonte: Araújo, 2014)

Nessa configuração, as linhas de ruptura são divididas de acordo com o ângulo α que formam com o contorno da laje: l_1 se forma no centro formando um ângulo de 90° com o contorno da laje e l_2 forma-se a partir de l_1 em direção aos cantos, formando um ângulo de 45° com o contorno da laje. Os momentos fletores de cada linha são:

$$l_1 \rightarrow M_1 = \left(\frac{1+k}{2}\right) * M_x \quad (2.49)$$

$$l_2 \rightarrow M_2 = M_x \quad (2.50)$$

Uma aplicação do princípio dos trabalhos virtuais à teoria das linhas de ruptura, denominada por processo de energia, admite que não há perda de energia na laje enquanto a mesma se deforma sob determinado carregamento. (Duarte, 1998)

Logo, com essa aplicação, o equilíbrio da laje na configuração de ruína, se dá igualando os trabalhos virtuais interno e externo. De acordo com Araújo (2014), o trabalho interno realizado pelos momentos ao longo das linhas l_1 e l_2 é dado pela Equação 2.51.

$$W_{int} = 4 * M_x * \left(\frac{l_y + k * l_x}{l_x}\right) \quad (2.51)$$

O trabalho virtual externo é definido pela Equação 2.52, representado pelo produto da carga p pelo volume do espaço situado entre o plano médio da laje horizontal e sua configuração deformada.

$$W_{ext} = p * \frac{l_x * (3l_y - l_x)}{6} \quad (2.52)$$

Igualando-se os trabalhos virtuais interno e externo, o momento fletor é obtido. Tal momento é definido como momento de plastificação M_p e está definido pela Equação 2.54.

$$W_{int} = W_{ext} \quad (2.53)$$

$$M_x = M_p = P_u * l_x^2 * \frac{3 * l_y - l_x}{24 * (l_y + k * l_x)} \quad (2.54)$$

onde P_u representa a carga de ruína ou carga última em kN/m².

2.5 Dimensionamento à flexão

O concreto armado resulta da associação entre concreto e barras de aço, as quais devem ser dispostas de maneira adequada em seu interior. O objetivo do dimensionamento é garantir o equilíbrio estrutural no estado-limite último ao longo de sua vida útil, a partir da determinação das dimensões de seus elementos e a quantidade e disposição das armaduras.

2.5.1 Estados limites

Os estados limites considerados nos projetos de estruturas dependem dos tipos de materiais empregados e são divididos em dois principais tipos, de acordo com a NBR-8681:2003.

Estados limites últimos: caracterizados por: perda de equilíbrio, parcial ou global, admitidas à estrutura como um corpo rígido; ruptura ou deformação plástica excessiva dos materiais; transformação da estrutura no todo ou em parte; instabilidade por deformação; instabilidade dinâmica.

Estados limites de serviço: no período de vida útil estrutural são caracterizados por: danos ligeiros ou localizados que comprometem o aspecto estético da construção ou durabilidade da estrutura; deformações excessivas que afetem a utilização normal da construção ou seu aspecto estético; vibração excessiva ou desconfortável.

Simplificadamente, a NBR-6118:2014 diz que o estado limite último está relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura.

2.5.2 Hipóteses básicas do dimensionamento

Segundo Araújo (2014) para o dimensionamento à flexão pura normal, três hipóteses básicas devem ser admitidas. São elas:

Hipótese das seções planas: a deformação de uma fibra genérica de uma seção transversal é diretamente proporcional à sua distância até a linha neutra. Isso ocorre devido à hipótese de que uma seção transversal plana e normal ao eixo do elemento estrutural antes de sua deformação permanecerá nessa condição após o mesmo sofrer deformação;

Aderência perfeita: O concreto da estrutura e suas armaduras estejam ambos submetidos à deformações iguais, devido à hipótese assumida de aderência perfeita entre esses elementos. Sendo assim, não há diferença na análise de qualquer ponto na seção transversal, seja ele de concreto ou de aço. Todos são analisados igualmente, seguindo a hipótese 1;

Concreto em tração: todo e qualquer esforço de tração submetido à estrutura será resistido somente pela armadura, visto que a resistência à tração suportada pelo concreto é tão baixa que será desprezada.

2.5.3 Cálculo da armadura

Após definida a geometria estrutural, propriedades dos materiais e classe de agressividade ambiental na qual a estrutura será construída, deve ser calculado o momento fletor de serviço, denominado M_k . Para lajes maciças armadas em cruz de concreto armado o mesmo pode ser obtido utilizando-se dos coeficientes presentes nas tabelas baseadas na Teoria de Flexão de Placas, conforme explicado no item 2.4.1..

$$\text{direção do vão } l_x \rightarrow M_k = M_x \quad (2.55)$$

$$\text{direção do vão } l_y \rightarrow M_k = M_y \quad (2.56)$$

Para calcular o momento fletor de cálculo M_d é necessário majorar o momento fletor de serviço M_k , através de um coeficiente de segurança parcial. A NBR-6118:2014 disponibiliza os valores base dos coeficientes de ponderação das ações no estado-limite último em função da combinação de ações, conforme ilustra a Tabela 2.10.

Tabela 2.9 – Coeficiente γ_f . (Fonte: NBR-6118:2014 – Tabela 11.1)

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0
onde D é desfavorável, F é favorável, G representa as cargas variáveis em geral e T é a temperatura. ^a Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.								

Adotando-se o valor desfavorável para a ação permanente de combinação normal e o valor de cargas variáveis em geral de combinação também normal, os momentos fletores de cálculo M_d podem ser obtidos, para ambas as direções x e y, através da Equação 2.57.

$$M_d = M_k * \gamma_f = M_k * 1,40 \quad (2.57)$$

De acordo com Araújo (2014), o critério que define se o dimensionamento à flexão normal simples resultará em armadura simples ou armadura dupla é o momento solicitante reduzido μ , a partir de comparação a um valor limite. O valor limite μ_{lim} está definido pela Equação 2.69, a qual foi deduzida a partir da Figura 2.14.

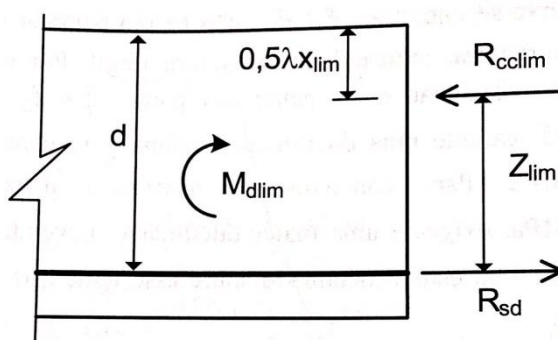


Figura 2.14 – Momento solicitante e resultante das tensões na situação limite $x=x_{lim}$ (Fonte: Araújo, 2014)

A profundidade máxima da linha neutra x_{lim} é definida pela Equação 2.58.

$$x_{lim} = \xi_{lim} * d \quad (2.58)$$

O valor limite ξ_{lim} é definido pela NBR-6118:2014, a fim de proporcionar adequado comportamento em vigas e lajes no estado limite último, conforme as Equações 2.59 e 2.60.

$$\xi_{lim} = \frac{x}{d} \leq 0,45 \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.59)$$

$$\xi_{lim} = \frac{x}{d} \leq 0,35 \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (2.60)$$

A NBR-6118:2014 também especifica valores para ξ_{lim} considerando-se uma análise plástica no estado-limite último, onde os esforços podem ser analisados através da Teoria das Charneiras Plásticas, conforme as Equações 2.61 e 2.62.

$$\xi_{lim} = \frac{x}{d} \leq 0,25 \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.61)$$

$$\xi_{lim} = \frac{x}{d} \leq 0,15 \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (2.62)$$

Por equilíbrio de momentos da Figura 2.14, obtém-se:

$$\sum M_z = 0 \quad (2.63)$$

$$M_{d,lim} = R_{cc,lim} * Z_{lim} \quad (2.64)$$

onde $R_{cc,lim}$ representa a resultante de compressão no concreto e Z_{lim} seu braço de alavanca, definidos pelas Equações 2.65 e 2.66, respectivamente.

$$R_{cc,lim} = \lambda * b * x_{lim} * \sigma_{cd} \quad (2.65)$$

$$Z_{lim} = d - 0,50 * \lambda * x_{lim} \quad (2.66)$$

Fazendo-se as substituições necessárias, chega-se à Equação 2.49, correspondente ao momento fletor reduzido μ_{lim} .

$$M_{d,lim} = \lambda * b * x_{lim} * \sigma_{cd} * [d - (0,50 * \lambda * x_{lim})] \quad (2.67)$$

$$\mu_{lim} = \frac{M_{d,lim}}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd}} \quad (2.68)$$

$$\mu_{lim} = \lambda * \xi_{lim} * (1 - 0,5 * \lambda * \xi_{lim}) \quad (2.69)$$

Substituindo os valores estabelecidos pela NBR-6118:2014 para ξ_{lim} na Equação que define o momento solicitante reduzido limite, obtém-se:

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rightarrow \mu_{lim} = 0,2952 \quad (2.70)$$

$$f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rightarrow \mu_{lim} = 0,2345 \quad (2.71)$$

Caso o momento fletor reduzido μ calculado resulte em valor igual ou inferior ao valor limite, a armadura necessária será apenas a tracionada. Caso contrário, será necessário usar armadura dupla: uma tracionada e outra comprimida.

A ruína da seção transversal de uma estrutura pode vir a ocorrer por dois motivos. São eles: a ruptura do concreto ou uma deformação plástica excessiva da armadura (Araújo, 2014). As possíveis distribuições de deformação ao longo da altura da seção que correspondem à ruptura são divididas em domínios, como ilustra a Figura 2.15.

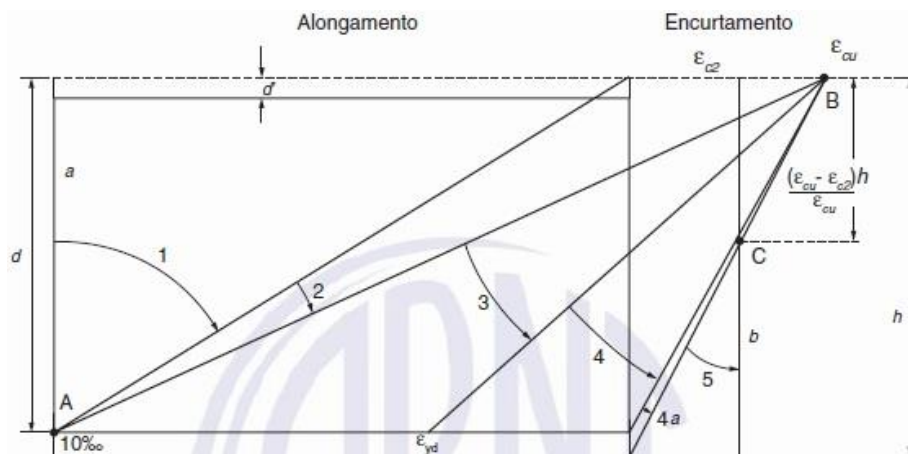


Figura 2.15 – Domínios do estado-limite último de uma seção transversal. (Fonte: NBR-6118:2014 – Figura 17.1)

- Reta a: tração uniforme;
- Domínio 1: tração não uniforme, sem compressão;
- Domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto;
- Domínio 3: flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço;

- Domínio 4: flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento;
- Domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas;
- Domínio 5: compressão não uniforme, sem tração;
- Reta b: compressão uniforme.

Em virtude do modo como a ruptura ocorre, em flexão simples, as peças de concreto armado são distinguidas por três classificações:

Peças subarmadas: Possuem taxa de armadura muito pequena e rompem no domínio 2. A ruptura ocorre por deformação excessiva da armadura sem haver esmagamento do concreto e é denominada ruptura dúctil, ou, ruptura com aviso prévio;

Peças normalmente armadas: A ruptura ocorre no domínio 3, com esmagamento do concreto e escoamento da armadura;

Peças superarmadas: A ruptura ocorre no domínio 4, sem escoamento da armadura e com esmagamento do concreto, sendo denominada como ruptura frágil, ou, sem aviso prévio.

Segundo Araújo (2014) no caso de flexão pura normal, a ruptura pode vir a ocorrer nos domínios 2, 3 e 4. Porém, no domínio 4 é indesejável e deve ser evitada ao máximo. Logo, o dimensionamento será realizado considerando a hipótese de ruptura nos domínios 2 e 3, a partir da análise de uma seção transversal submetida à flexão simples em equilíbrio, conforme a Figura 2.16.

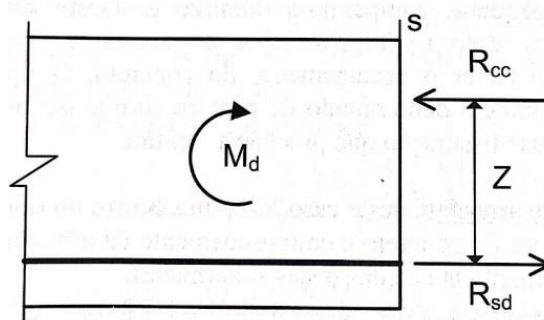


Figura 2.16 - Equilíbrio da seção transversal submetida à flexão simples. (Fonte: Araújo, 2014)

Em flexão simples, a resultante das tensões de compressão no concreto R_{cc} e seu braço de alavanca Z são definidos pelas Equações 2.72 e 2.73. A força de tração na armadura é definida pela Equação 2.74.

$$R_{cc} = \lambda * b * x * \sigma_{cd} \quad (2.72)$$

$$Z = d - 0,5 * \lambda * x \quad (2.73)$$

$$R_{sd} = A_s * f_{yd} \quad (2.74)$$

onde A_s é a área de aço a ser calculada.

Da Figura 2.16, o equilíbrio de momentos em relação ao centroide da armadura resulta na Equação 2.75.

$$\sum M_z = 0 \quad (2.75)$$

$$M_d - (R_{cc} * Z) = 0 \quad (2.76)$$

$$M_d - [\lambda * b * x * \sigma_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x)] = 0 \quad (2.77)$$

Utilizando as Equações 2.78 e 2.79, a Equação 2.77 resulta em uma equação de segundo grau em função do adimensional ξ .

$$\mu = \frac{M_d}{b * d^2 * \sigma_{cd}} \quad (2.78)$$

$$x = \xi * d \quad (2.79)$$

Apenas uma das duas raízes da solução de ξ indica a posição da linha neutra x dentro da seção transversal e é definida pela Equação 2.80.

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 * \mu}}{\lambda} \quad (2.80)$$

Da Figura 2.16, o equilíbrio de forças é dado pela Equação 2.82.

$$\sum F_x = 0 \quad (2.81)$$

$$R_{sd} = R_{cc} \quad \therefore \quad A_s * f_{yd} = \lambda * b * x * \sigma_{cd} \quad (2.82)$$

A área de aço A_s é definida pela Equação 2.83.

Tabela 2.11 - Valores mínimos para armaduras passivas aderentes. (Fonte: NBR-6118:2014 - Tabela 19.1)

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$ (ver 19.3.3.2)
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\min}$		—
onde $\rho_s = A_s/b_w h$ e $\rho_p = A_p/b_w h$. NOTA Os valores de $\rho_{\min}$ são definidos em 17.3.5.2.1.			

2.5.5 Cálculo da armadura negativa

Segundo a NBR-6118:2014, nos apoios de lajes que não apresentam continuidade com planos de lajes adjacentes e que tenham ligação com os elementos de apoio, deve-se dispor de armadura de borda. Conforme indicado na Tabela 2.12, as taxas de armaduras negativas de bordas sem continuidade para elementos estruturais sem armaduras ativas devem ser superiores ou iguais a sessenta e sete por cento da taxa de armadura mínima.

2.5.6 Cálculo da armadura máxima

A NBR-6118:2014 estabelece que a soma das armaduras de tração e de compressão não pode ultrapassar 4% do valor da área da seção transversal da estrutura.

2.6 Detalhamento de lajes de concreto armado

Segundo as prescrições da NBR-6118:2014, qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro máximo igual a um oitavo da espessura total h da laje. Além disso, as barras da armadura

principal de flexão devem apresentar espaçamento máximo igual a duas vezes a espessura total da laje h ou 20 cm, devendo ser adotado o menor entre estes dois valores.

2.7 Verificação do esforço cortante

Submetida a carregamentos externos, uma estrutura gera esforços internos, os quais mantêm o equilíbrio da mesma. Ao analisar uma parte seccionada da estrutura, observa-se que, dentre outros esforços internos simples, há o esforço cortante V . O esforço cortante é uma força de corte que atua no próprio plano da seção e surge quando cargas externas tendem a provocar deslizamento entre duas partes do corpo.

O dimensionamento ao esforço cortante consiste no cálculo da armadura transversal, composta por estribos ou pela composição de estribos e barras dobradas. Porém, de acordo com a NBR-6118:2014 as lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir às forças de tração, oriundas da força cortante de cálculo, desde que satisfaça a expressão:

$$\tau_{wd} < \tau_{wu1} \quad (2.84)$$

onde a tensão de cisalhamento de cálculo deve ser inferior à tensão de cisalhamento limite. As tensões estão demonstradas nas Equações 2.85 e 2.86, respectivamente.

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w * d} \quad (2.85)$$

$$\tau_{wu1} = \tau_{rd} * (1,60 - d) * (1,20 + 40 * \rho_1) \quad (2.86)$$

V_d representa o esforço cortante de cálculo, obtido pela majoração da reação de apoio R , com o coeficiente γ_f , presente na Tabela 2.9, conforme definido pela Equação 2.87.

$$V_d = \gamma_f * R = 1,40 * R \quad (2.87)$$

τ_{rd} representa a tensão de cálculo, definida pelas Equações 2.88 e 2.89, as quais estão resolvidas e resumidas na Tabela 2.10.

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rightarrow \tau_{rd} = 0,038 * f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (2.88)$$

$$fck > 50 \text{ MPa} \rightarrow \tau_{rd} = 0,265 * \ln(1 + 0,11 * fck) \quad (2.89)$$

ρ_1 representa a taxa de armadura longitudinal de tração, dada pela Equação 2.90.

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w * d} \quad (2.90)$$

A verificação quanto ao esforço cortante, definida pela Equação 2.84, foi atendida por todas as lajes dimensionadas no presente trabalho, conforme demonstra o Apêndice 2.

2.8 Verificação da flecha

A flecha de uma laje é caracterizada por ser um estado-limite de serviço, definido como o maior deslocamento vertical no seu plano. Os estados limites de serviço, segundo a NBR-8681:2003, decorrem de ações cujas combinações podem ter três diferentes ordens de grandeza de permanência na estrutura:

Combinações quase permanentes: combinações que podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura, da ordem da metade deste período;

Combinações frequentes: combinações que se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura, da ordem de 105 vezes em 50 anos, ou que tenham duração total igual a uma parte não desprezível desse período, da ordem de 5%;

Combinações raras: combinações que podem atuar no máximo algumas horas durante o período de vida da estrutura.

A descrição das combinações de serviço citadas acima encontra-se na Tabela 2.13.

Logo, limites devem ser impostos para deslocamentos estruturais, de maneira que sensações desagradáveis aos usuários sejam evitadas e a estrutura possa ser utilizada adequadamente, sem causar danos nos demais elementos não estruturais. Limitações de flechas de lajes de concreto armado são impostas pela NBR-6118:2014.

Tabela 2.12 - Combinações de serviço. (Fonte: NBR-6118:2014 - Tabela 11.4)

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \psi_2 F_{qi,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_2 F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + F_{q1k} + \Sigma \psi_1 F_{qjk}$
onde $F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço; F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas; ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS; ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.		

As flechas devem ser calculadas para a combinação quase permanente de serviço, definida na Equação 2.91.

$$F_{d,serv} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma_{i=1}^n \psi_{2i} * F_{qi,k} \quad (2.91)$$

onde $F_{gi,k}$ é o carregamento permanente, ψ_2 é o fator de redução de combinação para ações variáveis, indicado na Tabela 2.13, e $F_{qi,k}$ é o carregamento variável.

Tabela 2.13 - Valores dos fatores de combinação e de redução para as ações variáveis. (Fonte: NBR-8681:2003 - Tabela 6)

Ações	Ψ_0	Ψ_1	$\Psi_2^{3), 4)}$
Cargas acidentais de edifícios			
Locais em que não há predominância de pesos e de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ¹⁾	0,5	0,4	0,3
Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas ²⁾	0,7	0,6	0,4
Bibliotecas, arquivos, depósitos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento			
Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura			
Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
Cargas móveis e seus efeitos dinâmicos			
Passarelas de pedestres	0,6	0,4	0,3
Pontes rodoviárias	0,7	0,5	0,3
Pontes ferroviárias não especializadas	0,8	0,7	0,5
Pontes ferroviárias especializadas	1,0	1,0	0,6
Vigas de rolamentos de pontes rolantes	1,0	0,8	0,5
¹⁾ Edificações residenciais, de acesso restrito. ²⁾ Edificações comerciais, de escritórios e de acesso público. ³⁾ Para combinações excepcionais onde a ação principal for sismo, admite-se adotar para Ψ_2 o valor zero. ⁴⁾ Para combinações excepcionais onde a ação principal for o fogo, o fator de redução Ψ_2 pode ser reduzido, multiplicando-o por 0,7.			

A verificação da flecha é dada pela comparação entre a flecha final w_∞ da placa com sua flecha admissível w_{adm} , através da Equação 2.92. O limite para a flecha admissível, denominado deslocamento limite, é estabelecido pela NBR-6118:2014, conforme Tabela 2.15.

$$w_\infty \leq w_{adm} \quad (2.92)$$

Tabela 2.14 - Limites para deslocamento. (Fonte: NBR-6118:2014 - Tabela13.3)

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\ell/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$\ell/350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$\ell/250^a$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$\ell/350 + \text{contraflecha}^b$
			Ocorrido após a construção do piso	$\ell/600$
	Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$\ell/500^c$ e 10 mm e $\theta = 0,0017 \text{ rad}^d$
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$\ell/250^c$ e 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ($\psi_1 = 0,30$)	$H/1700$ e $H_i/850^e$ entre pavimentos ^f
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$\ell/400^g$ e 15 mm

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Efeitos em elementos não estruturais	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H_i/500$
		Revestimentos colados	Ocorrido após a construção do forro	$\ell/350$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após a construção do forro	$\ell/175$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H/400$
Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado.		

^a As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.

^b Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $\ell/350$.

^c O vão ℓ deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.

^d Rotação nos elementos que suportam paredes.

^e H é a altura total do edifício e H_i o desnível entre dois pavimentos vizinhos.

^f Esse limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos, devido à atuação de ações horizontais. Não podem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica ao deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando H_i representa o comprimento do lintel.

^g O valor ℓ refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.

NOTAS

1 Todos os valores-limites de deslocamentos supõem elementos de vão ℓ suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.

2 Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor ℓ é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor.

3 O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes definidos na Seção 11.

4 Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.

A Nota 4 da Tabela 2.15 afirma que é possível compensar deslocamentos excessivos, parcialmente, através de contraflechas. Assim, levando-se em conta o ambiente portuário no qual as lajes maciças de concreto armado do presente trabalho estão inseridas, é aceitável que para algumas lajes seja necessário esta compensação.

$$w_{\infty} = (1 + \emptyset) * w_o \quad (2.93)$$

$$w_{adm} = \frac{l}{250} \quad (2.94)$$

onde $\emptyset$ é o coeficiente de fluência do concreto e w_o é a flecha inicial, dada pela Equação 2.95.

$$w_o = 0,001 * w_c * \frac{F_{d, serv} * l^4}{D} \quad (2.95)$$

onde D é a rigidez à flexão da estrutura, definida pela Equação 2.96.

$$D = \frac{E_{cs} * h^3}{12 * (1 - \nu^2)} \quad (2.96)$$

onde o coeficiente de Poisson ν do concreto deve ser utilizado conforme o prescrito pela NBR-6118:2014, de valor igual a 0,20.

2.9 Verificação da capacidade resistente

De acordo com a NBR-6118:2014 a capacidade resistente consiste basicamente na segurança à ruptura. A verificação da capacidade resistente de uma estrutura pode ser definida como o momento fletor que a levará à ruína, isto é, à falha. Esse momento denomina-se de momento de ruína M_u . Para a flexão simples, a ruína pode vir a ocorrer em dois casos.

Caso 1: ruptura ocorre nos domínios 2 e 3. Neste caso, a limitação da profundidade da linha neutra é igual a $0 \leq x \leq x_b$ e a tensão na armadura σ_s é igual à tensão de escoamento do aço f_y ;

Caso 2: ruptura ocorre no domínio 4. Limitação da profundidade da linha neutra é igual a $x_b \leq x \leq d$. O aço não atinge escoamento, gerando uma ruptura brusca e sem aviso prévio.

Em ambos os casos, xb é a profundidade da linha neutra na condição balanceada, definida pela Equação 2.97. Esta condição, denominada “balanceada”, segundo Araújo (2014) delimita a distribuição de deformações no limite entre os domínios 3 e 4.

$$xb = \left(\frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_y} \right) * d \quad (2.97)$$

onde ϵ_u é a deformação do concreto e ϵ_y a deformação de escoamento do aço, definidas pelas Equações 2.98, 2.99 e 2.100, respectivamente.

$$fck \leq 50 \text{ MPa} \rightarrow \epsilon_u = 3,5\text{‰} \quad (2.98)$$

$$fck > 50 \text{ MPa} \rightarrow \epsilon_u = 2,6 + 35 * \left(\frac{90 - fck}{100} \right)^4 \quad (2.99)$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} \quad (2.100)$$

Analisando a Figura 2.17, a qual ilustra as resultantes das tensões na seção transversal, a resultante das tensões de compressão no concreto R_{cc} é definida pela Equação 2.101 e seu braço de alavanca Z pela Equação 2.102.

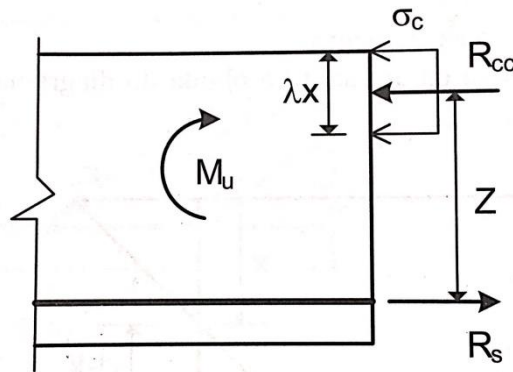


Figura 2.17 – Resultantes das tensões na seção transversal. (Fonte: Araújo, 2014)

$$R_{cc} = \lambda * b * x * \sigma_c \quad (2.101)$$

$$Z = d - 0,5 * \lambda * x \quad (2.102)$$

onde λ é um parâmetro dado pelas Equações 2.12 e 2.13 e x é a profundidade da linha neutra. A força de tração na armadura é dada pela Equação 2.103.

$$R_s = A_s * \sigma_s \quad (2.103)$$

$$x > xb \rightarrow \sigma_s = E_s * \epsilon_u * \left(\frac{d-x}{x} \right) \quad (2.104)$$

$$x \leq xb \rightarrow \sigma_s = f_y \quad (2.105)$$

Com um equilíbrio de forças e um equilíbrio de momentos referentes à Figura 2.17, o momento de ruína M_u é definido pela Equação 2.110.

$$\sum F_x = 0 \quad (2.106)$$

$$R_{cc} - R_s = 0 \quad \therefore (\lambda * b * x * \sigma_c) - (A_s * \sigma_s) = 0 \quad (2.107)$$

$$\sum M_z = 0 \quad (2.108)$$

$$M_u - (R_{cc} * Z) = 0 \quad \therefore M_u = R_{cc} * Z \quad (2.109)$$

$$M_u = (\lambda * b * x * \sigma_c) * [(d - (0,5 * \lambda * x))] \quad (2.110)$$

Como já citado, há dois casos de ruína possíveis. Logo, há uma maneira específica para calcular a profundidade da linha neutra x , de acordo com o caso de ruína. Admitindo que a ruptura ocorra nos domínios 2 e 3, a profundidade da linha neutra x é calculada pela Equação 2.111. Caso $x > xb$, admite-se que a ruptura ocorra no domínio 4 e x é dado pela Equação 2.112.

$$x = \frac{A_s * f_y}{\lambda * b * \sigma_c} \quad (2.111)$$

$$x = \frac{-A_s * E_s * \epsilon_u + \sqrt{A_s * E_s * \epsilon_u * (A_s * E_s * \epsilon_u + 4 * \lambda * b * d * \sigma_c)}}{2 * \lambda * b * \sigma_c} \quad (2.112)$$

A Equação 2,115 define o momento de ruína estrutural, considerando-se a ruptura nos domínios 2 e 3 de dimensionamento.

$$M_u = (\lambda * b * x * \sigma_c) * [(d - (0,5 * \lambda * x))] \quad (2.113)$$

$$M_u = \left(\lambda * b * \frac{A_s * f_y}{\lambda * b * \sigma_c} * \sigma_c \right) * \left(d - 0,5 * \lambda * \frac{A_s * f_y}{\lambda * b * \sigma_c} \right) \quad (2.114)$$

$$M_u = A_s * f_y * \left(d - 0,5 * \frac{A_s * f_y}{b * \sigma_c} \right) \quad (2.115)$$

2.10 Modelo para cálculo da carga de ruptura de lajes de concreto armado

Este item tem por objetivo demonstrar o modelo para cálculo da carga última ou carga de ruptura P_u . O mesmo foi obtido através das Equações 2.54 e 2.110, as quais representam o momento de plastificação de uma laje retangular simplesmente apoiada submetida a um carregamento uniformemente distribuído e o momento de ruína estrutural de uma seção transversal retangular, respectivamente. Igualando estas equações, é possível chegar a um valor para P_u , conforme mostra a Equação 2.118.

$$M_p = M_u \quad (2.116)$$

$$P_u * l_x^2 * \frac{3 * ly - lx}{24 * (ly + k * lx)} = A_s * f_y * \left(d - 0,5 * \frac{A_s * f_y}{b * \sigma_c} \right) \quad (2.117)$$

$$P_u = \frac{24 * (ly + k * lx)}{3 * ly - lx} * \frac{1}{l_x^2} * \left[A_s * f_y * \left(d - 0,5 * \frac{A_s * f_y}{b * \sigma_c} \right) \right] \quad (2.118)$$

2.10.1 Validação do modelo de cálculo

A validação do modelo de cálculo definido pela Equação 2.118 para obtenção da carga de ruptura P_u de lajes maciças, simplesmente apoiadas e com carregamento solicitante uniformemente distribuído, de concreto armado se dará através do uso do modelo em lajes experimentais presentes em trabalhos de outros autores. Foram selecionados três testes experimentais, a fim de demonstrar a eficiência do modelo definido no presente trabalho.

O primeiro resultado experimental utilizado foi uma laje maciça de concreto armado, submetida a carregamento uniformemente distribuído, ensaiada por Taylor et al. (1966) e denominada S9. Suas dimensões e propriedades referentes aos materiais encontram-se na Tabela 2.15. Na Figura 2.18 observa-se o comportamento da laje através do gráfico flecha central x carregamento e a Tabela 2.17 expõe a comparação entre os resultados obtidos para a carga de

ruptura da laje S9 de acordo com o valor experimental do gráfico Pu_{exp} e com o modelo de cálculo do presente trabalho Pu_{mod} . Para o cálculo de Pu_{mod} foi desconsiderado o efeito Rüschi para o concreto, adotando-se, assim, o valor de 1,00 para o parâmetro α_c , devido ao fato de que os ensaios foram de curta duração.

Tabela 2.15 - Geometria e propriedades dos materiais da laje S9 ensaiada por Taylor et al. (1966).

Laje	$l_x=l_y$ (cm)	d (cm)	b (cm)	h (cm)	f_c (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)
S9	183	6,65	100	7,60	3,32	37,59

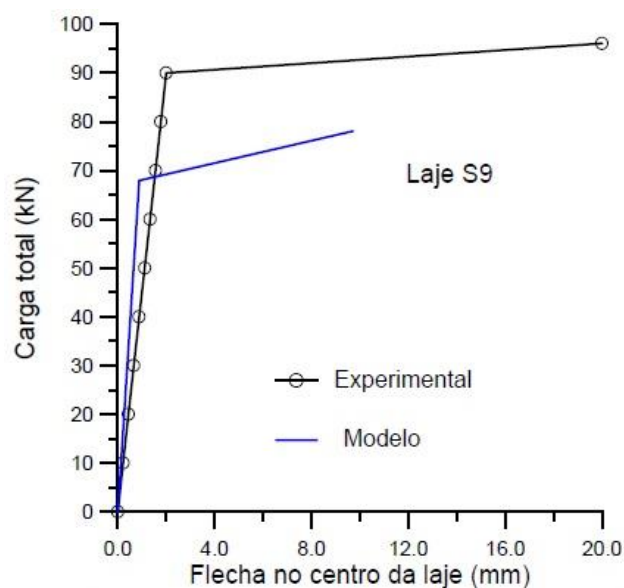


Figura 2.18 - Resposta para a laje maciça S9 de Taylor et al. (Fonte: Araújo, 2006)

Tabela 2.16 - Cálculo da carga última da laje S9 ensaiada por Taylor et al. (1966).

Laje	As_x (cm ² /m)	As_y (cm ² /m)	Pu_{exp} (kN/m ²)	Pu_{mod} (kN/m ²)	Pu_{mod}/Pu_{exp}
S9	1,46	1,56	28,37	27,58	0,97

A área de aço da armadura longitudinal foi adotada como a média entre os valores As_x e As_y dados na Tabela 2.16 e a validação do modelo é comprovada, então, pela relação Pu_{mod}/Pu_{exp} ter resultado próxima à 1,0.

Para uma segunda validação foram utilizadas duas lajes maciças de concreto armado, submetidas a carregamento uniformemente distribuído, ensaiadas por Campos et al. (2012). Os dados referentes às dimensões e propriedades dos materiais das lajes L2 e L3 estão na Tabela 2.17.

O gráfico de deflexão central x carregamento está exposta na Figura 2.19 e a validação do modelo na Tabela 2.18.

Tabela 2.17 - Geometria e propriedades dos materiais das lajes L2 e L3 ensaiadas por Campos et al. (2012).

Laje	$l_x=l_y$ (cm)	d (cm)	b (cm)	f_c (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)
L2	415	6,20	100	2,07	73,42
L3	415	6,00	100	2,04	80,12

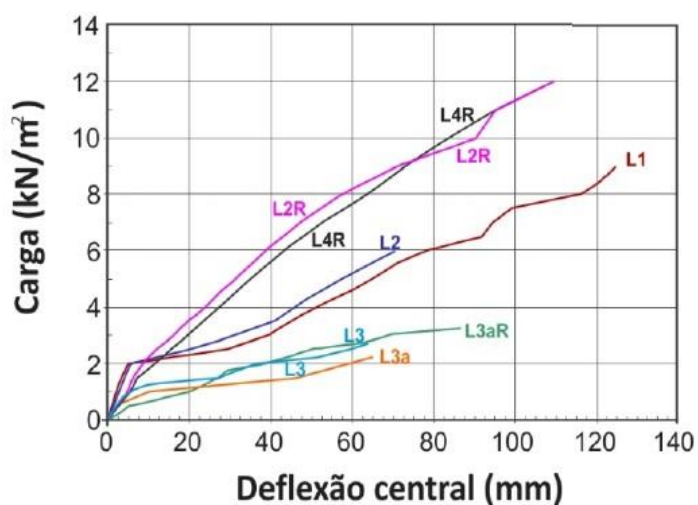


Figura 2.19 –Gráfico de carga versus deflexão central de todas as lajes. (Fonte: Campos et al., 2012)

Como feito na laje S9 foi desconsiderado o efeito Rüsç para o concreto no cálculo de P_{umod} .

Tabela 2.18 - Cálculo da carga última da laje das lajes L2 e L3 ensaiadas por Campos et al. (2012).

Laje	A_s (cm ² /m)	P_{uexp} (kN/m ²)	P_{umod} (kN/m ²)	P_{umod}/P_{uexp}
L2	1,02	6,00	6,30	1,05
L3	0,46	3,00	3,00	1,00

A validação do modelo se deu pela comparação entre os resultados P_{umod}/P_{uexp} , a qual resultou em uma boa precisão.

3 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

As normas brasileiras destinadas a projetos estruturais em concreto armado utilizam valores determinísticos para os parâmetros de dimensionamento, tais como: resistência dos materiais, dimensões estruturais e carregamentos solicitantes. A partir destes valores, coeficientes para majoração dos esforços e minoração das resistências dos materiais são introduzidos no dimensionamento, a fim de garantir a segurança estrutural. Esta análise resulta em boa precisão do comportamento estrutural, porém, não leva em conta a variabilidade de cada um dos parâmetros. Devido à aleatoriedade dos parâmetros citados, incertezas sempre se farão presentes em projetos estruturais, fazendo com que a resposta da estrutura quando solicitada a um carregamento seja, também, uma variável aleatória. Um estudo probabilístico é de extrema importância no dimensionamento de estruturas, visto que este considera as variáveis aleatórias, resultando em maior segurança estrutural.

De acordo com Gomes (2001) sistemas estruturais são projetados e executados com objetivo de trabalhar ao longo de sua vida útil, seguindo as condições de serviço idealizadas e atribuídas. Porém, há variáveis presentes no projeto que possuem caráter aleatório, gerando, muitas vezes, um comportamento estrutural distinto daquele idealizado. São elas: resistência dos materiais, geometria da estrutura, carregamentos solicitantes, entre outras. Assim, para cada situação de operação do sistema há uma região caracterizada pela falha e outra caracterizada pela segurança. O objetivo da confiabilidade estrutural é quantificar as chances de ocorrência de cada região. A região de falha é denominada por probabilidade de falha e sua região complementar, de segurança, é denominada por confiabilidade do sistema.

Segundo Rocha (2014), um exemplo que ilustra a diferença entre quantidades determinísticas e aleatórias são as cargas impostas sobre um cais portuário. A qualquer momento a carga depende de diversos fatores, tais como o nível de operação do cais, os equipamentos presentes e o fluxo de carga. Em função da logística de operação dos portos, estes fatores variam diariamente. Logo, há incertezas sobre os valores de carga total atuante sobre o cais e, assim, considera-se a carga uma variável aleatória.

Por definição, uma variável aleatória representa um evento, pois assume um valor numérico associado a uma probabilidade de ocorrência do evento. A lei que descreve a medida de probabilidade associada a cada um dos valores possíveis de uma variável aleatória é chamada de distribuição de probabilidade. (Real, 2000) Dentre diversas distribuições de probabilidade existentes, estão:

- Distribuição Normal;
- Distribuição Normal Logarítmica;
- Distribuição de Valores Extremos;
- Distribuição Geométrica;
- Distribuição Binomial;
- Distribuição Binomial Negativa;
- Distribuição Hipergeométrica;
- Distribuição Beta;
- Distribuição Gama;
- Distribuição Exponencial;
- Distribuição de Poisson.

Segundo Haldar e Mahadevan (2000) uma das distribuições de probabilidade mais comumente utilizadas em problemas de engenharia é a distribuição Normal. O valor médio é definido como μ e o desvio padrão por σ , assim, a distribuição normal é denominada por $N(\mu, \sigma)$. Essa distribuição é aplicável para qualquer valor de uma variável aleatória, de $-\infty$ até $+\infty$, e é simétrica em torno de seu valor médio. A Figura 3.1 ilustra a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória que possui distribuição normal, representada pela curva de Gauss, com média igual a 0,0 e desvio padrão igual a 1,0.

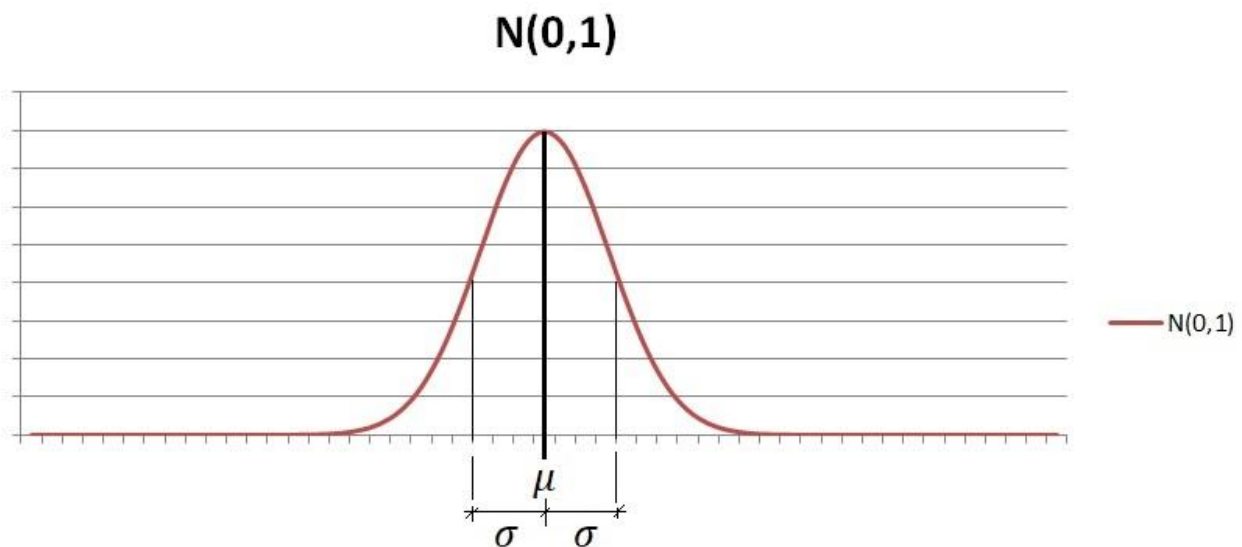


Figura 3.1 – Distribuição Normal com média igual a 0 e desvio padrão igual a 1.

Em muitos problemas de engenharia, variáveis aleatórias não podem assumir valores negativos, devido aos aspectos físicos do problema. Nessas situações, atribuir à variável uma distribuição Lognormal é mais apropriado, eliminando automaticamente a possibilidade de um valor negativo vir a ser assumido pela mesma. Se uma variável aleatória possui uma distribuição Lognormal, seu logaritmo natural possui uma distribuição Normal. Os valores que podem ser assumidos vão desde 0 até $+\infty$ (Haldar e Mahadevan, 2000). Os parâmetros da distribuição Lognormal são a média λ e variância ζ , indicados nas Equações 3.1 e 3.2.

$$\lambda = \ln(\mu) - \frac{1}{2} * \zeta^2 \quad (3.1)$$

$$\zeta^2 = \ln\left(\frac{\sigma^2}{\mu^2} + 1\right) \quad (3.2)$$

onde μ é o valor médio, ζ^2 é a variância e σ o desvio padrão de uma variável aleatória com distribuição Lognormal.

Para análise de diversos problemas de engenharia, a quantificação de valores extremos assumidos por variáveis aleatórias, máximos e mínimos, se faz de extrema importância e para tal, é utilizada a distribuição de Valores Extremos. De acordo com Haldar e Mahadevan (2000) há três classificações para distribuições assintóticas de valores extremos: Tipo I, Tipo II e Tipo III. Em uma amostra de distribuição Normal, a distribuição de seus valores máximos convergirá assintoticamente para a distribuição de Valores Extremos do Tipo I. Analogamente, se a amostra possuir distribuição Lognormal, seus valores extremos convergirão para a distribuição de Valores Extremos do Tipo II. A distribuição de Valores Extremos do Tipo III é utilizada para valores mínimos assumidos por variáveis aleatórias.

3.1 Índice de confiabilidade e Probabilidade de falha

De acordo com a NBR-8681:2003, quando a segurança é verificada isoladamente em relação a cada um dos esforços atuantes na estrutura, deve ser assumido que $R > S$. Assim, se faz possível a definição de uma margem de segurança estrutural igual a:

$$M = R - S \quad (3.3)$$

Sendo R e S a resistência estrutural e a solicitação imposta à estrutura, respectivamente, ambas variáveis aleatórias de distribuição Normal e estatisticamente independentes, M também é uma variável aleatória de distribuição normal e seus parâmetros são definidos pelas Equações 3.4 e 3.5. (Real, 2000)

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (3.4)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (3.5)$$

É possível definir uma variável aleatória m com distribuição Normal padronizada para a margem de segurança M :

$$m = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad (3.6)$$

onde μ_M e σ_M são os parâmetros média e desvio padrão de m , iguais a:

$$\mu_m = 1,0 \quad (3.7)$$

$$\sigma_m = 0 \quad (3.8)$$

Quando a resistência da estrutura se igualar ao esforço solicitante, isto é, M se anular, é considerado que se iniciou a região de falha.

$$m = \frac{-\mu_M}{\sigma_M} \quad (3.9)$$

Esta equação é nada mais que um indicativo do grau de segurança da estrutura, igualmente ao índice de confiabilidade β . De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), o índice de confiabilidade é também definido como índice de segurança, sendo assim um parâmetro que permite avaliar o grau de segurança oferecido em relação a um estado limite último para diversas estruturas, sendo dado por:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (3.10)$$

Como já citado, em todo e qualquer projeto estrutural há uma probabilidade de falha ligada às incertezas, as quais se dão devido às variáveis aleatórias envolvidas no processo de dimensionamento e execução. Essa probabilidade de ocorrer falha ou ruína na estrutura está

diretamente associada ao índice de confiabilidade β , visto que quanto maior for o valor de β menor será a probabilidade de uma falha vir a ocorrer.

$$Pf = 1 - \Phi(\beta) = \Phi(-\beta) \quad (3.11)$$

onde Φ é a função distribuição normal de probabilidade acumulada da variável m .

A confiabilidade estrutural C também é um parâmetro diretamente relacionado com os outros dois citados acima, sendo esse o complemento da probabilidade de falha e, podendo assim ser chamado de probabilidade de não falha. Ou seja, quando maior for o valor de β , maior será a confiabilidade da estrutura, conforme indica a Equação 4.12.

$$C = 1 - Pf = \Phi(\beta) \quad (3.12)$$

Conforme definido pela Equação 3.11, a Figura 3.2 ilustra a probabilidade de uma estrutura que possui a margem de segurança estrutural como sendo uma variável aleatória de distribuição Normal padronizada.

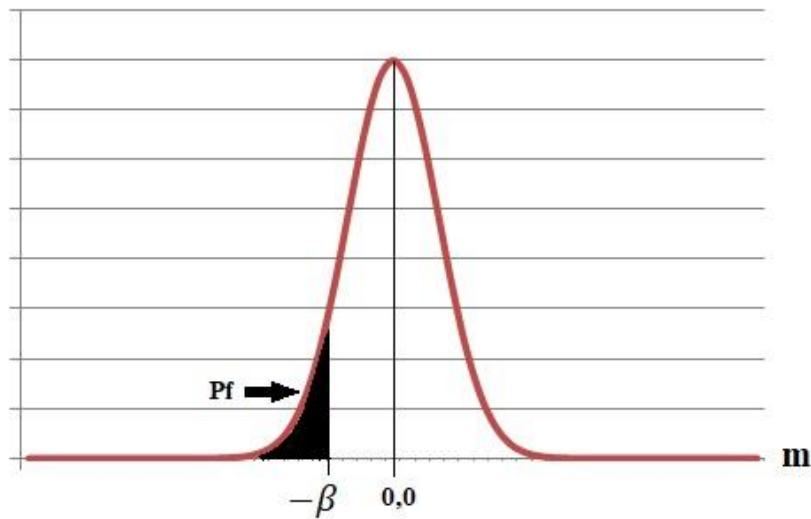
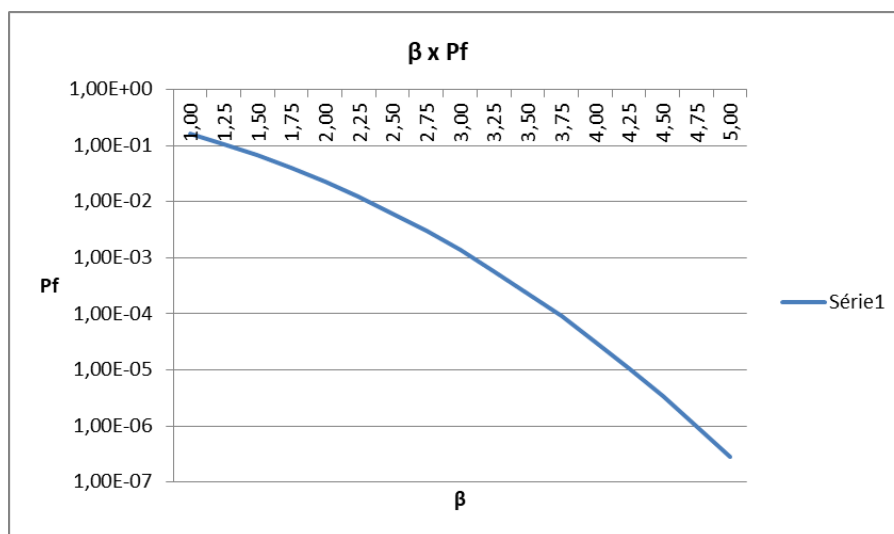


Figura 3.2 - Variável aleatória margem de segurança padronizada m de distribuição normal.

A Tabela 3.1, bem como a Figura 3.3, ilustram a relação não-linear que há entre probabilidade de falha estrutural Pf e o índice de confiabilidade β .

Tabela 3.1 – Probabilidade de falha P_f e índice de confiabilidade correspondente β .

Probabilidade de falha estrutural - P_f	Índice de confiabilidade estrutural - β
1,59E-01	1,00
1,06E-01	1,25
6,68E-02	1,50
4,06E-02	1,75
2,28E-02	2,00
1,22E-02	2,25
6,21E-03	2,50
2,98E-03	2,75
1,35E-03	3,00
5,80E-04	3,25
2,30E-04	3,50
9,00E-05	3,75
3,17E-05	4,00
1,07E-05	4,25
3,41E-06	4,50
1,02E-06	4,75
2,87E-07	5,00

Figura 3.3 - Índice de confiabilidade β x Probabilidade de falha P_f .

3.2 Método de Monte Carlo

Esta técnica tem evoluído como uma poderosa ferramenta para engenheiros com conhecimento básico de probabilidade e estatísticas, com o objetivo de avaliar risco e confiabilidade de sistemas complexos de engenharia. (Haldar e Mahadevan, 2000) A Figura 3.4 ilustra, de maneira simplificada, o método de Monte Carlo esquematicamente.

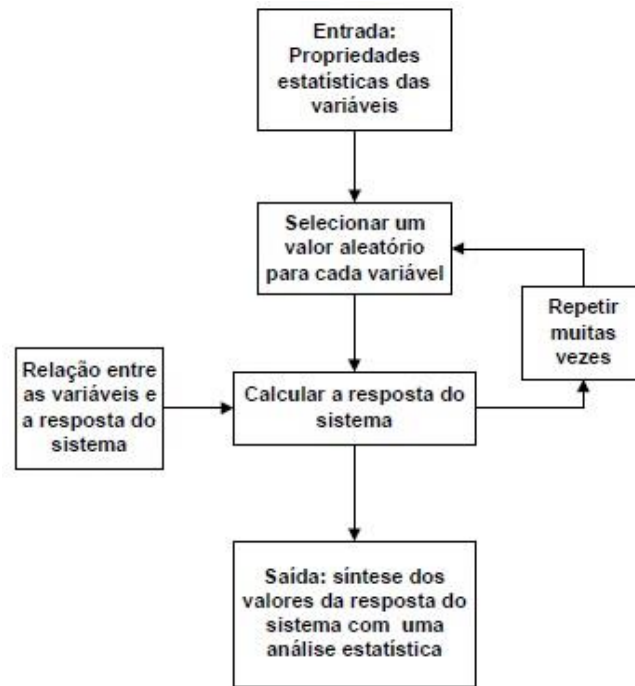


Figura 3.4 - Esquema do método de Monte Carlo. (Fonte: Real, 2000)

De acordo com Real (2000) o método de Monte Carlo consiste em obter-se uma estimativa de distribuição de probabilidade da resposta através da geração aleatória dos parâmetros de entrada, seguindo as distribuições de probabilidade de cada um, seguida de inúmeras simulações com um modelo numérico. Por fim, é feita uma análise estatística das diversas respostas encontradas. Simulações tentam reproduzir, através de um modelo físico ou matemático, o comportamento de um sistema.

O resultado obtido através do método de Monte Carlo depende diretamente do número N de simulações realizadas. Fixado um erro, em porcentagem, para a probabilidade de falha estrutural, obtém-se um número de simulações N necessário para que esse erro não seja ultrapassado, conforme Equação 3.13 (Haldar e Mahadevan, 2000).

$$erro (\%) = 200 * \sqrt{\frac{1-P_f}{N*P_f}} \quad (3.13)$$

Para o cálculo da probabilidade de falha estrutural P_f e do índice de confiabilidade β se faz necessária a definição de uma função de estado limite, a qual pode ser definida igualmente à margem de segurança M definida na Equação 3.3. Esta função de estado limite será denominada por $G(X)$, onde X é um vetor indicativo de que esta é função de mais de uma variável aleatória.

$$G(X) = G(X_1, X_2, \dots, X_n) = R(X_1, X_2, \dots, X_n) - S(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.14)$$

Na Figura 3.5 é possível ver como se dá a função de estado limite $G(X)$, a partir da resistência estrutural R e solicitação imposta à estrutura S , as quais possuem distribuição normal.

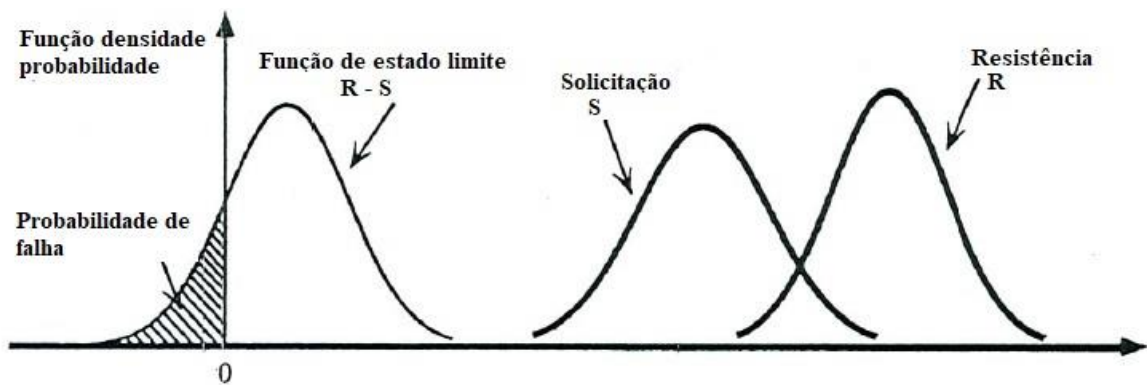


Figura 3.5 – Função de densidade probabilidade de R , S e $G(X)$. (Fonte: Nowak e Collins, 2000 – Adaptado)

As situações possíveis para a função de estado limite são:

$$G(X) > 0 \rightarrow \text{Segurança} \quad (3.15)$$

$$G(X) = 0 \rightarrow \text{Estado limite} \quad (3.16)$$

$$G(X) < 0 \rightarrow \text{Falha} \quad (3.17)$$

A probabilidade de falha estrutural P_f é definida pela Equação 3.18.

$$P_f = P[G(X) < 0] \quad (3.18)$$

A Figura 3.6, onde R representa a resistência estrutural e S a solicitação, ilustra a função de estado limite $G(X)$ e suas possíveis situações de ocorrência em um espaço bidimensional.

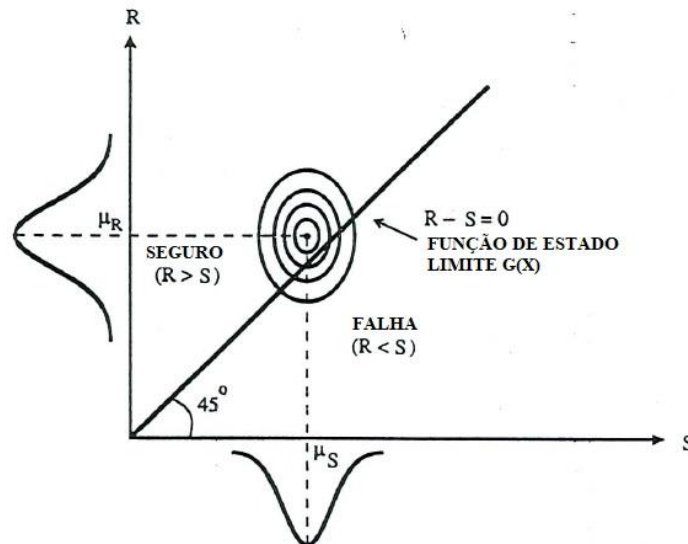


Figura 3.6 - Função de estado limite. (Fonte: Nowak e Collins, 2000 - Adaptado)

3.3 Método FORM

O método de confiabilidade de primeira ordem, denominado FORM (*First Order Reliability Method*), provém de outros dois métodos: FOSM (First-Order Second-Moment) e AFOSM (Advanced First-Order Second-Moment). Para o uso do FOSM não é necessária a definição de uma distribuição de probabilidade para cada variável aleatória envolvida no problema, porém, para o AFOSM sim. Já para o método FORM, utilizado no presente trabalho, há uma exigência de que todas as variáveis aleatórias envolvidas no problema possuam distribuição Normal de probabilidade. Caso contrário, as mesmas devem ter suas distribuições de probabilidade transformadas em Normais equivalentes no ponto mais provável de falha estrutural. (Haldar e Mahadevan, 2000)

A função de estado limite $G(X)$, conforme especificado na Equação 3.14, é uma superfície n -dimensional denominada por superfície de falha. O ponto desta superfície que corresponde a distância mínima em relação à origem no espaço das variáveis padronizadas é determinado como o ponto mais provável de falha x^* , como indicado na Figura 3.7.

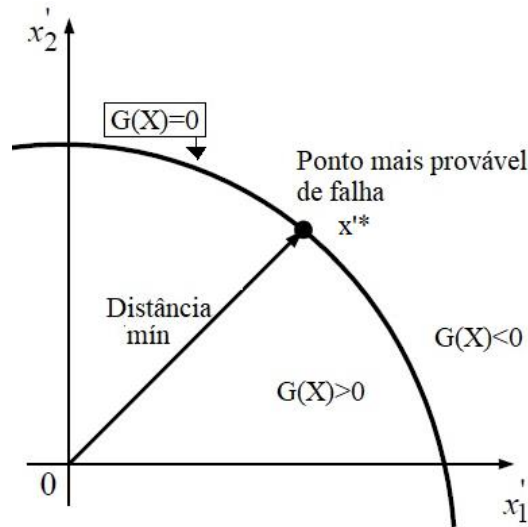


Figura 3.7 - Ponto mais provável de falha x'^* no espaço das variáveis padronizadas.

A distância D de um ponto x' até a origem é dada pela Equação 3.19.

$$D = \sqrt{(x_1')^2 + (x_2')^2 + \dots + (x_n')^2} \quad (3.19)$$

Observa-se que a área compreendida entre a função de estado limite $G(X)=0$ e as variáveis padronizadas x_1' e x_2' abrange o domínio de segurança, isto é, $G(X)$ superior a zero. Conclui-se, então, que a distância mínima entre o ponto mais provável de falha x'^* e a origem 0 é nada mais que uma medida de confiabilidade do sistema, podendo ser quantificada através do índice de confiabilidade β . Para isto, a distância D deve ser minimizada contanto que a função de estado limite seja igual a zero, então, utilizando-se o método do multiplicador de Lagrange, tem-se:

$$L = D + \lambda * G(X) = \sqrt{(X'^T * X')} + \lambda * G(X) \quad (3.20)$$

Então, minimizando L , será obtido um sistema de equações do qual será possível calcular o ponto mais provável de falha x'^* . Com a introdução de um vetor gradiente g , a solução deste sistema resultará como única incógnita a distância D , a qual será:

$$D_{mín} = \beta = \frac{-g^{*T} \cdot X'^*}{\sqrt{g^{*T} \cdot g^*}} \quad (3.21)$$

onde g é o vetor gradiente calculado em x'^* .

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), o índice de confiabilidade na forma escalar é definido pela Equação 3.22 e o ponto mais provável de falha pela Equação 3.23.

$$\beta = \frac{\mu_{G(X)}}{\sigma_{G(X)}} = \frac{-\sum_{i=1}^n x' i^* \left(\frac{\partial G}{\partial x' i} \right)_*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial x' i} \right)_*^2}} \quad (3.22)$$

onde $\partial G / \partial x' i$ é a derivada parcial da função de estado limite no ponto mais provável de falha.

$$x'^* = -\alpha_i * \beta \quad \therefore i = 1, 2, \dots, n \quad (3.23)$$

onde α_i representa o cosseno diretor ao longo dos eixos $x' i$, dado pela Equação 3.24.

$$\alpha_i = \frac{\left(\frac{\partial G}{\partial x' i} \right)_*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial x' i} \right)_*^2}} \quad (3.24)$$

3.4 Cálculo dos índices de confiabilidade β

Para o cálculo do índice de confiabilidade β foi realizada uma revisão bibliográfica a fim da obtenção de um modelo satisfatório para tal. Dentre os trabalhos pesquisados, foi escolhido o artigo de Santos et al. (2014), no qual são calculados os índices de confiabilidade β para lajes maciças de concreto armado. A Tabela 3.2 apresenta os valores referentes à dimensões estruturais, área de aço da armadura tracionada e momento resistente de cálculo destas lajes.

Tabela 3.2 - Seções de laje maciça de concreto analisadas e resistência de cálculo considerando o concreto C25, o aço CA-50 e os coeficientes de segurança da resistência $\gamma_c=1,4$ e $\gamma_s=1,15$. (Fonte: Santos et al., 2014)

A_s (cm ² /m)	h (cm)	ρ (%)	d' (cm)	$x/(h-d')$	$R_d = M_{res}$ (kN.m)
1,5	10	0,15	40	0,090	3,77
3,2	10	0,32	40	0,191	7,71
5,0	10	0,50	40	0,298	11,49
8,0	10	0,80	40	0,477	16,88
9,45	10	0,95	40	0,597	19,86

A Tabela 3.3 demonstra quais as variáveis aleatórias adotadas por Santos et al. (2014), suas correspondentes distribuições de probabilidade, bem como os parâmetros de entrada média μ e desvio padrão σ .

Tabela 3.3 - Variáveis aleatórias e suas distribuições de probabilidade utilizadas por Santos et al. (2014).

Variáveis aleatórias e suas distribuições de probabilidade utilizadas por Santos et al. (2014)						
Categoria das variáveis	Nome das variáveis básicas	Símbolo	Dimensão	Distribuição	μ	σ
Ações	Permanente	G	kN.m	Normal	Gk	0,1 μ
	Variável	Q	kN.m	Gumbel	0,93Qk	0,2 μ
Resistência dos materiais	Concreto	f _c	MPa	Normal	1,17f _{ck}	0,15 μ
	Aço	f _y	MPa	Normal	1,08f _{yk}	0,05 μ
Dados geométricos	Altura da laje	h _c	cm	Normal	10	0,60
	Dist. CG das barras	d'	cm	Lognormal	4	0,60
Incerteza - ações	Solicitação	θ_s	~	Lognormal	1	0,05
Incerteza - resist.	Resistência	θ_r	~	Lognormal	1	0,05

Os resultados dos índices de confiabilidade obtidos por Santos et al. (2014) para as lajes maciças de concreto armado de seu artigo encontram-se ilustrados graficamente na Figura 3.8. A partir de tais resultados, no presente trabalho foi desenvolvido um modelo de programação adaptado, utilizando-se os mesmos dados da Tabela 3.3, os quais estão presentes na Tabela 3.4. O método adotado para tal procedimento foi o método de simulações de Monte Carlo.

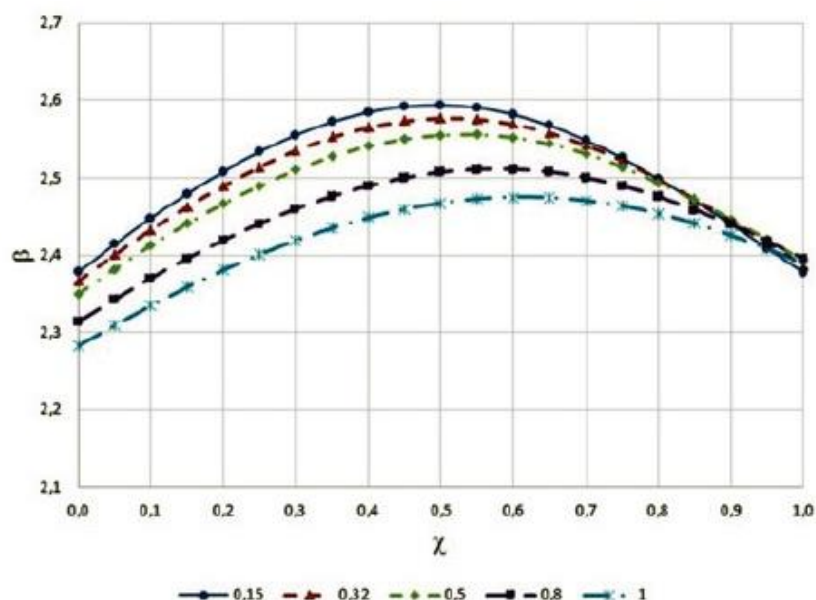


Figura 3.8 - Índices de confiabilidade de uma laje de concreto armado dimensionadas com os coeficientes de ponderação das ações da NBR6118 ($\gamma_g = \gamma_q = 1,4$), considerando várias taxas de armaduras positivas. (Fonte: Santos et al., 2014)

As Tabela 3.4, 3.5 e 3.6, bem como a Figura 3.9, apresentam comparações entre os valores obtidos para os índices de confiabilidade estrutural das lajes maciças de concreto armado de Santos et al. (2014) e os valores obtidos para os mesmos índices utilizando o modelo de programação adaptado no presente trabalho. A comparação foi feita para três diferentes áreas de aço de armadura tracionada A_s e a coluna β_{mod}/β_{ref} indica que há uma boa precisão no modelo. Sendo assim, este será utilizado para o cálculo dos índices de confiabilidade β das lajes maciças de concreto armado dimensionadas e analisadas no presente trabalho.

Tabela 3.4 - Validação do modelo para cálculo do índice de confiabilidade β – $A_s=3,20 \text{ cm}^2/\text{m}$.

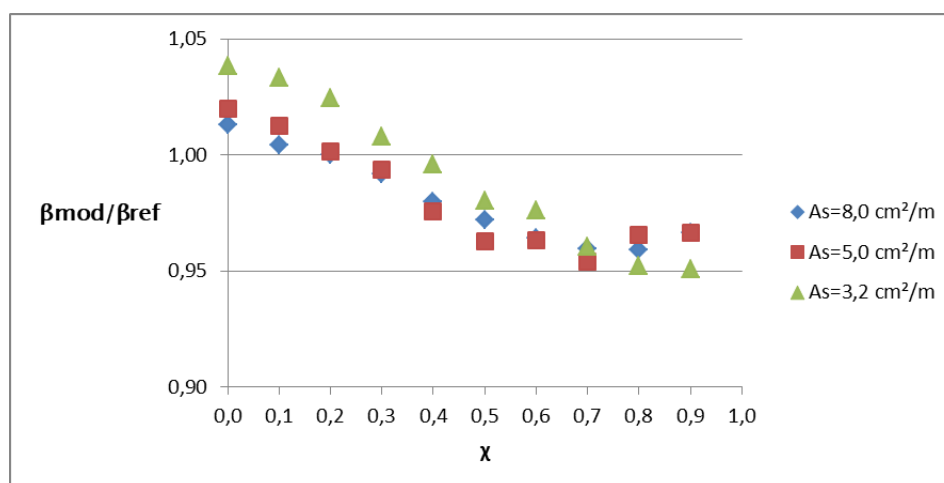
$A_s \text{ (cm}^2/\text{m)}$	χ	β_{ref}	β_{mod}	β_{mod}/β_{ref}
3,20	0,0	2,35	2,4400	1,0383
	0,1	2,41	2,4900	1,0332
	0,2	2,46	2,5200	1,0244
	0,3	2,51	2,5300	1,0080
	0,4	2,54	2,5300	0,9961
	0,5	2,56	2,5100	0,9805
	0,6	2,54	2,4800	0,9764
	0,7	2,53	2,4300	0,9605
	0,8	2,50	2,3800	0,9520
	0,9	2,45	2,3300	0,9510

Tabela 3.5 - Validação do modelo para cálculo do índice de confiabilidade β – $A_s=5,00 \text{ cm}^2/\text{m}$.

$A_s \text{ (cm}^2/\text{m)}$	χ	β_{ref}	β_{mod}	β_{mod}/β_{ref}
5,00	0,0	2,37	2,4171	1,0199
	0,1	2,42	2,4500	1,0124
	0,2	2,48	2,4834	1,0014
	0,3	2,53	2,5141	0,9937
	0,4	2,56	2,4984	0,9759
	0,5	2,58	2,4836	0,9626
	0,6	2,55	2,4568	0,9635
	0,7	2,53	2,4142	0,9542
	0,8	2,45	2,3662	0,9658
	0,9	2,40	2,3200	0,9667

Tabela 3.6 - Validação do modelo para cálculo do índice de confiabilidade β – $A_s=8,00 \text{ cm}^2/\text{m}$.

$A_s \text{ (cm}^2/\text{m)}$	χ	β_{ref}	β_{mod}	$\beta_{\text{mod}}/\beta_{\text{ref}}$
8,00	0,0	2,32	2,3500	1,0129
	0,1	2,38	2,3900	1,0042
	0,2	2,42	2,4200	1,0000
	0,3	2,45	2,4300	0,9918
	0,4	2,49	2,4400	0,9799
	0,5	2,50	2,4300	0,9720
	0,6	2,50	2,4100	0,9640
	0,7	2,48	2,3800	0,9597
	0,8	2,45	2,3500	0,9592
	0,9	2,40	2,3200	0,9667

Figura 3.9 - Validação do modelo de cálculo dos índices de confiabilidade β .

O fluxograma ilustrado na Figura 3.10 demonstra, resumidamente, os passos feitos para o cálculo dos índices de confiabilidade β das lajes maciças de concreto armado dimensionadas no presente trabalho, utilizando o método de Monte Carlo.

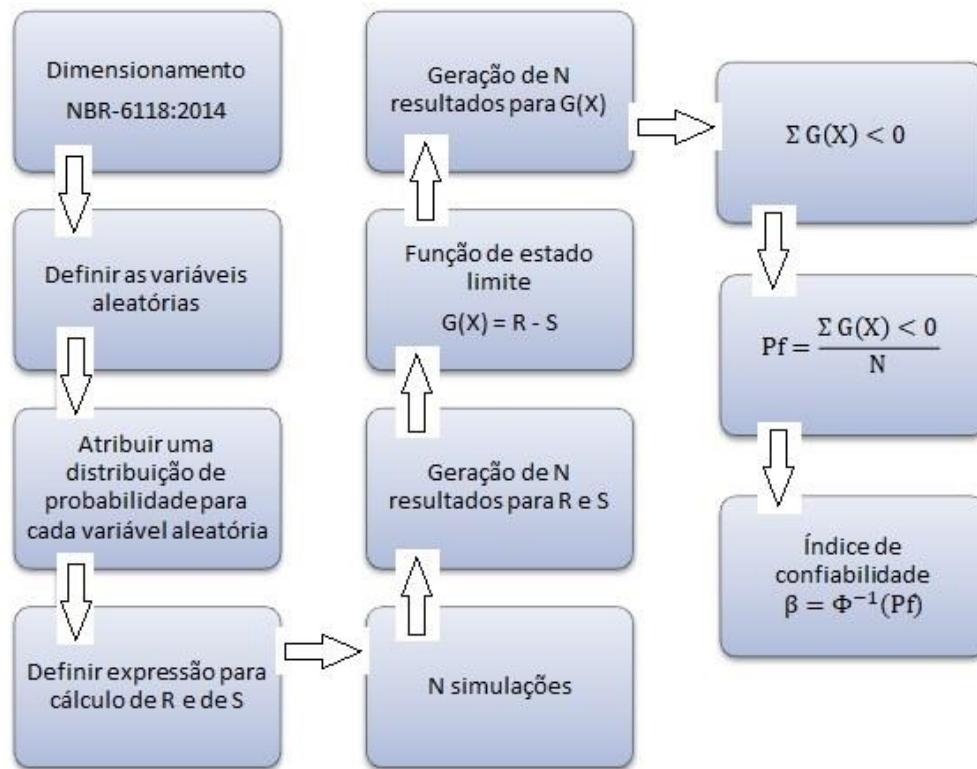


Figura 3.10 - Fluxograma: cálculo dos índices de confiabilidade através do método de Monte Carlo.

- Dimensionamento de acordo com a NBR-6118:2014: Apêndice 1;
- Variáveis aleatórias e distribuições de probabilidade correspondentes, de acordo com o modelo de Santos et al. (2014):

$$\text{Resistência à tração do aço } \mathbf{f_y} \begin{cases} \text{média: } \mu_{f_y} = f_{ym} = \frac{f_{yk}}{(1-1,645 \cdot V_{fy})} \\ \text{desvio padrão: } \sigma_{f_y} = V_{fy} \cdot f_{ym} \\ \text{coeficiente de variação: } V_{fy} \end{cases} \quad (3.25)$$

$$\text{Resistência à compressão do concreto } \mathbf{f_c} \begin{cases} \text{média: } \mu_{f_c} = f_{cm} = \frac{f_{ck}}{(1-1,645 \cdot V_{fc})} \\ \text{desvio padrão: } \sigma_{f_c} = V_{fc} \cdot f_{cm} \\ \text{coeficiente de variação: } V_{fc} \end{cases} \quad (3.26)$$

$$\text{Momento devido à carga permanente } \mathbf{M_g} \begin{cases} \text{média: } \mu_{M_g} = M_{gm} = M_{gk} \\ \text{desvio padrão: } \sigma_{M_g} = V_{M_g} \cdot M_{gm} \\ \text{coeficiente de variação: } V_{M_g} \end{cases} \quad (3.27)$$

$$\text{Momento devido à carga variável } \mathbf{Mq} \begin{cases} \text{média: } \mu_{Mq} = Mqm = 0,93 * Mqk \\ \text{desvio padrão: } \sigma_{Mq} = VMq * Mqm \\ \text{coeficiente de variação: } VMq \end{cases} \quad (3.28)$$

$$\text{Espessura total da laje } \mathbf{h} \begin{cases} \text{média: } \mu_h = hm = h \\ \text{desvio padrão: } \sigma_h = Vh * hm \\ \text{coeficiente de variação: } Vh \end{cases} \quad (3.29)$$

$$\text{Diferença entre espessura total e altura útil } \mathbf{d'} \begin{cases} \text{média: } \mu_{d'} = d'm = d' \\ \text{desvio padrão: } \sigma_{d'} = Vd' * Md' \\ \text{coeficiente de variação: } Vd' \end{cases} \quad (3.30)$$

$$\text{Incertezas da resistência estrutural } \mathbf{\theta_R} \begin{cases} \text{média: } \mu_{\theta_R} = \theta_{Rm} = \theta_R \\ \text{desvio padrão: } \sigma_{\theta_R} = V\theta_{Rm} * \theta_{Rm} \\ \text{coeficiente de variação: } V\theta_{Rm} \end{cases} \quad (3.31)$$

$$\text{Incertezas da solicitação } \mathbf{\theta_S} \begin{cases} \text{média: } \mu_{\theta_S} = \theta_{Sm} = \theta_S \\ \text{desvio padrão: } \sigma_{\theta_S} = V\theta_{Sm} * \theta_{Sm} \\ \text{coeficiente de variação: } V\theta_{Sm} \end{cases} \quad (3.32)$$

Os valores dos coeficientes de variação e as distribuições de probabilidade de cada variável aleatória encontram-se na Tabela 3.7. Para o coeficiente de variação da resistência à compressão do concreto Vfc foram utilizadas duas combinações distintas, onde na primeira o mesmo manteve-se constante enquanto na segunda são assumidos valores de acordo com a resistência característica à compressão fck , de acordo com as Equações 3.33 e 3.34. Esta variação foi feita para avaliação do efeito causado no índice de confiabilidade β , conforme demonstrado no item 4.4.

- Combinação 1:

$$Vfc = 0,15 \begin{cases} fck = 40 \text{ MPa} \rightarrow \sigma_{fc} = fcm * Vfc \\ fck = 50 \text{ MPa} \rightarrow \sigma_{fc} = fcm * Vfc \\ fck = 60 \text{ MPa} \rightarrow \sigma_{fc} = fcm * Vfc \end{cases} \quad (3.33)$$

- Combinação 2:

$$\sigma_{fc} = 8 \text{ MPa} \begin{cases} fck = 40 \text{ MPa} \rightarrow Vfc = 0,15 \\ fck = 50 \text{ MPa} \rightarrow Vfc = 0,13 \\ fck = 60 \text{ MPa} \rightarrow Vfc = 0,11 \end{cases} \quad (3.34)$$

$$\text{Cálculo do desvio padrão } \begin{cases} f_{ck} = 40 \text{ MPa} \\ V_{fc} = 0,15 \end{cases} \quad (3.35)$$

$$f_{cm} = \frac{f_{ck}}{(1-1,645 \cdot V_{fc})} = \frac{40 \text{ MPa}}{(1-1,645 \cdot 0,15)} = 53,16 \text{ MPa} \quad (3.36)$$

$$\sigma_{fc} = V_{fc} \cdot f_{cm} = 0,15 \cdot 53,16 \text{ MPa} \cong 8,00 \text{ MPa} \quad (3.37)$$

Calculado o desvio padrão σ_{fc} , o mesmo foi mantido fixo. Assim, foi feito o cálculo dos coeficientes de variação V_{fc} de acordo com a Equação 3.39, resultando na Equação 3.34.

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,645 \cdot \sigma_{fc} = f_{ck} + (1,645 \cdot 8 \text{ MPa}) \quad (3.38)$$

$$V_{fc} = \frac{\sigma_{fc}}{f_{cm}} = \frac{8 \text{ MPa}}{f_{cm}} \quad (3.39)$$

Tabela 3.7 - Variáveis aleatórias e suas distribuições de probabilidade.

Variáveis aleatórias e suas distribuições de probabilidade						
Classificação da variável	Variável aleatória	Distribuição de probabilidade	Valor característico	Média μ	Desvio padrão σ	Coeficiente de variação
Momento devido à carga permanente	Mg (kN.cm/m)	Normal	Mgk	Mgk	$V_{Mg} \cdot \mu$	0,10
Momento devido à carga variável	Mq (kN.cm/m)	Valores Extremos Tipo I	Mqk	$0,93 \cdot Mqk$	$V_{Mq} \cdot \mu$	0,20
Resistência dos materiais	fc (kN/cm ²)	Normal	fck = 40 MPa	fcm	$V_{fc} \cdot \mu$	0,15
		Normal	fck = 50 MPa	fcm		
		Normal	fck = 60 MPa	fcm		
	fy (kN/cm ²)	Normal	fyk	fym	$V_{fy} \cdot \mu$	0,05
Dimensões da estrutura	h (cm)	Normal	h	hm	0,60 cm	~
	d' (cm)	Lognormal	d'	d'm	0,60 cm	~
Incertezas - ações e resistência	θ_R	Lognormal	θ_R	1,0	0,05	~
	θ_S	Lognormal	θ_S	1,0	0,05	~

Os valores obtidos para os coeficientes de variação referente à resistência à compressão do concreto foram obtidos a partir dos seguintes cálculos:

- Resistência estrutural:

$$R = P_u = \frac{24 \cdot (l_y + k \cdot l_x)}{3 \cdot l_y - l_x} \cdot \frac{1}{l_x^2} \cdot \left[A_s \cdot f_y \cdot \left(d - 0,5 \cdot \frac{A_s \cdot f_y}{b \cdot \sigma_c} \right) \right] \quad (3.40)$$

- Solicitação:

$$S = pd = \gamma_g * gk + \gamma_q * qk = 1,40 * (gk + qk) \quad (3.41)$$

- Número de simulações utilizado para o método de Monte Carlo:

$$N = 4.10^7 \text{ simulações} \quad (3.42)$$

- Função de estado limite:

$$G(X) = R - S \quad (3.43)$$

- Probabilidade de falha estrutural:

$$Pf = \frac{\sum(G(X)<0)}{N} \quad (3.44)$$

- Índice de confiabilidade:

$$\beta = -\Phi^{-1}(Pf) \quad (3.45)$$

onde $-\Phi^{-1}$ representa a distribuição de probabilidade acumulada inversa da distribuição normal.

As Equações 3.46 e 3.47 foram utilizadas como auxílio para o cálculo dos índices de confiabilidade β .

- Relação entre carregamento variável e carregamento permanente:

$$r = \frac{qk}{gk} \quad (3.46)$$

- Relação entre carregamento variável e carregamento total:

$$\chi = \frac{qk}{gk+qk} \quad (3.47)$$

Os resultados obtidos para o índice de confiabilidade β , pelo método de Monte Carlo, encontram-se no item 4.2. Todos foram calculados com o número de simulações N indicado, o qual é o limite permitido para as simulações computacionais, utilizando uma rotina computacional desenvolvidas no software Octave, a qual encontra-se no Apêndice 4.

Além do método de Monte Carlo, os índices de confiabilidade β das lajes foram também calculados pelo método de primeira ordem FORM – *First Order Reliability Method* com o objetivo da calibração dos resultados. Estes resultados foram obtidos utilizando-se uma planilha eletrônica do software Excel com o uso da ferramenta Solver que se encontra no mesmo, com base na publicação de Low e Tang (2007). Os resultados estão presentes em tabelas no item 4.3. Observa-se que há divergências para algumas combinações, as quais se devem ao valor obtido para a probabilidade de falha estrutural, pois a partir desta é obtido o número necessário de simulações N a ser utilizado no método de Monte Carlo. Como há um limite possível de simulações nas programações computacionais, quando se faz necessário um número N acima deste limite os resultados perdem um pouco sua precisão.

4 APLICAÇÕES E RESULTADOS

4.1 Descrição das lajes

Todas as lajes analisadas no presente trabalho são maciças de concreto armado, armadas em cruz, simplesmente apoiadas em todo o contorno e submetidas à carregamento uniformemente distribuído por toda sua área. Os valores de dimensões estruturais, ilustrados nas Figuras de 4.1 a 4.4 onde $l_x=l_y=L$ representam os vãos e h representa a espessura total das lajes, encontram-se no Apêndice 1 juntamente com as propriedades adotadas para o concreto e o aço.

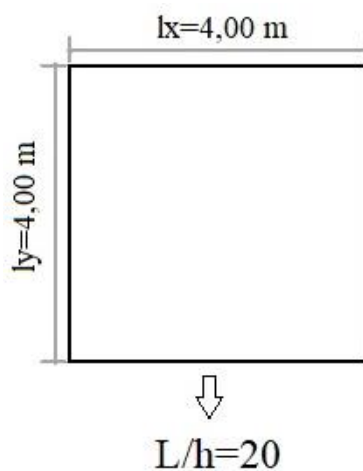


Figura 4.1 – Dimensões dos vãos l_x e l_y das lajes com relação $L/h=20$.

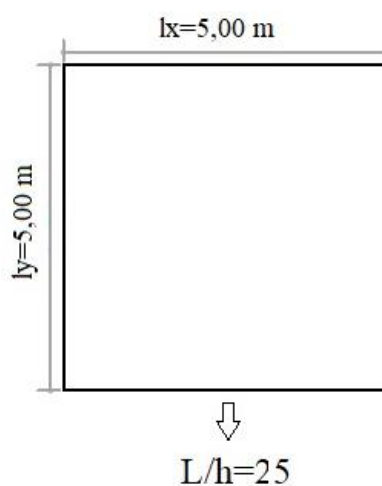


Figura 4.2 - Dimensões dos vãos l_x e l_y das lajes com relação $L/h=25$.

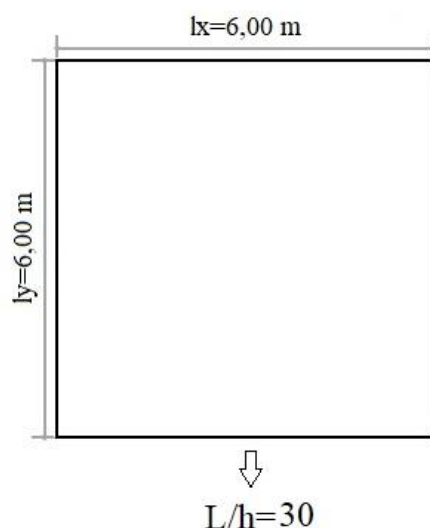


Figura 4.3 - Dimensões dos vãos l_x e l_y das lajes com relação $L/h=30$.

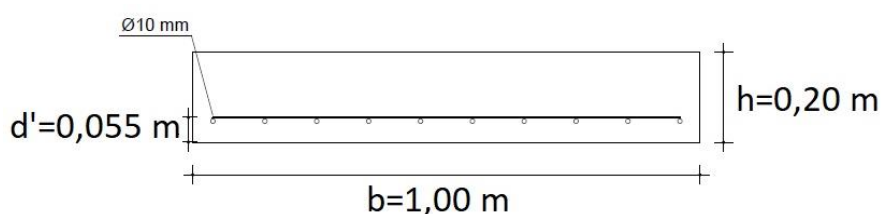


Figura 4.4 –Seção transversal das lajes maciças de concreto armado analisadas no presente trabalho.

A verificação quanto ao esforço cortante está demonstrada no Apêndice 2, bem como a verificação quanto à flecha no Apêndice 3. As Tabelas 4.1 e 4.2 demonstram o cálculo da profundidade da linha neutra na condição normal x e na condição balanceada x_b das lajes, conforme Equações 2.97 e 2.111.

Tabela 4.1 - Profundidade da linha neutra na condição balanceada

d [cm]	f_{ck} [MPa]	ϵ_u	Aço	f_y [MPa]	E_s [MPa]	ϵ_y	x_b [cm]
14,50	40	0,00350	CA-50	434,78	210000	0,00207	9,111
14,50	50	0,00350	CA-50	434,78	210000	0,00207	9,111
14,50	60	0,00288	CA-50	434,78	210000	0,00207	8,440

Tabela 4.2 - Profundidade da linha neutra x das lajes analisadas no presente trabalho.

f_{ck} [kN/cm ²]	f_{cd} [kN/cm ²]	σ_{cd} [kN/cm ²]	λ	b [cm]	f_{yd} [kN/cm ²]	A_s [cm ² /m]	x [cm]	$x < x_b$
4	2,857	2,429	0,800	100	43,478	25,090	5,615	Sim
5	3,571	3,036	0,800	100	43,478	24,060	4,307	Sim
6	4,286	3,461	0,775	100	43,478	22,880	3,709	Sim

4.2 Resultados dos índices de confiabilidade pelo método de Monte Carlo

Tabela 4.3 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=0,50$ (método de Monte Carlo).

Método de Monte Carlo - N=4e7							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L1	40	56	0,50	20	40	4,3294	4,3318
L2					50	4,3010	4,3124
L3					60	4,2972	4,2865
L4				25	40	4,3744	4,3767
L5					50	4,3346	4,3017
L6					60	4,3327	4,3010
L7				30	40	4,4035	4,3975
L8					50	4,3423	4,3470
L9					60	4,3331	4,3374
Método de Monte Carlo - N=4e7							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L10	50	70	0,50	20	40	4,3331	4,3301
L11					50	4,3017	4,3215
L12					60	4,3012	4,2865
L13				25	40	4,4005	4,4056
L14					50	4,3494	4,3331
L15					60	4,3431	4,3229
L16				30	40	4,4652	4,4404
L17					50	4,4271	4,3813
L18					60	4,3678	4,3661
Método de Monte Carlo - N=4e7							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L19	60	84	0,50	20	40	4,3897	4,3602
L20					50	4,3510	4,3222
L21					60	4,3454	4,3200
L22				25	40	4,4140	4,3988
L23					50	4,3486	4,3518
L24					60	4,3439	4,3309
L25				30	40	4,4922	4,4692
L26					50	4,3888	4,4076
L27					60	4,3644	4,3671

Tabela 4.4 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=1,00$ (método de Monte Carlo).

Método de Monte Carlo - N=4e7							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L1	40	56	1,00	20	40	3,8678	3,8660
L2					50	3,8586	3,8463
L3					60	3,8355	3,8330
L4				25	40	3,9024	3,9024
L5					50	3,8769	3,8645
L6					60	3,8551	3,8451
L7				30	40	3,9458	3,9397
L8					50	3,8975	3,9002
L9					60	3,8732	3,8760
Método de Monte Carlo - N=4e7							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L10	50	70	1,00	20	40	3,8906	3,8845
L11					50	3,8544	3,8483
L12					60	3,8502	3,8407
L13				25	40	3,9268	3,9197
L14					50	3,8795	3,8763
L15					60	3,8801	3,8642
L16				30	40	3,9754	3,9830
L17					50	3,9219	3,9120
L18					60	3,8970	3,8784
Método de Monte Carlo - N=4e7							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L19	60	84	1,00	20	40	3,9025	3,8997
L20					50	3,8653	3,8614
L21					60	3,8555	3,8462
L22				25	40	3,9598	3,9458
L23					50	3,9015	3,9060
L24					60	3,8829	3,8732
L25				30	40	4,0266	4,0230
L26					50	3,9479	3,9225
L27					60	3,9205	3,9078

Tabela 4.5 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=2,00$ (método de Monte Carlo).

Método de Monte Carlo - N=4e7							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vf=0,15	σ=8MPa
						β	β
L1	40	56	2,00	20	40	3,4650	3,4678
L2					50	3,4482	3,4484
L3					60	3,4422	3,4380
L4				25	40	3,4900	3,5033
L5					50	3,4679	3,4619
L6					60	3,4642	3,4508
L7				30	40	3,5388	3,5419
L8					50	3,4970	3,4912
L9					60	3,4800	3,4677
Método de Monte Carlo - N=4e7							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vf=0,15	σ=8MPa
						β	β
L10	50	70	2,00	20	40	3,4810	3,4797
L11					50	3,4544	3,4493
L12					60	3,4524	3,4418
L13				25	40	3,5179	3,5140
L14					50	3,4785	3,4777
L15					60	3,4703	3,4638
L16				30	40	3,5745	3,5711
L17					50	3,5112	3,5144
L18					60	3,4979	3,4830
Método de Monte Carlo - N=4e7							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vf=0,15	σ=8MPa
						β	β
L19	60	84	2,00	20	40	3,4907	3,4931
L20					50	3,4604	3,4641
L21					60	3,4599	3,4492
L22				25	40	3,5443	3,5447
L23					50	3,4955	3,4921
L24					60	3,4864	3,4725
L25				30	40	3,6091	3,6123
L26					50	3,5476	3,5327
L27					60	3,5159	3,5039

4.3 Resultados dos índices de confiabilidade pelo método FORM

Tabela 4.6 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=0,50$ (método FORM).

Método FORM							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L1	40	56	0,50	20	40	4,7469	4,7470
L2					50	4,7224	4,7226
L3					60	4,7113	4,7115
L4				25	40	4,7918	4,7920
L5					50	4,7526	4,7532
L6					60	4,7398	4,7403
L7				30	40	4,8507	4,8508
L8					50	4,7982	4,7994
L9					60	4,7750	4,7760
Método FORM							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L10	50	70	0,50	20	40	4,7671	4,7671
L11					50	4,7345	4,7361
L12					60	4,7265	4,7268
L13				25	40	4,8216	4,8216
L14					50	4,7791	4,7799
L15					60	4,7606	4,7613
L16				30	40	4,9020	4,9006
L17					50	4,8362	4,8381
L18					60	4,8060	4,8077
Método FORM							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L19	60	84	0,50	20	40	4,7880	4,7866
L20					50	4,7526	4,7530
L21					60	4,7367	4,7374
L22				25	40	4,8578	4,8578
L23					50	4,8057	4,8068
L24					60	4,7802	4,7812
L25				30	40	4,9575	4,9560
L26					50	4,8768	4,8785
L27					60	4,8393	4,8421

Tabela 4.7 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=1,00$ (método FORM).

Método FORM							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L1	40	56	1,00	20	40	4,0947	4,0947
L2					50	4,0748	4,0749
L3					60	4,0660	4,0661
L4				25	40	4,1299	4,1299
L5					50	4,0980	4,0983
L6					60	4,0879	4,0882
L7				30	40	4,1769	4,1769
L8					50	4,1335	4,1341
L9					60	4,1149	4,1155
Método FORM							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L10	50	70	1,00	20	40	4,1104	4,1104
L11					50	4,0840	4,0842
L12					60	4,0778	4,0780
L13				25	40	4,1534	4,1534
L14					50	4,1186	4,1191
L15					60	4,1039	4,1043
L16				30	40	4,2175	4,2175
L17					50	4,1630	4,1642
L18					60	4,1389	4,1399
Método FORM							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L19	60	84	1,00	20	40	4,1257	4,1257
L20					50	4,0981	4,0984
L21					60	4,0855	4,0857
L22				25	40	4,1825	4,1825
L23					50	4,1393	4,1400
L24					60	4,1189	4,1196
L25				30	40	4,2644	4,2644
L26					50	4,1939	4,1957
L27					60	4,1648	4,1664

Tabela 4.8 - Índice de confiabilidade β das lajes L1 a L27 com $r=2,00$ (método FORM).

Método FORM							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L1	40	56	2,00	20	40	3,6142	3,6142
L2					50	3,5971	3,5971
L3					60	3,5895	3,5896
L4				25	40	3,6442	3,6442
L5					50	3,6165	3,6167
L6					60	3,6079	3,6081
L7				30	40	3,6845	3,6845
L8					50	3,6465	3,6470
L9					60	3,6306	3,6310
Método FORM							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L10	50	70	2,00	20	40	3,6276	3,6276
L11					50	3,6045	3,6047
L12					60	3,5995	3,5997
L13				25	40	3,6643	3,6643
L14					50	3,6339	3,6343
L15					60	3,6214	3,6217
L16				30	40	3,7199	3,7199
L17					50	3,6716	3,6723
L18					60	3,6506	3,6515
Método FORM							
Laje	pk (kN/m²)	pd (kN/m²)	r	L/h	fck (MPa)	Vfc=0,15	σ=8MPa
						β	β
L19	60	84	2,00	20	40	3,6406	3,6406
L20					50	3,6167	3,6169
L21					60	3,6059	3,6061
L22				25	40	3,6894	3,6894
L23					50	3,6513	3,6519
L24					60	3,6340	3,6344
L25				30	40	3,7628	3,7613
L26					50	3,6994	3,6991
L27					60	3,6727	3,6738

Através das tabelas dos itens 4.2 e 4.3 é possível concluir que ambos os métodos resultaram em índices de confiabilidade β próximos, o que indica uma boa precisão, conforme ilustrado na Figura 4.5. No entanto, o método FORM resultou em índices de confiabilidade superiores entre aproximadamente 3,80% e 8,80%.

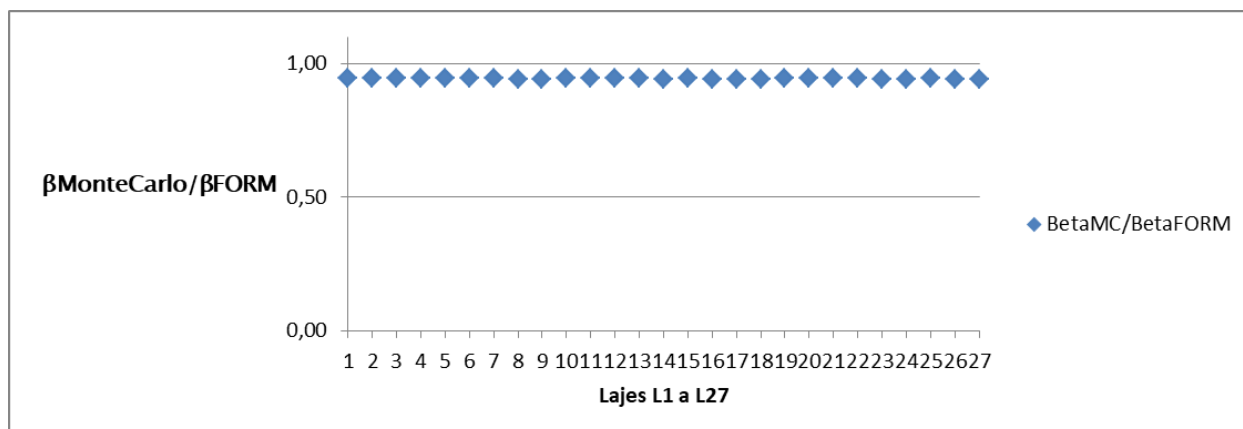


Figura 4.5 - Comparação entre os resultados obtidos pelos métodos de Monte Carlo e FORM.

4.4 Estudos paramétricos

Os estudos paramétricos permitirão a avaliação da variabilidade sofrida pela confiabilidade β das lajes maciças de concreto armado perante a variação de parâmetros do dimensionamento das mesmas. As Figuras de 4.6 a 4.20 ilustram graficamente esta variabilidade de acordo com os resultados obtidos pelo Método de Monte Carlo. Os parâmetros variados serão:

- Resistência característica à compressão do concreto f_{ck} , em três valores: 40 MPa, 50 MPa e 60 MPa utilizando um coeficiente de variação V_{fc} constante;
- Resistência característica à compressão do concreto f_{ck} , em três valores: 40 MPa, 50 MPa e 60 MPa utilizando um coeficiente de variação V_{fc} variável e desvio padrão constante;
- Relação entre as dimensões L/h , na qual L representa os vãos as lajes: 20, 25 e 30;
- Nível total de carga solicitante pd : 40 kN/m²; 50 kN/m² e 60 kN/m²;
- Relação entre os carregamentos variável e permanente solicitantes: $r=qk/gk$ em três valores: 0,5; 1,0 e 2,0.

As Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 ilustram o comportamento do índice de confiabilidade β diante da variação da resistência característica à compressão do concreto f_{ck} , mantendo-se o coeficiente de variação V_{fc} constante.

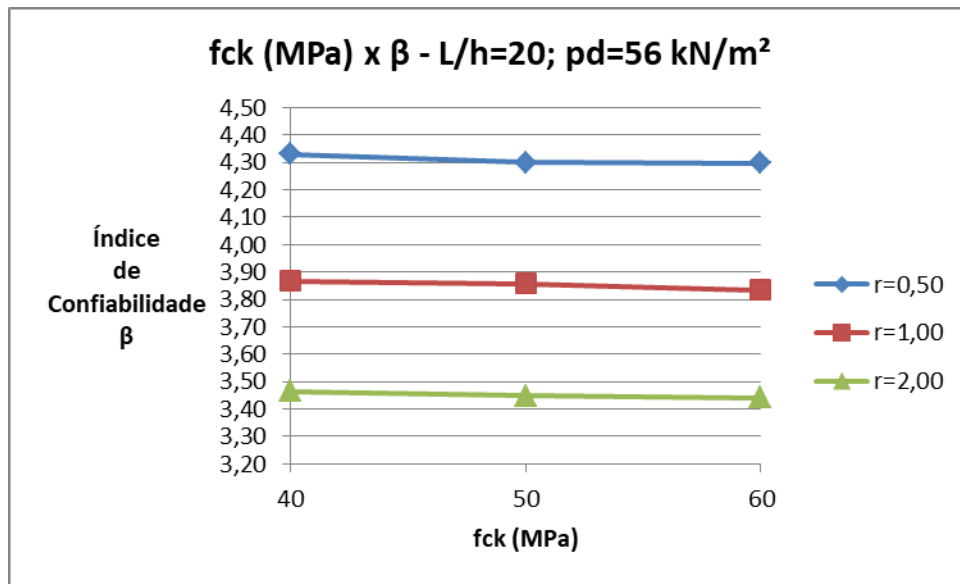


Figura 4.6 - Variação de β x fck com pd=56 kN/m², L/h=20 e Vfc=0,15.

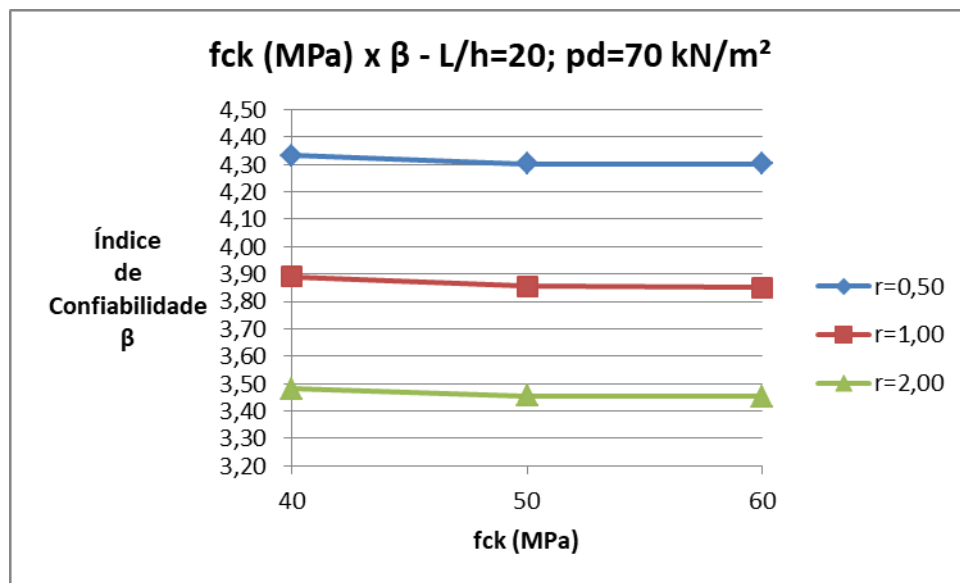


Figura 4.7 - Variação de β x fck com pd=70 kN/m², L/h=20 e Vfc=0,15.

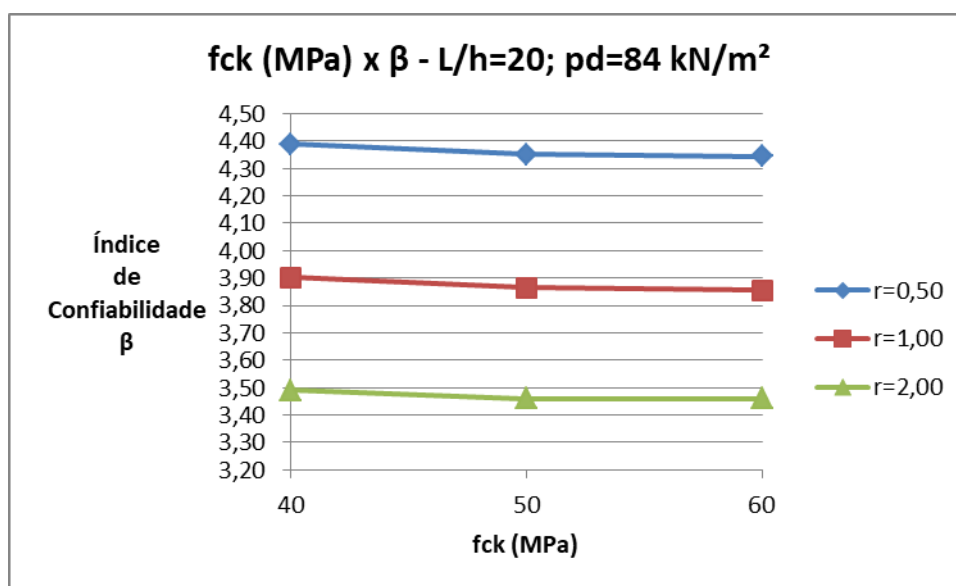


Figura 4.8 - Variação de β x f_{ck} com $pd=84 \text{ kN/m}^2$, $L/h=20$ e $V_{fc}=0,15$.

Observa-se que a variação da resistência característica à compressão do concreto f_{ck} provocou uma pequena queda em β , não o alterando consideravelmente. Isto ocorre porque ao aumentar os valores de f_{ck} no dimensionamento estrutural há uma pequena redução na quantidade da área de aço da armadura tracionada A_s e esta redução resulta na queda da confiabilidade.

As Figuras 4.9, 4.10 e 4.11 ilustram o comportamento do índice de confiabilidade β diante da variação da resistência característica à compressão do concreto f_{ck} , variando o coeficiente de variação V_{fc} de acordo com f_{ck} , e mantendo o desvio padrão σ constante, conforme indicado na Tabela 3.7.

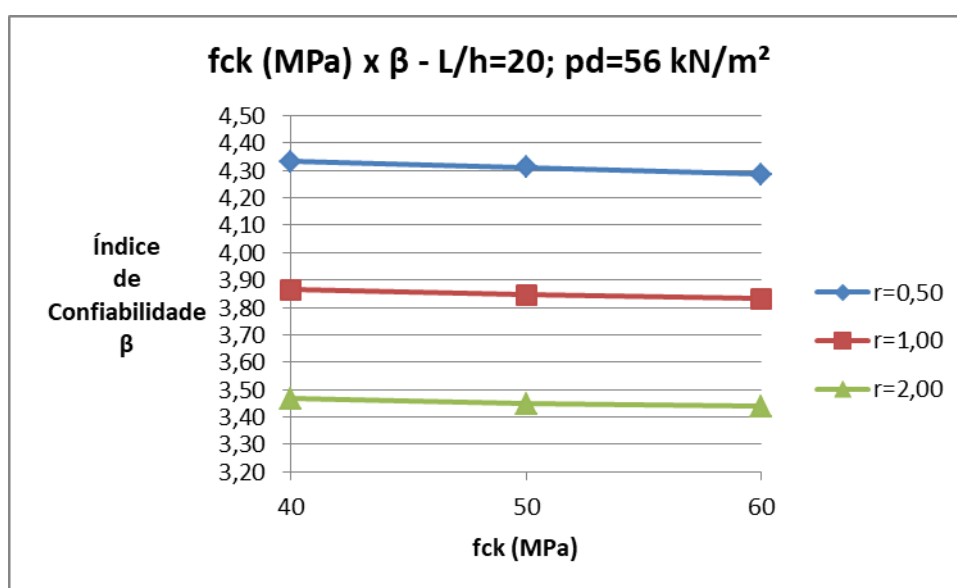


Figura 4.9 - Variação de β x f_{ck} com $pd=70 \text{ kN/m}^2$, $L/h=20$ e $\sigma=8 \text{ MPa}$.

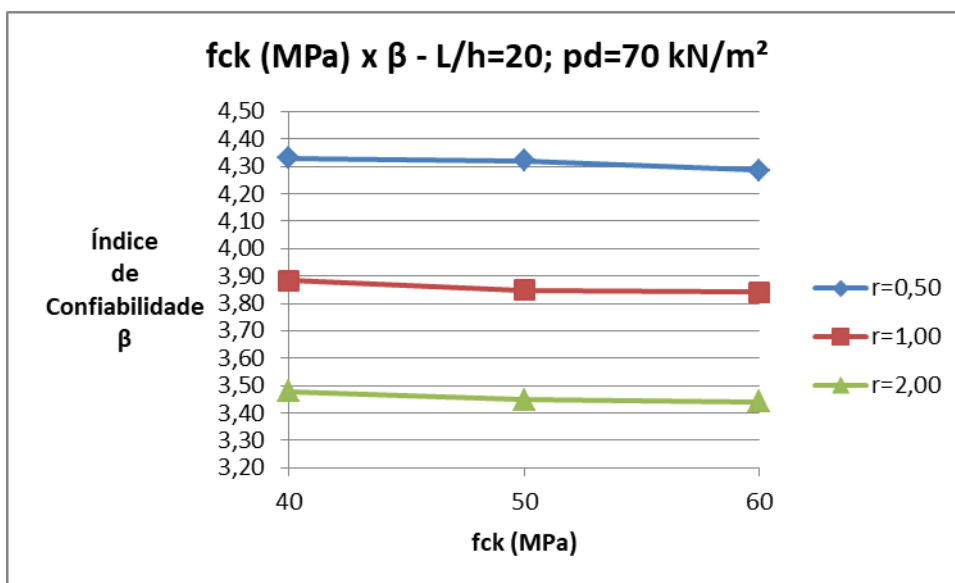


Figura 4.10 - Variação de β x fck com pd=70 kN/m², L/h=20 e σ =8 MPa.

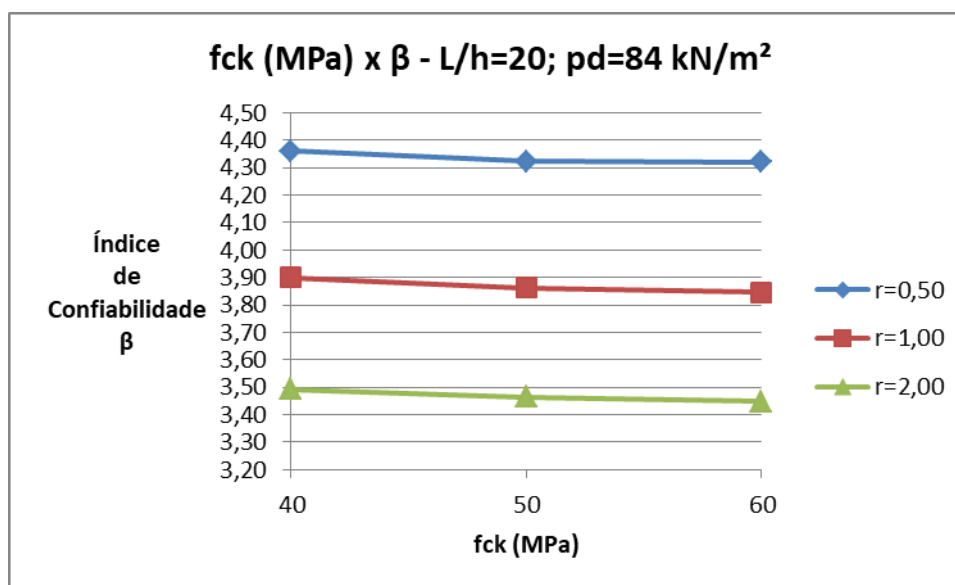


Figura 4.11 - Variação de β x fck com pd=84 kN/m², L/h=20 e σ =8 MPa.

Analisando os gráficos ilustrados nas Figuras de 4.9 a 4.11 é possível observar que, mesmo alterando o parâmetro variado, o comportamento dos índices de confiabilidade β manteve-se igual àquele apresentado anteriormente nas Figuras de 4.6 a 4.8. A partir deste fato, a conclusão obtida é de que este comportamento de pequeno decréscimo apresentado por β se dá devido à redução da área de aço da armadura tracionada A_s .

As Figuras 4.12, 4.13 e 4.14 ilustram o comportamento do índice de confiabilidade β diante da variação da relação entre as dimensões estruturais L/h .

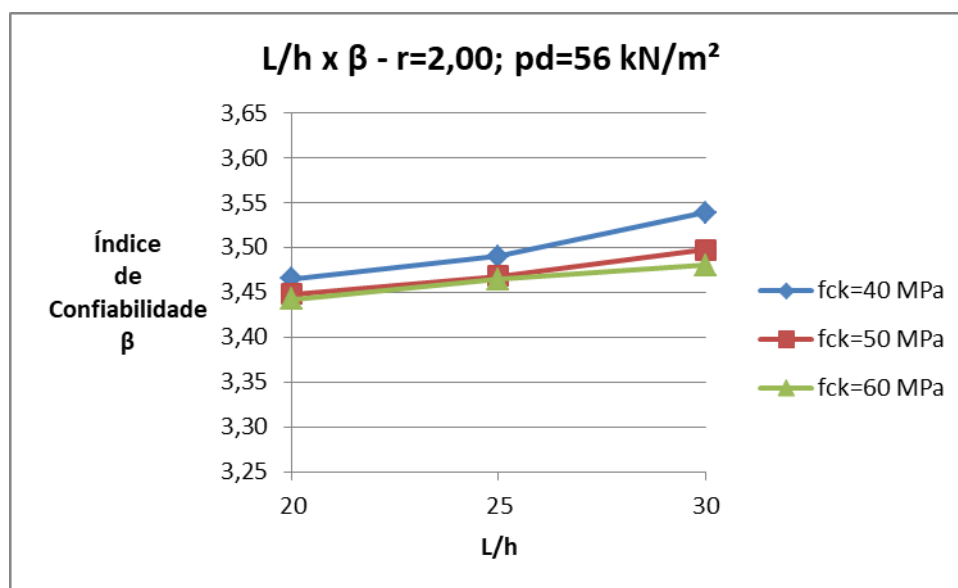


Figura 4.12 - Variação de β x L/h com pd=56 kN/m² e r=2,0.

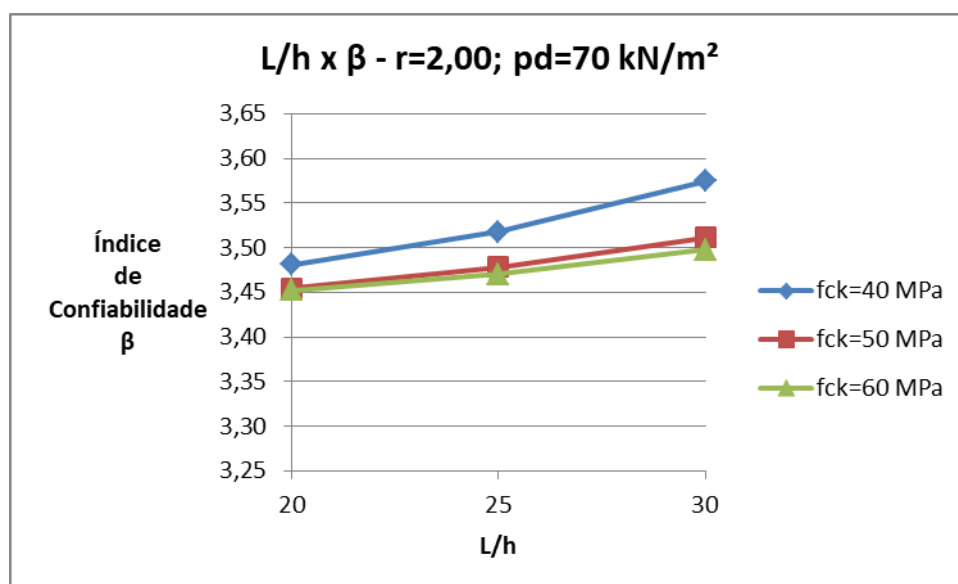


Figura 4.13 - Variação de β x L/h com pd=70 kN/m² e r=2,0.

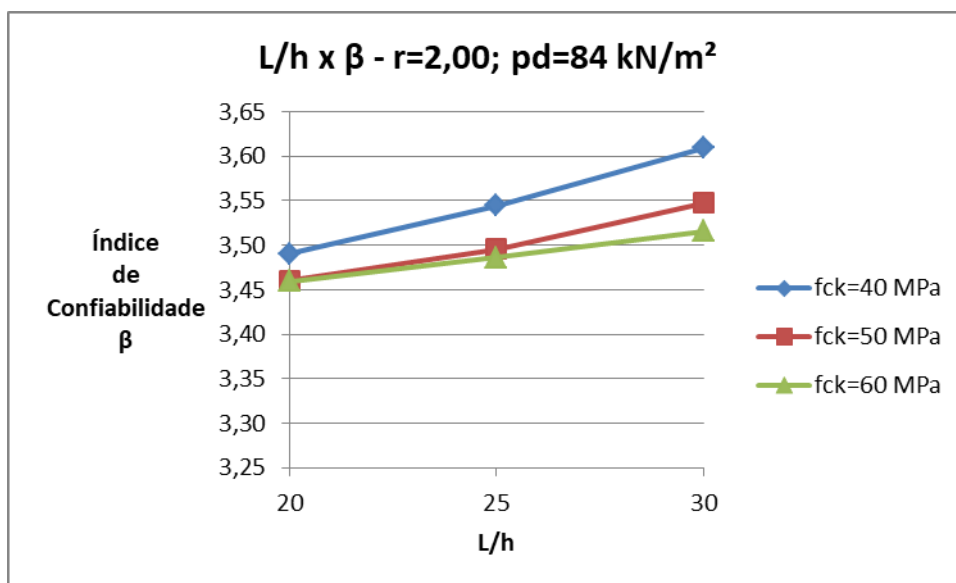


Figura 4.14 - Variação de $\beta \times L/h$ com $pd=84 \text{ kN/m}^2$ e $r=2,0$.

Ao aumentar a relação entre os vãos L e a espessura total h das lajes, a área de aço da armadura tracionada A_s também aumenta. Logo, o índice de confiabilidade β cresce, porém, não consideravelmente.

As Figuras 4.15, 4.16 e 4.17 ilustram o comportamento do índice de confiabilidade β diante da variação da relação entre os carregamentos solicitantes.

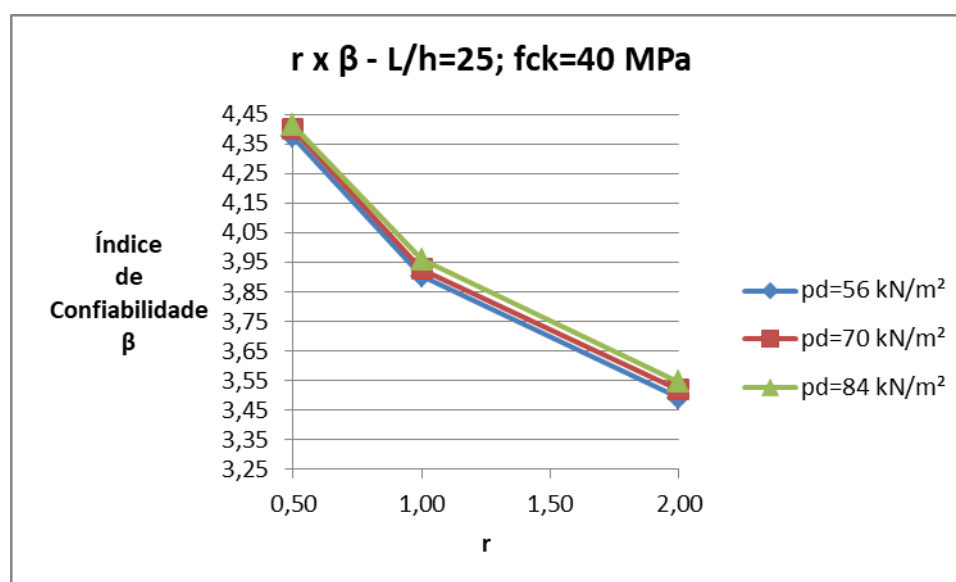


Figura 4.15 - Variação de $\beta \times r$ com $fck=40 \text{ MPa}$ e $L/h=25$.

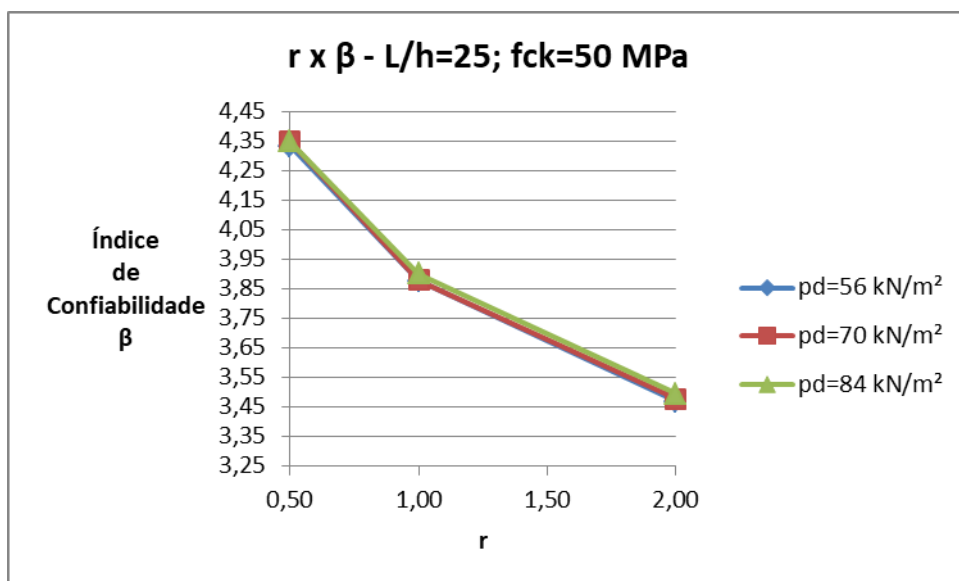


Figura 4.16 - Variação de β x r com fck=40 MPa e L/h=25.

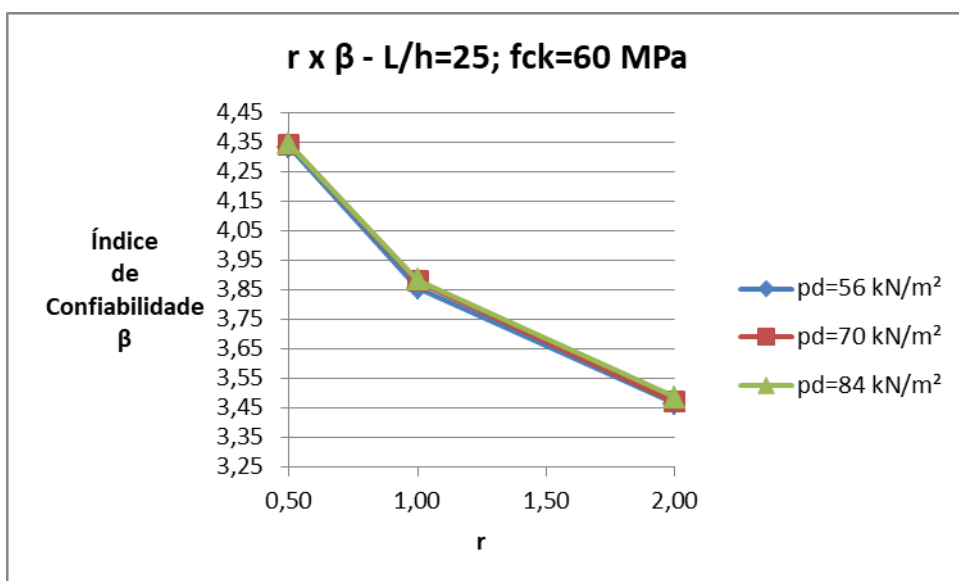


Figura 4.17 - Variação de β x r com fck=60 MPa e L/h=25.

Na medida em que a proporção $r=qk/gk$ aumenta, o índice de confiabilidade β diminui, devido ao fato de que mesmo a variabilidade de qk sendo muito maior comparada à variabilidade de gk , os coeficientes parciais de segurança indicados na NBR-6118:2014 possuem mesmo valor para ambos os parâmetros.

As Figuras 4.18, 4.19 e 4.20 ilustram o comportamento do índice de confiabilidade β diante da variação do carregamento total solicitante de cálculo.

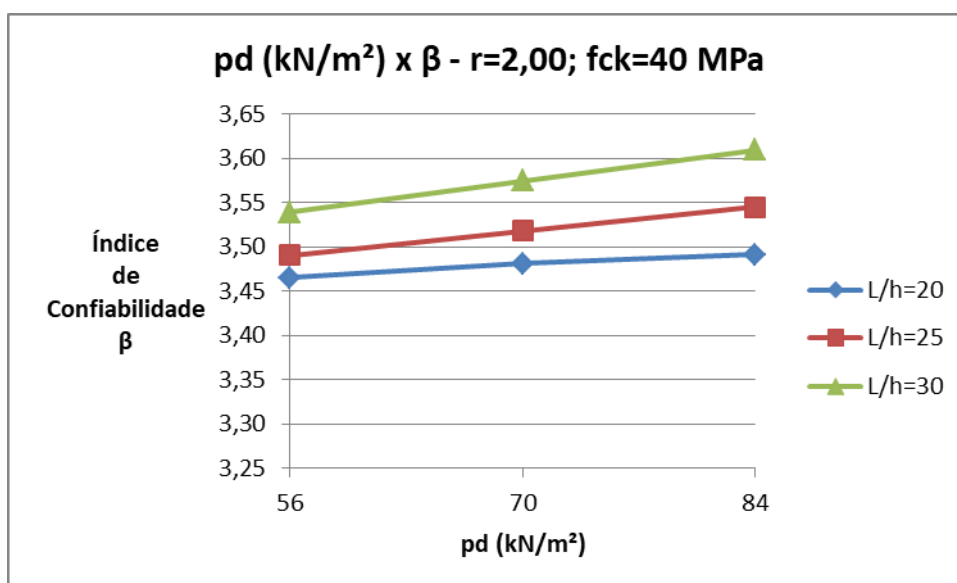


Figura 4.18 - Variação de β x pd (kN/m²) com fck=40 MPa e r=2,0.

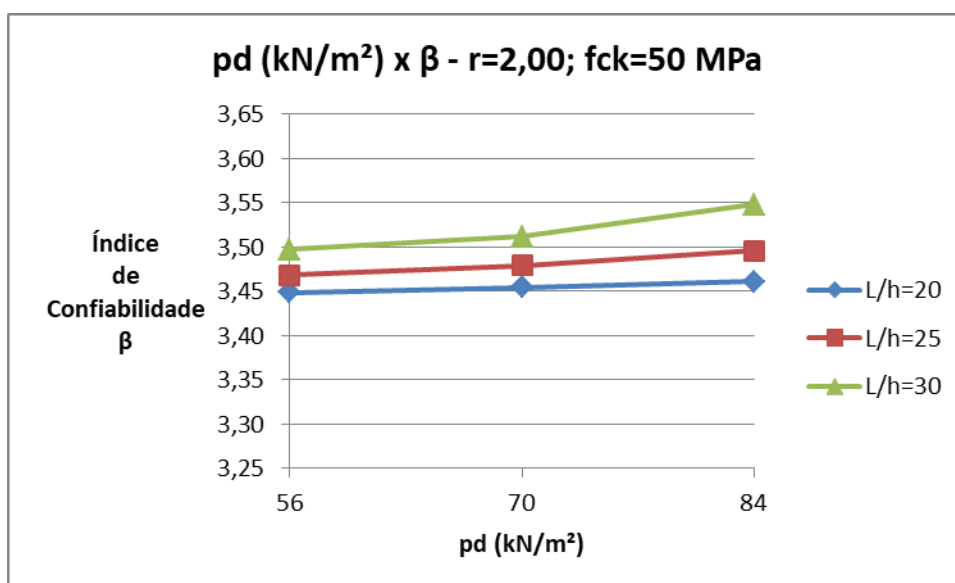


Figura 4.19 - Variação de β x pd (kN/m²) com fck=50 MPa e r=2,0.

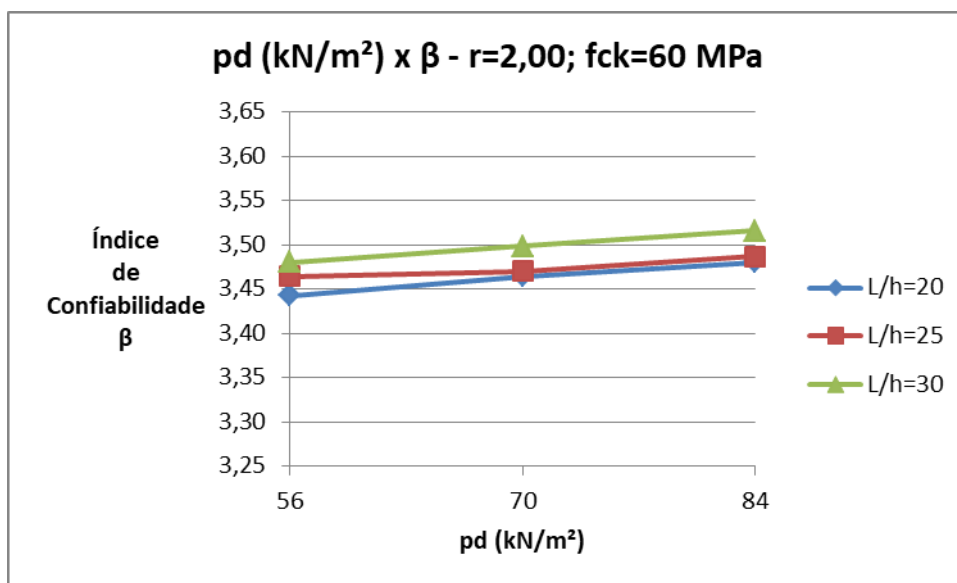


Figura 4.20 - Variação de β x $pd \text{ (kN/m}^2\text{)}$ com $f_{ck}=60 \text{ MPa}$ e $r=2,0$.

Conforme o carregamento total solicitante de cálculo pd assume valores maiores, o índice de confiabilidade β cresce. Isto ocorre porque com o aumento de pd , no dimensionamento à flexão simples, a área de aço da armadura tracionada A_s aumenta.

5 CONCLUSÕES

Diante dos resultados obtidos, foi comprovada a importância do estudo da confiabilidade, com os critérios estabelecidos na norma brasileira NBR-6118:2014, de lajes maciças de concreto armado presentes em zonas portuárias. Objetivando a avaliação da confiabilidade estrutural, foram calculados índices de confiabilidade através do método de simulações de Monte Carlo, os quais foram calibrados pelo método FORM. Estudos paramétricos realizados permitiram a avaliação perante a variação de alguns parâmetros de dimensionamento.

No primeiro estudo paramétrico comparou-se a variabilidade do índice de confiabilidade β em função da variação da resistência à compressão característica do concreto f_{ck} . Em uma primeira comparação, os resultados de β foram obtidos utilizando-se um valor fixo para o coeficiente de variação da resistência do concreto V_{fc} e, assim, observou-se que aumentos na f_{ck} provocaram quedas quase imperceptíveis em β . Na segunda comparação, foi fixado um valor para o desvio padrão σ na distribuição de probabilidade da resistência à compressão do concreto e, assim, o valor de V_{fc} variou de acordo com a f_{ck} , o que se enquadra melhor com o que ocorre na prática. Contudo, o que se observa nos resultados é o mesmo comportamento ocorrido na primeira combinação, mantendo-se a proporcionalidade na queda de β . Concluiu-se que o decréscimo na área de aço da armadura tracionada A_s gerou a queda nos índices de confiabilidade estrutural.

Em um segundo estudo paramétrico, foi variada a relação entre as dimensões estruturais das lajes L/h , onde L representa os vãos iguais nas direções x e y e h representa a espessura total, com o objetivo de observar o comportamento do índice de confiabilidade β . A relação L/h foi variada da seguinte maneira: fixado um valor para h , adotaram-se três valores correspondentes para L , assim, quanto maior L/h , maior o valor assumido para L . No dimensionamento, os esforços solicitantes nas lajes são calculados levando em conta o valor do vão L , visto que considerou-se carregamento uniformemente distribuído para as lajes. Logo, um aumento em L implicou em um esforço maior, resultando em valores mais altos para a área de aço da armadura tracionada A_s e, consequentemente, valores mais altos para os índices de confiabilidade estrutural β .

Já em um terceiro estudo paramétrico a comparação foi realizada conforme a variação na relação entre os carregamentos variável e permanente atuantes nas vigas: q_k/g_k , visto que estes resultam nos momentos M_g e M_q , os quais foram definidos como variáveis aleatórias no modelo de cálculo dos índices de confiabilidade β . Concluiu-se que no momento em que g_k é superior a q_k , β assume valores maiores. Conforme q_k cresce em relação a g_k , β decai. Isto é explicado devido ao coeficiente de variação referente a q_k ser superior em comparação ao de g_k , assim, quando q_k é predominante seus valores se tornam muito maiores, causando a queda em β . Além disso, ao

majorar os esforços, a NBR-6118:2014 estabelece coeficientes parciais γ_g e γ_q de valores iguais, não levando em consideração o comportamento aleatório que cada um dos esforços irá assumir ao longo da vida útil da estrutura. A distribuição probabilística de M_{qk} , adotada como a de Valores Extremos Tipo I tende a fazer a variável alcançar valores elevados, ao passo de que a M_{gk} sendo uma ação solicitante permanente na estrutura não assume valores muito distantes de sua média ao longo da vida útil estrutural.

No quarto e último estudo paramétrico, o parâmetro variado foi o valor assumido para o carregamento total solicitante pd . É facilmente observado que, ao assumir valores maiores no dimensionamento, pd causa um aumento na área de aço da armadura tracionada A_s e, assim, esta causa um aumento nos valores resultantes dos índices de confiabilidade β .

Alguns pontos a serem ressaltados perante aos resultados observados e concluídos dos estudos paramétricos são:

- Nos casos de predomínio da carga variável em relação à carga permanente, devem ser adotados coeficientes de majoração condizentes com a aleatoriedade de cada parâmetro;
- A inclusão de índices de confiabilidade alvo na normatização brasileira, assim como os presentes em normas internacionais, seria bem-vinda e facilitaria as avaliações de segurança estrutural.

Com o objetivo de contribuir com estudos relacionados à confiabilidade estrutural de zonas portuárias, algumas sugestões para trabalhos futuros podem ser concluídas, tais como o cálculo dos índices de confiabilidade por simulações utilizando a técnica de amostragem por importância, o que resultaria em um tempo menor para a obtenção dos resultados, e a calibração dos coeficientes parciais de segurança estabelecidos na NBR-6118:2014, resultando em índices condizentes com as aleatoriedades de cada parâmetro do dimensionamento.

6 REFERÊNCIAS

ABDUL-WAHAB, H.M.S.; KHALIL, M.H. Rigidity and strength of orthotropic reinforced concrete waffle slabs. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 126, n. 2, p.219-227, 2000.

ALFREDINI, P.; ARASAKI, E.. Obras e gestão de portos e costas – A técnica aliada ao enfoque logístico e ambiental. São Paulo, Editora Edgard Blucher LTDA, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. NBR 6118. Rio de Janeiro. 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Ações em estruturas portuárias, marítimas ou fluviais – Procedimento. NBR 9782. Rio de Janeiro. 1987.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concretos para fins estruturais – Classificação por grupos de resistência. NBR 8953. Rio de Janeiro. 1992.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação. NBR 7480. Rio de Janeiro. 2007

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. NBR 8681. Rio de Janeiro. 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. NBR 8800. Rio de Janeiro. 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. NBR 6120. Rio de Janeiro. 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. NBR 8522. Rio de Janeiro. 2008.

ANTAQ - ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE TRANSPORTES AQUAVIÁRIOS. Resolução nº 2969. 2013.

ARAÚJO, F.H.C.B. Sistema portuário brasileiro: evolução e desafios. Santa Catarina, UFSC, 2013. Trabalho de conclusão do curso de especialização em engenharia e gestão portuária.

ARAÚJO, J.M. Avaliação dos procedimentos de projetos das lajes nervuradas de concreto armado. Rio Grande, Teoria e Prática na Engenharia Civil, n. 3, p. 31-42, Junho, 2003.

ARAÚJO, J.M. Considerações sobre a rigidez à torção das lajes nervuradas de concreto armado. Rio Grande, Teoria e Prática na Engenharia Civil, n. 7, p. 1-8, Setembro, 2005.

ARAÚJO, J.M. Modelo bilinear para análise de lajes de concreto armado. Rio Grande, Teoria e Prática na Engenharia Civil, n. 8, p. 11-19, Abril, 2006.

ARAÚJO, J.M. Curso de concreto armado. Volumes 1 e 2. Rio Grande, Editora Dunas, 2014.

BIANCO, L.P.O. Critérios de projeto em obras portuárias: uma comparação entre normas brasileira e estrangeiras. Rio de Janeiro, UFRJ, 2015. Projeto de Monografia.

BS-6349-1: MARITIME STRUCTURES. Part 1: Code of practice for general criteria. British Standard, 2000.

CAMPOS, C.O.; ROCHA, A.P.; GOMES, R.B.; MELO, G.S. Reforço em lajes de concreto armado. Revista Eletrônica de Engenharia Civil, n. 2, p. 69-81, Setembro, 2012.

CEB-FIP COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. Model code 2010. Bulletin n. 65, 2012.

DUARTE, H. Aspectos da análise estrutural das lajes de edifícios de concreto armado. São Paulo, USP, 1998. Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas.

OCTAVE: Scientific Programming Language. Disponível em: <https://www.gnu.org/software/octave/>. Acesso em: 02 de Junho de 2017.

GOMES, H.M. Técnicas de avaliação da confiabilidade em estruturas de concreto armado. Porto Alegre, UFRGS, 2001. Tese de doutorado em Engenharia.

GONZALES, R.L.M. Análise de lajes pela teoria das charneiras plásticas e comparação de custos entre lajes maciças e lajes treliçadas. São Carlos, USP, 1997. Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design. New York, John Wiley & Sons, 2000.

LOW, B.K.; TANG, W.H. Efficient spreadsheet algorithm for first-order reliability method. 2007.

MATEUS, G.M.; AGUIAR, A.J.; FERREIRA, M.P.; OLIVEIRA, D.R.C. Lajes lisas nervuradas bidirecionais com furos. São Paulo, Revista do Ibracon, Volume – 7, p. 572-591, 2014.

MEDINA, B.L. Recuperação estrutural de um cais. Rio de Janeiro: UFRJ, 2013. Projeto de graduação em Engenharia Civil.

MINASI, A.T. Confiabilidade de vigas de concreto armado em estruturas portuárias no estado limite último de flexão. Rio Grande: PPGeo/FURG, 2016. Dissertação de mestrado em Engenharia Oceânica.

MINISTÉRIO DOS TRANSPORTES, PORTOS E AVIAÇÃO CIVIL. Sistema portuário nacional. Disponível em: <<http://www.portosdobrasil.gov.br/assuntos-1/sistema-portuario-nacional>>. Acesso em: 20 de agosto de 2017.

NETO, A.F.L.; FERREIRA, M.P.; OLIVEIRA, D.R.C.; MELO, G.S.S.A. Análise experimental e numérica de lajes cogumelo de concreto armado. São Paulo, Revista do Ibracon, Volume – 6, p. 270-306, 2013.

NOWAK, A.S.; COLLINS, K.R. Reliability of structures. The McGraw Hill, 2000.

PALIGA, C.M. Estudo da solução laje de concreto armado sobre base elástica para pavimentos portuários através do método dos elementos finitos. Rio Grande: PPGeo/FURG, 2003. Dissertação de mestrado em Engenharia Oceânica.

PINHEIRO, L.M. Charneiras plásticas em lajes com forma de T – Estudo experimental. São Carlos, USP, 1980. Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas.

REAL, M.V. Análise estática de lajes de concreto armado incluindo não-linearidade física e geométrica. Porto Alegre PPGEC/UFRGS, 1990. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil.

REAL, M.V. Análise probabilística de estruturas de concreto armado, sob estado plano de tensão, através do método dos elementos finitos. Porto Alegre: PPGEC/UFRGS, 2000. Tese de doutorado em Engenharia Civil.

ROCHA, R.G. Análise de confiabilidade de vigas portuárias de concreto protendido. Rio Grande: PPGeo/FURG, 2014. Dissertação de mestrado em Engenharia Oceânica.

SANTOS, D.M.; STUCCHI, F.R.; BECK, A.T. Confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras. São Paulo, Revista do Ibracon, Volume – 7, p. 723-746, 2014.

SOMAVILLA, N.M. Comparação entre as reações obtidas através das análises elástica e plástica de lajes maciças de concreto armado. Porto Alegre, UFRGS, 2010. Trabalho de diplomação de Engenharia Civil.

SILVA, G.R. Análise da confiabilidade da ligação laje-pilar interno sob punção de acordo com a NBR-6118:2014. Porto Alegre: PPGEC/UFRGS, 2017. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil.

SZILARD, R. Theories and application of plate analysis. John Wiley and Sons, 2004.

TAYLOR, R.; MAHER, D.R.H.; HAYES, B. *Effect of the arrangement of reinforcement on the behaviour of reinforced concrete slabs*. Magazine of Concrete Research, vol. 18, n. 55, p.85-94, 1966.

VIEGAS, C.H.H. Análise dos esforços em estacas de um cais de contêineres de paramento aberto. Rio Grande: PPGeo/FURG, 2015. Dissertação de mestrado em Engenharia Oceânica.

7 APÊNDICE 1 – Tabelas do dimensionamento das lajes

l_x/l_y	wc	m_x	m_y	m_{xy}	r_x	TAB A2.1
1,00	4,06	44,20	44,20	37,10	250	

Dimensões, Carregamento total e Propriedades dos materiais									
Laje	L/h	h	$l_x=l_y$	P	f_{yk}	fck	Φ	d'	d
		(cm)	(m)	(kN/m ²)	(MPa)	(MPa)	(mm)	(cm)	(cm)
L1	20	20,0	4,0	40,0	500	40	10	5,50	14,50
L2		20,0	4,0	40,0	500	50	10	5,50	14,50
L3		20,0	4,0	40,0	500	60	10	5,50	14,50
L4	25	20,0	5,0	40,0	500	40	10	5,50	14,50
L5		20,0	5,0	40,0	500	50	10	5,50	14,50
L6		20,0	5,0	40,0	500	60	10	5,50	14,50
L7	30	20,0	6,0	40,0	500	40	10	5,50	14,50
L8		20,0	6,0	40,0	500	50	10	5,50	14,50
L9		20,0	6,0	40,0	500	60	10	5,50	14,50
L10	20	20,0	4,0	50,0	500	40	10	5,50	14,50
L11		20,0	4,0	50,0	500	50	10	5,50	14,50
L12		20,0	4,0	50,0	500	60	10	5,50	14,50
L13	25	20,0	5,0	50,0	500	40	10	5,50	14,50
L14		20,0	5,0	50,0	500	50	10	5,50	14,50
L15		20,0	5,0	50,0	500	60	10	5,50	14,50
L16	30	20,0	6,0	50,0	500	40	10	5,50	14,50
L17		20,0	6,0	50,0	500	50	10	5,50	14,50
L18		20,0	6,0	50,0	500	60	10	5,50	14,50
L19	20	20,0	4,0	60,0	500	40	10	5,50	14,50
L20		20,0	4,0	60,0	500	50	10	5,50	14,50
L21		20,0	4,0	60,0	500	60	10	5,50	14,50
L22	25	20,0	5,0	60,0	500	40	10	5,50	14,50
L23		20,0	5,0	60,0	500	50	10	5,50	14,50
L24		20,0	5,0	60,0	500	60	10	5,50	14,50
L25	30	20,0	6,0	60,0	500	40	10	5,50	14,50
L26		20,0	6,0	60,0	500	50	10	5,50	14,50
L27		20,0	6,0	60,0	500	60	10	5,50	14,50

Reações de apoio e Momentos fletores					
Laje	L/h	pd	fck	Rx=Ry	Mx=My
		(kN/m²)	(MPa)	(kN/m)	(kN.m/m)
L1	20	40,0	40	40,00	28,29
L2			50	40,00	28,29
L3			60	40,00	28,29
L4	25		40	50,00	44,20
L5			50	50,00	44,20
L6			60	50,00	44,20
L7	30		40	60,00	63,65
L8			50	60,00	63,65
L9			60	60,00	63,65
L10	20	50,0	40	50,00	35,36
L11			50	50,00	35,36
L12			60	50,00	35,36
L13	25		40	62,50	55,25
L14			50	62,50	55,25
L15			60	62,50	55,25
L16	30		40	75,00	79,56
L17			50	75,00	79,56
L18			60	75,00	79,56
L19	20	60,0	40	60,00	42,43
L20			50	60,00	42,43
L21			60	60,00	42,43
L22	25		40	75,00	66,30
L23			50	75,00	66,30
L24			60	75,00	66,30
L25	30		40	90,00	95,47
L26			50	90,00	95,47
L27			60	90,00	95,47

Momento fletor de cálculo e Momento fletor reduzido					
Laje	Md	σ_{cd}	μ	μ_{lim}	$\mu > \mu_{lim}$
	(kN.cm/m)	(kN/cm ²)			
L1	3960,32	2,43	0,0776	0,2952	não
L2	3960,32	3,04	0,0620	0,2952	não
L3	3960,32	3,46	0,0544	0,2345	não
L4	6188,00	2,43	0,1212	0,2952	não
L5	6188,00	3,04	0,0970	0,2952	não
L6	6188,00	3,46	0,0850	0,2345	não
L7	8910,72	2,43	0,1745	0,2952	não
L8	8910,72	3,04	0,1396	0,2952	não
L9	8910,72	3,46	0,1225	0,2345	não
L10	4950,40	2,43	0,0970	0,2952	não
L11	4950,40	3,04	0,0776	0,2952	não
L12	4950,40	3,46	0,0680	0,2345	não
L13	7735,00	2,43	0,1515	0,2952	não
L14	7735,00	3,04	0,1212	0,2952	não
L15	7735,00	3,46	0,1063	0,2345	não
L16	11138,40	2,43	0,2181	0,2952	não
L17	11138,40	3,04	0,1745	0,2952	não
L18	11138,40	3,46	0,1531	0,2345	não
L19	5940,48	2,43	0,1163	0,2952	não
L20	5940,48	3,04	0,0931	0,2952	não
L21	5940,48	3,46	0,0816	0,2345	não
L22	9282,00	2,43	0,1818	0,2952	não
L23	9282,00	3,04	0,1454	0,2952	não
L24	9282,00	3,46	0,1276	0,2345	não
L25	13366,08	2,43	0,2618	0,2952	não
L26	13366,08	3,04	0,2094	0,2952	não
L27	13366,08	3,46	0,1837	0,2345	não

Área de aço - Armadura longitudinal							
Laje	ξ	ξ_{lim}	Asx=Asy (cm ² /m)	p _{mín} %	As, mín (cm ² /m)	Asx,e=Asy,e (cm ² /m)	Espaçamento (cm)
L1	0,10	0,45	6,55	0,0012	2,40	6,55	11
L2	0,08	0,45	6,49	0,0014	2,79	6,49	12
L3	0,07	0,35	6,46	0,0015	2,93	6,46	12
L4	0,16	0,45	10,50	0,0012	2,40	10,50	7
L5	0,13	0,45	10,34	0,0014	2,79	10,34	7
L6	0,11	0,35	10,27	0,0015	2,93	10,27	7
L7	0,24	0,45	15,65	0,0012	2,40	15,65	5
L8	0,19	0,45	15,29	0,0014	2,79	15,29	5
L9	0,17	0,35	15,12	0,0015	2,93	15,12	5
L10	0,13	0,45	8,28	0,0012	2,40	8,28	9
L11	0,10	0,45	8,18	0,0014	2,79	8,18	9
L12	0,09	0,35	8,14	0,0015	2,93	8,14	9
L13	0,21	0,45	13,37	0,0012	2,40	13,37	5
L14	0,16	0,45	13,12	0,0014	2,79	13,12	5
L15	0,15	0,35	13,00	0,0015	2,93	13,00	6
L16	0,31	0,45	20,18	0,0012	2,40	20,18	3
L17	0,24	0,45	19,56	0,0014	2,79	19,56	4
L18	0,22	0,35	19,27	0,0015	2,93	19,27	4
L19	0,16	0,45	10,05	0,0012	2,40	10,05	7
L20	0,12	0,45	9,91	0,0014	2,79	9,91	7
L21	0,11	0,35	9,84	0,0015	2,93	9,84	7
L22	0,25	0,45	16,38	0,0012	2,40	16,38	4
L23	0,20	0,45	15,99	0,0014	2,79	15,99	4
L24	0,18	0,35	15,80	0,0015	2,93	15,80	4
L25	0,39	0,45	25,09	0,0012	2,40	25,09	3
L26	0,30	0,45	24,06	0,0014	2,79	24,06	3
L27	0,26	0,35	23,61	0,0015	2,93	23,61	3

8 APÊNDICE 2 – Tabela da verificação ao esforço cortante das lajes

Verificação - Cisalhamento			
Laje	τ_{wd}	τ_{wu1}	$\tau_{wd} > \tau_{wu1}$
	(kN/cm ²)	(kN/cm ²)	
L1	0,039	0,893	não
L2	0,039	1,035	não
L3	0,039	1,078	não
L4	0,048	0,963	não
L5	0,048	1,115	não
L6	0,048	1,160	não
L7	0,058	1,055	não
L8	0,058	1,217	não
L9	0,058	1,265	não
L10	0,048	0,924	não
L11	0,048	1,070	não
L12	0,048	1,114	não
L13	0,060	1,015	não
L14	0,060	1,172	não
L15	0,060	1,219	não
L16	0,072	1,136	não
L17	0,072	1,305	não
L18	0,072	1,354	não
L19	0,058	0,955	não
L20	0,058	1,106	não
L21	0,058	1,151	não
L22	0,072	1,068	não
L23	0,072	1,231	não
L24	0,072	1,279	não
L25	0,087	1,224	não
L26	0,087	1,399	não
L27	0,087	1,448	não

9 APÊNDICE 3 – Tabela da verificação da flecha no centro das lajes

Verificação - Flecha								
Laje	Ecs (kN/m ²)	D (kN.m)	Fd,serv (kN/m ²)	w0 (m)	wf (m)	w,adm (m)	wf>w,adm	Contraflecha
L1	31880000	22138,89	34,67	0,001628	0,0049	0,0160	não	-
L2	36630000	25437,50	34,67	0,001416	0,0042	0,0160	não	-
L3	39530000	27451,39	34,67	0,001313	0,0039	0,0160	não	-
L4	31880000	22138,89	34,67	0,003973	0,0119	0,0200	não	-
L5	36630000	25437,50	34,67	0,003458	0,0104	0,0200	não	-
L6	39530000	27451,39	34,67	0,003204	0,0096	0,0200	não	-
L7	31880000	22138,89	34,67	0,008239	0,0239	0,0240	não	-
L8	36630000	25437,50	34,67	0,007171	0,0215	0,0240	não	-
L9	39530000	27451,39	34,67	0,006645	0,0199	0,0240	não	-
L10	31880000	22138,89	43,33	0,002034	0,0061	0,0160	não	-
L11	36630000	25437,50	43,33	0,001771	0,0053	0,0160	não	-
L12	39530000	27451,39	43,33	0,001641	0,0049	0,0160	não	-
L13	31880000	22138,89	43,33	0,004967	0,0149	0,0200	não	-
L14	36630000	25437,50	43,33	0,004323	0,0130	0,0200	não	-
L15	39530000	27451,39	43,33	0,004006	0,0120	0,0200	não	-
L16	31880000	22138,89	43,33	0,010299	0,0309	0,0240	sim	sim
L17	36630000	25437,50	43,33	0,008964	0,0269	0,0240	sim	sim
L18	39530000	27451,39	43,33	0,008306	0,0239	0,0240	não	-
L19	31880000	22138,89	52,00	0,002441	0,0073	0,0160	não	-
L20	36630000	25437,50	52,00	0,002125	0,0064	0,0160	não	-
L21	39530000	27451,39	52,00	0,001969	0,0059	0,0160	não	-
L22	31880000	22138,89	52,00	0,005960	0,0179	0,0200	não	-
L23	36630000	25437,50	52,00	0,005187	0,0156	0,0200	não	-
L24	39530000	27451,39	52,00	0,004807	0,0144	0,0200	não	-
L25	31880000	22138,89	52,00	0,012359	0,0371	0,0240	sim	sim
L26	36630000	25437,50	52,00	0,010756	0,0323	0,0240	sim	sim
L27	39530000	27451,39	52,00	0,009967	0,0299	0,0240	sim	sim

10 APÊNDICE 4 – Rotina computacional para cálculo dos índices de confiabilidade

```

% simulações
n=4e7;

% altura útil [cm]
udlinha=5.5;
sdlinha=0.60;
Zetadlinha=sqrt(log(1+(sdlinha^2/udlinha^2)));
Lambdadlinha=log(udlinha)-(0.5*(Zetadlinha^2));
dlinha=lognrnd(Lambdadlinha, Zetadlinha, n, 1);

% altura [cm]
uh=20;
sh=0.6;
h=normrnd(uh, sh, n, 1);

d=h-dlinha;

% base [cm]
b=100;

% vãos [cm]
lx=600;
ly=600;
k=(lx/ly)^2;

% vetor alfac para cálculo do Mu
alfac=zeros(n,1);

% resistência à compressão do concreto fC [kN/cm^2]
fck=6;
vfC=0.1093;
ufC=fck/(1-(1.65*vfC));
sfC=0.8;
fC=normrnd(ufC, sfC, n, 1);

for i=1:n
    if ((fC(i)*10)<50);
        alfac(i)=0.85;
    else
        alfac(i)=0.85*(1-(((10*fC(i))-50)/200));
    end
end

% área de aço armadura longitudinal [cm²/m]
As=22.88;

% resistência do aço [kN/cm²]
fYk=50;
vfY=0.05;
ufY=1.08*fYk;
sfY=vfY*ufY;
fY=normrnd(ufY, sfY, n, 1);

% carregamentos [kN/cm²]

```

```

pd=0.0084;
qui=0.6666;
r=qui/(1-qui);
gamag=1.40;
gamaq=1.40;

% permanente
gk=pd/(gamag+(gamaq*r));
sgk=0.10*gk;
g=normrnd(gk, sgk, n, 1);

% variável
qk=r*gk;
uq=0.93*qk;
sq=0.20*uq;
% parâmetros da distribuição
alfa=(pi/(sqrt(6)))*(1/sq);
U=uq-(0.577126/alfa);
% fórmula
q=-evrnd(-U, 1/alfa, n, 1);

%sollicitante
Ps=g+q;

%resistente
Mr=(As.*fY.*(d - 0.50.*(As.*fY)./(alfac.*b.*fC)))/100;
Pr = Mr.*( (1/lx^2)*(( (24*ly)+(24*lx*k))/((3*ly)-lx)));

% incertezas
uR=1;
sR=0.05;
Zetar=sqrt(log(1+(sR^2/uR^2)));
Lambdar=log(uR)-(0.5*(Zetar^2));
R=lognrnd(Lambdar,Zetar,n,1);

uS=1;
sS=0.05;
Zetas=sqrt(log(1+(sS^2/uS^2)));
Lambdas=log(uS)-(0.5*(Zetas^2));
S=lognrnd(Lambdas,Zetas,n,1);

% função de estado limite
G=(R.*Pr)-(S.*Ps);

% média e desvio padrão de G(X)
uG=mean(G);
sG=std(G);

% índice de confiabilidade (1)
Beta=uG/sG

% probabilidade de falha estrutural
PF1=(sum(G<0))/n

% índice de confiabilidade (2)
mu=0;
sigma=1;
pd=makedist('Normal',mu,sigma);
PF2=cdf(pd,-Beta);
Beta1=-norminv(PF1,mu,sigma)

```