MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA OCEÂNICA

SISTEMATIZAÇÃO DO PROJETO DE VIGAS PROTENDIDAS PORTUÁRIAS

por

Matheus Paiva de Freitas

Dissertação para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Oceânica

Rio Grande, Novembro de 2018

SISTEMATIZAÇÃO DO PROJETO
DE VIGAS PROTENDIDAS PORTUÁRIAS

Por

Matheus Paiva de Freitas
Engenheiro Civil Empresarial

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica (PPGEO) da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Área de Concentração: Engenharia Costeira

Orientador: Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Paulo Roberto de Freitas Teixeira	PPGEO/FURG
Prof. Dr. Antônio Marcos de Lima Alves	EE/FURG
Prof. Dr. Eduardo Costa Couto	Centro de Engenharias/UFPEL

Prof. Dr. Liércio André Isoldi
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica

Rio Grande, Novembro de 2018

"SISTEMATIZAÇÃO DO PROJETO DE VIGAS PROTENDIDAS PORTUÁRIAS"

MATHEUS PAIVA DE FREITAS

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de:

MESTRE EM ENGENHARIA OCEÂNICA

Tendo sido aprovada em sua forma final pela Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica

Prof. Dr. Liércio André Isoldi
Coordenador do PPGEO - FURG

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real
Orientador – FURG

Prof. Dr. Paulo Roberto de Freitas Teixeira
Membro Interno - PPGEO / FURG

Prof. Dr. Eduardo Costa Couto
Membro Externo - UFPEL

Prof. Dr. Antônio Marcos de Lima Alves
FURG

AGRADECIMENTOS

Ao professor, amigo e orientador Mauro de Vasconcellos Real, pelo suporte dado durante todo o trabalho mediante sua orientação, transmitindo os conhecimentos necessários e sempre disponível para sanar as dúvidas que surgiram, continuamente acreditando no meu trabalho.

Ao professor Márcio Wrague Moura, por sempre estar disponível a ajudar a complementar este trabalho.

Aos professores do Curso de Graduação e Pós-Graduação, pelos conhecimentos transmitidos.

Aos colegas dos Cursos de Graduação e Pós-Graduação, pelo companheirismo, apoio e incentivo durante todos estes anos de estudos.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa durante o período de realização deste mestrado.

Aos meus pais e irmã, Ramão, Alzira e Laura, por todos os ensinamentos e lições durante minha vida, sempre me apoiando e incentivando a crescer mais.

A Larissa, grande incentivadora, apoiadora e compreensiva em todos os momentos, sempre presente seja em ocasiões de descontração, como para finalização deste trabalho.

A todos que de alguma forma tenham colaborado para a elaboração deste trabalho.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo principal criar uma ferramenta que facilite o entendimento da sistemática de projeto de vigas portuárias protendidas para alunos e professores, através do auxílio no dimensionamento delas. Além disso, o estudo também foi motivado pela importância das estruturas portuárias na economia e logística do país, onde a utilização do concreto protendido é extremamente vantajosa em comparação com outros materiais. A planilha eletrônica foi elaborada com base nas diretrizes de dimensionamento de estruturas de concreto protendido da NBR-6118:2014. As etapas do dimensionamento foram detalhadas ao longo do trabalho e implementadas na planilha de forma a seguir um passo-a-passo didático. Sua utilização foi apresentada ao mesmo tempo em que sua verificação foi realizada, confrontando os resultados obtidos com outros dimensionamentos já realizados por outros autores. Logo após, ela foi utilizada para realização de um estudo paramétrico para verificar a influência de certos parâmetros nas perdas de protensão em vigas protendidas. Através da variação da resistência característica à compressão do concreto, da resistência característica à tração do aço de protensão, da idade do concreto no ato da protensão, da relação carga variável/carga permanente e do tipo de aço a ser utilizado, pôde-se constatar que as perdas de protensão diminuem a medida que a resistência característica do concreto e o tempo de cura aumentam. O aço de protensão de relaxação baixa mostrou-se bem mais efetivo com relação a diminuição de perdas do que o aço de protensão de relaxação normal. Por fim, quanto maior a proporção da carga variável em relação a carga permanente, há uma tendência de serem maiores as perdas de protensão.

Palavras-chaves: Vigas Portuárias, Estruturas Portuárias, Vigas Protendidas, Concreto Protendido, Perdas de Protensão.

ABSTRACT

The main objective of this work is the development of a tool that facilitates the understanding and design`s systematics of prestressed port beams for students and teachers, through the aid in the design of them. In addition, the study was also motivated by the importance of port structures in the country`s economy and logistics, where the use of prestressed concrete is extremely advantageous compared to other materials. The spreadsheet was elaborated based on the guidelines for the design of prestressed concrete structures of NBR-6118:2014. The design steps were detailed throughout the work and implemented in the spreadsheet in order to follow a didactic step-by-step. Its use was presented at the same time that its verification was performed, comparing the results obtained with other designs already performed by other authors. Afterward, it was used to carry out a parametric study to verify the influence of certain parameters on pretension losses in prestressed beams. Through the variation of the concrete characteristic compressive strength, prestressing steel characteristic tensile strength, concrete age at the time of the prestressing, variable load/permanent load ratio and the type of steel, it can be seen that the loss of prestress decrease as the strength of the concrete and the curing time increase. The low relaxation prestressing steel was shown to be much more effective in reducing losses than normal relaxation prestressing steel. Finally, the higher the proportion of the live load in relation to the dead load, there is a tendency to increase the losses of prestress.

Keywords: Port Beams, Port Structures, Prestressed Beams, Prestressed Concrete, Loss of Prestress.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO 19
1.1. Justificativa 19
1.2. Objetivos 22
1.3. Organização 23
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 24
2.1. Estruturas Portuárias 24
2.2. Concreto Protendido 29
2.3. Estado da Arte 33
3. PROJETO DE VIGAS DE CONCRETO PROTENDIDO 35
3.1. Metodologia 35
3.1.1. Estados Limites Últimos 35
3.1.2. Estados Limites de Serviço 36
3.1.3. Combinações de Ações no Estado Limite de Serviço 39
3.2. Níveis de Protensão 40
3.2.1. Protensão Completa (Nível 3) 43
3.2.2. Protensão Limitada (Nível 2) 43
3.2.3. Protensão Parcial (Nível 1) 44
3.3. Força de Protensão Final (P_∞) 44
3.4. Força de Protensão Inicial (P_i) 45
3.5. Valores Representativos da Força de Protensão (P) 46
3.6. Verificação de Tensões Normais na Seção de Concreto 46
3.6.1. Verificação simplificada do ELU no ato da protensão 47
3.6.2. Verificação em serviço 48
3.7. Estado Limite Último devido à Solicitações Normais 48
3.8. Estado Limite Último no ato da protensão 55
3.9. Verificação da Armadura Mínima 58
3.10. Estado Limite Último devido a Solicitações Tangenciais 58
3.11. Estados Limites de Serviço: Flecha e Fissuração 61
3.11.1. Flecha 61
3.11.2. Fissuração 63
4. CÁLCULO DAS PERDAS DE PROTENSÃO 65
4.1. Perdas Imediatas 65

4.1.1. Perdas por atrito 65
4.1.2. Perdas por acomodação nas ancoragens 67
4.1.3. Perdas por encurtamento elástico do concreto 68
4.2. Perdas Diferidas 70
4.2.1. Perdas por retração do concreto 70
4.2.2. Perdas por fluência do concreto 71
4.2.3. Perdas por relaxação do aço de protensão 72
4.2.4. Processo simplificado para perdas diferidas 73
4.2.5. Processo aproximado para perdas diferidas 73
4.3. Resumo das Perdas de Protensão 74
5. VERIFICAÇÃO E UTILIZAÇÃO DA PLANILHA ELETRÔNICA 75
5.1. Exemplo 1 – Viga Dissertação de Mestrado (Klein, 2002) 76
5.1.1. Propriedades Geométricas 76
5.1.2. Traçado do Cabo de Protensão 77
5.1.3. Propriedades mecânicas dos materiais 78
5.1.4. Carregamento e Esforços Solicitantes 79
5.1.5. Força de Protensão Inicial e Armadura 80
5.1.6. Perdas de Protensão 81
5.1.7. Verificação da Segurança no Ato da Protensão 85
5.1.8. Verificação da Segurança em Serviço 86
5.1.9. Verificação da Armadura Mínima e Estado Limite Último: Solicitações Normais 86
5.1.10. Dimensionamento para o Esforço Cortante 87
5.1.11. Verificação da Flecha 87
5.1.12. Comparação 88
5.2. Exemplo 2 – Viga Pi Cais TECON Rio Grande 88
5.3. Exemplo 3 – Viga T (San Martins, 2014) 93
6. ESTUDO PARAMÉTRICO DAS PERDAS DE PROTENSÃO 100
7. CONCLUSÕES 105
8. REFERÊNCIAS 107

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Içamento e ancoragem nas estacas de uma viga pré-moldada em concreto protendido em obra de um porto (United States Department of Transportation - Federal Highway Administration) 20
Figura 1.2 - Esquema de restauração e reabilitação do berço do Pearl Harbor Naval Shipyard no Havaí (Yee Precast Design Group) 20
Figura 1.3 - Reconstrução Berço I do porto da Teesport (Banagher Precast Concrete) 21
Figura 1.4 - Vigas protendidas pré-moldadas tipo PI (TECON Rio Grande) 21
Figura 1.5 - Vigas protendidas pré-moldadas na laje do cais (TECON Rio Grande) 22
Figura 2.1 – Desenho esquemático de cais de paramento fechado (Thoresen, 2003) 26
Figura 2.2 - Tipos de Cais de Gravidade (Alfredini e Arasaki, 2009) 26
Figura 2.3 - Tipos de cais em estacas-prancha (Alfredini e Arasaki, 2009) 27
Figura 2.4 - Desenho esquemático cais de paramento aberto (Thoresen, 2003) 27
Figura 2.5 - Esquema cais de paramento aberto (Alfredini e Arasaki, 2009) 27
Figura 2.6 - Efeitos similares à protensão (Dinis, H.;Deguiara, E. Notas de Aula - Concreto Protendido) 29
Figura 3.1 – Análise de tensões no ELS-F (Real, 2016) 36
Figura 3.2 - Análise de tensões no ELS-D (Real, 2016) 37
Figura 3.3 - Esquema do ELS-DP (NBR-6118:2014) 38
Figura 3.4 - Análise de tensões no ELS-CE (Real, 2016) 38
Figura 3.5 - Análise de Tensões no ato da protensão (Real, 2016) 47
Figura 3.6 - Análise de tensões em serviço (Real, 2016) 48
Figura 3.7 - Domínios de ELU (NBR-6118:2014 - Figura 17.1) 49
Figura 3.8 - Diagramas de tensões parábola-retângulo e retangular (Real, 2016) 50
Figura 3.9 - Diagrama tensão-deformação aços de protensão (NBR-6118:2014 - Figura 8.5) 50
Figura 3.10 - Diagrama tensão-deformação armadura passiva (NBR-6118:2014 - Figura 8.4) 50
Figura 3.11 - Estado de deformações ELU Solicitações Normais (Real, 2016) 51
Figura 3.12 - Estado de Tensões ELU Solicitações Normais (Real, 2016) 52
Figura 3.13 - Forças Resultantes ELU Solicitações Normais (Real, 2016) 52
Figura 3.14 - Simplificação Estado de Tensões ELU Solicitações Normais (Real, 2016) 54
Figura 3.15 - Estado de deformações ELU ato da protensão (Real, 2016) 55
Figura 3.16 - Estado de tensões ELU ato da protensão (Real, 2016) 56
Figura 3.17 - Forças Resultantes ELU Solicitações Normais (Real, 2016) 56
Figura 3.18 - Efeito devido à curvatura do cabo (Bastos, 2015) 59
Figura 3.19 - Banzo de concreto comprimido próximo ao apoio (Bastos, 2015) 59
Figura 3.20 - Concreto de envolvimento da armadura (NBR-6118:2014 - Figura 17.3) 63
Figura 4.1 - Atrito entre os cabos e a bainha (Veríssimo e César Jr, 1998) 65
Figura 4.2 - Ondulações parasitas da bainha (Veríssimo e César Jr, 1998) 66
Figura 4.3 - Ponto de repouso (Real, 2016) 67
Figura 5.1 - Fluxograma Utilização Planilha Eletrônica 75
Figura 5.2 - Exemplo 1 - Geometria (Klein, 2002) 76
Figura 5.3 – Exemplo 1 – Geometria em Vazio 77
Figura 5.4 – Exemplo 1 - Traçado do Cabo 78
Figura 5.5 – Exemplo 1 - Propriedades Mecânicas dos Materiais 79
Figura 5.6 – Exemplo 1 - Carregamento e Esforços Solicitantes 80
Figura 5.7 - Planilha Eletrônica - Força de Protensão e Armadura 81
Figura 5.8 - Planilha Eletrônica - Perdas Imediatas 82
Figura 5.9 – Exemplo 1 - Perdas Diferidas 84
Figura 5.10 – Exemplo 1 - Perdas ao longo da viga 85
Figura 5.11 – Exemplo 1 - Verificação em Vazio 85

Figura 5.12 - Planilha Eletrônica - Verificação em Serviço 86
Figura 5.13 – Exemplo 1 - Verificação ELU 86
Figura 5.14 – Exemplo 1 - Dimensionamento Esforço Cortante 87
Figura 5.15 – Exemplo 1 - Verificação Flecha 87
Figura 5.16 - Seção Transversal Exemplo 2 (Memorial TECON Rio Grande) 88
Figura 5.17 - Exemplo 2 - Propriedades Geométricas 89
Figura 5.18 - Exemplo 2 - Traçado do cabo 90
Figura 5.19 - Exemplo 2 - Carregamentos 90
Figura 5.20 - Exemplo 2 - Força de Protensão e Armadura 91
Figura 5.21 - Exemplo 2 - Perdas Imediatas 91
Figura 5.22 - Exemplo 2 - Perdas Diferidas 92
Figura 5.23 - Exemplo 3 - Geometria (San Martins, 2014) 93
Figura 5.24 - Exemplo 3 - Geometria 94
Figura 5.25 - Exemplo 3 - Traçado do Cabo 94
Figura 5.26 - Exemplo 3 - Propriedades Mecânicas dos Materiais 95
Figura 5.27 - Exemplo 3 - Carregamento 95
Figura 5.28 - Exemplo 3 - Força e Armadura de Protensão 96
Figura 5.29 - Exemplo 3 - Perdas Imediatas 96
Figura 5.30 - Exemplo 3 - Perdas Diferidas 97
Figura 5.31 - Exemplo 3 - Verificação em Vazio 98
Figura 5.32 - Exemplo 3 - Verificação em Serviço 98
Figura 5.33 - Exemplo 3 - Armadura mínima e Verificação ELU 98
Figura 5.34 - Exemplo 3 - Esforço Cortante 99
Figura 5.35 - Exemplo 3 - Flecha 99
Figura 6.1 - Seção Transversal Viga do Estudo 100
Figura 6.2 - Perdas de protensão x fck 101
Figura 6.3 - Perdas de Protensão x fptk (V20xV74) 102
Figura 6.4 - Perdas de Protensão x r 103
Figura 6.5 - Perdas de protensão x t0 103
Figura 6.6 - Perdas de protensão x Tipo de aço 104

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Combinações de serviço (NBR-6118:2014 – Tabela 11.4) 39
Tabela 3.2 - Fatores de Redução (NBR-6118:2014 - Tabela 11.2) 40
Tabela 3.3- Fatores de Redução Pontes (NBR 8681/2003 - Tabela 6) 40
Tabela 3.4 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental (NBR-6118:2014 – Tabela 13.4).....42
Tabela 3.5 - Classes de agressividade ambiental (NBR-6118:2014 - Tabela 6.1).....42
Tabela 3.6 - Estimativa da Força de Protensão P_∞.....45
Tabela 3.7 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas (NBR-6118:2014 - Tabela 17.3).....58
Tabela 4.1 - Penetração da cunha de ancoragem sistema Freyssinet (Veríssimo e César Jr, 1998)..68
Tabela 4.2 - Penetração da cunha de ancoragem sistema individual 68
Tabela 4.3 - Valores característicos superiores da deformação específica de retração e coeficiente de fluência (NBR-6118:2014 - Tabela 8.2) 71
Tabela 4.4 - Valores de $\psi 1000$ em porcentagem (NBR-6118:2014 - Tabela 8.4) 72
Tabela 5.1 – Exemplo 1 - Comparação.....88
Tabela 5.2 - Exemplo 3 - Comparação 99
Tabela 6.1 - Resultados para análise.....101

LISTA DE SÍMBOLOS

Algarismos Romanos Maiúsculos

A	Área da seção transversal da peça [cm²]
A_{cc}	Área de concreto comprimida [cm^2]
A_p	Área de aço de protensão [cm²]
A_s	Área de aço de armadura passiva [cm²]
A_{s1}	Área de aço de armadura passiva no bordo inferior [cm²]
A_{s2}	Área de aço de armadura passiva no bordo superior [cm²]
A_{sw}	Área de aço de armadura dos estribos [cm²]
E_c	Módulo de elasticidade do concreto [kN/cm²]
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante do concreto [kN/cm²]
E_p	Módulo de elasticidade do aço da armadura ativa [kN/cm²]
E_s	Módulo de elasticidade do aço da armadura passiva [kN/cm²]
E_{si}	Módulo de elasticidade do aço da barra considerada [kN/cm²]
I_c	Momento de inércia da seção bruta de concreto [cm^3]
I_{II}	Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estádio II [cm^3]
K_p	Grau de Protensão [-]
M_0	Momento fletor de descompressão [kN.m]
M_a	Momento fletor na seção crítica do vão considerado [kN.cm]
M_g	Momento devido às cargas permanentes [kN.cm]
M_{gd}	Momento fletor de cálculo devido ao carregamento permanente [kN.m]
M_q	Momento devido às cargas variáveis [kN.cm]
M_{qd}	Momento fletor de cálculo devido ao carregamento variável [kN.m]
M_r	Momento de fissuração [kN.cm]
M_{Rd}	Momento fletor resistente de cálculo [kN.m]
M_S	Momento fletor solicitante [kN.cm]

M_{Sd} Momento fletor solicitante de cálculo [kN.m]

$M_{(g+q),máx}$ Momento fletor característico máximo [kN.m]

P_a Força de Protensão ancorada [kN]

P_0 Força de Protensão no tempo t_0 [kN]

P_∞ Força de Protensão final descontadas as perdas imediatas e diferidas [kN]

P_i Força de Protensão Inicial [kN]

R_{cd} Força resultante de cálculo no concreto [kN]

R_{pd} Força resultante de cálculo no aço da armadura ativa [kN]

R_{s1d} Força resultante de cálculo no aço da armadura passiva no bordo inferior [kN]

R_{s2d} Força resultante de cálculo no aço da armadura passiva no bordo superior [kN]

V_d Esforço cortante de cálculo [kN]

V_{Sd} Esforço cortante solicitante de cálculo [kN]

W_0 Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto (fibra mais tracionada) [cm^3]

W_1 Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto em relação ao bordo inferior [cm^3]

W_2 Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto em relação ao bordo superior [cm^3]

Algarismos Romanos Minúsculos

b_f Largura da mesa da viga [cm]

b_w Largura da alma da viga [cm]

d' Distância do centro de gravidade da armadura até o bordo inferior [cm]

e_p Distância do centróide da peça até a armadura de protensão [cm]

f_{cd} Resistência de cálculo à compressão do concreto [MPa]

$f_{ct,f}$ Resistência à tração na flexão do concreto [MPa]

f_{ctk} Resistência à tração característica do concreto [MPa]

$f_{ctk,inf}$ Resistência à tração característica inferior do concreto [MPa]

$f_{ctk,sup}$ Resistência característica superior do concreto à tração [MPa]

f_{ck} Resistência à compressão característica do concreto aos 28 dias de idade [MPa]

f_{ckj} Resistência à compressão característica do concreto aos j dias de idade [MPa]

f_{ctm} Resistência à tração média do concreto [MPa]

f_{ptk} Resistência à tração característica do aço de protensão [MPa]

f_{ptd} Resistência à tração de cálculo do aço de protensão [MPa]

f_{pyd} Resistência de cálculo de escoamento do aço de protensão [MPa]

f_{pyk} Resistência característica de escoamento do aço de protensão [MPa]

f_{syk} Resistência característica de escoamento da armadura passiva [MPa]

f_{yd} Resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura passiva [MPa]

f_{ywd} Resistência na armadura transversal passiva limitada a $f_{yd} \leq 435MPa$ [MPa]

g_1 Carga permanente referente ao peso próprio da estrutura [kN/m]

g_2 Sobrecarga permanente [kN/m]

h Altura da viga [cm]

k Coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo[m^{-1}]

n Número de cabos [un]

q Carga variável [kN/m]

r_∞ Fator de perdas de protensão final [-]

t_0 Tempo inicial

t_∞ Tempo final

w_k Valor característico da abertura de fissuras [mm]

x Altura da linha neutra [cm]

x_r Ponto de repouso do cabo de protensão [cm]

y_c Centróide da área comprimida [cm]

Símbolos Gregos

α_p Relação entre os módulos de elasticidade do aço de protensão e do concreto [-]

ε_c Deformação no concreto [mm/m]

ε_{cc} Deformação de fluência do concreto [mm/m]

ε_{cu} Deformação de fluência do concreto [m/m]

ε_p Deformação no aço de protensão [m/m]

ε_{pd} Deformação do aço da armadura ativa de cálculo [m/m]

ε_{s1} Deformação do aço da armadura passiva no bordo inferior [m/m]

ε_{s2} Deformação do aço da armadura passiva no bordo superior [m/m]

Σ Somatório

Δ Incremento ou variação

δ Retorno do cabo [mm]

χ Curvatura da seção transversal do concreto

σ_c Tensão no concreto [kN/cm²]

σ_{c1} Tensão no bordo inferior da seção transversal do concreto [kN/cm²]

σ_{c2} Tensão no bordo superior da seção transversal do concreto [kN/cm²]

σ_{cd} Tensão de compressão de cálculo do concreto [kN/cm²]

σ_{cg} Tensão no mesmo ponto, devido à carga permanente mobilizada pela protensão ou simultaneamente aplicada pela protensão [kN/cm²]

σ_{cp} Tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devido à protensão simultânea dos *n* cabos [kN/cm²]

$\sigma_{c,p0g}$ Tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0, positiva se for de compressão [kN/cm²]

σ_p Tensão no aço de protensão [kN/cm²]

σ_{p0} Tensão na armadura de protensão devida exclusivamente à força de protensão, no instante t_0 [kN/cm²]

σ_{pi} Valor limite para tensão na armadura de protensão durante a operação de estiramento dos cabos (NBR-6118:2014) [kN/cm²].

σ_{pd} Tensão de cálculo na armadura ativa [kN/cm²]

σ_{si} Tensão de tração no centróide da armadura considerada no estádio II [kN/cm²]

σ_{s1d} Tensão de cálculo na armadura passiva do bordo inferior [kN/cm²]

σ_{s2d} Tensão de cálculo na armadura passiva do bordo superior [kN/cm²]

ϕ Diâmetro da barra de aço [mm]

ϕ_i Diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada [cm]

μ Coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha [rad^{-1}]

γ_f Coeficiente de ponderação

γ_p Coeficiente de ponderação

ρ_p Taxa geométrica da armadura de protensão [-]

ρ_{ri} Taxa de armadura passiva/ativa aderente em relação à área da região de envolvimento[-]

η_1 Coeficiente para cálculo da tensão de aderência em armadura passiva [-]

ψ_1 Fator de redução de combinação frequente para ELS [-]

ψ_2 Fator de redução de combinação quase permanente para ELS [-]

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CA	Concreto Armado
CAA	Classe de Agressividade Ambiental
CP	Concreto Protendido
ELS	Estado Limite de Serviço
ELS-CE	Estado Limite de Compressão Excessiva
ELS-D	Estado Limite de Descompressão
ELS-DEF	Estado Limite de Deformações Excessivas
ELS-DP	Estado Limite de Descompressão Parcial
ELS-F	Estado Limite de Formação de Fissuras
ELS-VE	Estado Limite de Vibrações Excessivas
ELS-W	Estado Limite de Abertura de Fissuras
ELU	Estado Limite Último
FURG	Universidade Federal do Rio Grande
NBR	Norma Brasileira
PPGEO	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica
RB	Relaxação Baixa
RN	Relaxação Normal
TECON	Terminal de Contêineres

1. INTRODUÇÃO

1.1. Justificativa

O seguinte trabalho trata da implementação de uma sistemática de projeto de vigas portuárias utilizando o concreto protendido como material.

De forma mais concreta, consiste na elaboração de uma planilha eletrônica utilizando o *Microsoft Excel* com automatizações do processo do projeto de vigas de concreto protendido em estruturas portuárias, de maneira clara e didática de modo que possibilite a estudantes um melhor entendimento dos passos de dimensionamento. E também, para professores, a realização de exemplos nas suas aulas para melhor detalhamento para os seus alunos.

O trabalho motiva-se primeiramente pela dificuldade de acesso a softwares que dimensionem de forma clara e objetiva estruturas de concreto protendido, além do dimensionamento demandar várias etapas que tornam o cálculo manual oneroso. Utilizando uma planilha didática o processo de aprendizagem e entendimento dos processos de cálculo se tornam mais claros e funcionais.

Motiva o trabalho também, o fato de as estruturas portuárias representarem fundamental importância para a economia de qualquer país, assim como para o Brasil com sua vasta faixa litorânea voltada para o Oceano Atlântico, e, particularmente, para o município do Rio Grande, historicamente influenciado pela geografia local onde é banhado pelas Lagoas Mirim e dos Patos até sua ligação com o Oceano Atlântico.

Hoje, no mundo globalizado, é através dos portos que grande parte das operações de importação e exportação de matéria-prima, produtos manufaturados, alimentos e diversos outros itens demandados pelo mercado nacional e internacional ocorrem. Além disso, devido a constante busca de otimização dos custos e eficiências logísticas surgem cada vez mais novos avanços tecnológicos dos equipamentos de carga e descarga e o surgimento de novos e diferentes tipos de navios que demandam a constante atualização, expansão e aprimoramento dos complexos portuários.

As estruturas portuárias são de extrema importância para o perfeito funcionamento da cadeia de suprimentos, e, portanto, necessitam do mais alto rigor no que diz respeito à estabilidade e segurança estrutural, que só podem ser alcançadas através do profundo domínio e aperfeiçoamento do procedimento de projeto e dimensionamento.

Para isso, a escolha do material a ser empregado nas estruturas é fundamental, pois o mesmo irá sofrer a ação de elevadas cargas e será exposto às mais diferentes e agressivas condições climáticas e ambientais. Portanto, o conceito de Engenharia deve ser utilizado, fazendo com que exista uma harmonia entre técnica, segurança, economia, sociedade e meio ambiente nos projetos.

É dentro deste cenário que entra o concreto protendido. Sua aplicação nos mais diversos elementos de estruturas portuárias é extremamente vantajosa, pois é um material capaz de vencer grandes vãos e suportar elevadas cargas, empregando de maneira eficiente materiais de maior resistência do que aqueles comparados com o concreto armado. Além disso, a protensão do concreto reduz a incidência de fissuras o que aumenta a vida útil da estrutura.

Nas Figuras 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 e 1.5 estão exemplos de estruturas portuárias em concreto protendido utilizadas em portos dos Estados Unidos e do Brasil.

Figura 1.1 - Içamento e ancoragem nas estacas de uma viga pré-moldada em concreto protendido em obra de um porto (United States Department of Transportation - Federal Highway Administration)

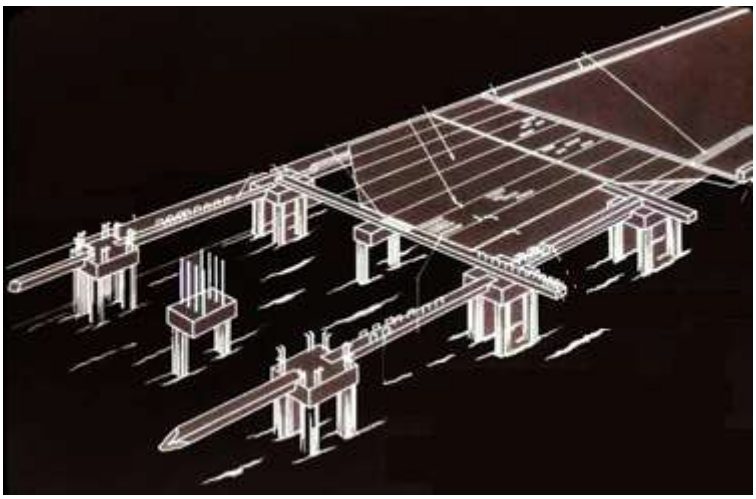


Figura 1.2 - Esquema de restauração e reabilitação do berço do Pearl Harbor Naval Shipyard no Havaí (Yee Precast Design Group)

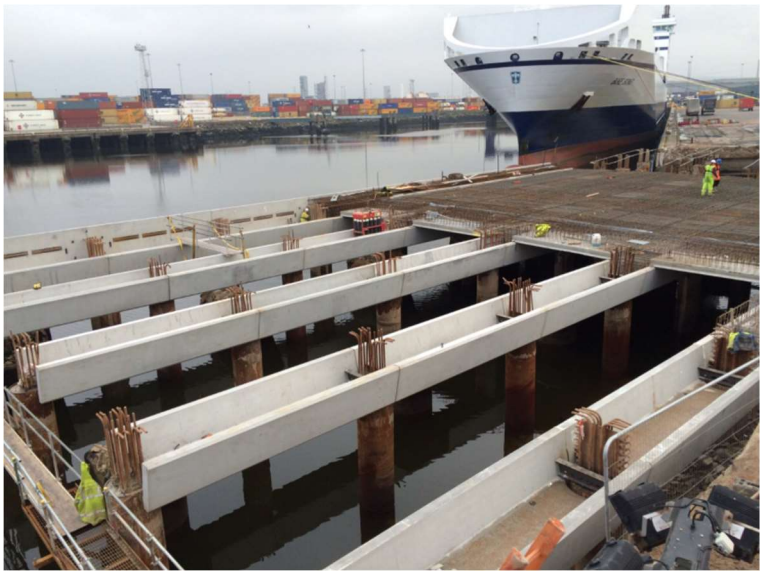


Figura 1.3 - Reconstrução Berço I do porto da Teesport (Banagher Precast Concrete)

Figura 1.4 - Vigas protendidas pré-moldadas tipo PI (TECON Rio Grande)

Figura 1.5 - Vigas protendidas pré-moldadas na laje do cais (TECON Rio Grande)

1.2. Objetivos

De forma geral, o objetivo deste trabalho é criar uma ferramenta através da utilização de uma planilha eletrônica didática que auxilie no dimensionamento de vigas portuárias em concreto protendido.

Uma sistemática será implementada onde cada etapa do dimensionamento será detalhada e explicada para a perfeita utilização das planilhas, tornando a tarefa do projeto e verificações de segurança mais rápida e confiável.

De forma mais específica, os seguintes objetivos podem ser destacados:

I. Elaboração de uma sistemática de projeto com auxílio de planilhas eletrônicas aplicada à vigas portuárias protendidas;

II. Verificação do sistema através de comparação com projetos prontos e trabalhos acadêmicos anteriores;

III. Realização de um estudo paramétrico para verificar os principais fatores que afetam as perdas de protensão demonstrando o potencial da planilha.

1.3. Organização

O trabalho constitui-se de sete capítulos, organizados e divididos da seguinte maneira:

- O Capítulo 1 consiste em apresentar a introdução do trabalho, detalhando a justificativa para escolha do tema, objetivos e organização do trabalho;

- O Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica dos assuntos abordados e produções científicas relacionadas ao tema;

- O Capítulo 3 apresenta o detalhamento dos principais componentes e etapas de um projeto de viga de concreto protendido;

- O Capítulo 4 apresenta os principais tipos de perdas de protensão, além de demonstrar como calcular cada uma delas;

- O Capítulo 5 apresenta a planilha eletrônica desenvolvida para o dimensionamento de vigas portuárias de concreto protendido, bem como sua verificação através da realização de exemplos;

- O Capítulo 6 apresenta um estudo paramétrico das perdas de protensão de vigas protendidas, buscando verificar quais fatores que mais influenciam;

- O Capítulo 7 apresenta as conclusões do trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo consiste na revisão de textos e publicações no meio técnico-científico abordando os principais temas deste trabalho. Ele está dividido em 3 itens: Estruturas Portuárias, Concreto Protendido e Estado da Arte.

2.1. Estruturas Portuárias

Estruturas Portuárias por si só é um tema bastante amplo. O tema deste estudo pode ser melhor especificado como uma estrutura portuária de acostagem, ou seja, a obra de um cais de um porto.

Diante disso, é interessante entender o conceito geral do que significa um porto. De acordo com Agerschou et al. (1983), o conceito de porto engloba cinco pontos: abrigo, profundidade, área de retroporto, acessos e impacto ambiental.

Alfredini e Arasaki (2009) detalharam de forma clara estes pontos. Segundo eles, o abrigo se trata da condição de proteção das embarcações contra ventos, ondas e correntes, de forma que seja permitido o acesso à costa com o objetivo da movimentação de pessoas ou cargas, garantindo o menor deslocamento e esforço de atracação e amarração. Já a profundidade pode ser definida como a acessibilidade do porto a partir da compatibilidade da lâmina d'água com as dimensões dos navios.

As áreas de retroporto, segundo os mesmos autores, são aquelas necessárias para que exista a movimentação terrestre de cargas e passageiros, além de comportar área de armazenagem e a administração dos portos. Já os acessos são os meios pelos quais chegam ou se retiram as cargas e passageiros e se dividem em terrestre (rodoviário, ferroviário ou dutoviário), aquaviário e aeroviário.

Por último, o aspecto ambiental é definido pelos autores, onde citam a necessidade de serem minuciosamente analisadas as implicações aos meios físicos e biológicos no entorno dos complexos portuários, tendo em vista o menor impacto possível e a devida obtenção das licenças das agências de controle governamentais.

É possível também classificar os portos quanto a vários fatores. Da Silva (2014) classifica os portos quanto à sua natureza em 3 tipos: naturais, seminaturais e artificiais. Os portos naturais são aqueles que quase não exigem obras de melhoramento no que diz respeito ao abrigo e condições de acostagem, normalmente localizados em estuários com canais de acesso que apresentam boa estabilidade. Já os seminaturais se localizam na costa de pequenas baías, onde a única intervenção necessária é uma obra de proteção na entrada. E os portos artificiais são aqueles que necessitam de obras de melhoramento para as condições de abrigo e acesso, geralmente surgem do interesse econômico da região.

Alfredini e Arasaki (2009) também classificam os portos quanto à sua localização. Os portos são chamados de exteriores quando estão situados de forma direta na costa, podendo ser encravados

em terra ou salientes à costa. Portos interiores são localizados em estuários, lagoas ou interior de deltas. E portos ao largo são aqueles localizados longe da costa, ao largo da zona de arrebentação.

Porém, a principal classificação segundo Mason (1983) é o da função do porto, ou seja, da sua utilização. Alfredini e Arasaki (2009) os classifica em portos de carga geral e portos especializados. Os portos de carga geral transportam qualquer tipo de carga em pequenas quantidades e os portos especializados movimentam um tipo específico de carga em maiores quantidades, tendo como exemplos: granéis sólidos ou líquidos, contêineres, produtos pesqueiros, de lazer ou de função militar.

Entendidas as classificações e tipos de portos, o conceito de obra portuária de acostagem pode ser melhor compreendido. Alfredini e Arasaki (2009) definem este conceito como sendo uma obra maciça que seja capaz de resistir a elevados esforços estruturais provenientes de diversas fontes.

Estas forças e ações que acometem as estruturas portuárias eram normatizadas pela extinta Norma Brasileira NBR-9.782:87 da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), onde valores representativos a serem considerados no projeto das estruturas eram detalhados. Ela considerava as ações oriundas de cargas permanentes, sobrecargas verticais, cargas móveis, meio ambiente, atracação, amarração e terreno. A norma extinta será utilizada para a conceituação das cargas, atualmente se recorre a normas internacionais em estruturas portuárias para sua determinação.

A norma extinta dizia que cargas permanentes podem ser definidas como a soma do peso dos elementos que compõem a estrutura portuária com o peso dos elementos construtivos que são fixos e instalados sobre elas.

Já as sobrecargas verticais são carregamentos distribuídos uniformemente sobre a estrutura, que representam ações que possam incidir sobre a estrutura durante sua vida útil de natureza não definida.

Cargas móveis são carregamentos variáveis provocados por veículos, trens, equipamentos móveis sobre rodas, pneus, trilhos ou esteira.

As ações ambientais são aquelas oriundas do meio ambiente, podendo ser resumidas em ações de correntes, marés, ondas e ventos.

Ações de atracação são aquelas devidas ao impacto que as embarcações exercem nas estruturas portuárias.

As ações de amarração se originam no esforço que os ventos e correntes impõem aos cabos que fazem parte da amarração da embarcação nos dispositivos de amarração.

Por fim, a ação devida ao terreno é proveniente do empuxo exercido pelo terrapleno localizado na parte interna das estruturas portuárias.

Mason (1983) classifica as obras acostáveis conforme seu tipo estrutural ou natureza da estrutura em dois tipos: contínuas ou discretas.

As obras em estrutura contínua desempenham de forma integrada na sua plataforma as funções de acesso, suporte de equipamentos, atracação e amarração das embarcações (Alfredini e Arasaki, 2009), geralmente representadas por um cais de atracação.

Já as obras em estrutura discreta são subdivididas em elementos isolados, desempenhando alguma função específica no que diz respeito à acostagem, suporte de equipamentos e amarração de navios ou embarcações (Mason, 1983).

Thoresen (2003) define cais de atracação como uma estrutura que ofereça uma frente vertical onde a embarcação possa ancorar em segurança. O autor divide o cais de atracação como sendo de paramento fechado ou aberto. Paramento fechado é o cais que possui uma parede frontal de fechamento e paramento aberto o cais não possui essa parede.

Ele divide ainda o cais de paramento fechado em dois outros tipos: cais de gravidade e cais em cortina de estacas-prancha. Na figura 2.1 está representado um desenho esquemático de um cais de paramento fechado:

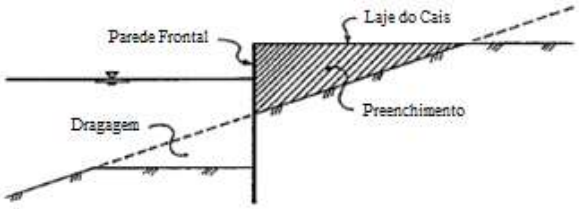


Figura 2.1 – Desenho esquemático de cais de paramento fechado (Thoresen, 2003)

Cais de gravidade, segundo Thoresen (2003), se trata de um tipo de estrutura portuária de paramento fechado onde a parede frontal robusta resiste aos carregamentos, sejam eles horizontais, do terrapleno ou verticais, através de seu elevado peso próprio. Alfredini e Arasaki (2009) também divide de forma similar e ainda subdivide o cais de gravidade em três outras variantes: muralha de blocos, muralha de caixões de concreto e muralha de elementos celulares. Na Figura 2.2 estão os tipos de Cais de Gravidade.

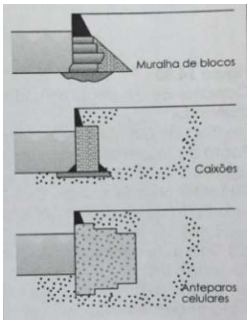


Figura 2.2 - Tipos de Cais de Gravidade (Alfredini e Arasaki, 2009)

Já o cais em cortina de estacas-prancha se trata de um cais de paramento fechado onde a parede frontal não é capaz de resistir ao carregamento horizontal e precisa, portanto, ser ancorada numa placa de ancoragem, parede ou rocha localizada na parte de trás do cais (Thoresen, 2003). Alfredini e Arasaki (2009) subdividem os cais em estacas-prancha em duas variantes: muralha de estacas-prancha tradicionais e muralha de estacas-prancha com plataforma de alívio. Na Figura 2.3 estão os tipos de cais em cortina de estacas-prancha.

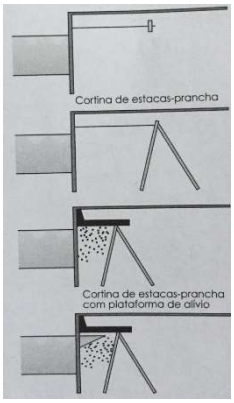


Figura 2.3 - Tipos de cais em estacas-prancha (Alfredini e Arasaki, 2009)

Cais de paramento aberto, de acordo com Alfredini e Arasaki (2009), é uma estrutura leve onde as cargas verticais são absorvidas por estacas verticais e as cargas horizontais por estacas inclinadas ou tirantes e terrapleno. Nas figuras 2.4 e 2.5 estão desenhos esquemáticos do cais de paramento aberto.

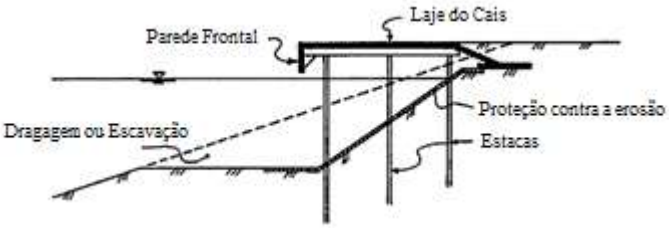


Figura 2.4 - Desenho esquemático cais de paramento aberto (Thoresen, 2003)

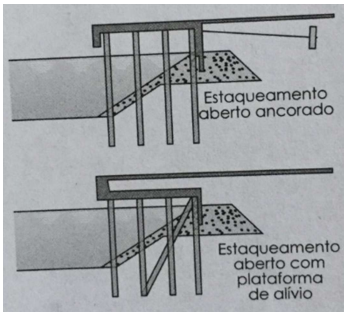


Figura 2.5 - Esquema cais de paramento aberto (Alfredini e Arasaki, 2009)

Fanti (2007) também define o cais de paramento aberto. O autor explica que este tipo de estrutura não possui parede frontal de fechamento, desta forma o solo localizado abaixo do cais deve ser capaz de formar um talude suave que vá de encontro com a linha de dragagem. Este talude pode ser todo de enrocamento ou de solo protegido por uma camada de enrocamento. Ele ainda menciona a ampla utilização deste tipo de cais, pois proporciona maior liberdade na escolha dos materiais. O autor ainda cita como principais materiais utilizados o aço, concreto armado ou protendido para execução das estacas e o concreto armado moldado "in loco" ou concreto pré-moldado e parte executado "in loco" para a plataforma do cais.

Diante desta variedade de estruturas portuárias de acostagem, Thoresen (2003) enumera os fatores que afetam a escolha do tipo de estrutura.

Primeiramente ele cita a verificação das condições do solo do local da obra, onde se o solo não apresentar boa resistência não faria sentido utilizar um cais de paramento fechado, a melhor opção seria um cais de paramento aberto onde as estacas da fundação alcançariam uma camada de solo mais resistente.

O autor cita também o volume de trabalho embaixo d'água como fator determinante. Quanto menos trabalho que necessite mergulhadores melhor, seja pelo custo deste recurso humano, como pela maior facilidade de fiscalização da execução do serviço.

A ação das ondas também é um fator importante. Os cais de paramento aberto são normalmente mais favoráveis em regiões onde exista uma ação mais intensa de ondas, pois como a estrutura é aberta, as ondas serão amortecidas ao longo do talude. Já no cais de paramento fechado elas estarão agindo sempre diretamente contra a estrutura principal.

Experiências anteriores dos projetistas e executores da obra são outro ponto extremamente relevante para a escolha e perfeito funcionamento da estrutura. Além disso, durante a fase de projeto deve-se escolher o tipo de estrutura tendo em vista os equipamentos existentes na região, para que custos excessivos de transporte e montagem sejam evitados.

Outro fator mencionado é a escolha do tipo de material. De forma geral normalmente se utiliza a madeira, aço, concreto ou uma combinação destes materiais. O que determina esta escolha é o propósito da estrutura e economia, visando um melhor aproveitamento dos materiais disponíveis mais próximos ao local da obra.

O fator tempo de construção também é destacado, onde caso a obra seja executada em substituição de algum porto ou terminal existente, ou até mesmo próximo a um porto em funcionamento, o método construtivo deve ser o mais rápido possível, mesmo que isto acarrete num custo maior, pois a paralisação dos serviços de um terminal portuário por qualquer tempo que seja pode alcançar valores muito superiores aos da obra.

Além disso, outros fatores importantes são mencionados, como: previsão de ampliação do cais, previsão de juntas de expansão em cais de grandes dimensões e, por fim, os custos da construção. Quanto aos custos da obra, de forma geral o cais de paramento aberto é relativamente mais barato que os de paramento fechado e essa diferença de custo se torna cada vez mais evidente quanto mais profundidade d'água exista na frente do cais.

2.2. Concreto Protendido

Para entender melhor o conceito de concreto protendido, é preciso primeiro entender a definição de concreto armado. Segundo Rüsch (1981) concreto armado é um material de construção que possui em sua composição 2 materiais, o concreto e o aço. Essa composição une a elevada resistência à compressão do concreto com a elevada resistência à tração do aço, além do coeficiente de dilatação térmica dos materiais que são aproximadamente iguais, e, também, a proteção do aço contra a corrosão por estar envolvido no concreto.

De posse deste conceito, é importante então entender o que é a protensão. Pfeil (1988) define protensão como o artifício de implementar um estado prévio de tensões (pré-tensão) numa estrutura, de tal forma que quando ela esteja sob a ação de várias solicitações, possibilite a melhora de sua resistência ou comportamento.

Para facilitar a visualização do conceito de protensão Veríssimo e César Jr (1998) propõem imaginar uma fila horizontal de livros, onde para levantá-los sem que algum deles caia é necessário a aplicação de uma carga axial externa que faça com que eles se comprimam, de forma que o peso próprio seja superado pelas forças internas geradas pela compressão. Outro exemplo prático seria o de um barril de madeira, onde o concreto trabalha de forma análoga às tábuas do barril que são cintadas por uma tira de aço pré-esticada, a compressão gerada pelas tiras se opõe às tensões geradas internamente pelo líquido dentro do barril. Na figura 2.6 a seguir essas duas situações são ilustradas:

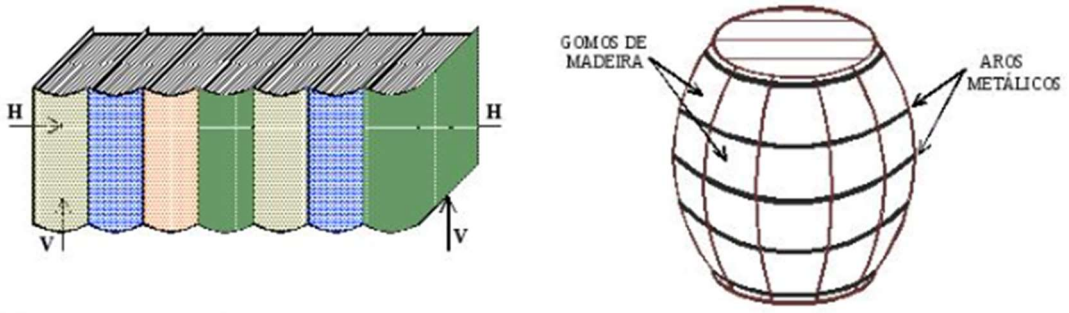


Figura 2.6 - Efeitos similares à protensão (Dinis, H.;Deguiara, E. Notas de Aula - Concreto Protendido)

Rüsch (1981) destaca os primeiros registros de construções em concreto armado, que datam próximo do ano de 1855, portanto um material já empregado a bastante tempo.

Veríssimo e César Jr (1998) ressaltam outros eventos históricos, como a primeira proposição de pré-tensionar o concreto em 1886 por P.H. Jackson nos Estados Unidos. Até o final do século 19 não houve nenhum êxito em ensaios e patentes de protensão.

Os autores destacam também que no começo do século 20, Morsch desenvolveu os fundamentos da teoria do concreto armado, alguns deles utilizados ainda hoje. Aproximadamente em 1912, ele e Mathias Koenen reconheceram as perdas de protensão com o decorrer do tempo, devido à retração e deformação lenta do concreto.

Já em 1919 Wettstein fabricou painéis de concreto protendido utilizando cordas de aço para piano (alta resistência) na Alemanha e em 1923, nos Estados Unidos, Dill concluiu que se deveria utilizar aços de alta resistência sob elevadas tensões para que as perdas de protensão sejam superadas.

Rüsch (1981) enfatizou o primeiro estudo consistente sobre concreto protendido, englobando todos estes conceitos verificados ao longo do tempo. Este estudo foi apresentado por Eugene Freyssinet (França) em 1928, que já havia empregado o conceito de protensão com o objetivo de reduzir o alongamento de tirantes em 1924. No estudo em questão ele reconheceu a importância da protensão da armadura nas construções civis, e, pesquisou sobre as perdas de protensão provocadas pela retração e deformação lenta do concreto, chegando a conclusão de que é necessário utilizar elevadas tensões no aço.

Veríssimo e César Jr (1998) ainda ressaltam outros eventos históricos, como em 1949 quando o desenvolvimento do concreto protendido se acelerou. Em 1950 ocorreu a primeira conferência sobre concreto protendido em Paris. E, no mesmo ano, Finster Walder executou a primeira ponte utilizando o conceito de balanços sucessivos.

No Brasil, a primeira obra utilizando concreto protendido aconteceu em 1948, a ponte do Galeão no Rio de Janeiro. Foi utilizado o sistema Freyssinet para construção com todos os materiais importados da França. Em 1952 a Belgo-mineira iniciou a fabricação de aço de protensão no Brasil, fazendo com que não fosse mais necessário importar todos os materiais.

Com o conceito de protensão é possível definir o que é o concreto protendido. Nilson et al. (2010) o conceituam como o material onde se introduzem tensões internas de tal magnitude e distribuição que as tensões resultantes do carregamento externo são reagidas até um determinado ponto. Os autores ainda constatam que o concreto é basicamente um material compressivo, com resistência à tração basicamente nula, e a protensão aplica uma pré-compressão na estrutura que reduz ou elimina as tensões de tração, minimiza ou quase extingue as fissuras sob carga de serviço e reduz drasticamente as flechas.

Já Rüsch (1981), define concreto protendido como uma peça estrutural onde são introduzidas forças especiais no concreto, fazendo com que ele comprima até o ponto de não ser mais solicitado à tração quando for submetido às cargas de utilização, ou sofre tração de forma bem mais limitada.

Veríssimo e César Jr (1998) enfatizam as vantagens do concreto protendido comparado com o concreto armado. Uma delas é que no concreto armado tradicional a parte tracionada da seção do concreto não trabalha em determinados casos, ocorrendo um certo desperdício de material. Utilizando o concreto protendido é possível fazer com que o aço comprima o concreto a tal ponto que ele não seja mais tracionado, ou possua uma tração muito pequena após a aplicação das cargas externas.

Pfeil (1988) também destaca algumas vantagens, tais como: redução das tensões de tração provocadas pela flexão e pelos esforços cortantes, redução da incidência de fissuras, redução da quantidade necessária de concreto e aço, capacidade de vencer vãos maiores, facilita a pré-moldagem e a operação de protensão permite servir como uma espécie de prova de carga, pois o concreto e aço são submetidos a tensões superiores do que aquelas que podem ocorrer no elemento estrutural devido às cargas de serviço.

Rüsch (1981) menciona outras vantagens além das mencionadas anteriormente, como por exemplo: possibilitar o emprego de aços de alta resistência, diminuir a flecha e possibilitar o desenvolvimento de novos métodos construtivos.

Em concreto protendido são utilizados basicamente três materiais: concreto, armadura não protendida e armadura protendida.

Veríssimo e César Jr (1998) explicam que os concretos utilizados em concreto protendido possuem maior resistência do que os utilizados em concreto armado, isto se deve principalmente à três fatores: a introdução de força de protensão pode causar solicitações prévias elevadas, reduzir as dimensões das peças, e, por possuir módulo de deformação mais elevado, as deformações imediatas e as que ocorrem ao longo do tempo são menores.

Já as armaduras não protendidas Pfeil (1988) fala que são os aços utilizados no concreto armado, os famosos vergalhões. São chamadas também de armaduras passivas e colaboram na resistência última à flexão, resistência ao esforço cortante e limitam a abertura de fissuras.

As armaduras ativas são os aços de protensão. Veríssimo e César Jr (1998) caracterizam estes aços como sendo de elevada resistência e ausência de patamar de escoamento. Possuem algumas vantagens em relação aos aços do concreto armado, como por exemplo: são mais econômicos por apresentar resistência até três vezes maior e são fornecidos em grandes comprimentos evitando emendas.

Os autores ainda destacam a disponibilidade destes aços, que são de três formas: fios trefilados de aço carbono (fornecidos em rolos ou bobinas), cordoalhas (fios enrolados em forma de hélice) e

barras de aço-liga de alta resistência. Além disso, podem ser classificados em dois tipos de modalidade de tratamento: aços de relaxação normal (RN) e aços de relaxação baixa (RB). Os aços RN possuem uma retificação através de um tratamento térmico que faz com que as tensões internas de trefilação sejam aliviadas. Já os aços RB possuem características elásticas melhoradas, além das perdas de tensão por relaxação serem diminuídas, fatos estes devidos ao tratamento termomecânico que recebem.

É nestes aços de protensão que a protensão do concreto é realizada, onde eles são esticados e ancorados nas extremidades (Pfeil, 1988). Para isso, existem os sistemas de protensão. Veríssimo e César Jr (1998) classificam estes sistemas em: protensão com aderência inicial, protensão com aderência posterior e protensão sem aderência.

Hanai (2005) define de forma clara estes sistemas. O sistema de protensão com aderência inicial é quando o alongamento da armadura de protensão é realizado com o auxílio de apoios independentes à estrutura antes da concretagem. Após o endurecimento do concreto os cabos são liberados e os fios cortados, onde ocorre a ancoragem no concreto por meio da aderência.

Já o sistema de protensão com aderência posterior, o alongamento da armadura de protensão é realizado utilizando o próprio elemento estrutural após o seu endurecimento. A aderência é então criada posteriormente, através de bainhas fixadas antes da concretagem, por onde irá passar o aço de protensão, onde ocorre a injeção de nata de cimento com o objetivo de criar a aderência e proteger a armadura contra a corrosão.

O sistema de protensão sem aderência é semelhante ao sistema com aderência posterior, porém a aderência não é criada e a armadura de protensão é ligada ao concreto apenas em determinados pontos. Este sistema se divide em dois tipos: sistema de protensão com cabos internos e sistema de protensão com cabos externos. No primeiro, após a protensão é injetado graxa na bainha para proteger a armadura da corrosão. Já no segundo os cabos são fixados externamente à peça, é um sistema mais utilizado para reforços estruturais.

Após a protensão do concreto protendido começam a ocorrer perdas nestes esforços aplicados aos cabos e estas perdas seguem acontecendo ao longo da vida útil da estrutura. Pfeil (1988) classifica as perdas de protensão em dois grupos: perdas imediatas e perdas retardadas (ou diferidas).

Segundo o autor as perdas imediatas são aquelas que acontecem durante o procedimento de protensão, ou seja, no momento do alongamento dos cabos de protensão. Elas podem ser devido ao atrito do cabo com peças adjacentes, pelos movimentos de acomodação das cunhas de ancoragem e pelo encurtamento elástico do concreto.

Já as perdas diferidas são aquelas que vão acontecendo ao longo de vários anos. Elas podem ser devido à retração e fluência do concreto com encurtamentos do material devido ao comportamento

viscoso dele. Também ocorrem perdas devido à relaxação do aço, onde ocorre o alívio de tensões no aço de protensão ao mantê-lo com comprimento ou deformação constante.

2.3. Estado da Arte

Após a revisão de todos estes conceitos a respeito do tema deste estudo, cabe-se destacar alguns trabalhos que surgiram no ambiente acadêmico a respeito de dimensionamentos utilizando o Concreto Protendido.

Mendes (1993) em sua tese, analisou peças de concreto protendido com aderência posterior ou inicial para verificar as alterações do estado de tensões normais às seções de concreto e armadura ativa devido ao efeito reológico sofrido pelos materiais ao longo do tempo. Ele abordou as principais propostas a nível internacional para calcular as deformações específicas por retração e fluência do concreto e relaxação do aço. O autor elaborou um programa computacional em linguagem Fortran, sendo verificado através de exemplos numéricos conhecidos.

Moura (2004) em sua dissertação, apresentou um estudo sobre vigas isostáticas protendidas pós-tracionadas. O autor desenvolveu um programa computacional utilizando a linguagem Visual Basic 6.0, simulando numericamente o comportamento das vigas estudadas. O programa é capaz de verificar os estados limites de serviço segundo as normas brasileiras. Ele ainda testou vários exemplos de vigas utilizando o programa e analisando diversos tipos de traçados de cabos de protensão, possibilitando o estudo de critérios para o lançamento deles.

Cavalcanti (2005) estudou modelos de verificação à flexão de estruturas protendidas. O chamado “Modelo 1” considerava cabos como parte integrante da seção, onde a protensão induz deformação correspondente ao pré-alongamento do aço de protensão. E o “Modelo 2” considerava a protensão como um carregamento externo, através de um sistema auto equilibrante de forças nas ancoragens e seções transversais do concreto. O autor comparou os resultados dos dois modelos apresentando dois exemplos de viga, um exemplo de pórtico e um exemplo de laje.

Zanette (2006) em sua dissertação, efetuou o estudo da aplicação do sistema de monocordoalhas engraxadas em vigas de estruturas de edifícios, apresentando, discutindo e sugerindo critérios para o dimensionamento e verificação das vigas. Ele aplicou esses critérios em exemplos de cálculo e apresentou uma proposta para verificar a capacidade resistente de seções no Estado Limite Último (ELU) utilizando um processo interativo com auxílio de planilha eletrônica.

Lazzari (2011) desenvolveu rotinas computacionais para a automatização de projetos de estruturas de concreto submetidas à protensão aderente e não-aderente. Utilizando um modelo numérico consolidado e a ajuda de *softwares* amigáveis, as rotinas verificam os estados limites de serviço e últimos, além de considerar as situações de protensão completa, limitada e parcial. Além disso, a autora apresentou comparações entre situações de projeto com base nas normas brasileira e

francesa.

Rocha (2014) avaliou a confiabilidade estrutural em projetos de vigas portuárias de concreto protendido. Seu objetivo foi verificar a influência da variação dos parâmetros de projeto na segurança da estrutura. O autor desenvolveu um modelo para análise de estruturas portuárias de concreto e o validou com resultados obtidos em dados experimentais existentes. Após isso, ele avaliou a probabilidade de falha utilizando o método de confiabilidade de primeira ordem através de rotinas computacionais já existentes, verificando que a maior variação no índice de confiabilidade sucedeu na variação da relação entre carga permanente e carga total.

Santos (2015) estudou o uso do concreto protendido em pavimentos portuários, com o objetivo de demonstrar a sua viabilidade e desenvolver um modelo de cálculo para seu dimensionamento. O autor elaborou planilhas eletrônicas para o dimensionamento do pavimento, estudou as variações de parâmetros do material e alternativas para sub-bases. A verificação do modelo de cálculo ocorreu através da comparação com outros autores e um projeto executivo.

3. PROJETO DE VIGAS DE CONCRETO PROTENDIDO

O seguinte capítulo trata dos aspectos relacionados ao projeto de vigas de concreto protendido, sua metodologia, análises, verificações e conceitos para o perfeito dimensionamento de uma viga em concreto protendido.

3.1. Metodologia

O dimensionamento de qualquer estrutura no âmbito da construção civil é baseado nas ações que agem sobre elas e da verificação da sua segurança. A norma NBR-8681:2003 (Ações e Segurança nas Estruturas – Procedimento) serve de referência para estes aspectos. Portanto, a metodologia do projeto é balizada em métodos semi-probabilísticos com base nos Estados Limites das estruturas.

A norma define Estado Limite como um estado a partir do qual a estrutura apresenta um desempenho não adequado às finalidades da construção. Os Estados Limites podem ser dividos em 2 tipos: Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS).

Segundo a NBR-8681:2003 Estados Limites Últimos são *"Estados que, pela sua simples ocorrência, determinam a paralisação, no todo ou em parte, do uso da construção"*.

Já os Estados Limites de Serviço são *"Estados que, por sua ocorrência, repetição ou duração, causam efeitos estruturais que não respeitam as condições especificadas para o uso normal; da construção, ou que são indícios de comprometimento da durabilidade da estrutura"*.

3.1.1. Estados Limites Últimos

Os principais Estados Limites Últimos a serem considerados nos projetos de estruturas de concreto protendido são:

- perda do equilíbrio da estrutura, admitida como um corpo rígido;
- ruptura ou deformação plástica excessiva dos materiais;
- transformação da estrutura, no todo ou em parte, em sistema hipostático;
- instabilidade por deformação;
- instabilidade dinâmica.

Para o caso do projeto de uma viga de concreto protendido o ELU a ser verificado é o que diz respeito à ruptura ou deformação plástica excessiva. A ruptura ou deformação excessiva pode ocorrer devido a solicitações normais ou solicitações tangenciais. Para as solicitações normais, o cálculo deve ser feito no Estádio III considerando que a armadura está previamente tracionada. Já para as solicitações tangenciais o cálculo deve ser feito como no concreto armado, levando em conta o efeito da força de protensão.

3.1.2. Estados Limites de Serviço

Os principais Estados Limites de Serviço segundo a NBR-6118:2014 estão especificados nos itens a seguir:

a) *Estado-limite de formação de fissuras (ELS-F);*

É o estado onde se dá o início da formação de fissuras. Ele é atingido no momento que a tensão de tração máxima na seção transversal alcança o valor da resistência do concreto à tração na flexão ($f_{ct,f}$). A norma indica que a análise seja feita no Estádio I.

De forma prática, quando não há um cálculo mais preciso, o valor de $f_{ct,f}$ pode ser admitido como $1{,}2f_{ctk}$ (resistência à tração característica do concreto) em elementos estruturais de seção T ou duplo T, $1{,}5f_{ctk}$ em elementos estruturais com seção retangular e $1{,}3f_{ctk}$ em elementos estruturais com seção I ou T invertido, onde $f_{ctk}=f_{ctk,inf}$ neste estado limite.

Um esquema da análise de tensões neste estado limite está representado na Figura 3.1 a seguir:

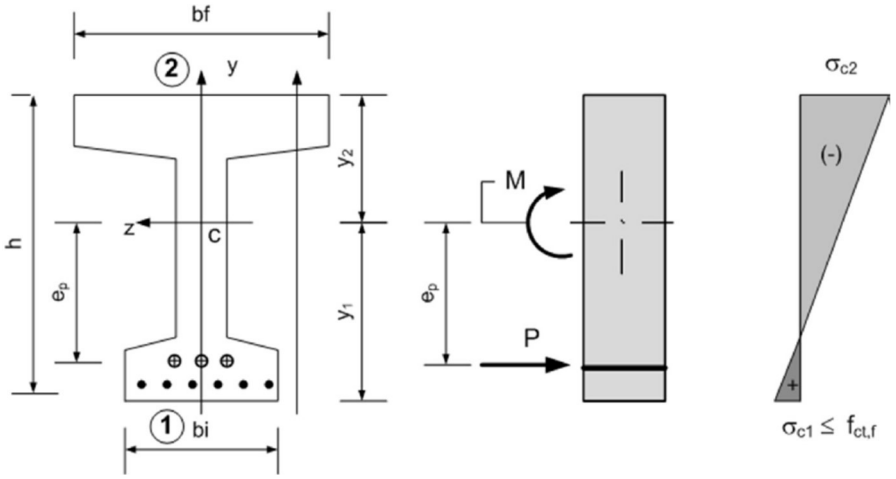


Figura 3.1 – Análise de tensões no ELS-F (Real, 2016)

b) *Estado-limite de abertura das fissuras (ELS-W)*

É o estado onde as fissuras estão com aberturas iguais aos máximos especificados pela norma para cada classe de agressividade ambiental e tipo de protensão.

Uma particularidade que a norma expõe no caso do cálculo da abertura das fissuras para concreto protendido, é que o σ_{si} equivale ao acréscimo de tensão, no centro de gravidade da armadura, entre o estado-limite de descompressão e o carregamento considerado. Seu cálculo deve ser realizado no Estádio II, levando em consideração toda a armadura ativa, inclusive a armadura dentro de bainhas.

c) *Estado-limite de deformações excessivas (ELS-DEF)*

É o estado onde as deformações atingem os limites determinados pela norma para a utilização

normal. De forma mais clara, é a verificação dos deslocamentos máximos da estrutura, também conhecidos por "flecha", realizada em qualquer estrutura fletida de concreto.

d) *Estado-limite de descompressão (ELS-D)*

É o estado onde em um ou mais pontos da seção transversal, o valor da tensão normal é nulo, sem a ocorrência de tração no que resta da seção.

Uma verificação típica para o concreto protendido, pois a seção transversal é pré-comprimida pela força de protensão, e, com o passar do tempo, ocorre a descompressão devido à ação de outros carregamentos até alcançar o estado limite em questão.

A norma ainda estabelece que a verificação deste estado limite seja executada no Estádio I. Na Figura 3.2 está representado um esquema para análise deste estado limite:

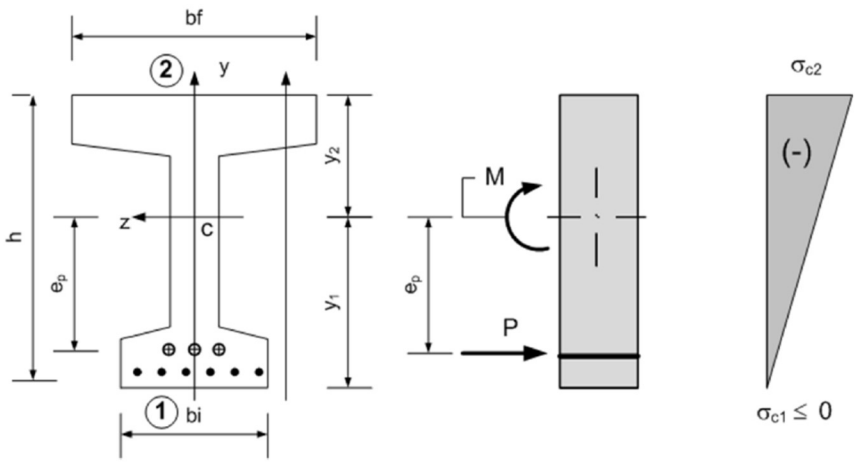


Figura 3.2 - Análise de tensões no ELS-D (Real, 2016)

e) *Estado-limite de descompressão parcial (ELS-DP)*

Conforme a NBR-6118:2014 é o *"estado no qual garante-se a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas. Essa região deve se estender até uma distância a_p da face mais próxima da cordoalha ou da bainha de protensão"*. Além disso, a norma indica que, a critério do projetista, o ELS-DP pode ser usado no lugar do ELS-D utilizando essa distância a_p=25mm.

Na Figura 3.3 pode-se observar melhor a definição da distância mencionada, bem como a disposição das regiões tracionadas e comprimidas:

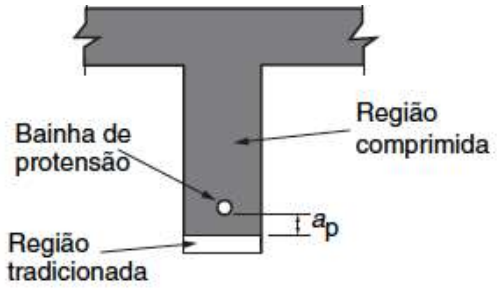


Figura 3.3 - Esquema do ELS-DP (NBR-6118:2014)

f) *Estado-limite de compressão excessiva (ELS-CE)*

É o estado onde as tensões de compressão alcançam o limite convencional estabelecido. Uma verificação típica do concreto protendido no momento da aplicação da protensão.

A norma indica uma verificação simplificada fixando o limite de compressão em 70% da resistência característica f_{ckj}.

O esquema de análise de tensões nesse estado limite está ilustrado na Figura 3.4:

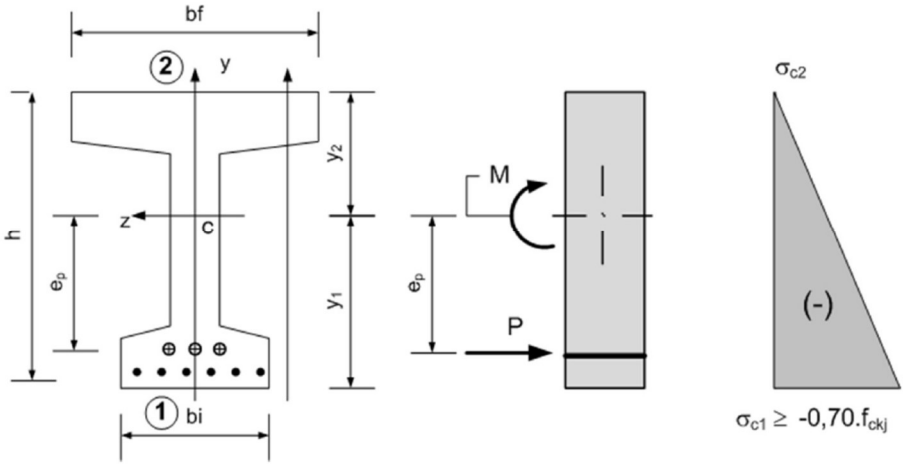


Figura 3.4 - Análise de tensões no ELS-CE (Real, 2016)

g) *Estado-limite de vibrações excessivas (ELS-VE)*

É o estado onde as vibrações alcançam os limites estabelecidos para a normal utilização da construção.

3.1.3. Combinações de Ações no Estado Limite de Serviço

A NBR-6118:2014 define que um carregamento é a combinação das ações com certa probabilidade de ocorrência de agirem de forma simultânea na estrutura, por um período pré-determinado.

Essas combinações devem ser realizadas com o intuito de determinar os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura. No caso das combinações de serviço (àquelas relacionadas aos ELS), elas são classificadas pela sua permanência na estrutura, podem ser:

- quase permanentes: atuam por grande parte do período de vida da estrutura, podendo ser importantes na verificação do ELS-DEF;

- frequentes: atuam de forma muito repetida ao longo do período de vida da estrutura, podendo ser importantes na verificação do ELS-F, ELS-W e ELS-VE, além de também poder ser relevante para o ELS-DEF na situação de ventos ou temperaturas excessivas;

- raras: atuam poucas vezes ao longo do período de vida da estrutura, podendo ser importantes na verificação do ELS-F.

Na Tabela 3.1 está exposto o cálculo das combinações de serviço usuais segundo a NBR-6118:2014:

Tabela 3.1 – Combinações de serviço (NBR-6118:2014 – Tabela 11.4)

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \psi_{2j} F_{qj,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_{2j} F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_{1j} F_{qjk}$

onde

$F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas;

ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS;

ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

Os fatores de redução indicados na Tabela 3.1 podem ser encontrados nas Tabela 3.2 e 3.3 a seguir:

Tabela 3.2 - Fatores de Redução (NBR-6118:2014 - Tabela 11.2)

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	ψ_1 [a]	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas [b]	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas [c]	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

[a] Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga, ver Seção 23.
[b] Edifícios residenciais.
[c] Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

Tabela 3.3- Fatores de Redução Pontes (NBR 8681/2003 - Tabela 6)

Ações	ψ_0	ψ_1	ψ_2 [3), 4)]
Cargas móveis e seus efeitos dinâmicos			
Passarelas de pedestres	0,6	0,4	0,3
Pontes rodoviárias	0,7	0,5	0,3
Pontes ferroviárias não especializadas	0,8	0,7	0,5
Pontes ferroviárias especializadas	1,0	1,0	0,6
Vigas de rolamentos de pontes rolantes	1,0	0,8	0,5

3.2. Níveis de Protensão

O dimensionamento das armaduras em estruturas de concreto protendido ocorre de maneira inversa ao do concreto armado, onde o dimensionamento das armaduras é feito no ELU, sendo depois verificados os ELS. No concreto protendido, o dimensionamento das armaduras é realizado determinando a força e a armadura de protensão conforme as verificações dos ELS e verificados depois quanto à segurança para os ELU.

O nível de protensão a ser adotado para um elemento estrutural trata de definir os estados de tensão à qual a estrutura será submetida. Se a seção transversal vai permanecer completamente comprimida, ou se será permitido a ocorrência de algumas tensões de tração sem superar o limite de resistência à tração do concreto, ou ainda se a fissuração será permitida respeitando o limite para abertura máxima.

Alguns autores desenvolveram fórmulas para determinar o grau de protensão. Leonhardt (1983) definiu que o grau de protensão é a relação entre o momento fletor de descompressão e o momento característico máximo:

$$K_p = \frac{M_0}{M_{(g+q),máx}} \tag{3.1}$$

onde M_0 é o momento fletor de descompressão [kN.m] e $M_{(g+q),máx}$ é o momento fletor característico máximo [kN.m].

Já Muttoni et al. (1997) definem o grau de protensão com a seguinte fórmula:

$$K_p = \frac{A_p . f_{pyk}}{A_p . f_{pyk} + A_s . f_{syk}} \tag{3.2}$$

onde A_p é a área de aço de protensão [cm^2], f_{pyk} é a tensão característica de escoamento do aço de protensão [MPa], A_s é a área de aço de armadura passiva [cm^2] e f_{syk} é a tensão característica de escoamento da armadura passiva [MPa].

A NBR-6118:2014 especifica três níveis de protensão: Concreto Protendido Nível 3 (protensão completa), Concreto Protendido Nível 2 (protensão limitada) e Concreto Protendido Nível 1 (protensão parcial). Para determinar qual nível de protensão utilizar, a norma leva em consideração a Classe de Agressividade Ambiental (CAA) da localização da estrutura.

A Tabela 3.4 expõe as exigências de verificações relativas à fissuração e proteção da armadura:

Tabela 3.4 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental (NBR-6118:2014 – Tabela 13.4)

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	–
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0{,}4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0{,}3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0{,}2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0{,}2$ mm	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D [a]	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D [a]	Combinação frequente

[a] A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com a_p = 50 mm (Figura 3.1).

NOTAS

1 As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se em 3.2.

2 Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV, exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens.

3 No projeto de lajes lisas e cogumelo protendidas, basta ser atendido o ELS-F para a combinação frequente das ações, em todas as classes de agressividade ambiental.

A Tabela 3.5 especifica cada tipo de classe de agressividade ambiental:

Tabela 3.5 - Classes de agressividade ambiental (NBR-6118:2014 - Tabela 6.1)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana [a, b]	Pequeno
III	Forte	Marinha [a] Industrial [a, b]	Grande
IV	Muito forte	Industrial [a, c] Respingos de maré	Elevado

[a] Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

[b] Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

[c] Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

3.2.1. Protensão Completa (Nível 3)

Conforme a NBR-6118:2014, as exigências para protensão completa devem ser atendidas para elementos de Concreto Protendido pré-tracionados nas classes de agressividade ambiental III e IV. Portanto, trata-se de uma situação onde estão localizadas as obras portuárias.

A primeira exigência a ser atendida neste nível de protensão é para as combinações frequentes de ações, onde o Estado Limite de Descompressão (ELS-D) deve ser respeitado, ou, como indicado na norma, pode ser substituído pelo Estado Limite de Descompressão Parcial (ELS-DP) utilizando o a_p com o valor de 25mm. Esta condição pode ser expressada pela seguinte equação:

$$\sigma_{C1} = P_\infty \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1}\right) - \frac{M_g + \psi_1 . M_q}{W_1} \leq 0 \tag{3.3}$$

onde P_∞ é a força de protensão descontadas as perdas imediatas e diferidas [kN], σ_{C1} é a tensão no bordo inferior [kN/cm^2], A é a área da seção transversal da peça [cm^2], e_p é a distância do centróide da peça até a armadura de protensão [cm], W_1 é o modulo de resistência em relação ao bordo inferior [cm^3], M_g é o momento devido às cargas permanentes [kN.cm], M_q é o momento devido às cargas variáveis [kN.cm] e ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS.

A segunda exigência é para o caso de combinações raras de ações, onde o Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F) deve ser respeitado, conforme a equação abaixo:

$$\sigma_{C1} = P_\infty \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1}\right) - \frac{M_g + M_q}{W_1} \leq f_{ct,f} \tag{3.4}$$

onde $f_{ct,f}$ é a resistência do concreto à tração na flexão [kN/cm^2].

3.2.2. Protensão Limitada (Nível 2)

Já para a protensão limitada as exigências devem ser atendidas para elementos de Concreto Protendido pré-tracionados na classe de agressividade ambiental II, ou para elementos pós-tracionados nas classes de agressividade ambiental III e IV. Tratando-se também de uma situação comum em estruturas portuárias.

A primeira exigência a ser atendida é para as combinações quase permanentes de ações, onde o ELS-D deve ser respeitado, ou, conforme indicado na norma, pode ser substituído pelo ELS-DP utilizando o a_p com o valor de 25mm. Esta exigência é expressa por:

$$\sigma_{C1} = P_\infty \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1}\right) - \frac{M_g + \psi_2 . M_q}{W_1} \leq 0 \tag{3.5}$$

onde ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

A segunda exigência é para o caso de combinações frequentes de ações, onde o ELS-F deve ser respeitado, sendo dada em forma da equação:

$$\sigma_{C1} = P_\infty \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1}\right) - \frac{M_g + \psi_1 . M_q}{W_1} \leq f_{ct,f} \tag{3.6}$$

3.2.3. Protensão Parcial (Nível 1)

Para a protensão parcial a exigência deve ser atendida para elementos de Concreto Protendido pré-tracionados na classe de agressividade ambiental I, ou para elementos pós-tracionados nas classes de agressividade ambiental I e II.

Apenas uma exigência é requerida, e ela é para o caso de combinações frequentes de ações, onde o Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W) deve ser respeitado, levando-se em conta que $w_k \leq 0,2mm$, segundo as duas equações abaixo:

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\,\eta_i} . \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} . \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \leq 0,2mm \tag{3.7}$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\,\eta_i} . \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} . \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45\right) \leq 0,2mm \tag{3.8}$$

onde ϕ_i é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada [mm], η_1 é o coeficiente para cálculo da tensão de aderência em armadura passiva, σ_{si} é a tensão de tração no centróide da armadura considerada no estádio II [kN/cm²], E_{si} é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada [kN/cm²] e ρ_{ri} é a taxa de armadura passiva ou ativa aderente em relação à área da região de envolvimento.

3.3. Força de Protensão Final (P_∞)

A força de protensão final P_∞ é aquela que age sobre a armadura protendida (cabo ou cordoalha) posteriormente ao abatimento das perdas imediatas e diferidas.

A estimativa da força de protensão é um processo que se desenvolve a partir dos ELS. Através de sua determinação, é possível definir a armadura de protensão (A_p).

Para realizar a estimativa, deve-se conhecer os seguintes parâmetros: ações atuantes, propriedades mecânicas dos materiais, propriedades geométricas da seção transversal, esforços solicitantes, grau de protensão calculado (K_p) ou nível de protensão (conforme a NBR-6118:2014), estimativa inicial das perdas e algum outro parâmetro exigido por norma específica.

As fórmulas para estimativa da força de protensão final estão esquematizadas na Tabela 3.6 a seguir, onde foram baseadas nas condições mencionadas anteriormente no item 3.2 (Níveis de Protensão) para cada tipo de combinação de ações.

Tabela 3.6 - Estimativa da Força de Protensão P_∞

Combinação de Ações	Nível de Protensão		
	Parcial (Nível 1)	**Limitada (Nível 2)**	**Completa (Nível 3)**
Quase Permanente	-----	$P_\infty \leq \frac{M_g + \psi_2 M_q}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1}\right) W_1}$	-----
Frequente	$w_k = \frac{\phi_i}{12{,}5\eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \leq 0{,}2mm$ $w_k = \frac{\phi_i}{12{,}5\eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45\right) \leq 0{,}2mm$	$P_\infty \leq \frac{f_{ct,f} + \frac{M_g + \psi_1 M_q}{W_1}}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1}\right)}$	$P_\infty \leq \frac{M_g + \psi_1 . M_q}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1}\right) W_1}$
Rara	-----	-----	$P_\infty \leq \frac{f_{ct,f} + \frac{M_g + M_q}{W_1}}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1}\right)}$

3.4. Força de Protensão Inicial (P_i)

A força de protensão inicial P_i é a força máxima que o equipamento de tração aplica na armadura de protensão. Sua estimativa é realizada através do fator de perdas de protensão final r_∞, que leva em conta as perdas iniciais e progressivas da força inicial de protensão:

$$P_i = \frac{P_\infty}{r_\infty} \tag{3.9}$$

Com a estimativa da força inicial do equipamento de tração, é possível determinar a área de armadura de protensão, levando-se em contas os limites de tensão na armadura nas operações de estiramento:

$$A_p = \frac{P_i}{\sigma_{pi}} \tag{3.10}$$

onde A_p é a área de aço de protensão [cm^2], P_i é a força de protensão inicial [kN] e σ_{pi} é o valor limite para tensão na armadura de protensão durante a operação de estiramento dos cabos (NBR-6118:2014) [kN/cm^2].

A NBR-6118:2014 prevê valores limites para a tensão σ_{pi}. No caso de armadura pré-tracionada, ela deve respeitar os limites de 0,77f_{ptk} e 0,90f_{pyk} em aços de relaxação normal (RN), e 0,77f_{ptk} e 0,85f_{pyk} para aços de relaxação baixa (RB).

Já para armaduras pós-tracionadas deve respeitar os limites de 0,74f_{ptk} e 0,87f_{pyk} em aços RN, 0,74f_{ptk} e 0,82f_{pyk} para aços RB, 0,80f_{ptk} e 0,88f_{pyk} para cordoalhas engraxadas RN e 0,72f_{ptk} e 0,88f_{pyk} para aços CP-85/105.

A partir da determinação da área de aço de protensão são utilizadas tabelas de aços de

fabricantes para determinar o número de fios, cordoalhas ou cabos de forma que a área de aço adotada preveja uma folga em relação à calculada, conforme:

$$A_{p,exist} \geq A_{p,calc} \tag{3.11}$$

onde $A_{p,exist}$ é a área de aço de protensão adotada utilizando as tabelas [cm^2] e $A_{p,calc}$ é a área de aço de protensão calculada utilizando a fórmula (3.10) [cm^2].

3.5. Valores Representativos da Força de Protensão (*P*)

P é a força de protensão, e os valores representativos dela são as forças de protensão descontadas as perdas de protensão imediatas e diferidas, tais como:

- Força de protensão ancorada (P_a): força restante após a ancoragem dos cabos;

- Força de protensão no tempo t_0 (P_0): força restante após os descontos referentes à todas as perdas imediatas;

- Força de protensão no tempo t_∞ (P_∞): conforme já mencionado anteriormente, é a força restante após todas as perdas imediatas e diferidas.

As equações para determinação dessas forças são:

$$P_a = P_i - \Delta P_{atrito} - \Delta P_{ancoragens} \tag{3.12}$$

$$P_0 = P_a - \Delta P_{elástico} \tag{3.13}$$

$$P_\infty = P_0 - \Delta P(t_\infty, t_0) \tag{3.14}$$

onde ΔP_{atrito} são as perdas devidas ao atrito entre o cabo e bainha ou entre cabos [kN], $\Delta P_{ancoragens}$ são as perdas devidas ao retorno do cabo no momento da fixação das cunhas de ancoragem [kN], $\Delta P_{elástico}$ são as perdas devidas ao encurtamento elástico do concreto [kN] e $-\Delta P(t_\infty, t_0)$ são as perdas devidas à retração e fluência do concreto e relaxação do aço [kN].

3.6. Verificação de Tensões Normais na Seção de Concreto

Após a determinação das forças de protensão do item anterior, é necessária a verificação das tensões normais no concreto no ato da protensão (em vazio) e na situação de serviço.

Conforme visto anteriormente, o nível de protensão adotado define as combinações de ações e tensões limites a serem respeitadas, de acordo com o indicado na NBR-6118:2014.

A viga deve ser dividida em pelo menos 11 seções, verificando em cada seção transversal as tensões levando em conta as variações da força de protensão e do carregamento.

3.6.1. Verificação simplificada do ELU no ato da protensão

A NBR-6118:2014 admite uma verificação simplificada relativa ao ELU no ato de protensão no Estádio I, onde o concreto se encontra não fissurado e existe um comportamento elástico linear dos materiais, mediante o atendimento dos seguintes itens:

- tensão máxima de compressão na seção de concreto não pode ultrapassar 70% da resistência característica f_{ckj} projetada para a idade que ocorrerá a aplicação da protensão;

- tensão máxima de tração do concreto $\leq 1{,}2f_{ctm}$ (correspondente a f_{ckj} especificado);

- quando existir tração nas seções transversais deve-se calcular uma armadura de tração no estádio II, utilizando a força na armadura igual à resultante das tensões de tração no estádio I. A força não deve provocar na sua correspondente armadura um acréscimo de tensão que seja superior a 150MPa em fios ou barras lisas e 250MPa em barras nervuradas.

Para calcular as tensões normais na seção transversal de concreto nos bordos superiores e inferiores são utilizadas as seguintes equações:

$$\sigma_{C2} = \gamma_p P_0 \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_2}\right) - \frac{\gamma_f M_{g1}}{W_2} \leq 1{,}2 f_{ctm} \rightarrow bordo\ superior \tag{3.15}$$

$$\sigma_{C1} = \gamma_p P_0 \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1}\right) - \frac{\gamma_f M_{g1}}{W_1} \geq -0{,}7 f_{ckj} \rightarrow bordo\ inferior \tag{3.16}$$

onde γ_p e γ_f são coeficientes de ponderação (1,1 e 1,0 para esta verificação respectivamente), f_{ctm} é a resistência média à tração do concreto [kN/cm²], W_2 é o modulo de resistência em relação ao bordo superior [cm³] e f_{ckj} é a resistência característica à compressão do concreto aos j dias [kN/cm²].

Na Figura 3.5 está ilustrada esta análise tensões:

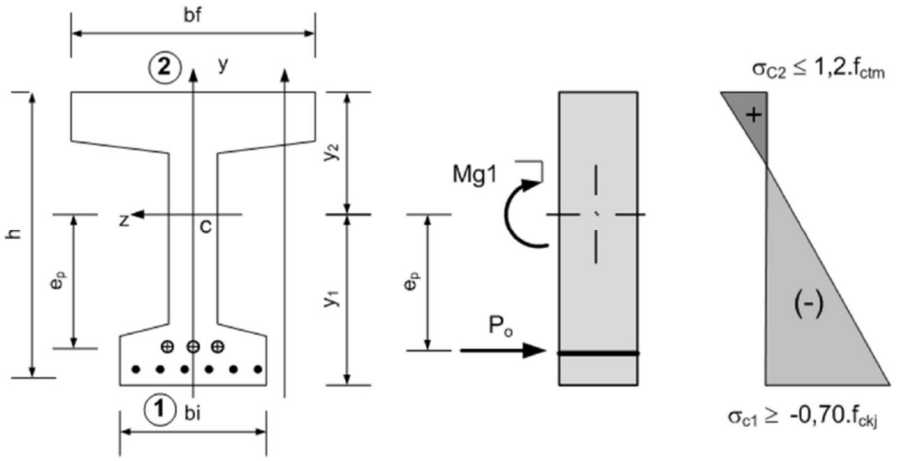


Figura 3.5 - Análise de Tensões no ato da protensão (Real, 2016)

3.6.2. Verificação em serviço

A verificação das tensões normais da seção de concreto em serviço é realizada levando em consideração dois itens:

- A força de protensão será igual à força de protensão no tempo t_∞;

- A combinação de ações de serviço será dada pela seguinte expressão: $M_s = M_g + \psi M_q$, variando o coeficiente de ponderação a depender da combinação de ações adotada.

Para calcular as tensões normais na seção transversal de concreto nos bordos superiores e inferiores são utilizadas as seguintes equações:

$$\sigma_{C2} = P_\infty \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_2}\right) - \frac{M_g + \psi M_q}{W_2} \rightarrow bordo\ superior \tag{3.17}$$

$$\sigma_{C1} = P_\infty \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_1}\right) - \frac{M_g + \psi M_q}{W_1} \leq f_{ct,f} \rightarrow bordo\ inferior \tag{3.18}$$

Na Figura 3.6 está ilustrada esta análise tensões:

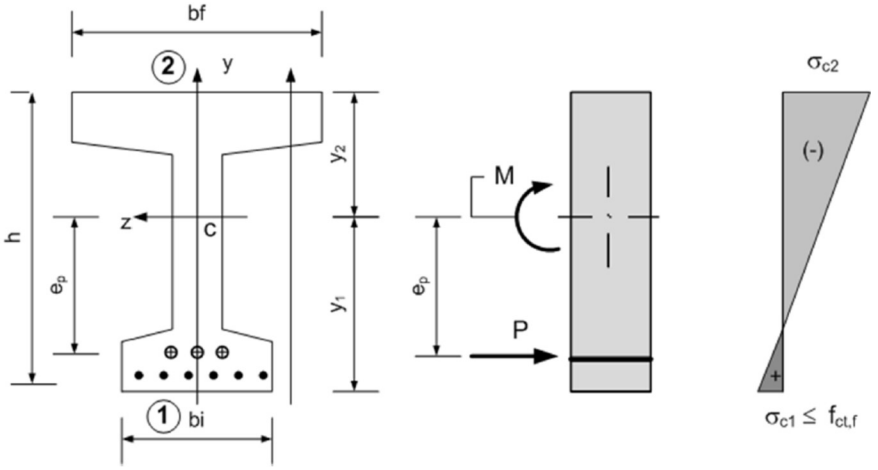


Figura 3.6 - Análise de tensões em serviço (Real, 2016)

3.7. Estado Limite Último devido à Solicitações Normais

As vigas em concreto protendido necessitam ser verificadas quanto ao estado limite último devido às solicitações normais, isto é, garantir que não ocorra a ruptura por esmagamento do concreto ou alongamento plástico excessivo da armadura. Esta verificação é realizada determinando a relação entre os esforços atuantes e os esforços resistentes nas várias seções da viga analisada. A seguinte equação resume a condição de equilíbrio:

$$M_{Sd} = M_{gd} + M_{qd} \tag{3.19}$$

$$M_{Rd} \geq M_{Sd} \tag{3.20}$$

onde M_{Sd} é o momento fletor solicitante de cálculo [kN.m], M_{gd} é o momento fletor de cálculo devido ao carregamento permanente [kN.m], M_{qd} é o momento fletor de cálculo devido ao carregamento variável [kN.m] e M_{Rd} é o momento fletor resistente de cálculo [kN.m].

Esta verificação é necessária devido ao fato de que a armadura de protensão calculada em atendimento aos estados limites de serviço pode não assegurar o equilíbrio na ruptura. Caso esta condição de equilíbrio não seja atendida, uma armadura passiva tracionada deverá ser dimensionada para estabelecer o equilíbrio no estado limite último.

Algumas hipóteses de cálculo devem ser levadas em conta, são elas:

a) As seções transversais permanecem planas e normais ao eixo da peça após a deformação;

b) Há aderência integral entre as armaduras (protensão e passiva) e o concreto que as envolve, fazendo com que as deformações dos dois materiais em contato sejam consideradas iguais;

c) Os domínios de deformação que a NBR-6118:2014 estabelece deverão ser obedecidos, onde para o dimensionamento à flexão simples os domínios 2, 3 e 4 são os importantes. Os domínios de deformação da norma estão expostos na Figura 3.7 a seguir:

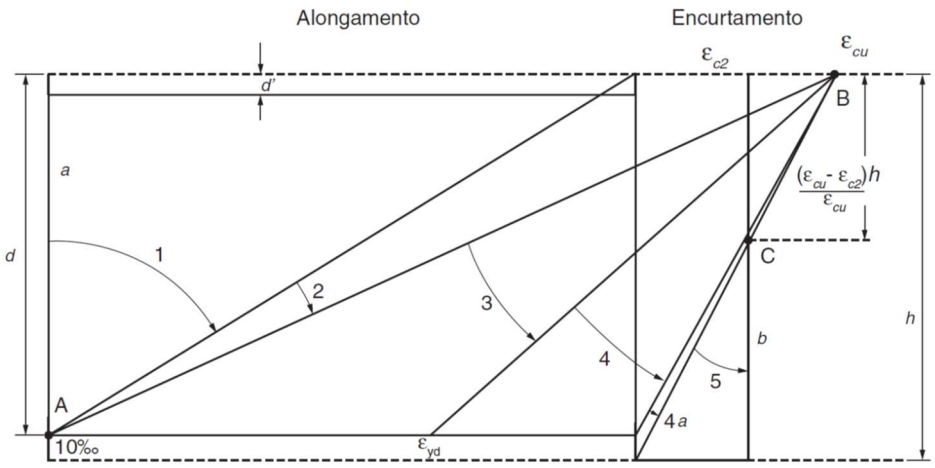


Figura 3.7 - Domínios de ELU (NBR-6118:2014 - Figura 17.1)

d) O "estado de neutralização" deve ser atingido, isto é, o alongamento prévio da armadura de protensão deve ser considerado no cálculo da deformação. O "estado de neutralização" pode ser obtido numa situação onde existem somente os esforços devido à protensão, adicionando solicitações que irão tornar nulas as tensões no concreto em toda sua seção transversal (Veríssimo e César Jr).

e) O diagrama tensão-deformação do concreto a ser considerado é o parábola-retângulo. De forma simplificada pode-se adotar o diagrama retangular com altura igual a 0,8*x*, onde *x* é a distância do topo da seção da viga até a linha neutra (em concretos do Grupo I), conforme a Figura 3.8 a seguir:

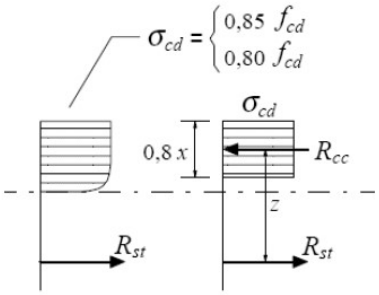


Figura 3.8 - Diagramas de tensões parábola-retângulo e retangular (Real, 2016)

f) O diagrama tensão-deformação do aço de protensão é bilinear, conforme a figura 3.9:

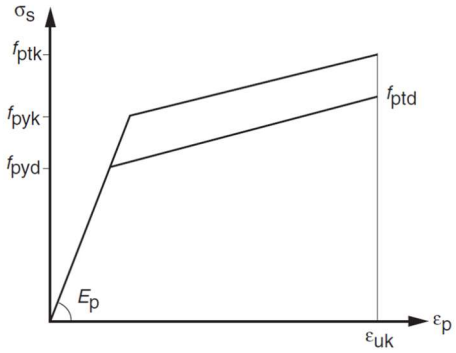


Figura 3.9 - Diagrama tensão-deformação aços de protensão (NBR-6118:2014 - Figura 8.5)

g) O diagrama tensão-deformação das armaduras passivas é elasto-plástico perfeito, conforme a figura 3.10:

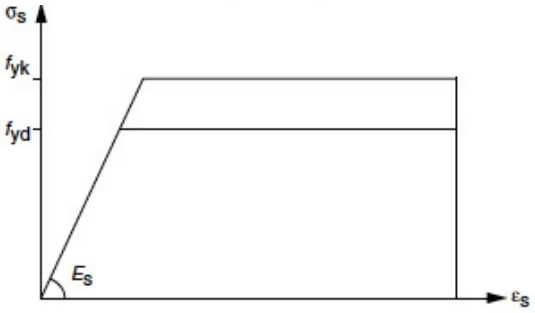


Figura 3.10 - Diagrama tensão-deformação armadura passiva (NBR-6118:2014 - Figura 8.4)

Assumidas estas hipóteses, pode-se esboçar o estado de deformações conforme mostra a Figura 3.11:

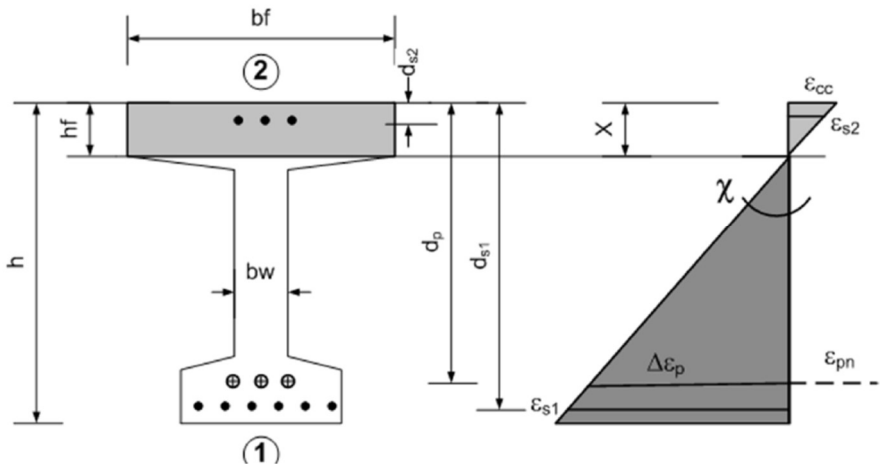


Figura 3.11 - Estado de deformações ELU Solicitações Normais (Real, 2016)

As deformações podem ser calculadas utilizando as seguintes equações:

$$\varepsilon_{cc} = \chi . x \tag{3.21}$$

$$\varepsilon_{s2} = \chi . (x - d_{s2}) \tag{3.22}$$

$$\varepsilon_{s1} = \chi . (d_{s1} - x) \tag{3.23}$$

$$\Delta\varepsilon_p = \chi . (d_p - x) \tag{3.24}$$

$$\varepsilon_{pnd} = \frac{\gamma_p P_\infty}{E_p A_p} + \frac{\gamma_p \sigma_{c,p}}{E_c} \rightarrow pré - alongamento\ do\ cabo \tag{3.25}$$

$$\varepsilon_{pd} = \varepsilon_{pnd} + \Delta\varepsilon_p \tag{3.26}$$

onde ε_{cc} é a deformação de fluência do concreto [m/m], χ é a curvatura da seção transversal do concreto, ε_{s2} é a deformação do aço da armadura passiva no bordo superior [m/m], ε_{s1} é a deformação do aço da armadura passiva no bordo inferior [m/m], $\Delta\varepsilon_p$ é a variação da deformação do aço da armadura ativa [m/m] e ε_{pd} é deformação do aço da armadura ativa de cálculo [m/m].

Já o estado de tensões fica conforme a Figura 3.12:

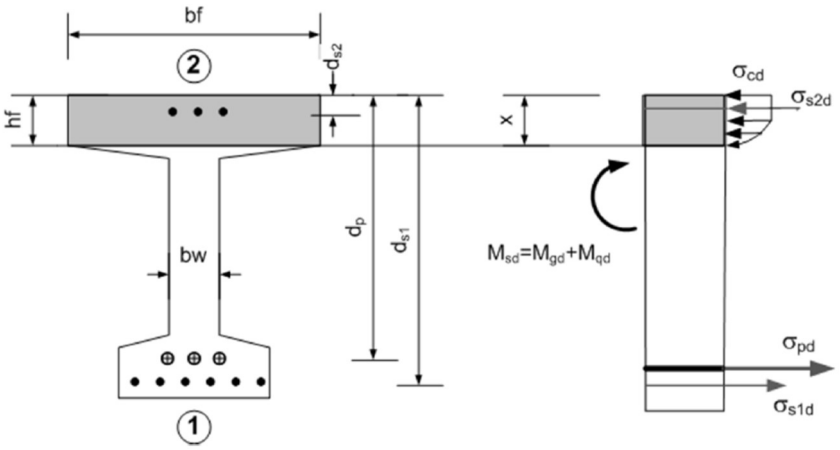


Figura 3.12 - Estado de Tensões ELU Solicitações Normais (Real, 2016)

As tensões podem ser calculadas utilizando as seguintes equações:

$$\sigma_{s1d} = \begin{cases} E_s.\varepsilon_{s1} \rightarrow se\ \varepsilon_{s1} < \varepsilon_{yd} \\ f_{yd} \rightarrow se\ \varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_{yd} \end{cases} \tag{3.27}$$

$$\sigma_{s2d} = \begin{cases} E_s.\varepsilon_{s2} \rightarrow se\ \varepsilon_{s2} < \varepsilon_{yd} \\ f_{yd} \rightarrow se\ \varepsilon_{s2} \geq \varepsilon_{yd} \end{cases} \tag{3.28}$$

$$\sigma_{pd} = \begin{cases} E_p.\varepsilon_{pd} \rightarrow se\ \varepsilon_{pd} < \varepsilon_{pyd} \\ f_{pyd} + \dfrac{(f_{ptd} - f_{pyd})}{(\varepsilon_{ptd} - \varepsilon_{pyd}}(\varepsilon_{pd} - \varepsilon_{pyd}) \rightarrow se\ \varepsilon_{pd} \geq \varepsilon_{pyd} \end{cases} \tag{3.29}$$

onde σ_{s1d} é a tensão de cálculo na armadura passiva do bordo inferior [kN/cm²], σ_{s2d} é a tensão de cálculo na armadura passiva do bordo superior [kN/cm²] e σ_{pd} é a tensão de cálculo na armadura ativa [kN/cm²].

Por fim, as forças resultantes podem ser calculadas a partir da Figura 3.13:

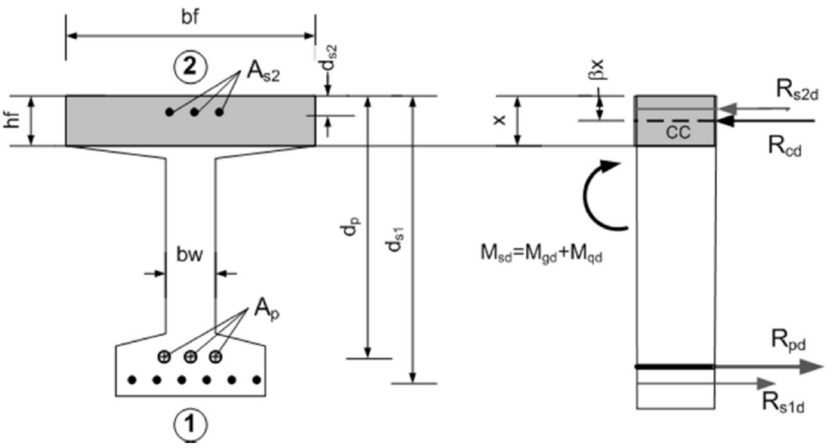


Figura 3.13 - Forças Resultantes ELU Solicitações Normais (Real, 2016)

Os cálculos são realizados utilizando as seguintes equações:

$$R_{cd} = \int_0^x \sigma_{cc}(y) b_f dy \tag{3.30}$$

$$R_{cd} = \sigma_{cd} 0{,}8 x b_f \rightarrow Utilizando\ diagrama\ retangular \tag{3.31}$$

$$R_{s2d} = \sigma_{s2d} A_{s2} \tag{3.32}$$

$$R_{s1d} = \sigma_{s1d} A_{s1} \tag{3.33}$$

$$R_{pd} = \sigma_{pd} A_p \tag{3.34}$$

onde R_{cd} é a força resultante de cálculo no concreto [kN], R_{s2d} é a força resultante de cálculo no aço da armadura passiva no bordo superior [kN], R_{s1d} é a força resultante de cálculo no aço da armadura passiva no bordo inferior [kN] e R_{pd} é a força resultante de cálculo no aço da armadura ativa [kN].

Realizando o equilíbrio das forças e momentos nesta análise, chega-se nas seguintes equações:

$$\sum F = 0 \rightarrow R_{cd} + R_{s2d} - R_{pd} - R_{s1d} = 0 \tag{3.35}$$

$$\sum M_{As1} = 0 \rightarrow R_{cc}(d_{s1} - \beta x) + R_{s2d}(d_{s1} - d_{s2}) - R_{pd}(d_{s1} - d_p) - M_{Sd} = 0 \tag{3.36}$$

Na equação 3.34 assumiu-se um bloco retangular de tensões, onde β=0,4. Este problema pode ser resolvido de forma simplificada. Para isso, assume-se que ocorrerá a ruptura da seção transversal no Domínio 3, o que quer dizer que todas as armaduras irão atingir as tensões de escoamento, conforme as seguintes expressões e a Figura 3.14:

$$\begin{cases} \varepsilon_{s1d} \geq \varepsilon_{yd} \\ \varepsilon_{s2d} \geq \varepsilon_{yd} \\ \varepsilon_{pd} \geq \varepsilon_{pyd} \\ \sigma_{s1d} = f_{yd} \\ \sigma_{s2d} = f_{yd} \\ \sigma_{pd} = f_{pyd} \end{cases}$$

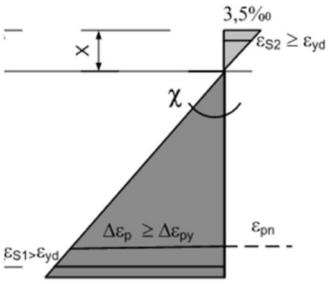


Figura 3.14 - Simplificação Estado de Tensões ELU Solicitações Normais (Real, 2016)

Primeiramente é calculada a posição da linha neutra (x) utilizando a equação 3.34. Através da expansão e rearranjo dos valores e, considerando a utilização do bloco retangular de tensões, chega-se na seguinte expressão:

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{3.37}$$

$$a = -0{,}32\sigma_{cd}b_f \tag{3.38}$$

$$b = +0{,}8\sigma_{cd}b_f d_{s1} \tag{3.39}$$

$$c = +\sigma_{s2d}A_{s2}(d_{s1} - d_{s2}) - \sigma_{pd}A_p\left(d_{s1} - d_p\right) - M_{Sd} \tag{3.40}$$

Em seguida, calcula-se a armadura tracionada A_{s1} necessária para o equilíbrio na ruptura. Para isso, utiliza-se a equação 3.33. Após a expansão da equação e rearranjo dos valores chega-se na seguinte expressão:

$$A_{s1} = \frac{\sigma_{cd}0{,}8xb_f + f_{yd}A_{s2} - f_{pyd}A_p}{f_{yd}} \rightarrow \sigma_{cd} = 0{,}85f_{cd} \tag{3.41}$$

Por fim, para verificar a hipótese assumida, compara-se o valor calculado para a linha neutra (x) com o limite entre os domínios 2 e 3 ($x_{2\text{-}3}$) e o limite entre os domínios 3 e 4 ($x_{3\text{-}4}$), bem como respeitar o limite para redistribuição de momentos e condições de ductilidade da norma, conforme as seguintes expressões:

$$x_{2-3} = \frac{0{,}35\%}{0{,}35\% + 1{,}00\%}d_p \tag{3.42}$$

$$x_{3-4} = \frac{0{,}35\%}{0{,}35\% + \Delta\varepsilon_{py}}d_p \rightarrow \Delta\varepsilon_{py} = \varepsilon_{pyd} - \varepsilon_{pn} \tag{3.43}$$

$$x_{2-3} \leq x \leq x_{3-4}\ e\ \frac{x}{d} \leq 0{,}45\ (Concretos\ Grupo\ I) \tag{3.44}$$

3.8. Estado Limite Último no ato da protensão

Conforme mencionado anteriormente no item 3.6.1, a NBR-6118:2014 permite uma verificação simplificada para a ruptura no ato da protensão, admitindo-se as hipóteses já mencionadas naquele item é possível realizar uma verificação mais rigorosa que será apresentada a seguir.

Os coeficientes de ponderação a serem utilizados nesta análise são:

$$\begin{cases} \gamma_c = 1{,}2 \\ \gamma_s = 1{,}15 \\ \gamma_p = 1{,}0 \rightarrow pré - tração \\ \gamma_p = 1{,}1 \rightarrow pós - tração \\ \gamma_f = 1{,}0 \rightarrow ações\ desfavoráveis \\ \gamma_f = 0{,}9 \rightarrow ações\ favoráveis \end{cases}$$

Pode-se então esboçar o estado de deformações para este estado limite, conforme a Figura 3.15:

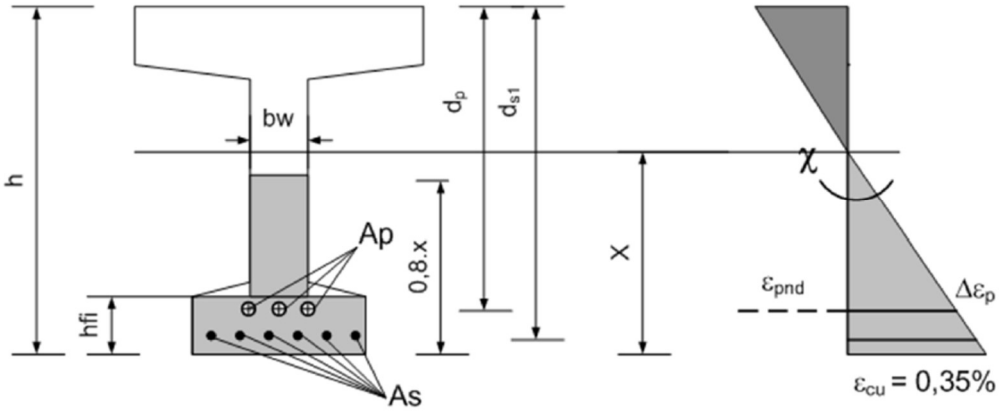


Figura 3.15 - Estado de deformações ELU ato da protensão (Real, 2016)

As deformações podem ser calculadas utilizando as seguintes equações:

$$\varepsilon_{cu} = 0{,}35\% \tag{3.45}$$

$$\varepsilon_{s1} = \frac{0{,}35\%}{x}(d_{s1} - x) \tag{3.46}$$

$$\Delta\varepsilon_p = \frac{0{,}35\%}{x}(d_p - x) \tag{3.47}$$

$$\varepsilon_{pnd} = \frac{\gamma_p P_\infty}{E_p A_p} + \frac{\gamma_p \sigma_{c,p}}{E_c} \rightarrow pré - alongamento\ do\ cabo \tag{3.48}$$

$$\varepsilon_{pd} = \varepsilon_{pnd} + \Delta\varepsilon_p \tag{3.49}$$

onde ε_{cu} é a deformação de fluência do concreto [mm/m]

Já o estado de tensões fica conforme a Figura 3.16:

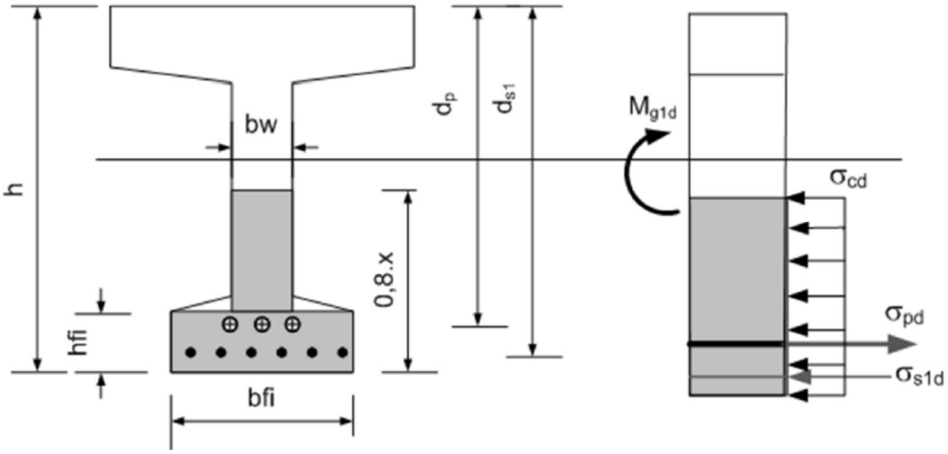


Figura 3.16 - Estado de tensões ELU ato da protensão (Real, 2016)

As tensões podem ser calculadas utilizando as seguintes equações:

$$\sigma_{s1d} = \begin{cases} E_s.\varepsilon_{s1} \rightarrow se\ \varepsilon_{s1} < \varepsilon_{yd} \\ f_{yd} \rightarrow se\ \varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_{yd} \end{cases} \tag{3.50}$$

$$\sigma_{pd} = \begin{cases} E_p.\varepsilon_{pd} \rightarrow se\ \varepsilon_{pd} < \varepsilon_{pyd} \\ f_{pyd} + \dfrac{(f_{ptd} - f_{pyd})}{(\varepsilon_{ptd} - \varepsilon_{pyd}}(\varepsilon_{pd} - \varepsilon_{pyd}) \rightarrow se\ \varepsilon_{pd} \geq \varepsilon_{pyd} \end{cases} \tag{3.51}$$

As forças resultantes podem ser calculadas a partir da Figura 3.17:

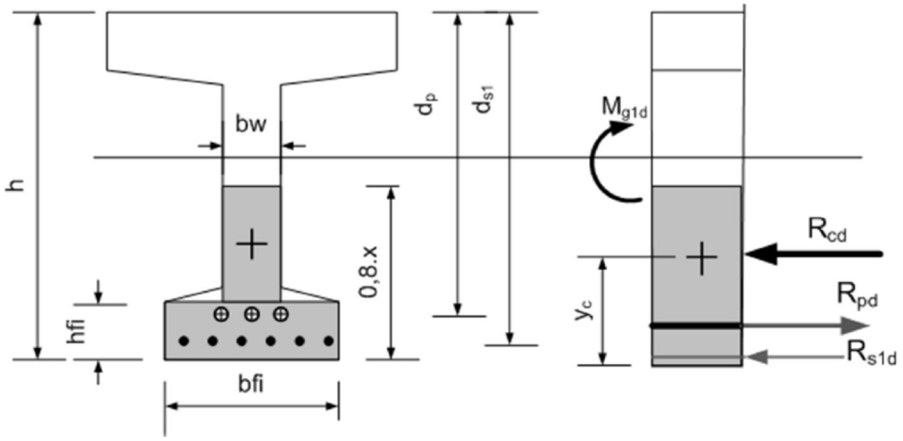


Figura 3.17 - Forças Resultantes ELU Solicitações Normais (Real, 2016)

Os cálculos são realizados utilizando as seguintes equações, considerando o diagrama retangular:

$$R_{cd} = \sigma_{cd}[0{,}8xb_f + (b_{fi} - b_w)h_{fi}] \tag{3.52}$$

$$R_{s1d} = \sigma_{s1d}A_{s1} \tag{3.53}$$

$$R_{pd} = \sigma_{pd}A_p \tag{3.54}$$

Realizando o equilíbrio das forças e momentos nesta análise, chega-se nas seguintes equações:

$$\sum F = 0 \rightarrow R_{cd} + R_{s1d} - R_{pd} = 0 \tag{3.55}$$

$$\sum M_{CC} = 0 \rightarrow R_{pd}(y_c - d'_p) - R_{s1d}(y_c - d'_{s1}) - M_{Sd} = 0 \tag{3.56}$$

Onde:

$$d'_{s1} = h - d_{s1} \tag{3.57}$$

$$d'_p = h - d_p \tag{3.58}$$

$$A_{cc} = (b_{fi} - b_w)h_{fi} + b_w 0{,}8x \tag{3.59}$$

$$y_c = \frac{0{,}5(b_{fi} - b_w)h_{fi}^2 + 0{,}32b_w x^2}{A_{cc}} \tag{3.60}$$

onde A_{cc} é área de concreto comprimida [cm^2] e y_c é o centróide da área comprimida [cm].

Para solucionar de forma simplificada este problema, admite-se que a armadura A_{s1} atinge a tensão de escoamento na ruptura. Então, calcula-se a posição da linha neutra (x) utilizando a equação 3.54. A contribuição da armadura superior A_{s2} é desprezada para simplificação.

Depois disso, calcula-se a tensão de compressão no concreto utilizando a equação 3.53, onde, após expandi-la e rearranjando os valores chega-se na seguinte expressão:

$$\sigma_{cd} = \frac{\sigma_{pd}A_p - \sigma_{s1d}A_{s1}}{A_{cc}} \tag{3.61}$$

Para que haja segurança, a seguinte expressão deve ser respeitada:

$$\sigma_{cd} \leq \frac{0{,}85f_{ck,j}}{\gamma_c} \tag{3.62}$$

3.9. Verificação da Armadura Mínima

A NBR-6118:2014 tem como exigência a existência de uma armadura mínima na área tracionada da seção da viga. Esta armadura mínima deve ser determinada através do dimensionamento utilizando um momento fletor mínimo conforme a seguinte equação:

$$M_{d,mín} = 0{,}8W_0 f_{ctk,sup} \tag{3.63}$$

onde W_0 é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto (fibra mais tracionada) [cm^3] e $f_{ctk,sup}$ é a resistência característica superior do concreto à tração [kN/cm²].

A verificação da armadura mínima é considerada atendida quando respeitar as taxas mínimas de armadura expostas na Tabela 3.7 em função do f_{ck} do concreto:

Tabela 3.7 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas (NBR-6118:2014 - Tabela 17.3)

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}$ [a] ($A_{s,mín}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

[a] Os valores de $\rho_{mín}$ estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, d/h = 0,8 e γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15. Caso esses fatores sejam diferentes, $\rho_{mín}$ deve ser recalculado.

3.10. Estado Limite Último devido a Solicitações Tangenciais

Em vigas de concreto protendido o dimensionamento relativo ao esforço cortante é similar ao de vigas de concreto armado. Nas vigas de concreto protendido pode-se descontar do esforço cortante devido ao carregamento externo uma parcela do esforço cortante devido à curvatura do cabo (V_{pd}).

Além disso, a força de protensão aumenta a capacidade resistente da seção, pois ela exerce uma força normal de compressão que retarda ou impede o aparecimento de fissuras diagonais de esforço cortante.

O efeito da curvatura do cabo sob o esforço cortante que produz uma componente de força com direção contrária à força cortante da seção pode ser observado na Figura 3.18:

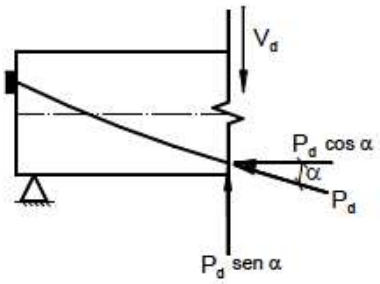


Figura 3.18 - Efeito devido à curvatura do cabo (Bastos, 2015)

Onde:

$$V_{Sd} = V_d - P_d sen\alpha \tag{3.64}$$

A NBR-6118:2014 prevê que neste valor de V_{Sd} o efeito da força de protensão na sua direção deve ser considerado, utilizando o valor de cálculo adequado ao tempo *t* considerado. Quando o efeito for favorável a armadura longitudinal de tração na zona tracionada deve obedecer a seguinte expressão:

$$A_p f_{pyd} + A_s f_{yd} \geq V_{Sd} \tag{3.65}$$

Respeitando esta condição ocorrerá a garantia da rigidez do banzo tracionado, pois fornece uma contribuição melhor do concreto na zona comprimida pela flexão. Na Figura 3.19 pode-se observar este efeito:

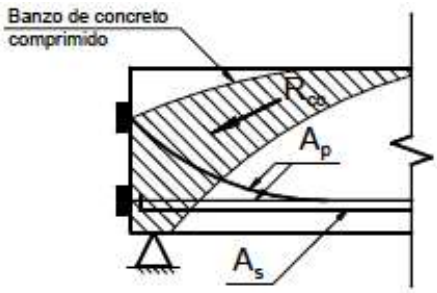


Figura 3.19 - Banzo de concreto comprimido próximo ao apoio (Bastos, 2015)

A norma prevê dois modelos de cálculo para o esforço cortante. O modelo I será o adotado neste trabalho. Nele, admite-se que as diagonais de compressão estão inclinadas num ângulo de 45^0 relativo ao eixo longitudinal da viga, e a parcela complementar V_c tem valor constante independente de V_{Sd}.

Primeiramente verifica-se a compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd2} = 0{,}27\alpha_{v2} f_{cd} b_w d \rightarrow \alpha_{v2} = (1 - f_{ck}/250) \tag{3.66}$$

Em seguida, calcula-se a armadura transversal:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \tag{3.67}$$

$$V_{sw} = (A_{sw}/s)0{,}9.d.f_{ywd}(sen\alpha + cos\alpha) \tag{3.68}$$

$$V_c = \begin{cases} 0 \rightarrow \text{elementos tracionados quando a linha neutra está fora da seção} \\ V_{c0} \rightarrow \text{flexão simples e flexo} - \text{tração com linha neutra cortando seção} \\ V_{c0}\left(1 + \dfrac{M_0}{M_{Sd,máx}}\right) \leq 2V_{c0} \rightarrow \text{flexo} - \text{compressão} \end{cases} \tag{3.69}$$

$$V_{c0} = 0{,}6 f_{ctd} b_w d \tag{3.70}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf}/\gamma_c \tag{3.71}$$

onde b_w é a menor largura da seção ao longo da altura útil *d*, quando existirem bainhas injetadas com diâmetro $\phi > b_w/8$ a largura deve ser $b_w - 1/2\Sigma\phi$ [cm], *d* é a altura útil da seção [cm], *s* é o espaçamento entre elementos da armadura transversal [cm], f_{ywd} é a tensão na armadura transversal passiva limitada a $f_{yd} \leq 435MPa$ [MPa], α é o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal, M_0 é o momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção tracionada por $M_{Sd,máx}$ [kN.m] e $M_{Sd,máx}$ é o momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise, podendo ser tomado igual ao valor máximo do semitramo [kN.m].

O momento fletor M_0 anula a tensão normal na borda menos comprimida, ou seja, é o momento de descompressão numa situação inicial de solicitação onde atuam a força normal (N_{pd}) e o momento fletor (M_{pd}) exercidos pela protensão utilizando um coeficiente de ponderação $\gamma_p=0{,}9$; e as forças normais de carregamento externos (N_{gd} *e* N_{qd}) ponderados por $\gamma_f=0{,}9$ (ou $\gamma_f=1{,}0$ se for desconsiderada a existência de momentos fletores concomitantes).

Pode-se calcular M_0 a partir da seguinte equação:

$$M_0 = \left(\gamma_p P_\infty + \gamma_f N_{g+q}\right)\frac{W_1}{A_c} + \gamma_p P_\infty e_p \tag{3.72}$$

onde $\frac{W_1}{A_c}$ é a distância da extremidade superior do núcleo central de inércia da seção ao centro da gravidade, é a excentricidade do centro de pressão com a qual a tensão na borda inferior se anula [cm].

3.11. Estados Limites de Serviço: Flecha e Fissuração

Em vigas de concreto protendido a verificação dos Estados Limites de Serviço relativos ao controle de flechas e fissuração são bem similares aos de vigas de concreto armado, com apenas algumas diferenças.

3.11.1. Flecha

Com relação à flecha, o Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS-DE) deve ser verificado. Se o traçado do cabo for curvo, esta curvatura faz com que surja uma carga distribuída de baixo para cima que ajuda na redução das flechas das vigas de concreto protendido.

Além disso, as vigas de concreto protendido trabalham no Estádio I (seção não-fissurada) por causa do esforço normal de compressão que a protensão gera. Com isso, utiliza-se a rigidez plena da seção transversal, fazendo com que ocorra outra redução das flechas.

A NBR-6118:2014 prevê que: *"Nos elementos estruturais com armaduras ativas, é suficiente considerar* $(EI)_{eq}=E_{cs}I_c$*, desde que não seja ultrapassado o estado-limite de formação de fissuras. Caso contrário, a expressão completa de 17.3.2.1.1 pode ser aplicada, desde que III,* M_r *e* M_a *sejam calculados considerando o elemento estrutural de concreto submetido à combinação de ações escolhida, acrescida da protensão representada como ação externa equivalente (gerando força normal e momento fletor). Para consideração da deformação diferida no tempo, basta multiplicar a parcela permanente da flecha imediata acima referida por* $(1+\varphi)$*, onde* φ *é o coeficiente de fluência. "*

A equação mencionada para cálculo da flecha é a seguinte:

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs}\left\{\left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1-\left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_{II}\right\} \leq E_{cs}I_c \tag{3.73}$$

onde E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto [kN/cm²], M_r é o momento de fissuração [kN.cm], M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado [kN.cm], I_c é momento de inércia da seção bruta de concreto [cm^3], I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estádio II [cm^3].

Para calcular a contribuição da força de protensão, é necessário determinar primeiramente o traçado do cabo, que pode ser determinado pela equação:

$$y(x) = \frac{4f}{L^2}x^2 - \frac{4f}{L}x \tag{3.74}$$

No caso da pós-tração, considera-se que a força atuante no cabo de protensão é constante e horizontal, o momento fletor causado pelo cabo (momento isostático de protensão) em cada seção da viga pode ser obtido pela multiplicação da força normal pela sua excentricidade, conforme a

expressão:

$$M_p(x) = P.y(x) = P\left(\frac{4f}{L^2}x^2 - \frac{4f}{L}x\right) \tag{3.75}$$

Como o carregamento é a segunda derivada do momento fletor com relação à x, obtém-se um carregamento equivalente que solicite cada seção da viga do mesmo modo que o cabo protendido:

$$p = \frac{d^2M(x)}{dx^2} = \frac{8.P_\infty.f}{L^2} \tag{3.76}$$

De posse do carregamento do caso da pós-tração, calcula-se o alívio causado pelo carregamento gerado pela protensão na flecha e verifica-se a flecha final com o valor da flecha admissível, conforme as seguintes equações:

$$W_{pós-tração} = \frac{5}{384}.\frac{(g+\psi_2 q)L^4}{E_c I_c} - \frac{5}{384}.\frac{pL^4}{E_c I_c} \tag{3.77}$$

$$W_0 = W(g+\psi_2 q) - W(p) \tag{3.78}$$

$$W_\infty = (1+\varphi)W_0 \tag{3.79}$$

$$W_{adm} = \frac{L}{250} \tag{3.80}$$

$$W_\infty \leq W_{adm} \tag{3.81}$$

Já no caso da pré-tração, onde o cabo é reto não possuindo curvatura, a força atuante horizontal gera um momento que é a multiplicação da força aplicada pela excentricidade, conforme a seguinte equação:

$$M_p = P_\infty.e_p \tag{3.82}$$

Da mesma forma as flechas são calculadas e verificadas com a admissível:

$$W_{pré-tração} = \frac{5}{384}.\frac{(g+\psi_2 q)L^4}{E_c I_c} - \frac{1}{8}.\frac{M_p L^2}{E_c I_c} \tag{3.83}$$

$$W_0 = W(g+\psi_2 q) - W(p) \tag{3.84}$$

$$W_\infty = (1+\varphi)W_0 \tag{3.85}$$

$$W_{adm} = \frac{L}{250} \tag{3.86}$$

$$W_\infty \leq W_{adm} \tag{3.87}$$

3.11.2. Fissuração

Já com relação à fissuração, o Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W) deve ser verificado. Esta verificação é feita exatamente como para concreto armado, somente a determinação das tensões nas armaduras ativas e passivas que utilizam fórmulas mais complexas.

A NBR-6118:2014 menciona que os cálculos da abertura das fissuras não são suficientemente precisos, pois pode sofrer várias influências como restrições às variações volumétricas da estrutura e condições de execução da mesma. Portanto, os valores obtidos pelas fórmulas são avaliações aceitáveis do comportamento geral do elemento estrutural e não de uma abertura de fissura específica e precisa.

A norma considera uma área A_{cr} do concreto de envolvimento em cada elemento ou grupo de elementos de armadura passiva e ativa aderente, determinada pelo que mostra a Figura 3.20:

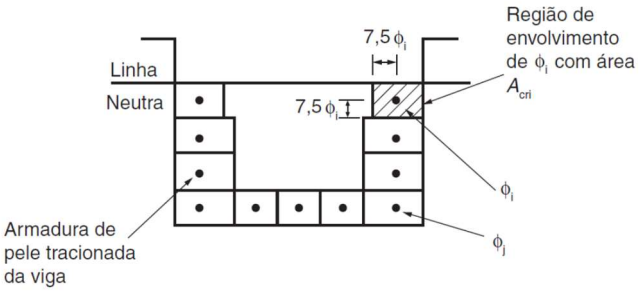


Figura 3.20 - Concreto de envolvimento da armadura (NBR-6118:2014 - Figura 17.3)

O cálculo do valor característico da abertura das fissuras é realizado para cada parte da região de envolvimento, sendo adotado o menor valor entre as duas expressões:

$$w_k = \frac{\phi_i}{12{,}5\eta_1}\frac{\sigma_{si}}{E_{si}}\frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \tag{3.88}$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{12{,}5\eta_1}\frac{\sigma_{si}}{E_{si}}\left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45\right) \tag{3.89}$$

onde ϕ_i é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada [cm], η_1 é o coeficiente para cálculo da tensão de aderência em armadura passiva, σ_{si} é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada no estádio II [kN/cm²], E_{si} é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada [kN/cm²] e ρ_{ri} é a taxa de armadura passiva ou ativa aderente em relação à área da região de envolvimento.

Se tratando de concreto protendido, o σ_{si} é o acréscimo de tensão no centro de gravidade da armadura entre o estado-limite de descompressão e o carregamento considerado, devendo ser calculado no estádio II levando em conta toda armadura ativa. O cálculo no estádio II permite a

utilização da relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto (α_e) com o valor igual a 15. Além disso, o coeficiente para calcular a tensão de aderência em armadura passiva (η_1) deve ser substituído pelo coeficiente de cálculo da tensão de aderência em armadura ativa (η_{p1}).

4. CÁLCULO DAS PERDAS DE PROTENSÃO

Este capítulo trata do cálculo das perdas de protensão. As perdas de protensão (já mencionadas no capítulo 2, item 2.2) são as reduções que ocorrem na força de protensão ao longo da vida útil do elemento estrutural protendido. Veríssimo e César Jr (1998) dizem que vários fatores como o acionamento dos macacos, liberação dos cabos e transferência da força de protensão geram efeitos que causam uma redução na força de protensão.

As perdas de protensão são divididas em dois tipos: perdas imediatas e perdas diferidas. Nos itens a seguir o cálculo de cada tipo de perda será apresentado, lembrando que se tratam de estimativas com certa precisão, em casos muito complexos uma análise meticulosa deve ser realizada.

4.1. Perdas Imediatas

São as perdas que acontecem no momento da transferência da força de protensão para o elemento estrutural, portanto, são as perdas que dependem do sistema construtivo adotado.

As perdas imediatas podem ser divididas em três tipos: perdas por atrito, perdas por acomodação nas ancoragens e perdas por encurtamento elástico do concreto.

4.1.1. Perdas por atrito

As perdas por atrito ocorrem no sistema de protensão de aderência posterior, onde os cabos são tracionados após a concretagem da peça. Tratam-se de perdas relativas ao atrito que ocorre entre os cabos de protensão e entre os cabos e as bainhas metálicas onde estão inseridos. Este atrito ocorre no momento que os cabos são tracionados, fazendo com que os cabos entrem em contato direto entre si e com a superfície interna da bainha (Hanai, 2005). A Figura 4.1 ilustra essas informações:

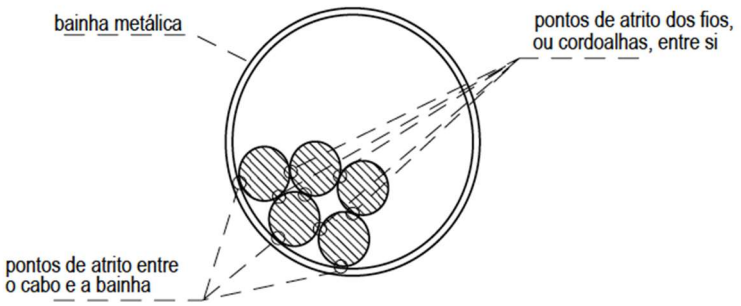


Figura 4.1 - Atrito entre os cabos e a bainha (Veríssimo e César Jr, 1998)

Este atrito entre os cabos e a bainha é ainda maior em trechos onde há uma curvatura e irregularidades no traçado causadas por erros construtivos, fazendo com que essa pressão de contato se intensifique (Veríssimo e César Jr, 1998). A Figura 4.2 apresenta um esboço destes pontos críticos:

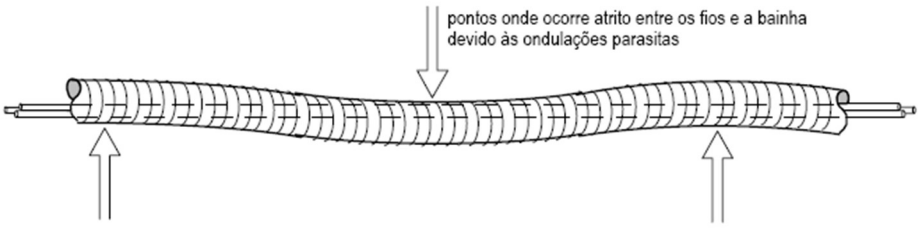


Figura 4.2 - Ondulações parasitas da bainha (Veríssimo e César Jr, 1998)

Por conta destes atritos que surgem ao longo dos cabos de protensão, a força de protensão inicial aplicada é em parte utilizada para vencer essas resistências, caracterizando a perda por atrito.

A NBR-6118:2014 indica a utilização da seguinte expressão para calcular as perdas por atrito:

$$\Delta P_{(x)} = P_i[1 - e^{-(\mu \sum \alpha + kx)}] \tag{4.1}$$

onde P_i é o esforço inicial de protensão [kN], x é a abscissa do ponto onde se calcula ΔP, medidas a partir da ancoragem [m], $\sum \alpha$ é a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x [rad], k é o coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo [m^{-1}] e μ é o coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha [rad^{-1}].

A norma ainda indica que o valor do coeficiente k pode ser adotado como $0{,}01\mu$ (m^{-1}) na falta de dados experimentais. Além disso, também para a falta de dados experimentais, indica os seguintes valores para μ:

$$\begin{cases} \mu = 0{,}5 \rightarrow entre\ cabo\ e\ concreto\ (sem\ bainha) \\ \mu = 0{,}30 \rightarrow entre\ barras\ ou\ fios\ com\ mossas\ ou\ saliências\ e\ bainha\ metálica \\ \mu = 0{,}20 \rightarrow entre\ fios\ lisos\ ou\ cordoalhas\ e\ bainha\ metálica \\ \mu = 0{,}10 \rightarrow entre\ fios\ lisos\ ou\ cordoalhas\ e\ bainha\ metálica\ lubrificada \\ \mu = 0{,}05 \rightarrow entre\ cordoalha\ e\ bainha\ de\ polipropileno\ lubrificada \end{cases}$$

Portanto, a força de protensão após as perdas por atrito pode ser estimada através da seguinte equação:

$$P_{(x)} = P_i - \Delta P_{(x)} = P_i[e^{-(\mu \sum \alpha + kx)}] \tag{4.2}$$

4.1.2. Perdas por acomodação nas ancoragens

Após a aplicação da força de protensão nos cabos eles são ancorados nas extremidades das vigas com a utilização de cunhas. Com isso, ocorre uma transferência da carga aplicada para a ancoragem, e, como esta força é muito elevada, ocorre a deformação da cunha e um pequeno retrocesso do cabo. Este pequeno retrocesso faz com que ocorra uma redução do alongamento inicial do cabo, provocando uma perda de protensão.

Ao mesmo tempo, o atrito entre o cabo e a bainha além de dificultar a tração do cabo, dificulta também o retorno do mesmo, fazendo com que exista um ponto ao logo da viga onde o cabo não retorna mais, chamado de ponto de repouso (x_r) (Pfeil, 1988).

Para calcular este ponto de repouso será usada a equação do retorno do cabo (δ), dada por:

$$\delta = \int_0^{x_r} \frac{\Delta P_{(x)} dx}{A_p E_p} \tag{4.3}$$

onde $\Delta P_{(x)}$ é a perda de protensão por acomodação e deslizamento na ancoragem [kN], A_p é área da seção transversal da armadura de protensão [cm^2] e E_p é o módulo de elasticidade do aço da armadura ativa [kN/cm²].

Pode-se esboçar o traçado do cabo até o ponto de repouso na Figura 4.3:

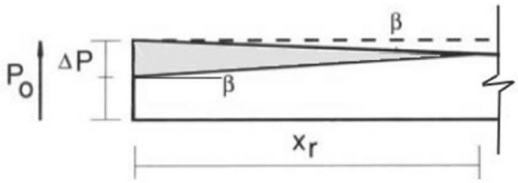


Figura 4.3 - Ponto de repouso (Real, 2016)

Portanto:

$$\delta = \frac{\text{Área}_{\text{Triângulo}}}{A_p E_p} \rightarrow \text{Área}_{\text{Triângulo}} = \delta A_p E_p \tag{4.4}$$

Comparando a Equação 4.4 com a Figura 4.3:

$$\text{Área}_{\text{Triângulo}} = \delta A_p E_p = \frac{1}{2} \Delta P x_r \tag{4.5}$$

Utilizando a igualdade da Equação 4.5, busca-se atingi-la ajustando o valor de x_r. Quando isto for alcançado, utiliza-se a Equação 4.2 para calcular a perda por atrito do ponto de repouso, gerando a seguinte expressão:

$$P_{(x_r)} = P_i[e^{-(\mu \sum \alpha_r + k x_r)}] \tag{4.6}$$

Com o valor da perda por atrito no ponto de repouso é calculada a perda por acomodação nas ancoragens com a seguinte equação:

$$\Delta P = 2[P_i - P_{(x_r)}] \tag{4.7}$$

Os valores da penetração da cunha na ancoragem (δ) normalmente são fornecidos por fabricantes dos dispositivos de ancoragem. No sistema Freyssinet, de cunha central, os valores médios são adotados conforme a Tabela 4.1:

Tabela 4.1 - Penetração da cunha de ancoragem sistema Freyssinet (Veríssimo e César Jr, 1998)

Tipo de cabo (cunha central)	Esforços de protensão $P_{máx}$ (tf)	Penetração da cunha δ (mm)
12 ϕ 5 mm	27	4
12 ϕ 7 mm	52	7
12 ϕ 8 mm	68	8
6 ϕ 1/2"	75	12
12 ϕ ½"	150	12

Já para sistemas com cunha individual para cada fio ou cordoalha, os valores médios para penetração da cunha na carga máxima são (Veríssimo e César Jr, 1998):

Tabela 4.2 - Penetração da cunha de ancoragem sistema individual

Cabo	**Penetração da cunha δ(mm)**
Fio ϕ 7mm	5
Cordoalha ϕ $1/2''$	6
	4 (cunha cravada com macaco)

4.1.3. Perdas por encurtamento elástico do concreto

O elemento estrutural de concreto quando recebe a força de protensão acaba sofrendo uma pequena deformação elástica. Ao mesmo tempo, o aço de protensão também se deforma, encurtando juntamente com a peça de concreto, provocando um alívio de tensão, que se chama de perda de protensão. Isto acontece devido ao módulo de deformação longitudinal do aço que é constante, logo, quando ocorre o encurtamento acaba diminuindo a tensão de protensão, conforme pode ser observado na expressão a seguir:

$$\sigma_p = E_p \varepsilon_p \tag{4.8}$$

onde σ_p é a tensão no aço de protensão [kN/cm²], E_p é o módulo de elasticidade do aço de protensão [kN/cm²] e ε_p é a deformação no aço de protensão [mm/m].

Essas perdas por encurtamento elástico do concreto se comportam de maneira diferente no caso de pré-tração e pós-tração.

Para as vigas que utilizam o sistema de pré-tração, a NBR-6118:2014 diz que a perda por encurtamento elástico do concreto deve ser calculada em regime elástico e a deformação da seção considerada homogeneizada. Portanto admite-se que a deformação do concreto é igual à do aço de protensão:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_p \tag{4.9}$$

onde ε_c é a deformação no concreto [mm/m].

Aplicando a Lei de Hooke na Equação 4.9:

$$\frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\Delta\sigma_p}{E_p} \tag{4.10}$$

onde σ_c é a tensão no concreto [kN/cm²], E_c é o módulo de elasticidade do concreto [kN/cm²] e $\Delta\sigma_p$ é a perda de tensão de protensão devido ao encurtamento elástico [kN/cm²].

A perda de protensão será então:

$$\Delta\sigma_p = \frac{E_p}{E_c}\sigma_c = \alpha_p \sigma_c \tag{4.11}$$

onde α_p é a relação entre os módulos de elasticidade do aço de protensão e do concreto.

Já para as vigas que utilizam o sistema de pós-tração os macacos de protensão são apoiados no próprio elemento estrutural impondo deformações à medida que ocorre o estiramento dos cabos de protensão. Caso eles sejam estirados todos juntos não ocorrerá a perda de protensão, porém, caso a protensão seja aplicada cabo a cabo, o estiramento de um cabo gera deformações no concreto que causam perdas de protensão nos cabos que já estão tracionados e ancorados. Portanto, o primeiro cabo sofre perda de protensão devida ao estiramento dos n-1 cabos que restam, e assim sucessivamente, onde a perda do último cabo será nula (Bastos, 2015).

A NBR-6118:2014 prevê a seguinte equação para o cálculo da perda média de protensão por cabo:

$$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha_p(\sigma_{cp} + \sigma_{cg})(n-1)}{2n} \tag{4.12}$$

onde α_p é a relação entre os módulos de elasticidade do aço de protensão e do concreto, σ_{cp} é a tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devido à protensão simultânea dos *n* cabos [kN/cm²], σ_{cg} é a tensão no mesmo ponto, devido à carga permanente mobilizada pela protensão ou simultaneamente aplicada pela protensão [kN/cm²] e *n* é o número de cabos [un].

4.2. Perdas Diferidas

As perdas diferidas ocorrem após a transferência da força de protensão para a viga, se prolongando por toda vida útil da estrutura (Carvalho, 2015).

Estas perdas são relacionadas com as deformações provocadas pelas características físico-químicas dos materiais envolvidos (Veríssimo e César Jr, 1998). Elas podem ser divididas em três tipos: perdas por retração do concreto, perdas por fluência do concreto e perdas por relaxação do aço de protensão.

4.2.1. Perdas por retração do concreto

A retração do concreto ocorre devido à perda de umidade para o ambiente externo. Ele perde uma parte do excesso de água não aproveitada pela cura até atingir uma umidade estável, fazendo com que essa perda gradativa provoque uma redução de volume e encurtamento da peça ao longo do tempo (Moura, 2004).

A deformação por retração do concreto entre o tempo t_0 e t_∞ é denominada de $\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$. A expressão para calcular a perda de protensão por retração do concreto é a seguinte:

$$\Delta\sigma_{ps} = E_p \varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0) \tag{4.13}$$

onde $\Delta\sigma_{ps}$ é a perda de protensão por retração do concreto [MPa].

Os valores de $\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$ podem ser calculados de forma mais precisa utilizando-se as equações disponíveis no Anexo A da NBR-6118:2014, ou retirados da Tabela 4.3:

Tabela 4.3 - Valores característicos superiores da deformação específica de retração e coeficiente de fluência (NBR-6118:2014 - Tabela 8.2)

Umidade média ambiente %			40		55		75		90	
Espessura fictícia $2A_c/u$ cm			20	60	20	60	20	60	20	60
$\varphi(t_\infty, t_0)$ Concreto das classes C20 a C45	t_0 dias	5	4,6	3,8	3,9	3,3	2,8	2,4	2,0	1,9
		30	3,4	3,0	2,9	2,6	2,2	2,0	1,6	1,5
		60	2,9	2,7	2,5	2,3	1,9	1,8	1,4	1,4
$\varphi(t_\infty, t_0)$ Concreto das classes C50 a C90		5	2,7	2,4	2,4	2,1	1,9	1,8	1,6	1,5
		30	2,0	1,8	1,7	1,6	1,4	1,3	1,1	1,1
		60	1,7	1,6	1,5	1,4	1,2	1,2	1,0	1,0
$\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$ ‰		5	– 0,53	– 0,47	– 0,48	– 0,43	– 0,36	– 0,32	– 0,18	– 0,15
		30	– 0,44	– 0,45	– 0,41	– 0,41	– 0,33	– 0,31	– 0,17	– 0,15
		60	– 0,39	– 0,43	– 0,36	– 0,40	– 0,30	– 0,31	– 0,17	– 0,15

4.2.2. Perdas por fluência do concreto

A fluência do concreto é o aumento de deformação ao longo do tempo, quando a viga está submetida a uma carga constante. Ela é afetada pelos mesmos fatores da retração, e é inversamente proporcional à resistência do concreto e diretamente proporcional às tensões nele aplicadas. Portanto, no caso da protensão, uma carga é aplicada previamente e ao longo da vida útil da estrutura, causando o encurtamento do concreto na região da armadura protendida (Carvalho, 2015).

A deformação por fluência do concreto entre o tempo t_0 e t_∞ é denominada de $\varepsilon_{cc}(t_\infty, t_0)$, e é definida por:

$$\varepsilon_{cc}(t_\infty, t_0) = \varphi(t_\infty, t_0)\varepsilon_c(t_0) \tag{4.14}$$

onde $\varphi(t_\infty, t_0)$ é o coeficiente de fluência do concreto e $\varepsilon_c(t_0)$ é a deformação inicial do concreto [mm/m].

A expressão para calcular a perda de protensão por fluência do concreto é a seguinte:

$$\Delta\sigma_{pc} = E_p\varepsilon_{cc}(t_\infty, t_0) \tag{4.15}$$

onde $\Delta\sigma_{pc}$ é a perda de protensão por fluência do concreto [kN/cm²].

Como:

$$\varepsilon_c(t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c} \tag{4.16}$$

A equação da perda fica então:

$$\Delta\sigma_{pc} = \alpha_p \varphi(t_\infty, t_0)\sigma_c(t_0) \tag{4.17}$$

Os valores de $\varphi(t_\infty, t_0)$ podem ser retirados da Tabela 4.3 já mencionada no item anterior ou também calculados de forma mais precisa através do Anexo A da NBR-6118:2014.

4.2.3. Perdas por relaxação do aço de protensão

A relaxação do aço é o alívio de tensão que a armadura de protensão sofre ao ser estirada e mantida com comprimento e deformação constante (Veríssimo e César Jr, 1998).

Para calcular a perda de protensão por relaxação do aço, a NBR-6118:2014 prevê a determinação do seguinte coeficiente:

$$\psi(\mathrm{t}, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(\mathrm{t}, t_0)}{\sigma_{pi}} \tag{4.18}$$

onde $\Delta\sigma_{pr}(\mathrm{t}, t_0)$ é a perda de tensão por relaxação pura do instante t_0 do estiramento até o instante t_0 considerado [kN/cm²], σ_{pi} é a tensão da armadura de protensão após as perdas imediatas [kN/cm²].

A norma indica valores médios de relaxação, medidos após 1000h em temperatura de 20ºC, conforme a Tabela 4.4:

Tabela 4.4 - Valores de ψ_{1000} em porcentagem (NBR-6118:2014 - Tabela 8.4)

σ_{po}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 f_{ptk}	0	0	0	0	0
0,6 f_{ptk}	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 f_{ptk}	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 f_{ptk}	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde
RN é a relaxação normal;
RB é a relaxação baixa.

Para tempos diferentes de 1000h (a 20ºC), a norma prevê a seguinte equação:

$$\psi(\mathrm{t}, t_0) = \psi_{1000}\left(\frac{t - t_0}{41{,}67}\right)^{0{,}15} \tag{4.19}$$

onde $t - t_0$ é expresso em dias.

A NBR-6118:2014 ainda prevê que:

- Para tensões inferiores a 0,5fptk não há perda de tensão por relaxação do aço;

- Em tensões intermediárias que não estejam previstas na Tabela 4.4, admite-se a interpolação linear;

- Para o tempo infinito o valor de $\psi(\mathrm{t}, t_0)$ é igual a $\psi(\mathrm{t}, t_0) \cong 2{,}5\psi_{1000}$.

4.2.4. Processo simplificado para perdas diferidas

A NBR-6118:2014 permite um cálculo simplificado das perdas diferidas. Para ser possível sua utilização algumas condições devem ser satisfeitas, tais como:

- A concretagem e protensão serem executadas em fases suficientemente próximas para serem desprezados os efeitos recíprocos de uma fase na outra;

- Os cabos possuam afastamentos entre si suficientemente pequenos em relação à altura da viga, de forma que possam ser considerados um cabo resultante, onde a área da seção transversal será igual à soma das áreas das seções dos cabos que o compõem e está posicionado na resultante dos esforços atuantes.

Cumprindo essas condições, a seguinte fórmula pode ser utilizada pra o cálculo das perdas diferidas:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p - \alpha_p\sigma_{c,p0g}\varphi(t, t_0) - \sigma_{p0}\chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c\alpha_p\eta\rho_p} \tag{4.20}$$

onde $\Delta\sigma_p(t, t_0)$ é a perda de protensão por fluência e retração do concreto e relaxação do aço [kN/cm²], σ_{p0} é a tensão na armadura de protensão devida exclusivamente à força de protensão, no instante t_0 [kN/cm²], $\sigma_{c,p0g}$ é a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0, positiva se for de compressão [kN/cm²] e $\chi(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência do aço, ρ_p é a taxa geométrica da armadura de protensão.

4.2.5. Processo aproximado para perdas diferidas

A NBR-6118:2014 também permite um cálculo aproximado das perdas diferidas, onde além das condições anteriores do processo simplificado, a retração ε_{cs} não pode diferir mais de 25% do valor $-8.10^{-5}\varphi(\infty, t_0)$.

Satisfeitas essas condições, para aços de relaxação normal (RN) o valor das perdas de tensão relativas à fluência, retração e relaxação é dado por:

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = 18{,}1 + \frac{\alpha_p}{47}[\varphi(t_\infty, t_0)]^{1{,}57}(3 + \sigma_{c,p0g}) \tag{4.21}$$

E para aços de relaxação baixa (RB):

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = 7{,}4 + \frac{\alpha_p}{18{,}7}[\varphi(t_\infty, t_0)]^{1{,}07}(3 + \sigma_{c,p0g}) \tag{4.22}$$

onde $\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)$ é a perda de protensão por fluência e retração do concreto e relaxação do aço [kN/cm²].

4.3. Resumo das Perdas de Protensão

Após a exposição dos cálculos das perdas de protensão, é possível expressar de forma resumida as forças de protensão após estas diversas perdas.

A força de protensão após as perdas imediatas fica:

$$P_0 = P_i - (\Delta P_{atr} + \Delta P_{anc} + \Delta P_{el}) \tag{4.23}$$

$$P_a = P_i - (\Delta P_{atr} + \Delta P_{anc}) \tag{4.24}$$

$$P_0 = P_a - \Delta P_{el} \tag{4.25}$$

onde P_0 é a força de protensão após as perdas imediatas [kN], P_i é a força inicial aplicada de protensão [kN], P_a é a força de protensão ancorada, após as perdas por atrito e acomodação nas ancoragens [kN], ΔP_{atr} são as perdas por atrito [kN], ΔP_{anc} são as perdas por acomodação nas ancoragens [kN] e ΔP_{el} são as perdas por encurtamento elástico do concreto [kN].

Já a expressão que representa a força de protensão após as perdas diferidas fica:

$$P_\infty = P_0 - (\Delta P_{cs} + \Delta P_{cc} + \Delta P_r) \tag{4.26}$$

onde P_∞ é a força de protensão após as perdas diferidas [kN], ΔP_{cs} são as perdas por retração do concreto [kN], ΔP_{cc} são as perdas por fluência do concreto [kN] e ΔP_r são as perdas por relaxação do aço de protensão [kN].

Há estudos que mostram que a soma das três parcelas de perdas diferidas resulta num valor maior do que o experimental. Isto se deve ao fato de que a retração e fluência do concreto encurtarem o cabo, reduzindo o efeito da relaxação, bem como a relaxação do aço reduz a compressão do concreto, reduzindo a fluência. Portanto utilizando os cálculos demonstrados se está a favor da segurança (Hanai, 2005).

Para um cálculo mais preciso das perdas diferidas a equação 4.20 deve ser utilizada, visto que já leva em conta as interrelações dos efeitos mencionados no concreto.

5. VERIFICAÇÃO E UTILIZAÇÃO DA PLANILHA ELETRÔNICA

Neste capítulo será apresentada a planilha eletrônica desenvolvida para o dimensionamento de vigas protendidas. Para exemplificação de sua utilização e sua devida verificação, serão dimensionadas 3 vigas: a primeira da dissertação de mestrado de Klein (2002) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), a segunda do Memorial de Cálculo da obra do Berço III do Cais de Atracação do TECON Rio grande e a terceira da dissertação de mestrado de San Martins (2014) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

Os resultados adquiridos utilizando a planilha serão confrontados com os resultados já existentes para sua devida comparação.

A planilha eletrônica está dividida em abas e segue o passo-a-passo de dimensionamento detalhado no Capítulo 3. O Fluxograma apresentado na Figura 5.1 expõe a sua utilização:

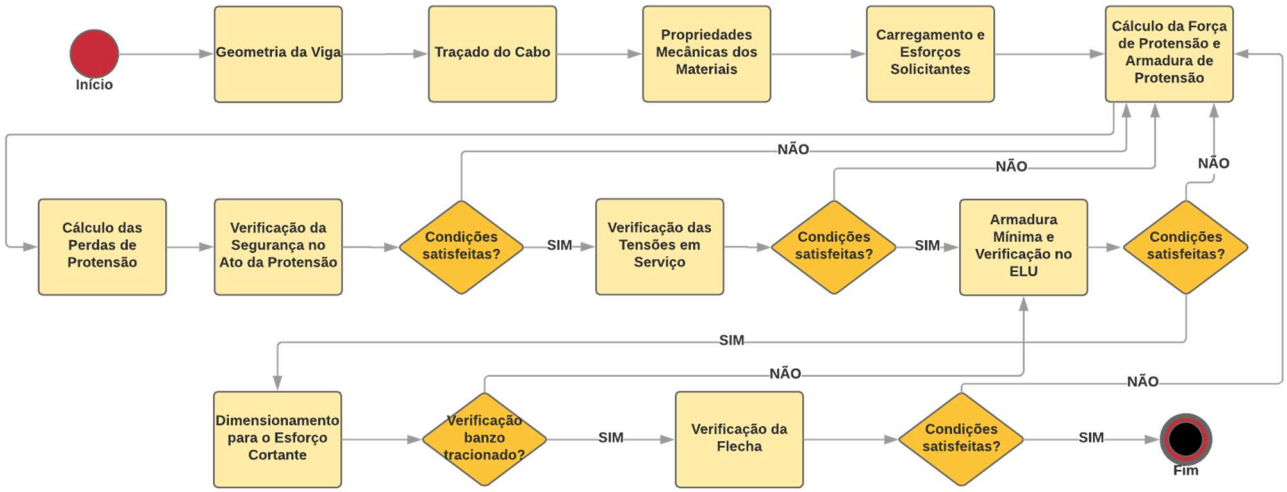


Figura 5.1 - Fluxograma Utilização Planilha Eletrônica

5.1. Exemplo 1 – Viga Dissertação de Mestrado (Klein, 2002)

O Exemplo 1 trata de uma viga pós-tracionada da dissertação de mestrado de Klein (2002). O autor elaborou um programa que resolve vigas simplesmente apoiadas de concreto protendido e realizou o dimensionamento de algumas vigas no seu estudo.

No exemplo avaliado, a protensão é completa e a viga possui a geometria exposta na Figura 5.2:

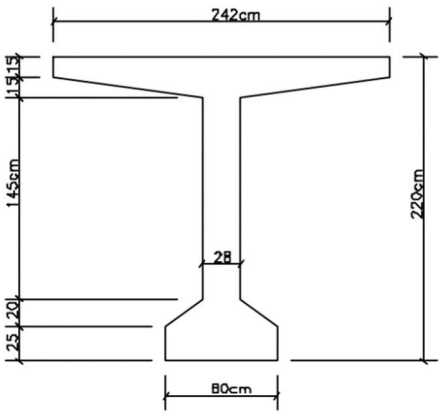


Figura 5.2 - Exemplo 1 - Geometria (Klein, 2002)

Além disso, a viga possui um vão de 25 metros, a resistência característica à compressão (f_{ck}) é de 30MPa, o aço passivo é o CA50, o aço de protensão é o CP-190-RB, a carga permanente g_2 vale 13kN/m e a carga variável q vale 65kN/m.

A partir destes dados a viga foi dimensionada utilizando a planilha eletrônica desenvolvida e o passo-a-passo de utilização será demonstrado nos itens a seguir:

5.1.1. Propriedades Geométricas

Para o cálculo das propriedades geométricas da viga na planilha eletrônica elaborada, na aba "Geometria em Vazio", é necessário informar o número de vértices da figura geométrica da seção transversal.

Logo após, é necessário informar as coordenadas de cada vértice no sentido anti-horário para a parte maciça da seção e sentido horário caso exista alguma parte vazada.

Com a seção transversal desenhada, basta simplesmente clicar no botão "Calcular" e as propriedades geométricas serão calculadas automaticamente seguindo uma rotina computacional implementada na macro utilizando o Teorema de *Green*.

A planilha ainda pede que a distância do centróide da armadura de protensão até o bordo inferior (d'_p) seja informada, para que assim o cálculo da altura do aço de protensão e a flecha sejam calculados.

A Figura 5.3 apresenta esta etapa:

Projeto de Viga de Concreto Protendido

Propriedades Geométricas em Vazio

1 Insira o número de vértices da seção Transversal.
2 Digite as coordenadas nos campos abaixo, sendo: sentido anti-horário para a parte maciça da seção e sentido horário para a parte vazada da seção.
3 Clique em 'Calcular' para gerar as propriedades geométricas da seção

Número de vértices da seção =	13

Coordenadas dos vértices		
i	x	y
1	40	0
2	40	25
3	14	45
4	14	190
5	121	205
6	121	220
7	-121	220
8	-121	205
9	-14	190
10	-14	45
11	-40	25
12	-40	0
13	40	0
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

Propriedades Geométricas		
xg	0,00	cm
yg	133,91	cm
A	12795,00	cm^2
Sx	1713441,67	cm^3
Sy	0,00	cm^3
Ix	309416979,17	cm^4
Iy	24378297,50	cm^4
Ixy	0,00	cm^4
Ixg	79961539,93	cm^4
Iyg	24378297,50	cm^4
Ixyg	0,00	cm^4
y1	-133,91	cm
y2	86,09	cm
W1	-597106,94	cm^3
W2	928866,64	cm^3
h	220,00	cm
u	973,70	cm
hfic	26,28	cm
Cabo resultante		
d'p	12,00	cm
ep	-121,91	cm
Wcp	-655879,74	cm^3

Calcular:

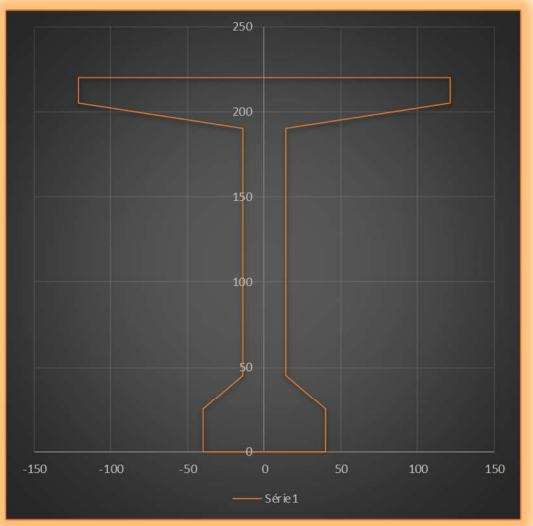


Figura 5.3 – Exemplo 1 – Geometria em Vazio

As propriedades calculadas vão desde o centróide, área, perímetro até momentos de inércia e altura do cabo de protensão, dados importantes que serão utilizados nas próximas etapas.

Além disso, existe também a aba “Geometria em Serviço”, onde caso exista alguma contribuição de laje apoiada na viga, a seção transversal com a contribuição deve ser adicionada. Como não é o caso em questão, basta apenas copiar e colar os mesmos dados da aba “Geometria em Vazio”.

5.1.2. Traçado do Cabo de Protensão

O segundo passo da planilha eletrônica é determinar o traçado do cabo de protensão. Nesta aba é necessário informar primeiramente o tipo de protensão, ou seja, se a viga é pré-tracionada ou pós-tracionada.

Em seguida é necessário preencher o valor do comprimento da viga, que no caso em questão é de 25 metros.

Automaticamente são calculadas as cotas do cabo, considerando-se um cabo equivalente no centróide das bainhas de protensão, no caso da pós-tração. Um gráfico é construído para uma melhor observação.

A Figura 5.4 apresenta este processo:

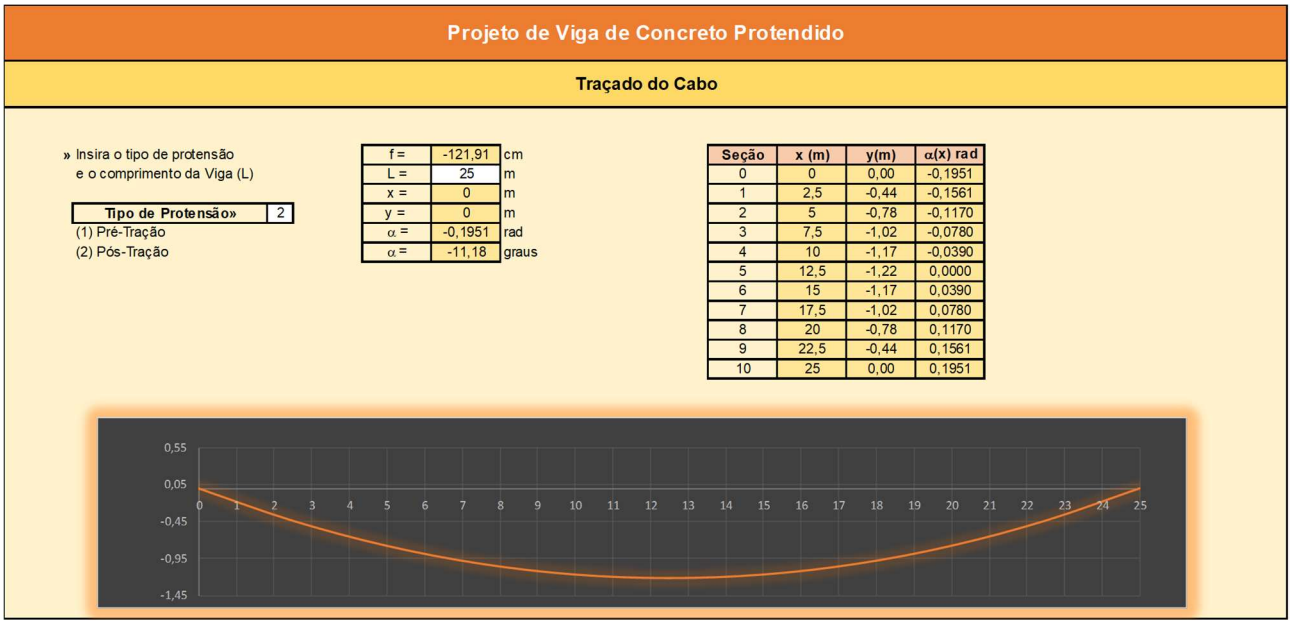


Figura 5.4 – Exemplo 1 - Traçado do Cabo

5.1.3. Propriedades mecânicas dos materiais

A viga em questão foi dimensionada utilizando para o concreto um f_{ck} de 3,0kN/cm² e considerando que a protensão ocorreu aos 28 dias. Para o aço da armadura passiva adotou-se o CA-50 e para o aço de protensão o CP-190-RB.

Na aba referente aos "Materiais" na planilha eletrônica, no que diz respeito ao concreto, é necessário informar primeiramente o f_{ck}, onde automaticamente as outras propriedades vinculadas a ele serão calculadas. Deve-se também informar a idade do concreto no ato da protensão, para assim as propriedades referentes a ele sejam calculadas nessa idade. Em seguida, as propriedades reológicas são solicitadas e clicando no botão "Calcular Prop. Reológicas" será realizado o cálculo do coeficiente de fluência e deformação de retração, de forma precisa com a utilização de uma rotina computacional implementada numa Macro baseada no Anexo A da NBR-6118:2014.

Também é preciso informar o f_{yk} da armadura passiva, o f_{ptk} da armadura de protensão, bem como seus respectivos módulos de elasticidade. Além disso, a área da seção transversal básica da armadura de protensão adotada também deve ser inserida. No caso em questão adotou-se 1 cordoalha de 12,7mm que representa 1,01cm² de área.

A Figura 5.5 apresenta estes procedimentos:

Propriedades Mecânicas dos Materiais

» Insira os dados nos campos brancos

Concreto

fck =	3,00 kN/cm²
fctm =	0,29 kN/cm²
fctk,inf =	0,20 kN/cm²
fct,F =	0,24 kN/cm²
Ecs =	2683,84 kN/cm²
fcd =	2,14 kN/cm²
σcd =	1,82 kN/cm²

t =	28 dias
β1 =	1,00
fckj =	3,00 kN/cm²
fctm,j =	0,29 kN/cm²
Eci(t) =	3067,25 kN/cm²

« Idade de Protensão

Propriedades Reológicas

t0 =	28 dias
t_∞ =	18000 dias
h0 =	20,00 cm
Umidade Relativa =	75 %
Temperatura Média =	20 ºC
Slump =	8 cm
Tipo de cimento =	1

(1) CP III e CP IV
(2) CPI e CP II
(3) CP V-ARI

Calcular Prop. Reológicas:

Coeficiente de Fluência

$\varphi(t_\infty,t0)$ =	2,28

Deformação de Retração

$\varepsilon cs(t_\infty,t0)$ =	-0,3316 mm/m

Aço CA

fyk =	50 kN/cm²
Es =	21000 kN/cm²
fyd =	43,48 kN/cm²
εyd =	0,00207

Aço CP

fptk =	190 kN/cm²
Ep =	19500 kN/cm²
fpyk =	171 kN/cm²
σpi =	140,22 kN/cm²
Ap1 =	1,01 cm²
fpyd =	148,70 kN/cm²
εpyd =	0,007625

« Área de 1 cordoalha

Figura 5.5 – Exemplo 1 - Propriedades Mecânicas dos Materiais

5.1.4. Carregamento e Esforços Solicitantes

O próximo passo é informar os carregamentos para que os esforços solicitantes sejam calculados.

A planilha calcula automaticamente a carga permanente referente ao peso próprio da estrutura (g_1). Já a sobrecarga permanente (g_2) precisa ser inserida, e ela é composta de todos elementos permanentes, exceto o peso próprio. Na viga em questão a sobrecarga permanente é de 13,00kN/m, conforme o trabalho analisado. A carga variável (q) vale 65,00kN/m conforme informado pelo autor.

Além disso, é necessário informar os coeficientes de ponderação do carregamento que serão adotados como 0,6 para ψ_1 e 0,4 para ψ_2.

Com a inserção de todos estes dados mencionados, a planilha irá calcular os esforços máximos de cada combinação, bem como em cada uma das 10 seções em que a viga foi dividida. Ela também gera dois gráficos, um com o esforço cortante ao longo da viga para cada combinação e outro com o momento fletor.

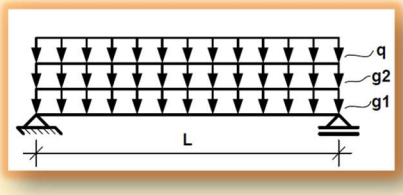
Tudo isto pode ser observado na Figura 5.6:

Carregamento e Esforços Solicitantes

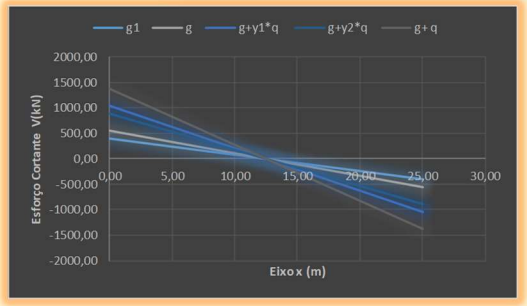
» Insira os dados nos campos brancos

L =	25,00 m
g1 =	31,99 kN/m
g2 =	13,00 kN/m
g =	44,99 kN/m
q =	65,00 kN/m
ψ1 =	0,60
ψ2 =	0,40
ψ1*q =	39,00 kN/m
ψ2*q =	26,00 kN/m

Combinações			Esforços Máximos	
			V(kN)	M(kN.m)
Peso Próprio (em vazio)	g1 =	31,99 kN/m	399,84	2499,02
Carga Permanente:	g =	44,99 kN/m	562,34	3514,65
Frequente:	g+ψ1*q =	83,99 kN/m	1049,84	6561,52
Quase Permanente:	g+ψ2*q =	70,99 kN/m	887,34	5545,90
Rara:	g+q =	109,99 kN/m	1374,84	8592,77



Esforços Cortantes em cada Seção - V(kN)						
Seção	x (m)	g1	g	g+ψ1*q	g+ψ2*q	g+ q
0	0,00	399,84	562,34	1049,84	887,34	1374,84
1	2,50	319,88	449,88	839,88	709,88	1099,88
2	5,00	239,91	337,41	629,91	532,41	824,91
3	7,50	159,94	224,94	419,94	354,94	549,94
4	10,00	79,97	112,47	209,97	177,47	274,97
5	12,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	15,00	-79,97	-112,47	-209,97	-177,47	-274,97
7	17,50	-159,94	-224,94	-419,94	-354,94	-549,94
8	20,00	-239,91	-337,41	-629,91	-532,41	-824,91
9	22,50	-319,88	-449,88	-839,88	-709,88	-1099,88
10	25,00	-399,84	-562,34	-1049,84	-887,34	-1374,84



Momentos Fletores em cada Seção - M(kN.m)						
Seção	x (m)	g1	g	g+ψ1*q	g+ψ2*q	g+ q
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	2,5	899,65	1265,27	2362,15	1996,52	3093,40
2	5	1599,38	2249,38	4199,38	3549,38	5499,38
3	7,5	2099,18	2952,30	5511,68	4658,55	7217,93
4	10	2399,06	3374,06	6299,06	5324,06	8249,06
5	12,5	2499,02	3514,65	6561,52	5545,90	8592,77
6	15	2399,06	3374,06	6299,06	5324,06	8249,06
7	17,5	2099,18	2952,30	5511,68	4658,55	7217,93
8	20	1599,38	2249,38	4199,38	3549,38	5499,38
9	22,5	899,65	1265,27	2362,15	1996,52	3093,40
10	25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

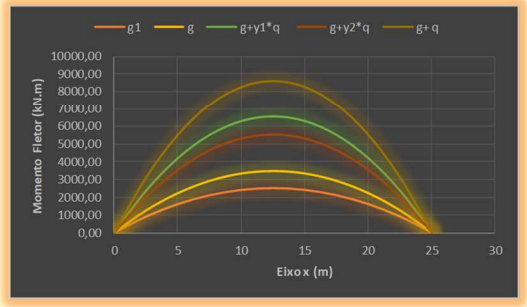


Figura 5.6 – Exemplo 1 - Carregamento e Esforços Solicitantes

5.1.5. Força de Protensão Inicial e Armadura

Neste passo primeiramente deve ser informado o nível de protensão a ser utilizado, que no caso em questão é o nível 3 (Protensão completa), pois a viga se encontra num ambiente altamente agressivo considerado como sendo de classe de agressividade ambiental IV. Ao informar o nível de protensão a planilha automaticamente verifica e informa as 2 combinações de ações a serem realizadas, que, no caso de protensão completa, são as combinações frequente (ELS-D) e Rara (ELS-F).

Além disso, a planilha solicita o tipo de aço que, conforme mencionado no item das propriedades mecânicas dos materiais, é de relaxação baixa (RB).

Também deve ser inserido o fator de perdas de protensão final ($r\infty$), adotado como sendo 0,75 inicialmente. A planilha automaticamente calcula a força de protensão inicial e o valor limite para a tensão na armadura de protensão a serem adotadas.

Por fim, o último elemento a ser informado é o número de cordoalhas adotadas após o cálculo da armadura, para assim serem obtidas a área de protensão existente e a força de protensão inicial existente. Adotou-se 40 cordoalhas de 12,7mm divididas em 4 cabos.

A Figura 5.7 apresenta estes processos:

Força de Protensão e Armadura de Protensão

» Insira as informações nos campos brancos

Nível de Protensão»	3

(1) Parcial
(2) Limitada
(3) Completa

Tipo de Protensão»	2

(1) Pré-Tração
(2) Pós-Tração

Tipo de Aço»	RB

(RB) Relaxação Baixa
(RN) Relaxação Normal

Combinação de ações

1			2		
Frequente (ELS-D)			Rara (ELS-F)		
$\sigma_{c1,lim}$ =	0,00	kN/cm²	$\sigma_{c1,lim}$ =	0,24	kN/cm²
P_∞ =	-3892,18	kN	P_∞ =	-4230,66	kN
r_∞ =	0,75		r_∞ =	0,75	
Pi =	-5189,58	kN	Pi =	-5640,88	kN

« Fator de Perdas de Protensão Final

↑ Adotado!

Cálculo da Armadura de Protensão

σ_{pi} ≤	140,60	kN/cm²
	140,22	kN/cm²

« Adotado!

Ap,calc =	40,23	cm²	« Armadura de Protensão Calculada
Ap1 =	1,01	cm²	
n,calc =	40,00	cordoalhas	
n,adot =	40,00	cordoalhas	« Número de Cordoalhas Adotadas
Ap,exist =	40,4	cm²	
Pi,exist =	5664,89	kN	« Força de Protensão Adotada

Figura 5.7 - Planilha Eletrônica - Força de Protensão e Armadura

5.1.6. Perdas de Protensão

Como visto no capítulo 4, as perdas de protensão são divididas em imediatas e diferidas. Nesta etapa do dimensionamento serão calculadas estas perdas. Na planilha eletrônica elas estão lado a lado na mesma aba, porém aqui serão detalhadas separadamente conforme os itens a seguir:

Perdas Imediatas

Com relação às perdas imediatas devido ao atrito, basta informar o coeficiente de atrito que o cálculo da força de protensão após a perda por atrito será calculada. O coeficiente de atrito adotado foi de 0,2.

Nas perdas nas ancoragens é necessário informar a penetração da cunha, adotado como sendo 0,004m, e, logo após, clicar em "Calcular x_r" (ponto de repouso), onde o x_r será calculado através da iteração demonstrada no Capítulo 4, que está programada na Macro. Após isso, a força de protensão após as perdas por ancoragem (P_a) será calculada.

No cálculo das perdas por encurtamento elástico é solicitado o número de cabos adotados, no caso em questão foram 4. Com a informação deste dado a planilha calcula a força de protensão após as perdas.

Abaixo destes cálculos aparece um resumo das perdas imediatas, bem como os resultados para o fator de perdas imediatas e a força de protensão após as perdas imediatas (P_o), conforme a Figura 5.8:

Perdas Imediatas

» Insira os dados nos campos brancos

Perdas por Atrito

μ =	0,2	« **Coeficiente de Atrito**
K =	0,002 rad/m	
Δα/m =	0,0156 rad/m	
Pi, exist =	5664,89 kN	
P (x=L/2) =	5313,63 kN	
P (x=L) =	4984,14 kN	
Alongamento=	16,86 cm	

μ = 0,50 entre cabo e concreto (sem bainha);
μ = 0,30 entre barras ou fios com mossas ou saliências e bainha metálica;
μ = 0,20 entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica;
μ = 0,10 entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica lubrificada;
μ = 0,05 entre cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada;

$$P(x) = Pi - \Delta P(x) = P_i[e^{(-\mu\sum\alpha - K.x)}]$$

Perdas nas Ancoragens

Calcular xr

δ =	0,0040 m	« **Penetração da Cunha**
Área P.x =	3151,20	
xr =	10,56 m	
Δα(xr) =	0,1648 rad/m	
P(xr) =	5366,58 kN	
ΔP =	596,62 kN	
Área 1/2*ΔP.xr =	3151,20	
Pa (x = 0) =	5083,98 kN	
Pa (x = L/2) =	5420,06 kN	

$$Área\ do\ Triângulo = \frac{1}{2}\Delta P.x_r = A_p E_p \delta$$

$$\Delta P = 2[P_i - P(x_r)]$$

$$P(x_r) = P_i[e^{(-\mu\sum\alpha_r - K.x_r)}]$$

Perdas por Encurtamento Elástico

n =	4	« **Número de Cabos**
αp =	6,36	
σc(Pa + g1)	-1,05 kN/cm²	
Δσp, el =	-2,50 kN/cm²	
ΔP, el =	-101,14 kN	
Pc2 =	5318,92 kN	

$$\Delta\sigma_p = \alpha_p.(\sigma_{cp} + \sigma_{cg}).\frac{(n-1)}{2n}$$

RESUMO PERDAS IMEDIATAS

ΔPatr =	-351,26 kN	« **Perdas por Atrito**
ΔPanc =	-596,62 kN	« **Perdas das Ancoragens**
ΔPel =	-101,14 kN	« **Perdas por Encurtamento Elástico**
ro =	0,9389	« **Fator de Perdas Imediatas**
Perda (%):	6,11%	
Po =	5318,92 kN	« **Força de Protensão após as Perdas Imediatas**
σpo =	131,66 kN/cm2	

Figura 5.8 - Planilha Eletrônica - Perdas Imediatas

Perdas Diferidas

Conforme mencionado no Capítulo 4, as perdas diferidas ocorrem após a aplicação da força de protensão ao longo da vida útil da estrutura. Neste caso não há contribuição de algum elemento como uma laje, caso existisse, com o preenchimento da aba "Geometria em Serviço" as perdas diferidas a utilizariam como referência para os cálculos.

Para as perdas diferidas então, basta apenas informar o valor de ψ_{1000} nas perdas por relaxação que o resto dos cálculos para perdas por retração e fluência são realizados automaticamente utilizando os dados já informados nas etapas anteriores.

A planilha então calcula a força de protensão final após todas as perdas ($P\infty$) considerando cada perda diferida separadamente. Conforme visto no Capítulo 4, as perdas diferidas interferem uma na outra, portanto esta perda será elevada demais e só está demonstrada para efeito de cálculo. As perdas diferidas são calculadas com base no processo aproximado e processo simplificado da NBR-6118:2014 que leva em conta as interações entre os tipos de perdas. Ao fim é ressaltado o valor a ser adotado como força de protensão final, neste caso optou-se pelo processo simplificado da norma.

A Figura 5.9 apresenta estes processos:

Perdas Diferidas

» Insira os dados nos campos brancos

Perdas por Retração

εcs∞ =	-0,000331566	« Deformação por retração calculado em "Materiais"
σps =	-6,46554165 kN/cm²	
ΔPcs =	-261,21 kN	

Perdas por Fluência

φ∞ =	2,28	« Coeficiente de Fluência calculado em "Materiais"
σc(Po + g) =	-0,87 kN/cm²	
Δσpc =	-12,60 kN/cm²	
ΔPcc =	-509,04 kN	

Perdas por Relaxação

r(σp0/fptk) =	0,69
ψ1000 =	0,025
ψ∞ =	0,0625
Δσpr =	8,76 kN/cm²
ΔPr =	354,06 kN

σ_{po}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 f_{ptk}	0	0	0	0	0
0,6 f_{ptk}	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 f_{ptk}	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 f_{ptk}	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde
RN é a relaxação normal;
RB é a relaxação baixa.

RESUMO PERDAS DIFERIDAS

ΔPcs =	-261,21 kN	« Perdas por Retração
ΔPcc =	-509,04 kN	« Perdas por Fluência
ΔPr =	-354,06 kN	« Perdas por Relaxação do Aço
P∞=	4194,62 kN	« Força de Protensão Final Após Perdas
r∞=	0,7405	« Fator de Perdas Final
Perda (%) =	25,95%	
Perda (t∞, to) =	11,32%	

PROCESSO APROXIMADO NBR 6118/2014 PERDAS DIFERIDAS

a) para aços de relaxação normal (RN) (valor em porcentagem):

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty,t_0)}{\sigma_{p0}} = 18{,}1 + \frac{\alpha_p}{47}\left[\varphi(t_\infty,t_0)\right]^{1{,}57}\left(3+\sigma_{c,p0g}\right)$$

b) para aços de relaxação baixa (RB) (valor em porcentagem):

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty,t_0)}{\sigma_{p0}} = 7{,}4 + \frac{\alpha_p}{18{,}7}\left[\varphi(t_\infty,t_0)\right]^{1{,}07}\left(3+\sigma_{c,p0g}\right)$$

σc(Po + g) =	-0,87 kN/cm²	
Δσp(t∞, to) =	17,00%	
ΔP(t∞, to) =	904,45 kN	
P∞=	4414,47 kN	« Força de Protensão Final Após Perdas
r∞=	0,7793	« Fator de Perdas Final
Perda (%) =	22,07%	

PROCESSO SIMPLIFICADO NBR 6118/2014 PERDAS DIFERIDAS

χi (t,to) =	0,0645
χc(t,to) =	2,140983515
χp =	1,0645
η =	3,3783
ρp =	0,32%
Δσp(t∞, to) =	22,78 kN/cm²
ΔP(t, to) =	920,48 kN
P∞=	4398,45 kN
r∞=	0,78
Perda (%) =	22,36%

$$\Delta\sigma_p(t,t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t,t_0)E_p - \alpha_p\sigma_{c,p0g}\varphi(t,t_0) - \sigma_{p0}\chi(t,t_0)}{\chi_p + \chi_c\,\alpha_p\,\eta\rho_p}$$

« Força de Protensão Final Após Perdas
« Fator de Perdas Final

P∞=	4398,45 kN	« ADOTADO!

Figura 5.9 – Exemplo 1 - Perdas Diferidas

Perdas ao longo da viga

A planilha ainda realiza o cálculo das perdas ao longo da viga nas 10 seções que ela foi dividida. Ao fim da aba de "Perdas de Protensão" estes cálculos estão expostos, conforme a Figura 5.10 a seguir:

RESUMO DAS PERDAS AO LONGO DA VIGA

Seção:	x (m)	y(m)	α(x) [rad]	Patr (kN)	Pa (kN)	Po (kN)	r0	P∞ (kN)	r∞
0	0	0,00	-0,1951	5664,89	5083,98	5046,44	0,89	4373,83	0,77
1	2,5	-0,44	-0,1561	5592,83	5149,49	5104,15	0,90	4399,80	0,78
2	5	-0,78	-0,1170	5521,68	5215,84	5153,89	0,91	4386,71	0,77
3	7,5	-1,02	-0,0780	5451,44	5283,04	5202,75	0,92	4366,45	0,77
4	10	-1,17	-0,0390	5382,09	5351,11	5256,46	0,93	4364,55	0,77
5	12,5	-1,22	0,0000	5313,63	5313,63	5215,19	0,92	4313,52	0,76
6	15	-1,17	0,0390	5382,09	5351,11	5256,46	0,93	4364,55	0,77
7	17,5	-1,02	0,0780	5451,44	5283,04	5202,75	0,92	4366,45	0,77
8	20	-0,78	0,1170	5521,68	5215,84	5153,89	0,91	4386,71	0,77
9	22,5	-0,44	0,1561	5592,83	5149,49	5104,15	0,90	4399,80	0,78
10	25	0,00	0,1951	5664,89	5083,98	5046,44	0,89	4373,83	0,77

Figura 5.10 – Exemplo 1 - Perdas ao longo da viga

5.1.7. Verificação da Segurança no Ato da Protensão

A verificação da segurança no ato da protensão (em vazio) é realizada seguindo os critérios mencionados no Capítulo 3 no item 3.6.1, ou seja, a verificação simplificada.

A planilha verifica se existe alguma tensão de tração ao longo da viga, caso positivo ela realiza o dimensionamento da armadura passiva necessária. É preciso apenas informar a largura da mesa da viga e a área de aço adotada após o cálculo. No caso em questão adotou-se 2ϕ10mm totalizando 1.57cm² de área.

A Figura 5.11 apresenta esta verificação:

Verificação da Segurança no Ato da Protensão (Em Vazio)

» Insira os dados nos campos brancos

$\sigma_{C2} \leq 1{,}2 f_{ctm}$ e $\sigma_{C1} \geq -0{,}7 f_{ckj}$

$$\sigma_{C2} = 1{,}1P_0 \times \left(\frac{1}{Ac} + \frac{e_P}{W_2}\right) - \left(\frac{1{,}0 \times Mg_1}{W_2}\right)$$

$$\sigma_{C1} = 1{,}1P_0 \times \left(\frac{1}{Ac} + \frac{e_P}{W_1}\right) - \left(\frac{1{,}0 \times Mg_1}{W_1}\right)$$

Parâmetros	
1,2fctm =	0,35 kN/cm²
-0,7fckj =	-2,1 kN/cm²

Seção:	x (m)	y(m)	α(x) [rad]	σc1 (kN/cm²)	σc2 (kN/cm²)
0	0	0,00	-0,1951	-0,45	-0,45
1	2,5	-0,44	-0,1561	-0,73	-0,28
2	5	-0,78	-0,1170	-0,95	-0,14
3	7,5	-1,02	-0,0780	-1,10	-0,04
4	10	-1,17	-0,0390	-1,20	0,02
5	12,5	-1,22	0,0000	-1,23	0,04
6	15	-1,17	0,0390	-1,20	0,02
7	17,5	-1,02	0,0780	-1,10	-0,04
8	20	-0,78	0,1170	-0,95	-0,14
9	22,5	-0,44	0,1561	-0,73	-0,28
10	25	0,00	0,1951	-0,45	-0,45

VERIFICAÇÃO OK! VERIFICAÇÃO OK!

Armadura Passiva	
σc2	0,04 kN/cm²
σc1	-1,23 kN/cm²
x	7,18 cm
bf	242 cm
As2	1,45 cm²
As2,adot	1,57 cm²

ϕ	1	2	3	4
3,4	0,09	0,18	0,27	0,36
4,2	0,14	0,28	0,42	0,55
5	0,20	0,39	0,59	0,79
6,3	0,31	0,62	0,94	1,25
8	0,50	1,01	1,51	2,01
10	0,79	1,57	2,36	3,14
12,5	1,23	2,45	3,68	4,91
16	2,01	4,02	6,03	8,04
20	3,14	6,28	9,42	12,57

Figura 5.11 – Exemplo 1 - Verificação em Vazio

5.1.8. Verificação da Segurança em Serviço

A verificação da segurança em serviço é realizada seguindo os critérios mencionados no Capítulo 3.

A planilha verifica se existe alguma tensão de tração ao longo da viga tanto para combinação frequente, como para combinação quase permanente, utilizando a aba "Geometria em Serviço" como referência.

A Figura 5.12 apresenta essa verificação:

Verificação das Tensões em Serviço

» Insira os dados nos campos brancos

$$\sigma_{c1} \leq f_{ct,f}$$

$$\sigma c_2 = P_\infty \cdot \left(\frac{1}{Ac} + \frac{ep}{W_2} \right) - \frac{M(g + \psi . q)}{W_2}$$

$$\sigma c_1 = P_\infty \cdot \left(\frac{1}{Ac} + \frac{ep}{W_1} \right) - \frac{M(g + \psi . q)}{W_1}$$

Parâmetros	
fct,f =	0,24 kN/cm²

				Combinação Frequente		Combinação Quase Permanente	
Seção:	x (m)	y(m)	α(x) [rad]	σc1 (kN/cm²)	σc2 (kN/cm²)	σc1 (kN/cm²)	σc2 (kN/cm²)
0	0	0,00	-0,1951	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34
1	2,5	-0,44	-0,1561	-0,26	-0,39	-0,32	-0,35
2	5	-0,78	-0,1170	-0,21	-0,43	-0,32	-0,36
3	7,5	-1,02	-0,0780	-0,17	-0,45	-0,31	-0,36
4	10	-1,17	-0,0390	-0,15	-0,47	-0,31	-0,36
5	12,5	-1,22	0,0000	-0,14	-0,47	-0,31	-0,36
6	15	-1,17	0,0390	-0,15	-0,47	-0,31	-0,36
7	17,5	-1,02	0,0780	-0,17	-0,45	-0,31	-0,36
8	20	-0,78	0,1170	-0,21	-0,43	-0,32	-0,36
9	22,5	-0,44	0,1561	-0,26	-0,39	-0,32	-0,35
10	25	0,00	0,1951	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34

» VERIFICAÇÃO OK! » VERIFICAÇÃO OK!

Figura 5.12 - Planilha Eletrônica - Verificação em Serviço

5.1.9. Verificação da Armadura Mínima e Estado Limite Último: Solicitações Normais

A verificação da armadura mínima e do estado limite último para solicitações normais é realizada seguindo os critérios mencionados no Capítulo 3.

A planilha automaticamente calcula a armadura mínima necessária para a seção transversal e o usuário escolhe a bitola do aço e o número de barras adotadas para o seu cumprimento, além de informar a largura da mesa em serviço.

Após a inserção desta armadura, a planilha calcula a armadura passiva existente e os valores de M_{Sd} e M_{Rd}, realizando a devida verificação, conforme a Figura 5.13:

Armadura Mínima e Verificação no Estado Limite Último: Solicitações Normais

» Insira os dados nos campos brancos

$$M_{Sd} = M_{gd} + M_{qd}$$

MSd =	1202988,28 kNcm

bf =	242 cm	» Largura da mesa em serviço
As,min =	21,75 cm²	» Armadura mínima na região tracionada
ϕ =	25,00	» Armadura de Protensão adotada
n =	5,00	» Armadura passiva necessária
As1,exist =	24,54 cm²	» Diâmetro Armadura Longitudinal Adotada
ds =	214,75 cm	» Número de Barras
x =	19,87 cm	» Área de aço existente
MRd =	1422459,76 kNcm	

ϕ	1	2	3	4
3,4	0,09	0,18	0,27	0,36
4,2	0,14	0,28	0,42	0,55
5	0,20	0,39	0,59	0,79
6,3	0,31	0,62	0,94	1,25
8	0,50	1,01	1,51	2,01
10	0,79	1,57	2,36	3,14
12,5	1,23	2,45	3,68	4,91
16	2,01	4,02	6,03	8,04
20	3,14	6,28	9,42	12,57

$$M_{RD} = \left[\sigma_{pd} \times A_p \times (d_p - 0{,}4 \times x)\right] + \left[\sigma_{sd} \times A_{s1} \times (d_s - 0{,}4 \times x)\right]$$

$$x = \frac{f_{pyd} . A_p + f_{yd} . A_{s1} - f_{yd} . A_{s2}}{\sigma_{cd} . 0{,}8 . b_f}$$

$M_{Rd} \geq M_{Sd}$ » VERIFICAÇÃO OK!

Figura 5.13 – Exemplo 1 - Verificação ELU

5.1.10. Dimensionamento para o Esforço Cortante

Para realizar o dimensionamento para o esforço cortante, primeiramente é necessário informar o diâmetro da bainha de protensão e a largura da alma da viga, no caso em questão 6cm e 28cm respectivamente. Com estes dados a planilha realiza a verificação do esmagamento.

Logo após, a planilha realiza os cálculos da armadura necessária para o estribo, resultando na armadura mínima neste exemplo. Basta informar o diâmetro do estribo a ser adotado que será calculado o espaçamento.

A planilha também realiza a verificação do banzo tracionado, que neste caso não está atendida por causa da adoção insuficiente de armadura passiva na etapa anterior. É necessário retornar na etapa anterior e adicionar a armadura necessária a mais informada.

A Figura 5.14 apresenta estes detalhes:

Dimensionamento para o Esforço Cortante

» Insira as informações nos campos brancos

$Vp = P\infty.sen\alpha$

$Vg = \frac{g.L}{2}$

$Vq = \frac{q.L}{2}$

$Vsd = 1,4.Vg + 1,4.Vq - 0,9.Vp$

ϕbi =	6 cm	» Diâmetro da Bainha
bw =	28 cm	» Largura da Viga
bw,corr =	25 cm	
P∞,apoio =	4373,83 kN	
Vp =	847,78 kN	
Vgd +Vqd =	1924,78 kN	
Vpd =	763,00 kN	
Vsd =	1161,78 kN	
τwu =	0,51 kN/cm²	
τwd =	0,22 kN/cm²	» Verificação do esmagamento OK!

$\Phi bi > \frac{bw}{8}$ $bw,corr = bw - \frac{1}{2}\Sigma\Phi bi$ $fcd = \frac{fck}{1,4}$ $\alpha v = 1 - \frac{fck}{250}$

$ds = h - d'$ $\tau wu = 0,27.\alpha v.fcd$ $\tau wd = \frac{Vsd}{bw,corr.ds} \leq \tau wu$

Mo =	651028,71 kNm	
(1+Mo/Msd) =	1,54	
ψ3 =	0,14	
τc =	0,13 kN/cm²	
τd =	0,10 kN/cm²	
ρw =	0,23%	» Taxa de Armadura
ρw,min =	0,12%	» Taxa de Armadura Mínima
As,calc =	6,40 cm²	» Armadura de Estribo Calculada
As,min =	3,26 cm²	» Armadura de Estribo Mínima
Asw,exist =	6,40 cm²	» Armadura de Estribo Adotada
ϕestr =	8 mm	» Diâmetro do Estribo
s =	16 cm	» Espaçamento
As*fyd =	1067,12 kN	» Verificação Vsd Não Confere! Adicione a armadura passiva abaixo
As,adic =	2,18 cm²	» Armadura positiva adicional necessária para o cortante

$Npd = 0,9.Np$ $Mo = Npd\left(\frac{1}{Ac} + \frac{ep}{W_1}\right)W_1$ $Md = 1,4.Mg + 1,4.Mq$

$\psi_3 = 0,09\left(1 + \frac{Mo}{Md}\right) \leq 0,18$ $\tau c = \psi_3.(fck)^{\frac{2}{3}}$ $\tau d = 1,11.(\tau wd - \tau c) \geq 0$

$\rho w = \frac{\tau d}{fyd}$ $\rho w \geq \rho w,\min = 0,20.\frac{fctm}{fyk}$

Figura 5.14 – Exemplo 1 - Dimensionamento Esforço Cortante

5.1.11. Verificação da Flecha

A flecha é verificada seguindo os critérios mencionados no Capítulo 3. Nesta etapa não é necessário informar nenhum dado, a planilha automaticamente calcula os dados necessários e realiza a verificação, tanto para a pré-tração como para a pós-tração, conforme a Figura 5.15:

Verificação da Flecha

Cálculos para Flecha

Pós-Tração	
g+ψ2*q=	70,99 kN/m
p =	68,64 kN/m
p(qp) - u =	2,35 kN/m
Wo =	0,06 cm
W∞ =	0,18 cm
Wadm =	10,00 cm

Pré-Tração	
g+ψ2*q=	70,99 kN/m
Mp=	5362,37 kN,m
Wo =	1,66 cm
W∞ =	5,46 cm
Wadm =	10,00 cm

$W\infty \leq Wadm$ » Verificação OK! Flecha Admissível!

Figura 5.15 – Exemplo 1 - Verificação Flecha

5.1.12. Comparação

Após a obtenção de todos estes dados do dimensionamento da viga, a Tabela 5.1 a seguir apresenta um comparativo entre os principais resultados do dimensionamento com a planilha e a dissertação mencionada:

Tabela 5.1 – Exemplo 1 - Comparação

		Resultados	
Item	**Autor**	**Planilha**	**Diferença**
Pi (kN)	5620,00	5640,88	0,37%
Ap (cm²)	40,10	40,40	0,75%
P∞ (kN)	4347,00	4421,77	1,72%

Observa-se então que não ocorreram diferenças significativas entre os valores encontrados no trabalho e os obtidos com a planilha desenvolvida. Inclusive os valores da planilha se mostraram mais conservadores, adotando uma armadura maior e forças de protensão maiores.

Portanto, pode-se constatar a eficiência e verificação da planilha eletrônica mediante a comparação com o dimensionamento desta viga da dissertação de Klein (2002).

5.2. Exemplo 2 – Viga Pi Cais TECON Rio Grande

O Exemplo 2 trata da viga em formato de "pi" pré-moldada e pré-tracionada que foi utilizada no cais de atração do berço III do Terminal de Contêineres de Rio Grande. Os dados de dimensionamento foram retirados do memorial de cálculo.

A viga possui a seguinte seção transversal da Figura 5.16 (unidades em centímetros):

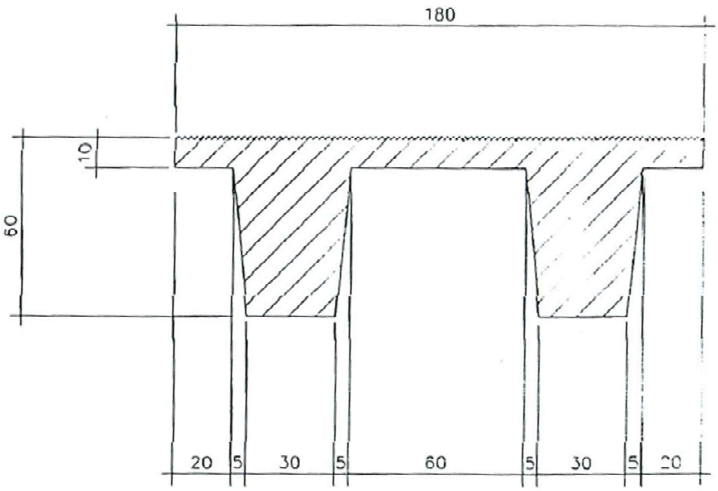


Figura 5.16 - Seção Transversal Exemplo 2 (Memorial TECON Rio Grande)

A viga foi dimensionada utilizando para o concreto um f_{ck} de 5,0kN/cm² e considerando que a protensão ocorreu aos 28 dias. Para o aço da armadura passiva adotou-se o CA-50 e para o aço de protensão o CP-190-RB, com cordoalhas de Φ5/8.

Seguiu-se com o mesmo passo-a-passo do exemplo anterior, mudando apenas o tipo de protensão, que no caso da viga pi é uma pré-tração, além da não utilização da carga móvel. A sobrecarga permanente informada no memorial era de 22,25kN/m e a carga variável de 38,82kN/m, valores estes obtidos utilizando o software SAP2000 (segundo o memorial). Outra diferença é referente às perdas de protensão imediatas, onde na pré-tração ocorre apenas a perda por encurtamento elástico.

O memorial não apresenta um cálculo detalhado de protensão, cabendo apenas comparar a armadura de protensão final adotada, mas de qualquer forma os principais resultados do dimensionamento utilizando a planilha são apresentados nas Figuras 5.17, 5.18, 5.19, 5.20, 5.21 e 5.22:

Propriedades Geométricas em Vazio

1 Insira o número de vértices da seção Transversal.
2 Digite as coordenadas nos campos abaixo, sendo: sentido anti-horário para a parte maciça da seção e sentido horário para a parte vazada da seção.
3 Clique em 'Calcular' para gerar as propriedades geométricas da seção

Número de vértices da seção =	9

Coordenadas dos vértices		
i	x	y
1	15	0
2	20	50
3	50	50
4	50	60
5	-40	60
6	-40	50
7	-20	50
8	-15	0
9	15	0
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

Propriedades Geométricas		
xg	1,70	cm
yg	35,97	cm
A	2650,00	cm^2
Sx	95333,33	cm^3
Sy	4500,00	cm^3
Ix	4292500,00	cm^4
Iy	812291,67	cm^4
Ixy	247500,00	cm^4
Ixg	862898,32	cm^4
Iyg	804650,16	cm^4
Ixyg	85613,21	cm^4
y1	-35,97	cm
y2	24,03	cm
W1	-23986,16	cm^3
W2	35916,45	cm^3
h	60,00	cm
u	290,50	cm
hfic	18,24	cm
Cabo resultante		
d'p	7,00	cm
ep	-28,97	cm
Wcp	-29780,95	cm^3

Calcular:

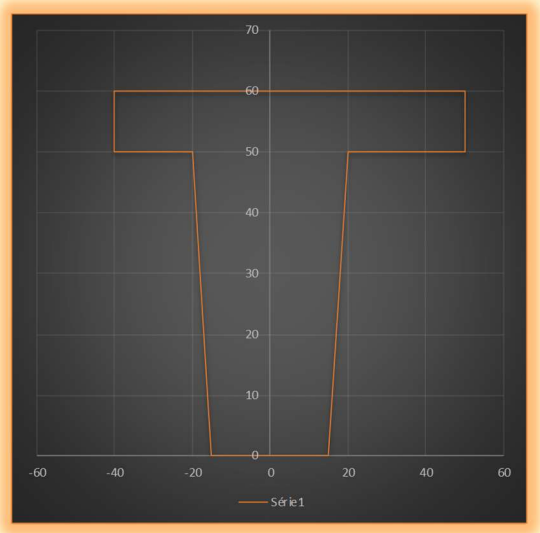


Figura 5.17 - Exemplo 2 - Propriedades Geométricas

Traçado do Cabo

» Insira o tipo de protensão
e o comprimento da Viga (L)

Tipo de Protensão»	1

(1) Pré-Tração
(2) Pós-Tração

f =	-28,97	cm
L =	5,18	m
x =	0	m
y =	0	m
α =	0,0000	rad
α =	0,00	graus

Seção	x (m)	y(m)	α(x) rad
0	0	-0,29	0,0000
1	0,518	-0,29	0,0000
2	1,036	-0,29	0,0000
3	1,554	-0,29	0,0000
4	2,072	-0,29	0,0000
5	2,59	-0,29	0,0000
6	3,108	-0,29	0,0000
7	3,626	-0,29	0,0000
8	4,144	-0,29	0,0000
9	4,662	-0,29	0,0000
10	5,18	-0,29	0,0000

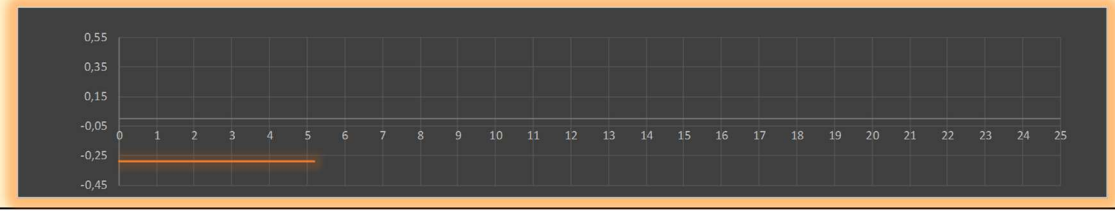


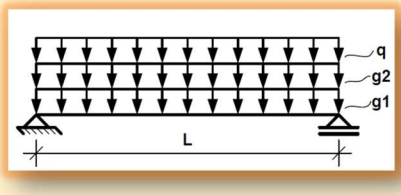
Figura 5.18 - Exemplo 2 - Traçado do cabo

Carregamento e Esforços Solicitantes

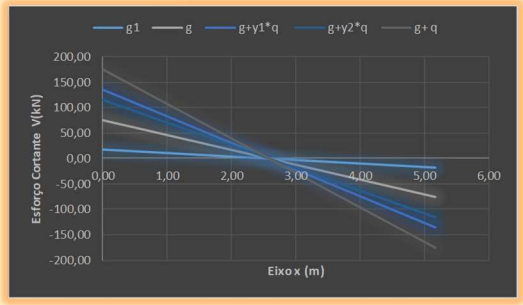
» Insira os dados nos campos brancos

L =	5,18 m
g1 =	6,63 kN/m
g2 =	22,25 kN/m
g =	28,88 kN/m
q =	38,82 kN/m
ψ1 =	0,60
ψ2 =	0,40
ψ1*q =	23,29 kN/m
ψ2*q =	15,53 kN/m

Combinações			Esforços Máximos	
			V(kN)	M(kN.m)
Peso Próprio (em vazio)	g1 =	6,63 kN/m	17,16	22,22
Carga Permanente:	g =	28,88 kN/m	74,79	96,85
Frequente:	g+ψ1*q =	52,17 kN/m	135,11	174,97
Quase Permanente:	g+ψ2*q =	44,40 kN/m	115,00	148,93
Rara:	g+q =	67,70 kN/m	175,33	227,05



Esforços Cortantes em cada Seção - V(kN)						
Seção	x (m)	g1	g	g+ψ1*q	g+ψ2*q	g+ q
0	0,00	17,16	74,79	135,11	115,00	175,33
1	0,52	13,73	59,83	108,09	92,00	140,26
2	1,04	10,30	44,87	81,07	69,00	105,20
3	1,55	6,86	29,91	54,05	46,00	70,13
4	2,07	3,43	14,96	27,02	23,00	35,07
5	2,59	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	3,11	-3,43	-14,96	-27,02	-23,00	-35,07
7	3,63	-6,86	-29,91	-54,05	-46,00	-70,13
8	4,14	-10,30	-44,87	-81,07	-69,00	-105,20
9	4,66	-13,73	-59,83	-108,09	-92,00	-140,26
10	5,18	-17,16	-74,79	-135,11	-115,00	-175,33



Momentos Fletores em cada Seção - M(kN.m)						
Seção	x (m)	g1	g	g+ψ1*q	g+ψ2*q	g+ q
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,518	8,00	34,87	62,99	53,61	81,74
2	1,036	14,22	61,98	111,98	95,32	145,31
3	1,554	18,67	81,35	146,98	125,10	190,72
4	2,072	21,33	92,97	167,97	142,97	217,97
5	2,59	22,22	96,85	174,97	148,93	227,05
6	3,108	21,33	92,97	167,97	142,97	217,97
7	3,626	18,67	81,35	146,98	125,10	190,72
8	4,144	14,22	61,98	111,98	95,32	145,31
9	4,662	8,00	34,87	62,99	53,61	81,74
10	5,18	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

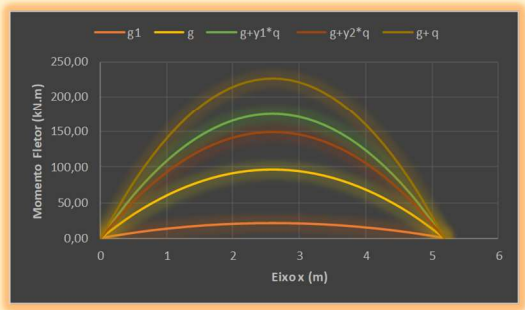


Figura 5.19 - Exemplo 2 - Carregamentos

Força de Protensão e Armadura de Protensão

» Insira as informações nos campos brancos

Nível de Protensão»	3

(1) Parcial
(2) Limitada
(3) Completa

Tipo de Protensão»	1

(1) Pré-Tração
(2) Pós-Tração

Tipo de Aço»	RB

(RB) Relaxação Baixa
(RN) Relaxação Normal

Combinação de ações

1			2		
Frequente (ELS-D)			Rara (ELS-F)		
$\sigma c1,lim$ =	0,00	kN/cm²	$\sigma c1,lim$ =	0,34	kN/cm²
P_∞ =	-460,13	kN	P_∞ =	-380,19	kN
r_∞ =	0,86		r_∞ =	0,86	
Pi =	-535,04	kN	Pi =	-442,08	kN

« Fator de Perdas de Protensão Final

↑
Adotado!

Cálculo da Armadura de Protensão

$\sigma pi \leq$	146,30	kN/cm²
	145,35	kN/cm²

« Adotado!

Ap,calc =	3,68	cm²	« Armadura de Protensão Calculada
Ap1 =	1,45	cm²	
n,calc =	3,00	cordoalhas	
n,adot =	3,00	cordoalhas	« Número de Cordoalhas Adotadas
Ap,exist =	4,35	cm²	
Pi,exist =	632,27	kN	« Força de Protensão Adotada

Figura 5.20 - Exemplo 2 - Força de Protensão e Armadura

Perdas Imediatas

Vigas Pré-Tracionadas

Perdas por Encurtamento Elástico

αp =	4,92	
σc=	-0,78 kN/cm²	
$\Delta\sigma p$, el =	-3,84 kN/cm²	
ΔP, el =	-16,69 kN	« Perdas por Encurtamento Elástico
Po =	615,58 kN	
ro=	0,9736	
Perda (%) =	2,64%	

Figura 5.21 - Exemplo 2 - Perdas Imediatas

Perdas Diferidas

» Insira os dados nos campos brancos

Perdas por Retração

εcs∞ =	-0,000331566	« Deformação por retração calculado em "Materiais"
σps =	-6,46554165 kN/cm²	
ΔPcs =	-28,13 kN	

Perdas por Fluência

φ∞ =	1,56	« Coeficiente de Fluência calculado em "Materiais"
σc(Po + g) =	-0,51 kN/cm²	
Δσpc =	-3,90 kN/cm²	
ΔPcc =	-16,96 kN	

Perdas por Relaxação

r(σp0/fptk) =	0,74	
ψ1000 =	0,029	
ψ∞ =	0,0725	
Δσpr =	10,17 kN/cm²	
ΔPr =	44,22 kN	

σ_{p0}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
$0,5\ f_{ptk}$	0	0	0	0	0
$0,6\ f_{ptk}$	3,5	1,0	4,0	1,0	1,5
$0,7\ f_{ptk}$	7,0	2,0	8,0	2,0	4,0
$0,8\ f_{ptk}$	12,0	3,5	8,0	3,0	7,0

Onde:
RN é a relaxação normal;
RB é a relaxação baixa.

RESUMO PERDAS DIFERIDAS

ΔPcs =	-28,13 kN	« Perdas por Retração
ΔPcc =	-16,96 kN	« Perdas por Fluência
ΔPr =	-44,22 kN	« Perdas por Relaxação do Aço
Pt∞=	526,28 kN	« Força de Protensão Final Após Perdas
rt∞=	0,8324	« Fator de Perdas Final
Perda (%) =	16,76%	
Perda (t∞, to) =	7,54%	

PROCESSO APROXIMADO NBR 6118/2014 PERDAS DIFERIDAS

a) para ação de relaxação normal (RN) (valor em porcentagem):

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}(t,t_0)}{\sigma_{p0}} = \psi_{\infty} \cdot \frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} \cdot \ln(t-t_0)^{0,15} \cdot (1 - \sigma_{p0}/f_{ptk})$$

b) para ação de relaxação baixa (RB) (valor em porcentagem):

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}(t,t_0)}{\sigma_{p0}} = 0,4 \cdot \psi_{\infty} \cdot \frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} \cdot \ln(t-t_0)^{0,15} \cdot (1 - \sigma_{p0}/f_{ptk})$$

σc(Po + g) =	-0,27 kN/cm²	
Δσp(t∞, to) =	9,81%	
ΔP(t∞, to) =	42,97 kN	
Pt∞=	512,62 kN	« Força de Protensão Final Após Perdas
rt∞=	0,9056	« Fator de Perdas Final
Perda (%) =	9,44%	

PROCESSO SIMPLIFICADO NBR 6118/2014 PERDAS DIFERIDAS

χi (t,to) =	0,0753	
χc(t,to) =	1,782160027	
χp =	1,0753	
ρp =	0,16%	
Δσp(t∞, to) =	15,92 kN/cm²	
ΔP(t, to) =	69,27 kN	
Pt∞=	546,31 kN	« Força de Protensão Final Após Perdas
rt∞=	0,86	« Fator de Perdas Final
Perda (%) =	13,60%	

$$\Delta\sigma_{p}(t,t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t,t_0)E_p - \sigma_{p0}\varepsilon_{c,p(t)}(t,t_0) - \sigma_{p,c(t)}(t,t_0)}{\chi_p + \chi_c \cdot \sigma_{p0}/f_{ptk}}$$

Pt∞=	546,31 kN	« ADOTADO!

Figura 5.22 - Exemplo 2 - Perdas Diferidas

O memorial utilizou os carregamentos dividido por “semi pi”, portanto o dimensionamento pela planilha ocorreu da mesma forma. O memorial calculou 6 cabos com 1 cordoalha de Φ5/8 para o “pi” inteiro. A planilha calculou 3 cabos com 1 cordoalha cada para o “semi pi”, portanto a planilha demonstrou estar de acordo com o projeto da viga do cais de atração do TECON. As demais verificações foram todas atendidas segundo a planilha.

5.3. Exemplo 3 – Viga T (San Martins, 2014)

O Exemplo 3 trata de uma viga pré-tracionada da dissertação de mestrado de San Martins (2014). O autor elaborou um estudo sobre confiabilidade de vigas pré-tracionadas de concreto protendido, onde realizou diversos dimensionamentos.

A seção transversal da viga avaliada é apresentada na Figura 5.23:

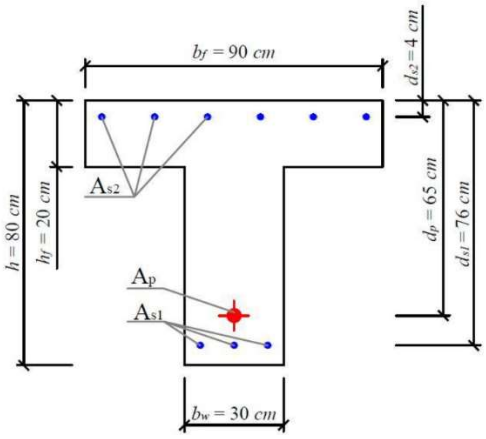


Figura 5.23 - Exemplo 3 - Geometria (San Martins, 2014)

A viga possui um vão de 8 metros, a resistência característica à compressão (f_{ck}) é de 40MPa, o aço passivo é o CA50, o aço de protensão é o CP-190-RB, a carga permanente g_2 vale 13,50kN/m, a carga variável q vale 22,50kN/m e foram adotados os valores de 0,7 para ψ_1 e 0,6 para ψ_2.

A partir destes dados a viga foi dimensionada utilizando a planilha eletrônica desenvolvida e os resultados das etapas estão expostos nas Figuras 5.24, 5.25, 5.26, 5.27, 5.28, 5.29, 5.30, 5.31, 5.32, 5.33, 5.34 e 5.35:

Propriedades Geométricas em Vazio

1 Insira o número de vértices da seção Transversal.
2 Digite as coordenadas nos campos abaixo, sendo: sentido anti-horário para a parte maciça da seção e sentido horário para a parte vazada da seção.
3 Clique em 'Calcular' para gerar as propriedades geométricas da seção

Número de vértices da seção =	9

Coordenadas dos vértices		
i	x	y
1	15	0
2	15	60
3	45	60
4	45	80
5	-45	80
6	-45	60
7	-15	60
8	-15	0
9	15	0
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

Propriedades Geométricas		
xg	0,00	cm
yg	50,00	cm
A	3600,00	cm^2
Sx	180000,00	cm^3
Sy	0,00	cm^3
Ix	11040000,00	cm^4
Iy	1350000,00	cm^4
Ixy	0,00	cm^4
Ixg	2040000,00	cm^4
Iyg	1350000,00	cm^4
Ixyg	0,00	cm^4
y1	-50,00	cm
y2	30,00	cm
W1	-40800,00	cm^3
W2	68000,00	cm^3
h	80,00	cm
u	340,00	cm
hfic	21,18	cm
Cabo resultante		
d'p	15,00	cm
ep	-35,00	cm
Wcp	-58285,71	cm^3

Calcular:

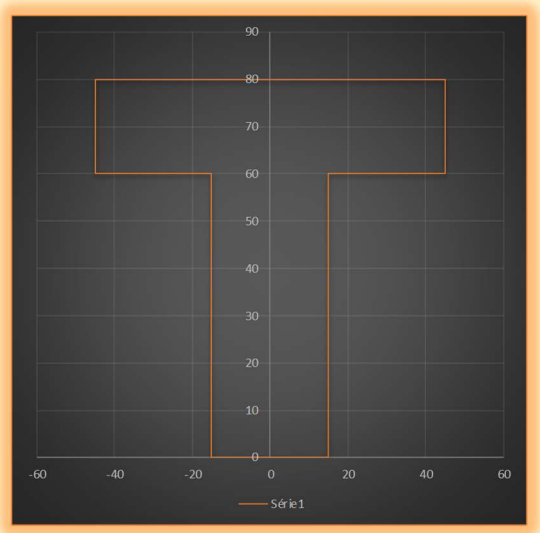


Figura 5.24 - Exemplo 3 - Geometria

Traçado do Cabo

» Insira o tipo de protensão
e o comprimento da Viga (L)

Tipo de Protensão»	1

(1) Pré-Tração
(2) Pós-Tração

f =	-35,00	cm
L =	8	m
x =	0	m
y =	0	m
α =	0,0000	rad
α =	0,00	graus

Seção	x (m)	y(m)	α(x) rad
0	0	-0,35	0,0000
1	0,8	-0,35	0,0000
2	1,6	-0,35	0,0000
3	2,4	-0,35	0,0000
4	3,2	-0,35	0,0000
5	4	-0,35	0,0000
6	4,8	-0,35	0,0000
7	5,6	-0,35	0,0000
8	6,4	-0,35	0,0000
9	7,2	-0,35	0,0000
10	8	-0,35	0,0000

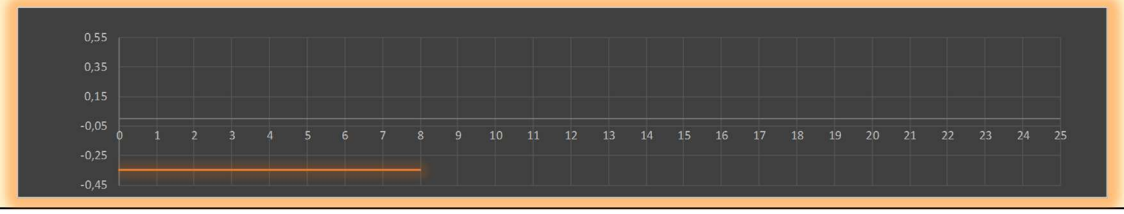


Figura 5.25 - Exemplo 3 - Traçado do Cabo

Propriedades Mecânicas dos Materiais

» Insira os dados nos campos brancos

Concreto

fck =	4,00 kN/cm²
fctm =	0,35 kN/cm²
fctk,inf =	0,25 kN/cm²
fct,F =	0,30 kN/cm²
Ecs =	3187,58 kN/cm²
fcd =	2,86 kN/cm²
σcd =	2,43 kN/cm²

t =	28 dias
β1 =	1,00
fckj =	4,00 kN/cm²
fctm,j =	0,35 kN/cm²
Eci(t) =	3541,75 kN/cm²

« Idade de Protensão

Propriedades Reológicas

t0 =	28 dias
t∞ =	18000 dias
h0 =	20,00 cm
Umidade Relativa =	75 %
Temperatura Média =	20 ºC
Slump =	8 cm
Tipo de cimento =	1

(1) CP III e CP IV
(2) CPI e CP II
(3) CP V-ARI

Calcular Prop. Reológicas:

Coeficiente de Fluência

φ(t∞,t0) =	2,28

Deformação de Retração

εcs(t∞,t0) =	-0,3316 mm/m

Aço CA

fyk =	50 kN/cm²
Es =	21000 kN/cm²
fyd =	43,48 kN/cm²
εyd =	0,00207

Aço CP

fptk =	190 kN/cm²
Ep =	19500 kN/cm²
fpyk =	171 kN/cm²
σpi =	140,22 kN/cm²
Ap1 =	1,01 cm²
fpyd =	148,70 kN/cm²
εpyd =	0,007625

« Área de 1 cordoalha

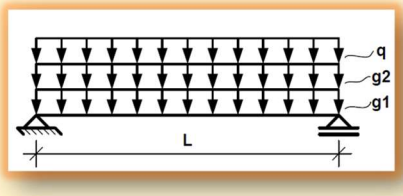
Figura 5.26 - Exemplo 3 - Propriedades Mecânicas dos Materiais

Carregamento e Esforços Solicitantes

» Insira os dados nos campos brancos

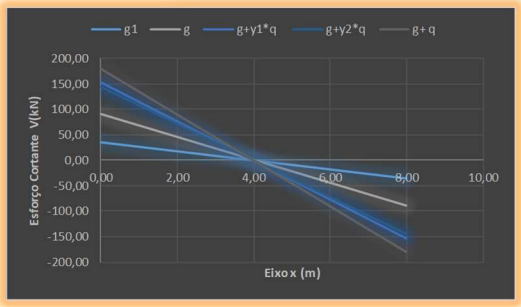
L =	8,00 m
g1 =	9,00 kN/m
g2 =	13,50 kN/m
g =	22,50 kN/m
q =	22,50 kN/m
ψ1 =	0,70
ψ2 =	0,60
ψ1*q =	15,75 kN/m
ψ2*q =	13,50 kN/m

Combinações			Esforços Máximos	
			V(kN)	M(kN.m)
Peso Próprio (em vazio)	g1 =	9,00 kN/m	36,00	72,00
Carga Permanente:	g =	22,50 kN/m	90,00	180,00
Frequente:	g+ψ1*q =	38,25 kN/m	153,00	306,00
Quase Permanente:	g+ψ2*q =	36,00 kN/m	144,00	288,00
Rara:	g+q =	45,00 kN/m	180,00	360,00



Esforços Cortantes em cada Seção - V(kN)

Seção	x (m)	g1	g	g+ψ1*q	g+ψ2*q	g+ q
0	0,00	36,00	90,00	153,00	144,00	180,00
1	0,80	28,80	72,00	122,40	115,20	144,00
2	1,60	21,60	54,00	91,80	86,40	108,00
3	2,40	14,40	36,00	61,20	57,60	72,00
4	3,20	7,20	18,00	30,60	28,80	36,00
5	4,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	4,80	-7,20	-18,00	-30,60	-28,80	-36,00
7	5,60	-14,40	-36,00	-61,20	-57,60	-72,00
8	6,40	-21,60	-54,00	-91,80	-86,40	-108,00
9	7,20	-28,80	-72,00	-122,40	-115,20	-144,00
10	8,00	-36,00	-90,00	-153,00	-144,00	-180,00



Momentos Fletores em cada Seção - M(kN.m)

Seção	x (m)	g1	g	g+ψ1*q	g+ψ2*q	g+ q
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,8	25,92	64,80	110,16	103,68	129,60
2	1,6	46,08	115,20	195,84	184,32	230,40
3	2,4	60,48	151,20	257,04	241,92	302,40
4	3,2	69,12	172,80	293,76	276,48	345,60
5	4	72,00	180,00	306,00	288,00	360,00
6	4,8	69,12	172,80	293,76	276,48	345,60
7	5,6	60,48	151,20	257,04	241,92	302,40
8	6,4	46,08	115,20	195,84	184,32	230,40
9	7,2	25,92	64,80	110,16	103,68	129,60
10	8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

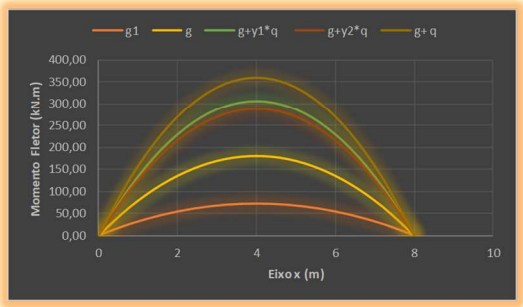


Figura 5.27 - Exemplo 3 - Carregamento

Força de Protensão e Armadura de Protensão

» Insira as informações nos campos brancos

Nível de Protensão»	3

(1) Parcial
(2) Limitada
(3) Completa

Tipo de Protensão»	1

(1) Pré-Tração
(2) Pós-Tração

Tipo de Aço»	RB

(RB) Relaxação Baixa
(RN) Relaxação Normal

Combinação de ações

1			2		
Frequente (ELS-D)			Rara (ELS-F)		
$\sigma c1,lim$ =	0,00	kN/cm²	$\sigma c1,lim$ =	0,30	kN/cm²
P_∞ =	-660,43	kN	P_∞ =	-516,03	kN
r_∞ =	0,75		r_∞ =	0,75	
Pi =	-880,58	kN	Pi =	-688,05	kN

« Fator de Perdas de Protensão Final

↑ Adotado!

Cálculo da Armadura de Protensão

$\sigma pi \leq$	146,30	kN/cm²
	145,35	kN/cm²

« Adotado!

Ap,calc =	6,06	cm²	« Armadura de Protensão Calculada
Ap1 =	1,01	cm²	
n,calc =	6,00	cordoalhas	
n,adot =	6,00	cordoalhas	« Número de Cordoalhas Adotadas
Ap,exist =	6,06	cm²	
Pi,exist =	880,82	kN	« Força de Protensão Adotada

Figura 5.28 - Exemplo 3 - Força e Armadura de Protensão

Perdas Imediatas

Vigas Pré-Tracionadas

Perdas por Encurtamento Elástico

αp =	5,51		
σc=	-0,65	kN/cm²	
$\Delta\sigma p$, el =	-3,58	kN/cm²	
ΔP, el =	-21,69	kN	« Perdas por Encurtamento Elástico
Po =	859,13	kN	
ro=	0,9754		
Perda (%) =	2,46%		

Figura 5.29 - Exemplo 3 - Perdas Imediatas

Perdas Diferidas

» Insira os dados nos campos brancos

Perdas por Retração

εcs∞ =	-0,000331566	« Deformação por retração calculado em "Materiais"
σps =	-6,46554165 kN/cm²	
ΔPcs =	-39,18 kN	

Perdas por Fluência

φ∞ =	2,28	« Coeficiente de Fluência calculado em "Materiais"
σc(Po + g) =	-0,45 kN/cm²	
Δσpc =	-5,60 kN/cm²	
ΔPcc =	-33,94 kN	

Perdas por Relaxação

r(σp0/fptk) =	0,75
ψ1000 =	0,03
ψ∞ =	0,075
Δσpr =	10,52 kN/cm²
ΔPr =	63,73 kN

σ_{po}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 f_{ptk}	0	0	0	0	0
0,6 f_{ptk}	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 f_{ptk}	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 f_{ptk}	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde
RN é a relaxação normal;
RB é a relaxação baixa.

RESUMO PERDAS DIFERIDAS

ΔPcs =	-39,18 kN	« Perdas por Retração
ΔPcc =	-33,94 kN	« Perdas por Fluência
ΔPr =	-63,73 kN	« Perdas por Relaxação do Aço
P∞=	722,28 kN	« Força de Protensão Final Após Perdas
r∞=	0,8200	« Fator de Perdas Final
Perda (%) =	18,00%	
Perda (t∞, to) =	8,05%	

PROCESSO APROXIMADO NBR 6118/2014 PERDAS DIFERIDAS

a) para aços de relaxação normal (RN) (valor em porcentagem):

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty,t_0)}{\sigma_{p0}} = 18{,}1 + \frac{\alpha_p}{47}\left[\varphi(t_\infty,t_0)\right]^{1{,}57}\left(3+\sigma_{c,p0g}\right)$$

b) para aços de relaxação baixa (RB) (valor em porcentagem):

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty,t_0)}{\sigma_{p0}} = 7{,}4 + \frac{\alpha_p}{18{,}7}\left[\varphi(t_\infty,t_0)\right]^{1{,}07}\left(3+\sigma_{c,p0g}\right)$$

σc(Po + g) =	-0,33 kN/cm²	
Δσp(t∞, to) =	11,88%	
ΔP(t∞, to) =	86,25 kN	
P∞=	772,88 kN	« Força de Protensão Final Após Perdas
r∞=	0,8775	« Fator de Perdas Final
Perda (%) =	12,25%	

PROCESSO SIMPLIFICADO NBR 6118/2014 PERDAS DIFERIDAS

χi (t,to) =	0,0780
χc(t,to) =	2,140983515
χp =	1,0780
η =	3,1618
ρp =	0,17%
Δσp(t∞, to) =	18,77 kN/cm²
ΔP(t, to) =	113,73 kN
P∞=	745,40 kN
r∞=	0,85
Perda (%) =	15,37%

$$\Delta\sigma_p(t,t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t,t_0)E_p - \alpha_p\sigma_{c,p0g}\varphi(t,t_0) - \sigma_{p0}\chi(t,t_0)}{\chi_p + \chi_c\,\alpha_p\,\eta\rho_p}$$

« Força de Protensão Final Após Perdas
« Fator de Perdas Final

P∞=	745,40 kN	« ADOTADO!

Figura 5.30 - Exemplo 3 - Perdas Diferidas

Verificação da Segurança no Ato da Protensão (Em Vazio)

» Insira os dados nos campos brancos

$$\sigma_{c2} \leq 1{,}2 f_{ctm} \; e \; \sigma_{c1} \geq -0{,}7 f_{ckj}$$

$$\sigma_{c2} = 1{,}1 P_0 \times \left(\frac{1}{Ac} + \frac{e_p}{W_2}\right) - \left(\frac{1{,}0 \times Mg_1}{W_2}\right)$$

$$\sigma_{c1} = 1{,}1 P_0 \times \left(\frac{1}{Ac} + \frac{e_p}{W_1}\right) - \left(\frac{1{,}0 \times Mg_1}{W_1}\right)$$

Parâmetros	
1,2fctm =	0,42 kN/cm²
-0,7fckj =	-2,8 kN/cm²

Seção:	x (m)	y(m)	α(x) [rad]	σc1 (kN/cm²)	σc2 (kN/cm²)
0	0	-0,35	0,0000	-0,91	0,19
1	0,8	-0,35	0,0000	-0,84	0,15
2	1,6	-0,35	0,0000	-0,79	0,12
3	2,4	-0,35	0,0000	-0,76	0,10
4	3,2	-0,35	0,0000	-0,74	0,09
5	4	-0,35	0,0000	-0,73	0,08
6	4,8	-0,35	0,0000	-0,74	0,09
7	5,6	-0,35	0,0000	-0,76	0,10
8	6,4	-0,35	0,0000	-0,79	0,12
9	7,2	-0,35	0,0000	-0,84	0,15
10	8	-0,35	0,0000	-0,91	0,19

VERIFICAÇÃO OK! VERIFICAÇÃO OK!

Armadura Passiva	
σc2	0,19 kN/cm²
σc1	-0,91 kN/cm²
x	13,81 cm
bf	90 cm
As2	4,70 cm²
As2,adot	4,91 cm²

ϕ	1	2	3	4
3,4	0,09	0,18	0,27	0,36
4,2	0,14	0,28	0,42	0,55
5	0,20	0,39	0,59	0,79
6,3	0,31	0,62	0,94	1,25
8	0,50	1,01	1,51	2,01
10	0,79	1,57	2,36	3,14
12,5	1,23	2,45	3,68	4,91
16	2,01	4,02	6,03	8,04
20	3,14	6,28	9,42	12,57

Figura 5.31 - Exemplo 3 - Verificação em Vazio

Verificação das Tensões em Serviço

» Insira os dados nos campos brancos

$$\sigma_{c1} \leq f_{ct,f}$$

$$\sigma c_2 = P_\infty \cdot \left(\frac{1}{Ac} + \frac{ep}{W_2}\right) - \frac{M(g + \psi.q)}{W_2}$$

$$\sigma c_1 = P_\infty \cdot \left(\frac{1}{Ac} + \frac{ep}{W_1}\right) - \frac{M(g + \psi.q)}{W_1}$$

Parâmetros	
fct,f =	0,30 kN/cm²

				Combinação Frequente		Combinação Quase Permanente	
Seção:	x (m)	y(m)	α(x) [rad]	σc1 (kN/cm²)	σc2 (kN/cm²)	σc1 (kN/cm²)	σc2 (kN/cm²)
0	0	-0,35	0,0000	-0,85	0,18	-0,85	0,18
1	0,8	-0,35	0,0000	-0,58	0,01	-0,59	0,02
2	1,6	-0,35	0,0000	-0,37	-0,11	-0,39	-0,09
3	2,4	-0,35	0,0000	-0,22	-0,20	-0,25	-0,18
4	3,2	-0,35	0,0000	-0,13	-0,26	-0,17	-0,23
5	4	-0,35	0,0000	-0,10	-0,27	-0,14	-0,25
6	4,8	-0,35	0,0000	-0,13	-0,26	-0,17	-0,23
7	5,6	-0,35	0,0000	-0,22	-0,20	-0,25	-0,18
8	6,4	-0,35	0,0000	-0,37	-0,11	-0,39	-0,09
9	7,2	-0,35	0,0000	-0,58	0,01	-0,59	0,02
10	8	-0,35	0,0000	-0,85	0,18	-0,85	0,18

» VERIFICAÇÃO OK! » VERIFICAÇÃO OK!

Figura 5.32 - Exemplo 3 - Verificação em Serviço

Armadura Mínima e Verificação no Estado Limite Último: Solicitações Normais

» Insira os dados nos campos brancos

$$M_{Sd} = M_{gd} + M_{qd}$$

MSd =	50400,00 kNcm

bf =	90 cm	» Largura da mesa em serviço
As,min =	7,56 cm²	» Armadura mínima na região tracionada
ϕ =	16,00	» Armadura de Protensão adotada
n =	4,00	» Armadura passiva necessária
As1,exist =	8,04 cm²	» Diâmetro Armadura Longitudinal Adotada
ds =	75,20 cm	» Número de Barras
x =	5,93 cm	» Área de aço existente
MRd =	81898,69 kNcm	

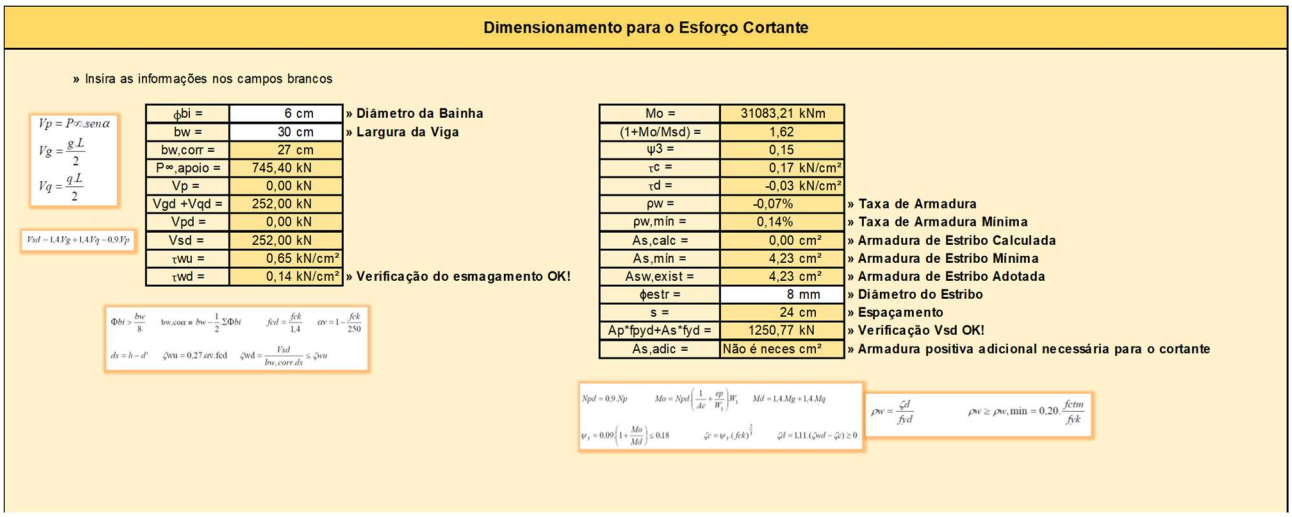
ϕ	1	2	3	4
3,4	0,09	0,18	0,27	0,36
4,2	0,14	0,28	0,42	0,55
5	0,20	0,39	0,59	0,79
6,3	0,31	0,62	0,94	1,25
8	0,50	1,01	1,51	2,01
10	0,79	1,57	2,36	3,14
12,5	1,23	2,45	3,68	4,91
16	2,01	4,02	6,03	8,04
20	3,14	6,28	9,42	12,57

$$M_{RD} = \left[\sigma_{pd} \times A_p \times (d_p - 0{,}4 \times x)\right] + \left[\sigma_{sd} \times A_{s1} \times (d_s - 0{,}4 \times x)\right]$$

$$x = \frac{f_{pyd}.A_p + f_{yd}.A_{s1} - f_{yd}.A_{s2}}{\sigma_{cd}.0{,}8.b_f}$$

$M_{Rd} \geq M_{Sd}$ » VERIFICAÇÃO OK!

Figura 5.33 - Exemplo 3 - Armadura mínima e Verificação ELU



Dimensionamento para o Esforço Cortante

» Insira as informações nos campos brancos

$Vp = P\infty.sen\alpha$

$Vg = \frac{g.L}{2}$

$Vq = \frac{q.L}{2}$

$Vsd = 1,4Vg + 1,4Vq - 0,9Vp$

ϕbi =	6 cm	» Diâmetro da Bainha
bw =	30 cm	» Largura da Viga
bw,corr =	27 cm	
P∞,apoio =	745,40 kN	
Vp =	0,00 kN	
Vgd +Vqd =	252,00 kN	
Vpd =	0,00 kN	
Vsd =	252,00 kN	
τwu =	0,65 kN/cm²	
τwd =	0,14 kN/cm²	» Verificação do esmagamento OK!

$\Phi bi > \frac{bw}{8}$ $bw,corr = bw - \frac{1}{2}\Sigma\Phi bi$ $fcd = \frac{fck}{1,4}$ $\alpha v = 1 - \frac{fck}{250}$

$ds = h - d'$ $\tau wu = 0,27.\alpha v.fcd$ $\tau wd = \frac{Vsd}{bw,corr.ds} \leq \tau wu$

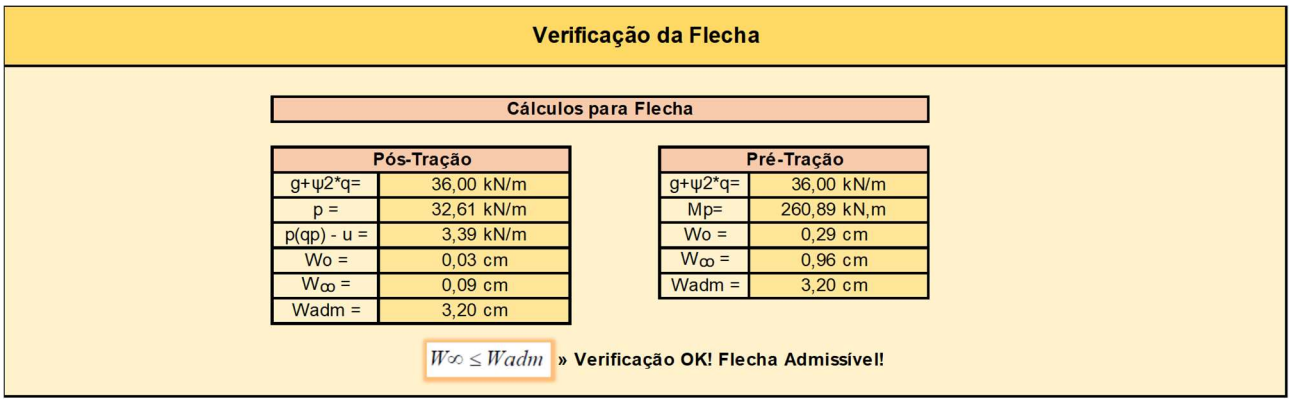
Mo =	31083,21 kNm	
(1+Mo/Msd) =	1,62	
ψ3 =	0,15	
τc =	0,17 kN/cm²	
τd =	-0,03 kN/cm²	
ρw =	-0,07%	» Taxa de Armadura
ρw,mín =	0,14%	» Taxa de Armadura Mínima
As,calc =	0,00 cm²	» Armadura de Estribo Calculada
As,mín =	4,23 cm²	» Armadura de Estribo Mínima
Asw,exist =	4,23 cm²	» Armadura de Estribo Adotada
ϕestr =	8 mm	» Diâmetro do Estribo
s =	24 cm	» Espaçamento
Ap*fpyd+As*fyd =	1250,77 kN	» Verificação Vsd OK!
As,adic =	Não é neces cm²	» Armadura positiva adicional necessária para o cortante

$Npd = 0,9.Np$ $Mo = Npd\left(\frac{1}{Ac} + \frac{ep}{W_1}\right)W_1$ $Md = 1,4.Mg + 1,4.Mq$

$\psi_3 = 0,09\left(1 + \frac{Mo}{Md}\right) \leq 0,18$ $\tau c = \psi_3.(fck)^{\frac{2}{3}}$ $\tau d = 1,11.(\tau wd - \tau c) \geq 0$

$\rho w = \frac{\tau d}{fyd}$ $\rho w \geq \rho w,\min = 0,20.\frac{fctm}{fyk}$

Figura 5.34 - Exemplo 3 - Esforço Cortante



Verificação da Flecha

Cálculos para Flecha

Pós-Tração	
g+ψ2*q=	36,00 kN/m
p =	32,61 kN/m
p(qp) - u =	3,39 kN/m
Wo =	0,03 cm
W∞ =	0,09 cm
Wadm =	3,20 cm

Pré-Tração	
g+ψ2*q=	36,00 kN/m
Mp=	260,89 kN,m
Wo =	0,29 cm
W∞ =	0,96 cm
Wadm =	3,20 cm

$W\infty \leq Wadm$ » Verificação OK! Flecha Admissível!

Figura 5.35 - Exemplo 3 - Flecha

Como pode-se observar na Tabela 5.2 a seguir, a armadura de protensão calculada foi basicamente a mesma, demonstrando que o cálculo relacionado ao concreto protendido está correto. Já com relação as armaduras passivas, a planilha demonstrou ser bem mais rigorosa, exigindo mais aço passivo para realizar as verificações necessárias. Isto se deve ao fato de que a planilha verifica a armadura mínima de acordo com a NBR-6118:2014, o que não foi feito no trabalho de San Martins (2014).

Tabela 5.2 - Exemplo 3 - Comparação

Item	Resultados		
	Autor	Planilha	Diferença
Ap (cm²)	6,08	6,06	-0,33%
As1 (cm²)	2,45	8,04	228,16%
As2 (cm²)	2,45	4,91	100,41%

6. ESTUDO PARAMÉTRICO DAS PERDAS DE PROTENSÃO

De posse da planilha devidamente verificada, ela será utilizada agora com o objetivo de estudar as variantes no que diz respeito às perdas de protensão em vigas de concreto protendido pós-tracionadas, fator importantíssimo para o dimensionamento de estruturas protendidas

Foi definida uma seção típica para realização dos dimensionamentos e cálculos, onde o vão adotado foi de 20 metros e a seção da viga pode ser verificada na Figura 6.1 (unidades em centímetros):

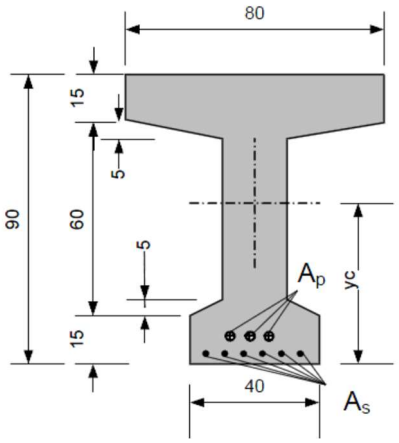


Figura 6.1 - Seção Transversal Viga do Estudo

Definidas as propriedades geométricas das vigas a serem dimensionadas, as propriedades mecânicas dos materiais necessitam ser escolhidas. É neste momento que começam a entrar os fatores a serem avaliados.

As vigas foram projetadas para as resistências características à compressão do concreto (f_{ck}) com valor de 40MPa, 50MPa e 60MPa. Ainda, considerou-se dois tipos de aço de protensão, o CP-190, com resistência característica à tração (f_{ptk}) de 1900MPa, e o CP-210, com f_{ptk} de 2100MPa, ambos com as variações RB e RN.

A respeito do tipo de protensão, em todas as vigas dimensionadas a protensão Limitada (Nível 2) foi adotada e a idade do concreto no ato de protensão foi considerada com os valores de 7, 14 e 28 dias. Já quanto ao carregamento, a carga total foi mantida fixa no valor de 34,50kN/m, e definiu-se um índice r, que representa a relação entre carga variável (q) e carga permanente (g), em que o carregamento foi variado utilizando r como 0,5, 1,0 e 2.

De posse de todos estes dados, utilizando a planilha eletrônica desenvolvida, e devidamente verificada, os dimensionamentos foram realizados e os resultados obtidos. Ao todo foram dimensionadas 108 vigas. No que diz respeito às perdas diferidas os três resultados possíveis foram calculados, tanto utilizando todos os efeitos ao longo do tempo somados de forma separada, como as 2 formulações propostas pela NBR-6118:2014.

A Tabela 6.1 apresenta os resultados obtidos das vigas que serão utilizadas para ressaltar os pontos da análise:

Tabela 6.1 - Resultados para análise

							Método de Cálculo					
							Soma		Aproximado		Simplificado	
Viga	fck (MPa)	qk/gk	to (dias)	Aço	Pi (kN)	P0 (kN)	P∞ (kN)	r∞	P∞ (kN)	r∞	P∞ (kN)	r∞
V02	40	1	7	RB	2832,4	2635,3	1948,8	0,31	2084,1	0,26	2120,6	0,25
V16	40	0,5	28	RN	3408,1	3124,2	2058,2	0,40	2357,6	0,31	2387,9	0,30
V20	50	1	7	RB	2832,4	2642,6	2116,2	0,25	2248,0	0,21	2224,1	0,21
V23	50	1	14	RB	2832,4	2642,6	2145,0	0,24	2271,9	0,20	2244,2	0,21
V24	50	2	14	RB	2549,2	2384,2	1909,4	0,25	2030,3	0,20	1998,1	0,22
V25	50	0,5	28	RB	3398,9	3130,7	2574,5	0,24	2714,7	0,20	2694,7	0,21
V34	50	0,5	28	RN	3408,1	3139,1	2238,3	0,34	2484,1	0,27	2477,8	0,27
V38	60	1	7	RB	2832,4	2648,1	2144,9	0,24	2274,3	0,20	2241,4	0,21
V41	60	1	14	RB	2832,4	2648,1	2171,1	0,23	2295,6	0,19	2260,1	0,20
V44	60	1	28	RB	2832,4	2648,1	2198,4	0,22	2315,8	0,18	2280,1	0,19
V74	50	1	7	RB	2817,5	2633,7	2145,3	0,24	2241,6	0,20	2239,7	0,21

Através destes dados obtidos, pode-se analisar a influência de cada um dos atributos variados no dimensionamento. Para ilustrar de forma mais clara, a análise será realizada ressaltando o que cada atributo influenciou no resultado das perdas de protensão.

Primeiramente, a respeito do f_{ck}, para efeitos de análise foram observadas as vigas V02, V20 e V38, onde o índice *r*, o t_0, o tipo de aço e a resistência característica à tração do aço (f_{ptk}) foram mantidos constantes, variando apenas o f_{ck} em 40MPa, 50MPa e 60MPa. Pode-se verificar, então, que as perdas de protensão diminuem a medida que o o f_{ck} aumenta. Isto se deve ao fato do f_{ck} ser um grande influenciador do coeficiente de fluência, onde a medida que se aumenta a resistência característica à compressão do concreto, menor será o coeficiente de fluência, acarretando em menores perdas de protensão diferidas, que são as que mais contribuem para as perdas totais de protensão.

A Figura 6.2 apresenta esta diminuição das perdas utilizando os três métodos de cálculo de perdas diferidas.

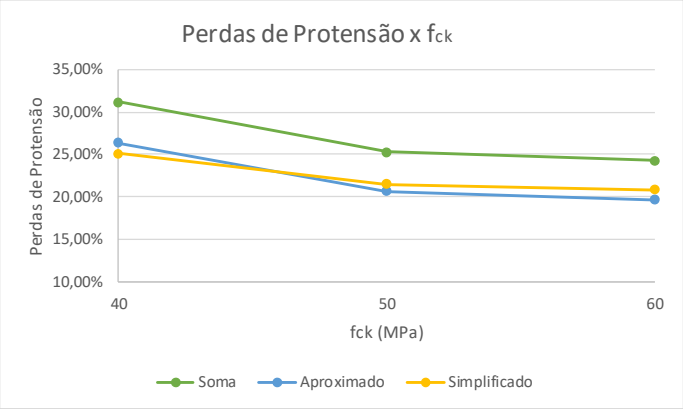


Figura 6.2 - Perdas de protensão x fck

Com relação ao f_{ptk}, foram comparadas as vigas V20 e V74 com f_{ck} de 50MPa e demais atributos constantes, variando somente o f_{ptk} em 1900MPa e 2100MPa. Nota-se, a partir da Figura 6.3, que também ocorre uma diminuição nas perdas de protensão a medida que se aumenta a resistência à tração do aço. Esta diminuição ocorre porque uma resistência maior à tração do aço de protensão faz com que o valor limite para tensão na armadura de protensão durante o estiramento dos cabos (σ_{pi}) aumente, fazendo com que necessite de menos armadura de protensão, e, logo, menos perdas ocorrerão. Além disso, a relação σ_{po}/f_{ptk} decresce, diminuindo também o ψ_{1000}, fazendo com que a perda final seja menor.

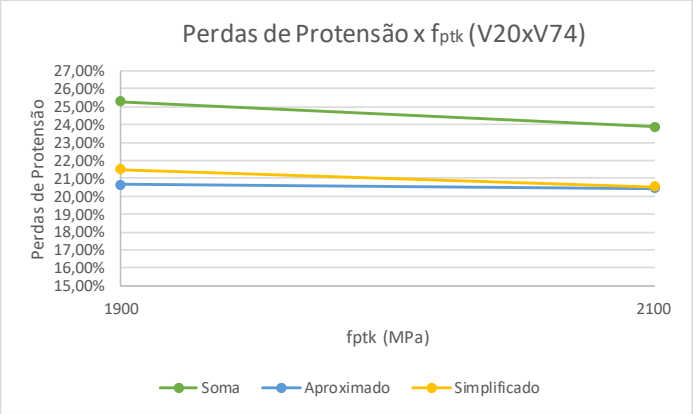


Figura 6.3 - Perdas de Protensão x fptk (V20xV74)

Para avaliar o índice *r*, ou seja, a relação carga variável/carga permanente (*r*), foram comparadas as vigas V22, V23 e V24, onde o fator foi adotado como 0,5, 1,0 e 2,0, e outros fatores permaneceram constantes. Ao analisar as perdas de protensão verifica-se que elas começam a reduzir, mas no fim acontece seu aumento e constata-se uma tendência de seguirem aumentando. Isto se deve ao fato de que a força de protensão inicial (P_i) diminui à medida que *r* aumenta, pois o momento de cálculo resulta de uma combinação das ações onde a carga variável é ponderada pelos coeficientes ψ_2 ou ψ_1, consoante se esteja a considerar a combinação quase permanente ou a combinação frequente. A combinação a ser adotada varia conforme a relação de cargas sendo considerada a que resultar no pior cenário, onde, por exemplo, para o r igual a 0,5 e 1,0 a combinação quase-permanente foi adotada, já com r igual a 2,0 foi a combinação frequente.

Outro ponto a se destacar é que diante de tudo isso, o número de cordoalhas também vai variando, tornando difícil uma melhor avaliação. Porém, o que se pode notar é que caso esta relação siga subindo as perdas irão aumentar. A Figura 6.4 apresenta os resultados obtidos:

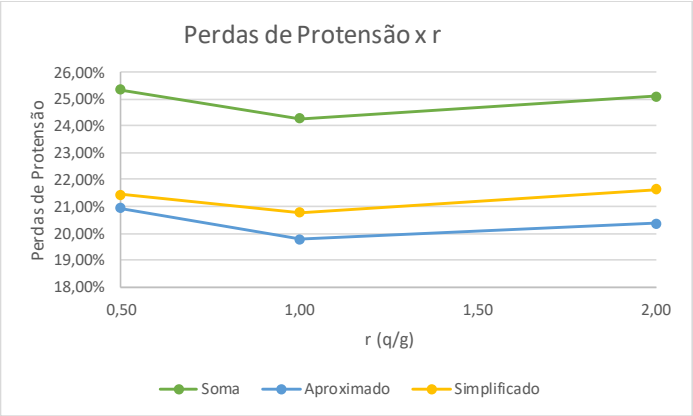


Figura 6.4 - Perdas de Protensão x r

Já para analisar os efeitos da idade do concreto no ato da protensão (t_0), as vigas V38, V41 e V44 foram avaliadas. A idade foi variada em 7, 14 e 28 dias e os demais atributos mantidos constantes. A Figura 6.5 apresenta de forma clara que quanto mais velho o concreto no ato da protensão, menores serão as perdas de protensão totais. Isto acontece, porque quanto mais tempo o concreto passa curando, menor será seu coeficiente de fluência, e menor será a deformação por retração, ocasionando uma diminuição significativa das perdas diferidas, que compõem boa parte das perdas de protensão totais.

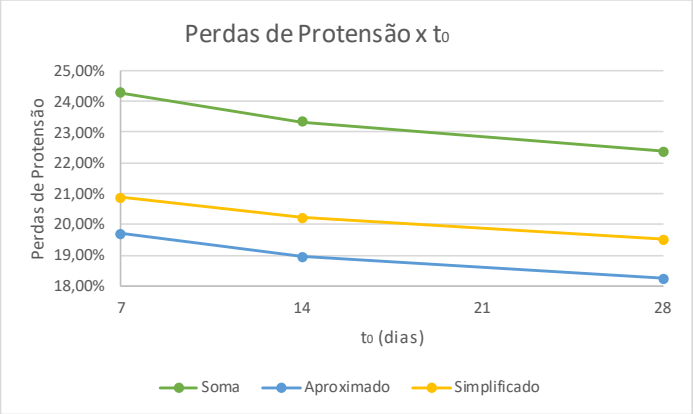


Figura 6.5 - Perdas de protensão x t0

Por fim, a respeito do tipo de aço foram comparadas as vigas V07 com a V16 e V25 com a V34, variando somente o tipo de aço, RB ou RN. As primeiras com f_{ck} de 40MPa e as segundas com f_{ck} de 50MPa. Pela Figura 6.6, verifica-se que o aço RB é muito melhor no que diz respeito às perdas de protensão do que o aço RN. As perdas chegam a aumentar aproximadamente 10% utilizando este último. Isto ocorre, pois a relaxação do aço influencia bastante nas perdas diferidas, que, conforme mencionado anteriormente, compõem grande porcentagem dentro das perdas totais.

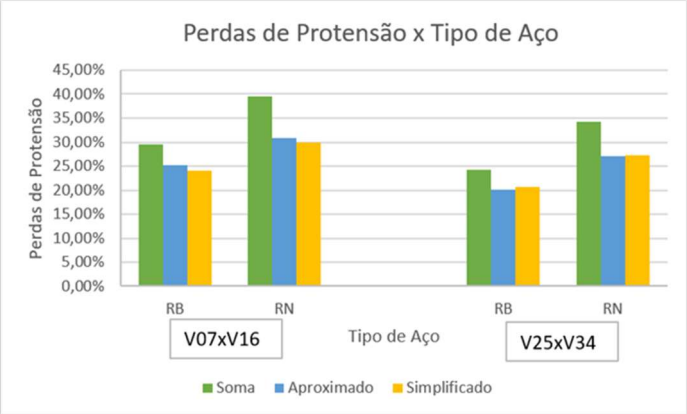


Figura 6.6 - Perdas de protensão x Tipo de aço

7. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma sistematização do projeto de vigas portuárias protendidas através do desenvolvimento de uma planilha eletrônica didática automatizada. Após a contextualização e conceitos de estruturas portuárias e concreto protendido, a metodologia teórica de dimensionamento de vigas protendidas foi demonstrada e explicada passo-a-passo.

O processo de dimensionamento exposto foi implementado numa planilha eletrônica. Esta planilha foi demonstrada utilizando 3 exemplos de vigas protendidas já calculadas para demonstração de sua utilização, bem como sua devida verificação quanto à capacidade de realizar os cálculos corretamente.

No primeiro exemplo, uma viga protendida pós-tracionada de uma dissertação de mestrado foi dimensionada passo-a-passo demonstrando todo funcionamento da planilha. Todas as etapas de utilização da planilha foram demonstradas e explicadas, e os resultados obtidos foram coerentes. No segundo exemplo, foi calculada uma viga protendida pré-tracionada componente do berço III do cais de atracação do TECON Rio Grande, onde as principais etapas de utilização da planilha foram demonstradas e os resultados de acordo com o memorial de cálculo do cais. Por fim, o terceiro exemplo tratou de uma viga pré-tracionada calculada numa dissertação de mestrado, onde os resultados da planilha também foram similares ao do estudo, com algumas diferenças nas armaduras passivas.

Portanto, a planilha elaborada demonstrou sua eficácia e capacidade da realização dos cálculos das etapas de dimensionamento de vigas portuárias protendidas. Como mencionado no início deste trabalho, a dificuldade de encontrar softwares amigáveis e acessíveis de dimensionamento de estruturas de concreto protendido é grande.

Esta planilha tem o objetivo de ser uma ferramenta didática e útil para ser utilizada por alunos que estão aprendendo sobre estruturas protendidas, bem como para professores realizarem exemplos em sala de aula. Através dela pode-se observar passo-a-passo as etapas de dimensionamento de vigas protendidas, suas formulações, considerações e verificações, de forma clara e funcional, já que o cálculo manual é oneroso e demanda muito tempo.

Cabe-se ressaltar a limitação de utilização da planilha e sugestões para sua melhoria em trabalhos futuros. Apenas vigas bi apoiadas isostáticas conseguem ser calculadas por ela, e seus resultados são numéricos, sem detalhamentos de disposição de armadura e elementos construtivos na seção e ao longo das vigas.

Além disso, seria interessante a introdução de uma aba que calcule esforços e carregamentos devido à carga móvel, para que dessa forma cargas provenientes de guindastes e outros elementos portuários possam ser determinados e agregados no passo-a-passo de cálculo.

Já a respeito do estudo das perdas de protensão realizado com a planilha, verificou-se que as perdas de protensão reduzem conforme a resistência característica à compressão do concreto é aumentada. Da mesma forma as perdas diminuem a medida que a resistência à tração do aço de protensão aumenta. Também acarreta num decréscimo nas perdas a utilização de um concreto mais velho no ato da protensão, com um tempo de cura maior.

Porém, ocorreram aumentos das perdas de protensão quando se utiliza o aço de relaxação normal ao invés do aço de relaxação baixa. E também, constatou-se a tendência de aumento das perdas conforme a relação carga variável/carga permanente aumenta de valor a partir de um ponto.

Vale destacar que para pesquisas futuras seria interessante avaliar estes efeitos nas perdas de protensão em vigas protendidas pré-tracionadas, além de utilizar outras seções transversais para verificar se o comportamento será similar.

Assim sendo, o trabalho apresentou um estudo das vigas portuárias e concreto protendido, culminando no desenvolvimento de uma planilha eletrônica que possa servir como ferramenta de apoio à estudantes e professores da área para um melhor entendimento das etapas de projeto e velocidade na sua realização.

8. REFERÊNCIAS

AGERSCHOU, H.; LUNDGREN, H.; SORESEN, T.; ERNST, T.; KORSGAARD, J.; SCHMIDT, L.R.; CHI, W.K. **Planning and Design of Ports and Marine Terminals**. Wiley & Sons, 1983.

ALFREDINI, P.; ARASAKI, E. **Obras e Gestão de Portos e Costas: A técnica aliada ao enfoque logístico e ambiental**. 2ª Edição. São Paulo: Edgard Blucher, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 8.681: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 6.118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

BASTOS, P.S.S. **Concreto Protendido** (Notas de aula). Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, 2015.

CARVALHO, R.C. **Estruturas em Concreto Protendido**. 1ª Edição. Editora Pini, 2015.

CAVALCANTI, M.B., 2005. **Modelos de verificação à flexão de estruturas protendidas**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco.

DA SILVA, R.M., 2014. **Caracterização de Estruturas Portuárias: Caso de estudo – Ampliação do Terminal XXI, Sines**. Relatório de estágio para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, Área Departamental de Engenharia Civil, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa.

FANTI, F.D., 2007. **Concepção, métodos construtivos e dimensionamento de terminais para contêineres**. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Estruturas, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

HANAI, J.B. **Fundamentos do Concreto Protendido**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.

KLEIN, R. 2002. **Dimensionamento por computador de vigas simplesmente apoiadas de concreto protendido pós-tracionadas**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina.

LAZZARI, P.M., 2011. **Implementação de rotinas computacionais para o projeto automático de peças em concreto com protensão aderente e não aderente**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

LEONHARDT, F. **Construções de Concreto – Volume V: Concreto Protendido**. 1ª Edição. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1983.

MASON, J. **Obras Portuárias**. 2ª Edição. Rio de Janeiro: Campus, 1983.

MENDES, J.A., 1993. **Cálculo automático de perdas progressivas em peças de concreto protendido**. Tese de Doutorado em Engenharia Civil - Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

MOURA, M.W., 2004. **Estudo sobre o traçado de cabos pós-tracionados em vigas isostáticas**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina.

MUTTONI, A.; SCWARTZ, J.; THÜRLIMANN, B. **Design of Concrete Structures with Stress Fields**. Birkhauser Verlag, 1997.

NILSON, A.H.; DARWIN, D.; DOLAN, C.W. **Design of Concrete Structures**. 14ª Edição. Nova York: McGraw-Hill, 2010.

PFEIL, W. **Concreto Protendido Volumes 1, 2 e 3**. 2ª Edição. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1988.

REAL, M.V. **Concreto Protendido** (Notas de aula). Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande, 2016.

ROCHA, R.G., 2014. **Análise de confiabilidade de vigas portuárias de concreto protendido**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Oceânica, Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande.

RÜSCH, H. **Concreto Armado e Protendido: Propriedades dos materiais e dimensionamento**. Rio de Janeiro: Campus, 1981.

SAN MARTINS, D.A., 2014. **Confiabilidade de vigas pré-tracionadas de concreto protendido**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

SANTOS, M.B., 2015. **Utilização de concreto protendido em pavimentos portuários**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Oceânica, Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande.

THORESEN, C.A. **Port designer's handbook: Recommendations and guidelines**. Londres: Thomas Telford, 2003.

VERÍSSIMO, G. S.; CÉSAR JR, K.M.L. **Concreto Protendido.** 4ª Edição. Universidade Federal de Viçosa, 1998.

ZANETTE, D.S., 2006. **Projeto de vigas de pequeno porte parcialmente protendidas com monocordoalhas engraxadas**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina.