

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE - FURG
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA OCEÂNICA

ESTUDO NUMÉRICO DE UM ESCOAMENTO TURBULENTO COM CONVECÇÃO
FORÇADA INCIDINDO SOBRE UM ARRANJO TRIANGULAR DE CORPOS ROMBUDOS

por

Filipe Branco Teixeira

Dissertação para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Oceânica

Rio Grande, dezembro de 2017

ESTUDO NUMÉRICO DE UM ESCOAMENTO TURBULENTO COM CONVECÇÃO
FORÇADA INCIDINDO SOBRE UM ARRANJO TRIANGULAR DE CORPOS ROMBUDOS

Por

Filipe Branco Teixeira

Engenheiro Químico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica (PPGEO) da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Área de Concentração: Engenharia Marítima

Orientador: Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos

Co-orientador: Prof. Dr. Liércio André Isoldi

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos PPGEO/FURG

Prof. Dr. Jeferson Avila Souza PPGEO/FURG

Prof. Dr. Liércio André Isoldi PPGEO/FURG

Prof. Dr. Paulo Roberto de Freitas Teixeira PPGEO/FURG

Prof. Dr. Marcelo Risso Errera, PPGEA/UFPR

Prof. Dr. Liércio André Isoldi
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica

Rio Grande, 15 de dezembro de 2017

**"ESTUDO NUMÉRICO DE UM ESCOAMENTO TURBULENTO COM CONVECÇÃO FORÇADA
INCIDINDO SOBRE UM ARRANJO TRIÂNGULAR DE CORPOS ROMBÚDOS"**

Filipe Branco Teixeira

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de:

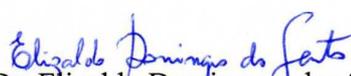
MESTRE EM ENGENHARIA OCEÂNICA

Tendo sido aprovada em sua forma final pela Coordenação de Pós Graduação em Engenharia Oceânica



Prof. Dr. Liércio André Isoldi
Coordenador do PPGEO / FURG

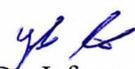
Banca Examinadora:



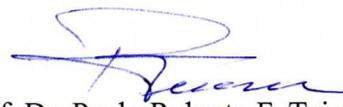
Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos
Orientador – PPGEO / FURG



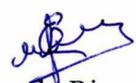
Prof. Dr. Liércio André Isoldi
Coorientador - PPGEO / FURG



Prof. Dr. Jeferson Avila Souza
PPGEO / FURG



Prof. Dr. Paulo Roberto F. Teixeira
PPGEO / FURG



Prof. Dr. Marcelo Riso Herrera
Membro Externo – UFPR

Ao meu amigo Martim e a minha noiva Fabiane pelo total incentivo quanto ao ingresso no mestrado e pelo apoio incondicional na realização deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço aos meus pais, Rose e Arlindo que sempre me apoiaram e incentivaram na realização deste trabalho. Mãe e pai, o apoio psicológico, econômico e educacional de vocês foi fundamental. A preocupação comigo pelas intermináveis madrugadas em claro para a conclusão desta dissertação demonstram o amor e carinho que posso garantir ser recíproco de minha parte. Esta conquista também é de vocês.

Agradeço aos meus sogros Serginho e Margareth, vocês também têm sido parte fundamental em minhas conquistas praticamente como meus segundos pais.

Grande agradecimento ao meu orientador Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos. Obrigado por ser esta pessoa honesta, sincera e incentivadora que procura achar o melhor nas pessoas e guiar na direção correta com toda a dedicação de um verdadeiro orientador.

Agradeço ao meu co-orientador Prof. Dr. Liércio André Isoldi, também pelas palavras de incentivo sempre diretas e “sem rodeios”.

Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos concedida no ano final deste trabalho e também a Universidade Federal do Rio Grande (FURG) por fornecer um ensino gratuito e de qualidade.

Agradecimentos especiais aos colegas de curso, o agora já MSc. Martim dos Santos Pereira que o tenho quase como um irmão desde a época de graduação em Engenharia Química, e ao Eng. Andrei Santos que se tornou outro grande amigo, por toda ajuda prestada durante o curso nos estudos e nos laboratórios.

Por fim, agradeço à minha noiva e futura esposa Fabi. Para ela eu poderia escrever todas as palavras de agradecimento existentes em todas as línguas e ainda seria insuficiente para expressar o apoio, carinho, dedicação e incentivo. Muito obrigado por ser esta pessoa maravilhosa, companheira e compreensiva que me faz buscar ser sempre alguém melhor e digno. E obrigado por ter sempre fornecido uma palavra acalentadora na hora certa diante dos obstáculos encontrados até aqui. Eu venço porque me fazes vencer. Muito obrigado.

RESUMO

Este trabalho consiste na avaliação numérica de um escoamento turbulento, transiente, bidimensional, incompressível e com convecção forçada que incide sobre um arranjo triangular de corpos rombudos quadrados de aresta D . A geometria do problema é avaliada com o método Design Construtal. O problema possui duas restrições, a primeira dada pela soma das áreas dos corpos rombudos e a segunda referente à área de ocupação máxima do arranjo, que neste caso é $6D \times 6D$, além de dois graus de liberdade: S_L/D (razão da distância longitudinal entre o centro do corpo rombudo frontal e o centro dos corpos rombudos posteriores, e a dimensão de suas arestas) e S_T/D (razão da distância transversal entre o centro dos corpos rombudos posteriores e a dimensão de suas arestas). Em todas as simulações serão considerados números de Reynolds e Prandtl iguais à $Re_D = 22.000$ e $Pr = 0,71$ respectivamente. As equações temporais médias de conservação da massa, quantidade de movimento e energia são solucionadas através do Método dos Volumes Finitos, pelo software de CFD Ansys® Fluent® e a turbulência é resolvida através da modelagem clássica da turbulência (RANS – *Reynolds Averaged Navier-Stokes*) com fechamento através do modelo $SST - k-\omega$. O objetivo do estudo é avaliar como a variação da geometria influencia o coeficiente de arrasto (C_D) e o número de Nusselt (Nu_D) entre os corpos rombudos e o escoamento circundante. Também se avalia o coeficiente de sustentação (C_L) e o número de Strouhal (St) para análise do desprendimento de vórtices no escoamento. Foi realizada uma avaliação da modelagem matemática e um estudo de estratégias de geração de malha capaz de validar/verificar o modelo numérico. Observou-se que o estudo da turbulência, mesmo de forma bidimensional, com a modelagem $SST - k-\omega$, é capaz de representar os fenômenos associados ao problema proposto de forma consistente, desde que um grande refinamento local nas regiões de parede seja implementado. Uma malha não estruturada com refinamento local totalmente estruturado foi utilizada para verificar/validar parâmetros médios em um escoamento turbulento com convecção forçada sobre um corpo rombudo. A comparação com a literatura para C_D , Nu_D e St médios no espaço e tempo quando o escoamento atinge um regime estabilizado apresentaram desvios tão baixos quanto 0,43%, 0,79% e 0,56% respectivamente. Na avaliação geométrica do arranjo, constatou-se que o melhor caso fluidodinâmico reduziu o C_D em até 73,5% comparado ao pior caso, já no estudo térmico, o caso ótimo aumentou o Nu_D em 29,0%. Devido a isto, a análise multiobjetivo apontou para $S_L/D = 5,0$ e $S_T/D = 2,0$ como as razões ótimas do arranjo, coincidindo com o caso ótimo para o objetivo fluidodinâmico.

Palavras-chaves: Escoamento turbulento, Convecção, Corpos rombudos, Design Construtal, CFD.

ABSTRACT

This work consists in the numerical evaluation of a turbulent, transient, two-dimensional, incompressible and forced convective cross flow on a triangular array of square shaped bluff bodies. The geometry of the problem is evaluated with the Constructal Design method. The problem has two restrictions, the first given by the sum of the bluff bodies area, and the second referring to the maximum occupation area of the array, $6D \times 6D$ in this case. It also has two degrees of freedom: S_L/D (ratio between the longitudinal pitch of the center of the frontal bluff body and the center of the posterior bluff bodies, and the size of its edges) and S_T/D (ratio of the transverse pitch between the center of the posterior bluff bodies and the size of its edges). In all simulations Reynolds and Prandtl numbers are maintained constant at $Re_D = 22.000$ and $Pr = 0,71$ respectively. The equations of conservation of mass, momentum and energy are solved using the Finite Volume Method using Ansys® Fluent® CFD, and the turbulence is solved through the $SST - k - \omega$ modeling. The objective of this study is to evaluate how the variation of the geometry influences the drag coefficient (C_D) and the Nusselt number (Nu_D) between the bluff bodies and the surrounding flow. The lift coefficient (C_L) and the Strouhal number (St) are also evaluated for the analysis of vortex shedding in the flow. An evaluation of the mathematical modeling and a study of mesh generation strategies capable of validating/verifying the numerical model have been carried out. It was observed that the study of turbulence, even in a two-dimensional way, with the $SST - k - \omega$ modeling is able to represent the phenomena associated to the proposed problem in a consistent way, provided that, a great local refinement in the wall regions is implemented. An unstructured mesh with fully structured local refinement was used to verify/validate averaged parameters in a forced convective turbulent cross flow with a bluff body. The comparison with the literature for the mean C_D , Nu_D and St values in space and time when the flow reaches a stabilized regime showed deviations as low as 0.43%, 0.79% and 0.56% respectively. In the geometric evaluation of the arrangement, it was verified that the best fluid dynamic case reduced C_D by up to 73.5% compared to the worst case, whereas in the thermal study the optimum case increased Nu_D by 29.0%. Due to this, the multi-objective analysis pointed to $S_L/D = 5.0$ and $S_T/D = 2.0$ as the optimal ratios of the arrangement, coinciding with the optimal case for the fluid dynamics objective.

Keywords: Turbulent flow, Convection, Bluff bodies, Constructal Design, CFD.

ÍNDICE

| | |
|--|----|
| 1. INTRODUÇÃO | 19 |
| 1.1. Estado da Arte | 23 |
| 1.2. Objetivos | 33 |
| 1.2.1. Objetivos gerais | 33 |
| 1.2.2. Objetivos específicos | 34 |
| 1.3. Delineamento do texto | 34 |
| 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 36 |
| 2.1. Conceitos dos escoamentos externos com transferência de calor | 36 |
| 2.2. Abordagem da Turbulência | 41 |
| 2.2.1. Modelagem DNS (<i>Direct Numerical Simulation</i>) | 42 |
| 2.2.2. Modelagem LES (<i>Large Eddy Simulation</i>) | 43 |
| 2.2.3. Modelagem DES (<i>Detached Eddy Simulation</i>) | 44 |
| 2.2.4. Modelagem RANS (<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>)..... | 45 |
| 2.3. Método Design Construtal | 47 |
| 2.4. Método dos Volumes Finitos | 49 |
| 2.4.1. Tratamento dos termos advectivos: Esquema <i>Upwind</i> | 50 |
| 2.4.2. Acoplamento pressão-velocidade: Método SIMPLE-C (<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations - Consistent</i>)..... | 51 |
| 3. MODELAGEM MATEMÁTICA | 55 |
| 3.1. Definição do problema e metodologia | 55 |
| 3.2. Equações de conservação | 57 |
| 3.3. Equações de fechamento da turbulência (<i>SST – •••</i>) | 58 |
| 4. MODELAGEM NUMÉRICA | 60 |
| 4.1. Construção da malha para os casos com turbulência | 60 |
| 4.2. Parâmetros do CFD | 62 |
| 4.3. Verificação do modelo computacional para os casos com turbulência | 64 |
| 4.3.1. Caso 1 – Malha estruturada com refinamento horizontal..... | 66 |
| 4.3.2. Caso 2 – Malha estruturada com refinamento progressivo em “cruz” | 69 |
| 4.3.3. Caso 3 – Malha estruturada com refinamento progressivo em “cruz” | 71 |
| 4.3.4. Caso 4 – Malha estruturada com refinamento fixo em “cruz” | 73 |
| 4.3.5. Caso 5 – Malha estruturada com refinamento fixo em “cruz” | 75 |
| 4.3.6. Caso 6 – Malha estruturada com refinamento progressivo parcial em “cruz” | 77 |

| | |
|---|------------|
| 4.3.7. Caso 7 – Malha não estruturada com refinamento local totalmente estruturado..... | 79 |
| 4.3.8. Caso 8 – Malha não estruturada com refinamento local parcialmente estruturado..... | 82 |
| 4.3.9. Resumo dos resultados para a verificação..... | 83 |
| 5. RESULTADOS | 86 |
| 5.1. Análise do problema fluidodinâmico | 86 |
| 5.2. Análise do problema térmico..... | 94 |
| 5.3. Análise do problema multiobjetivo | 100 |
| 5.4. Constatações adicionais..... | 102 |
| 6. CONCLUSÕES | 108 |
| 7. PROPOSTA DE CONTINUIDADE | 110 |
| 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 111 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1.1 – Exemplos de sistemas de refrigeração: (a) cooler de computador; (b) radiador automotivo; (c) trocador de calor industrial tubular. | 20 |
| Figura 1.2 – Estudo experimental de um escoamento turbulento sobre corpo rombudo (Fonte: Igarashi, 1985). | 24 |
| Figura 1.3 – Malha computacional utilizada para o estudo vista apenas nos eixos x e y (Fonte: Wiesche, 2006). | 25 |
| Figura 1.4 – Padrão de escoamento instantâneo para (a) $B/H = 10\%$ e $Ri = 1$; (a-1) $B/H = 10\%$ e $Ri = -1$; (b) $B/H = 30\%$ e $Ri = 1$; (b-1) $B/H = 30\%$ e $Ri = -1$; (c) $B/H = 50\%$ e $Ri = 1$ e (c-1) $B/H = 50\%$ e $Ri = -1$ (Fonte: Perng e Wu, 2007)..... | 26 |
| Figura 1.5 – Malha não estruturada utilizada no trabalho (Fonte: Ranjan e Dewan, 2015). | 27 |
| Figura 1.6 – Contornos de vorticidade instantânea para diferentes razões do obstáculo retangular (a) $R=0,62$, (b) $R=2,0$, (c) $R=3,0$ e (d) $R=4,0$ (Fonte: Ranjan e Dewan, 2016). | 28 |
| Figura 1.7 – Campo de temperaturas próximos ao corpo rombudo (Fonte: Chen e Xia, 2016). | 29 |
| Figura 1.8 – Domínio computacional para arranjo de quatro cilindros alinhados em forma de quadrado (Fonte: Lam et. al., 2008). | 29 |
| Figura 1.9 – Dois cilindros de diâmetros iguais em escoamento externo: (a) alinhamento longitudinal; (b) alinhamento transversal; e (c) alinhamento inclinado. (Fonte: Sumner, 2010). | 30 |
| Figura 1.10 – Fileira de cilindros em rotação contrária com convecção natural. (Fonte: Page et. al., 2013). | 31 |
| Figura 2.1 – Desenvolvimento da camada limite de velocidade sobre uma placa plana (Incropera et. al., 2008). | 36 |
| Figura 2.2 – Exemplo do comportamento do coeficiente de sustentação no tempo para um escoamento turbulento. | 38 |
| Figura 2.3 – Resultado da análise do espectro de um sinal de C_L por FFT para aquisição do número de Strouhal..... | 39 |
| Figura 2.4 – Exemplo da determinação do campo médio de velocidades de um escoamento. | 46 |
| Figura 2.5 – Malha usada para discretizar parte de um domínio computacional unidimensional. | 51 |
| Figura 3.1 – Domínio computacional empregado nas simulações do presente trabalho. | 56 |
| Figura 3.2 – Diagrama ilustrando o processo de avaliação da geometria do arranjo. | 57 |
| Figura 4.1 – Exemplo de refinamento de malha em cruz feita no Gmsh para verificação do modelo. | 60 |

| | |
|---|----|
| Figura 4.2 – Malha e detalhe do refinamento local utilizado em torno do corpo rombudo..... | 61 |
| Figura 4.3 – Nu_D médio na face BC para: (a) Caso 1; (b) Caso 4; (c) Caso 6 e (d) Caso 8..... | 63 |
| Figura 4.4 – Domínio computacional utilizado para o Caso 1..... | 67 |
| Figura 4.5 – Malha empregada para o caso 1. | 67 |
| Figura 4.6 – Caso 1: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local. | 68 |
| Figura 4.7 – Caso 1: Perfil instantâneo y^+ na região de parede. | 69 |
| Figura 4.8 – Malha empregada para o caso 2. | 69 |
| Figura 4.9 – Caso 2: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local. | 70 |
| Figura 4.10 – Caso 2: Perfil instantâneo y^+ na região de parede. | 71 |
| Figura 4.11 – Malha empregada para o caso 3..... | 71 |
| Figura 4.12 – Caso 3: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local. | 72 |
| Figura 4.13 – Caso 3: Perfil instantâneo y^+ na região de parede. | 73 |
| Figura 4.14 – Malha empregada para o caso 4. | 73 |
| Figura 4.15 – Caso 4: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local. | 74 |
| Figura 4.16 – Caso 4: Perfil instantâneo y^+ na região de parede. | 75 |
| Figura 4.17 – Malha empregada para o caso 5. | 75 |
| Figura 4.18 – Caso 5: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local. | 76 |
| Figura 4.19 – Caso 5: Perfil instantâneo y^+ na região de parede. | 77 |
| Figura 4.20 – Malha empregada para o caso 6 com detalhe do refinamento local..... | 77 |
| Figura 4.21 – Caso 6: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local. | 78 |
| Figura 4.22 – Caso 6: Perfil instantâneo y^+ na região de parede. | 79 |
| Figura 4.23 – Malha empregada para o caso 7 com zoom no refinamento local..... | 80 |
| Figura 4.24 – Caso 7: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local. | 81 |
| Figura 4.25 – Caso 7: Perfil instantâneo y^+ na região de parede. | 81 |
| Figura 4.26 – Malha empregada para o caso 8 com zoom no refinamento local..... | 82 |
| Figura 4.27 – Caso 8: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local. | 83 |
| Figura 4.28 – Caso 8: Perfil instantâneo y^+ na região de parede. | 83 |
| Figura 5.1 – Detalhe do arranjo dos corpos rombudos e dos graus de liberdade..... | 86 |
| Figura 5.2 – Efeito da razão S_T/D sobre o coeficiente de arrasto (C_D) para cada corpo rombudo e $S_L/D = 2,0$ | 87 |
| Figura 5.3 – Efeito da razão S_T/D sobre o coeficiente de arrasto (C_D) para várias razões de S_L/D | 88 |
| Figura 5.4 – Campos médios de velocidade para $S_L/D = 3,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$ | 89 |

| | |
|--|-----|
| Figura 5.5 – Campos médios de pressão para $S_L/D = 3,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$ | 90 |
| Figura 5.6 – Campos médios de velocidade para $S_L/D = 5,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$ | 90 |
| Figura 5.7 – Campos médios de pressão para $S_L/D = 5,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$ | 91 |
| Figura 5.8 – Campos instantâneos de velocidade para $S_L/D = 2,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$ no instante $t = 4s$ | 92 |
| Figura 5.9 – Campos instantâneos de pressão para $S_L/D = 2,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$ no instante $t = 4s$ | 93 |
| Figura 5.10 – C_D uma vez minimizado ($C_{D,m}$) e S_T/D otimizado para o problema fluidodinâmico (S_T/D) _{o,f} em função de S_L/D | 93 |
| Figura 5.11 – Campos médios de velocidade e pressão para S_L/D uma vez otimizado (S_L/D) _{o,f} = 5,0 e S_T/D duas vezes otimizado (S_T/D) _{oo,f} = 2,0 para o problema fluidodinâmico..... | 94 |
| Figura 5.12 – Efeito da razão S_T/D sobre o número de Nusselt (Nu_D) para cada corpo rombudo e $S_L/D = 2,0$ | 95 |
| Figura 5.13 – Efeito da razão S_T/D sobre o número de Nusselt (Nu_D) para várias razões de S_L/D | 96 |
| Figura 5.14 – Efeito da razão S_T/D sobre o número de Nusselt (Nu_D) para várias razões de S_L/D – regime laminar (Fonte: Teixeira et. al., 2016). | 97 |
| Figura 5.15 – Campos médios de temperatura para várias razões de S_L/D e S_T/D | 98 |
| Figura 5.16 – Campos instantâneos de temperatura para $S_L/D = 2,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$ no instante $t = 4,0 s$ | 98 |
| Figura 5.17 – Nu_D uma vez maximizado ($Nu_{D,m}$) e S_T/D otimizado para o problema térmico (S_T/D) _{o,t} em função de S_L/D | 99 |
| Figura 5.18 – Campo médio de temperatura para S_L/D uma vez otimizado (S_L/D) _{o,t} = 5,0 e S_T/D duas vezes otimizado (S_T/D) _{oo,f} = 4,0 para o problema térmico. | 100 |
| Figura 5.19 – C_D minimizado e normalizado <i>versus</i> $1/Nu_D$ maximizado e normalizado para vários S_T/D | 101 |
| Figura 5.20 – C_D minimizado e normalizado <i>versus</i> $1/Nu_D$ maximizado e normalizado para vários S_L/D | 102 |
| Figura 5.21 – Linhas de monitoramento para o perfil de velocidade | 104 |
| Figura 5.22 – Perfis de velocidade para $S_L/D = 2,0$ em vários pontos do eixo cartesiano x | 104 |
| Figura 5.23 – Perfis de velocidade para $S_L/D = 5,0$ em vários pontos do eixo cartesiano x | 105 |

Figura 5.24 – Perfis de temperatura para $S_L/D = 2,0$ em vários pontos do eixo cartesiano x 107

Figura 5.25 – Perfis de temperatura para $S_L/D = 5,0$ em vários pontos do eixo cartesiano x 107

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 4.1 – Número de células em cada linha do domínio..... | 61 |
| Tabela 4.2 – Valores máximos de resíduos aceitos para cada parâmetro..... | 62 |
| Tabela 4.3 – Número de células em cada linha do domínio para os casos de verificação..... | 66 |
| Tabela 4.4 – Comparação dos resultados preliminares com a literatura..... | 84 |
| Tabela 5.1 – Resultados para o coeficiente de sustentação C_L e para o número de Strouhal St | 106 |

LISTA DE SÍMBOLOS

Algarismos Romanos

| | |
|--------|---|
| A | Área [m ²] |
| A_t | Área total dos 3 corpos rombudos [m ²] |
| b | Coefficiente de expansão térmica da superfície (K ⁻¹) |
| C_D | Coefficiente de arrasto ($C_D = 2F_D/\rho AV_\infty^2$) |
| C_L | Coefficiente de sustentação ($C_L = 2L/\rho u^2 S$) |
| c_P | Calor específico a pressão constante [Jkg ⁻¹ K ⁻¹] |
| D | Dimensão da aresta dos corpos rombudos [m] |
| F_1 | Relação 1 entre variáveis e constantes do modelo SST ... |
| F_2 | Relação 2 entre variáveis e constantes do modelo SST ... |
| g | Aceleração da gravidade [m>s ⁻²] |
| Gr_D | Número de Grashof em função da aresta do corpo rombudo ($g \cdot b / [T_s - T_\infty] \cdot D^3 / \mu^2$) |
| h | Coefficiente e transferência de calor por convecção [W>m ⁻² K ⁻¹] |
| H | Altura do domínio [m] |
| H_0 | Altura da área de ocupação dos corpos rombudos dentro do domínio [m] |
| k | Condutividade térmica do fluido [W>m ⁻¹ K ⁻¹] |
| L | Comprimento do domínio [m] |
| L_0 | Comprimento da área de ocupação dos corpos rombudos dentro do domínio [m] |
| L_1 | Comprimento da entrada do domínio ao centro do corpo rombudo frontal [m] |
| Nu_D | Número de Nusselt em função da dimensão da aresta do corpo rombudo ($Nu_D = h \cdot D / k$) |
| Nu_L | Número de Nusselt em função de um comprimento característico ($Nu_D = h \cdot L / k$) |
| Nu_g | Número de Nusselt global ($Nu_g = (Nu_{D,DA} + Nu_{D,AB} + Nu_{D,BC} + Nu_{D,CD}) / 4$) |
| P | Pressão [N>m ⁻²] |
| Pa | Pascal [N>m ⁻²] |
| Pr | Número de Prandtl ($Pr = \nu / \alpha$) |

| | |
|------------|--|
| q'' | Fluxo de calor por convecção [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$] |
| q''' | Taxa de geração de energia por unidade de volume [$\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$] |
| Ra_D | Número de Rayleigh ($Ra = Gr_D Pr$) |
| Re_D | Número de Reynolds em função da aresta do corpo rombudo ($Re_D = \rho V_\infty D / \mu$) |
| Ri | Número de Richardson ($Ri = Gr_D / Re_D^2$) |
| S_L | Passo longitudinal entre o corpo rombudo frontal e os posteriores [m] |
| S_T | Passo transversal entre os corpos rombudos posteriores [m] |
| T | Temperatura [K] |
| u | Velocidade do fluido na direção x [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] |
| u_* | Velocidade de atrito ($(\tau/\rho)^{1/2}$) |
| v | Velocidade do fluido na direção y [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] |
| V_∞ | Velocidade do escoamento na corrente livre [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] |

Símbolos Gregos

| | |
|------------|---|
| α | Difusividade térmica do fluido [$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$] |
| β | Constante beta ad hoc para o modelo de turbulência SST ••• |
| Δi | Diferença da idealidade (distância entre um resultado encontrado e o seu ponto ideal) |
| • | Energia cinética turbulenta [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] |
| • | Viscosidade dinâmica do fluido [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$] |
| • | Viscosidade cinemática do fluido [$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$] |
| ρ | Massa específica do fluido [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$] |
| σ | Constante sigma ad hoc para o modelo de turbulência SST ••• |
| τ | Tensão de cisalhamento [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$] |
| μ_T | Viscosidade turbulenta [m^2/s] |
| • | Taxa de dissipação específica [s^{-1}] |
| • | Escalar que está sendo transportado |
| Ω | Domínio, (m^2) |

Super Índices e Sub Índices

| | |
|----|-------------------------------------|
| e | Leste (<i>east</i>) |
| f | Fluido |
| m | Uma vez maximizado ou minimizado |
| mm | Duas vezes maximizado ou minimizado |
| n | Norte (<i>north</i>) |
| s | Sul (<i>south</i>) |
| o | Uma vez otimizado |
| oo | Duas vezes otimizado |
| P | Ponto de interesse |
| w | Oeste (<i>west</i>) |

LISTA DE ABREVIATURAS

| | |
|----------|--|
| CFD | <i>Computational Fluid Dynamics</i> |
| DES | <i>Detached Eddy Simulation</i> |
| DNS | <i>Direct Numerical Simulation</i> |
| DPIV | <i>Digital Particle Image Velocimetry</i> |
| EDP | Equação Diferencial Parcial |
| FURG | Universidade Federal do Rio Grande |
| GB | Gigabyte |
| LES | <i>Large Eddy Simulation</i> |
| MVF | Método dos Volumes Finitos |
| PANS | <i>Partially-Averaged Navier-Stokes</i> |
| PIV | <i>Particle Image Velocimetry</i> |
| PPGEO | Programa de Pós Graduação em Engenharia Oceânica |
| RAM | <i>Random Access Memory</i> |
| RANS | <i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i> |
| SA | Spalart-Allmaras |
| SGE | Simulação de Grandes Escalas |
| SIMPLE | <i>Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations</i> |
| SIMPLE-C | <i>Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations – Consistent</i> |
| SST | <i>Shear Stress Transport</i> |

1. INTRODUÇÃO

Os problemas com escoamentos fluidodinâmicos e térmicos são encontrados em diversas áreas da engenharia. As soluções para estes problemas passam pelos tradicionais métodos experimentais e analíticos, como também mais recentemente pelos métodos numéricos que vêm ganhando destaque e atenção dos pesquisadores devido ao desenvolvimento vertiginoso dos computadores de alta velocidade e de grande capacidade de armazenamento (Maliska, 2004). Os métodos experimentais naturalmente tendem a apresentar altos custos, tanto financeiro quanto temporal, uma vez que exigem dos pesquisadores a construção física de modelos que necessitam, em geral, de equipamentos de aferição sofisticados. Estes custos passam a se tornar proibitivos em estudos de otimização geométrica, pois para cada variação estudada, um modelo novo precisa ser construído. Uma alternativa é adotar um método analítico de solução, visto que estes métodos apresentam soluções exatas algo que é desejável em estudos fenomenológicos. Porém, segundo Wilcox (2006), a natureza complexa de muitos problemas inviabiliza a determinação de sua solução analítica. Devido a isto, com a intenção de reduzir custos com experimentos e protótipos, além de acelerar as pesquisas de casos complexos, muitos estudos numéricos vêm sendo realizados para abordar estas questões.

Uma vertente bastante estudada é a otimização geométrica de arranjos de feixes de tubos e de corpos rombudos ou de canais aletados (presente em trocadores de calor, por exemplo). Os estudos nesta área geralmente apresentam abordagem multiobjetivo (conforme serão vistos mais adiante no capítulo *1.1 Estado da Arte*), buscando encontrar geometrias que maximizem a transferência de calor (função térmica) e minimizem a resistência ao escoamento (função fluidodinâmica). Na grande maioria destes trabalhos são analisados escoamentos no regime laminar, que tendem a apresentar um comportamento mais regular (com menor distribuição de escalas). Dessa forma, os resultados numéricos são mais previsíveis, estáveis, com boa convergência e menor esforço computacional em comparação com escoamentos turbulentos.

Porém, virtualmente todos os problemas de aplicação real de engenharia caem no campo dos regimes de escoamento turbulento (Wilcox, 2006). Desde o sistema de resfriamento de componentes eletrônicos como os dissipadores de calor para processadores de computadores pessoais, Fig 1.1(a), aos sistemas de resfriamento automotivo como radiadores, Fig 1.1(b), e também equipamentos térmicos industriais como trocadores de calor, resfriadores, condensadores e evaporadores, Fig 1.1(c), o regime de escoamento fluídico empregado é frequentemente o turbulento, pois nestes casos uma grande quantidade de calor deve ser trocada e isto requer elevada velocidade do fluido de trabalho.

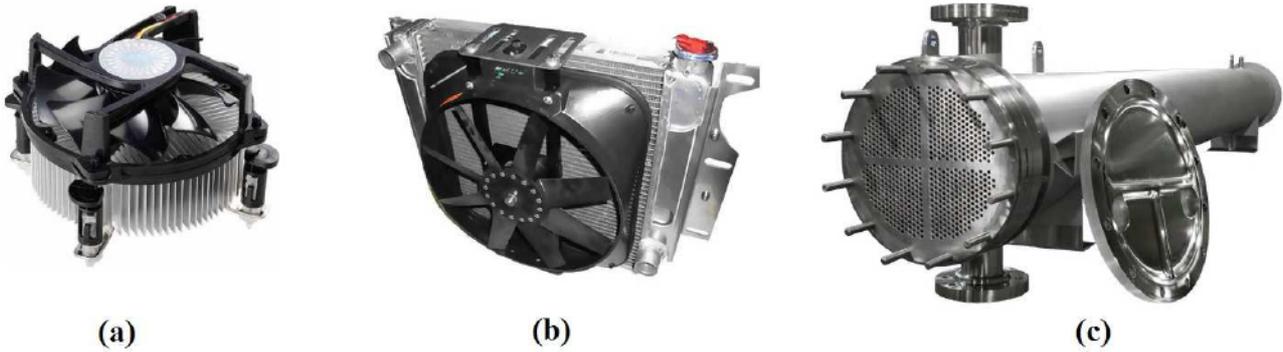


Figura 1.1 – Exemplos de sistemas de refrigeração: (a) cooler de computador; (b) radiador automotivo; (c) trocador de calor industrial tubular.

Pope (2000) afirma que os estudos de escoamentos turbulentos são divididos em três categorias:

- descoberta – Estudos experimentais ou com simulação, voltados a gerar resultados de cunho qualitativo ou quantitativo acerca de um determinado escoamento específico.
- modelagem – Estudos teóricos, focados em desenvolver modelos matemáticos que possam prever propriedades dos escoamentos turbulentos.
- controle – Estudos que usualmente se utilizam tanto de componentes experimentais quanto teóricos, focados em manipular ou controlar o escoamento ou a turbulência de forma benéfica (por exemplo, usando controle ativo para reduzir o arrasto).

O presente trabalho pretende realizar um estudo que se enquadra em duas destas categorias, o da *Descoberta*, uma vez que, através da simulação numérica, ele visa produzir resultados qualitativos e quantitativos a respeito de um escoamento através de um arranjo de cilindros retangulares, e o do *Controle*, pois pretende avaliar e, quando possível, otimizar a geometria do arranjo que aumente a troca térmica com o fluido e reduza o arrasto gerado.

Como mencionado anteriormente, os escoamentos turbulentos possuem elevado custo computacional em comparação com os casos de escoamentos laminares nos estudos numéricos. As principais razões para isso são a fenomenologia física mais complexa e difícil de prever e a geração de um maior número de escalas, o que exige discretizações espaciais e temporais mais detalhadas. Além disso, o maior número de escalas espaciais e temporais inviabiliza a solução dos escoamentos com as equações do regime laminar, sendo necessário usar esquemas de discretização altamente elevados (quarta ou quinta ordem) e resolver todas as escalas do escoamento, ou aplicar processos de média temporal ou filtragem espacial. Estes processos conduzem à necessidade de solução de novas equações que aumentam o sistema de equações. Todas estas questões tornam os escoamentos turbulentos bastante exigentes, demandando enorme poder de processamento, bem como grande esforço do pesquisador especialmente na fase de pré-processamento, visto que a definição dos casos

requer maiores cuidados relacionados a advecção do escoamento, convergência de solução e malhas com refinamento maior nas regiões de parede (Lesieur et al., 2005). Por isso, com o intuito de agregar conhecimento neste campo de pesquisa, vê-se uma oportunidade em estudar escoamentos externos em regime turbulento como uma forma de gerar recomendações geométricas para possíveis casos reais.

O estudo numérico neste tipo de trabalho é denominado de *Fluidodinâmica Computacional*, ou mais frequentemente com a sua sigla *CFD* (do inglês: *Computational Fluid Dynamics*) e pode ser realizado fundamentalmente de duas formas. A primeira trata-se da criação de código próprio com a capacidade de abordar todas as especificidades de um problema único tais como, domínio, geometria, condições de contorno, regime de escoamento, formulação matemática e numérica e aplicação de modelos de interesse na forma mais adequada. Como se conhece perfeitamente o código que foi criado e se tem acesso a ele, é possível resolver até problemas que não estejam implementados em softwares comerciais. A outra forma de tratar estes problemas é exatamente lançando mão de softwares de terceiros que podem resolver uma grande gama de problemas diferentes, porém, com formulações pré-estabelecidas e com menor controle quanto as modelagens numéricas específicas (Wilcox, 2006).

Evidentemente, posto desta forma, os códigos próprios devem realizar um melhor trabalho em resolver os problemas a que foram cunhados e de maneira geral isto está correto. Contudo, nem sempre a melhor solução é a que apresenta resultado mais próximo ao exato. Quando a intenção é obter uma recomendação para uso real, o tempo é uma variável muito importante, e a construção do zero de um ou mais códigos que solucione de forma rápida e consistente uma série de problemas diferentes acaba por ser muito dispendioso em tempo e em muitas vezes, dinheiro. Além disso, os softwares de CFD tanto os comerciais quanto os de código aberto obtiveram grande avanço nas últimas décadas. Impulsionados pelo aumento de capacidade dos computadores pessoais, estes softwares passaram a se tornar uma ótima ferramenta de trabalho para os pesquisadores da área de fluidodinâmica, oferecendo modelagens numéricas precisas e viáveis para resolver problemas complexos. Isto vem permitindo aos pesquisadores realizar uma diversidade de estudos, com boa confiabilidade, em uma fração do tempo que necessitariam com a criação de um código próprio.

Nos estudos numéricos de escoamentos turbulentos, os pesquisadores vêm empregando com grande frequência o modelo de Simulação de Grandes Escalas (SGE) ou, do inglês, *Large Eddy Simulation* (LES) que realiza um processo de filtragem espacial, onde as grandes escalas são resolvidas diretamente, enquanto que as pequenas escalas (que tendem a ser mais isotrópicas) são modeladas (Lesieur et al., 2005; Sagaut, 2006). Esse tipo de modelagem permite que as estatísticas da turbulência sejam obtidas diretamente, ao contrário das estatísticas dos campos flutuantes nos

modelos RANS que precisam ser modeladas. Porém, segundo Ranjan e Dewan (2015), a alta sensibilidade ao tipo de malha utilizada nos modelos LES e a grande quantidade de recursos computacionais necessárias tornam o seu uso na indústria ainda inviável.

Portanto, o presente trabalho busca trazer uma alternativa que atinja um resultado com precisão adequada e em menores tempos de processamento, uma vez que é realizada uma avaliação geométrica de um arranjo de cilindros retangulares empregando o método Design Construtal. Para isso foi escolhido um modelo RANS (do inglês - *Reynolds-Averaged Navier-Stokes*), para analisar um escoamento com convecção forçada em regime turbulento que incide sobre o arranjo supracitado. A modelagem clássica da turbulência consiste em realizar um processo de média temporal nas equações de conservação. Dessa forma, todo o domínio do escoamento é modelado (Wilcox, 2006). Para o referido estudo, é utilizado o software de CFD ANSYS FLUENT® em sua versão acadêmica 18.0, com modelo de turbulência RANS SST $\bullet\bullet\bullet$ (Shear Stress Transport) que se baseia em duas equações para resolver a turbulência. Este método tem se tornado bastante popular por unir as qualidades dos dois modelos aos quais ele se baseia, o modelo $\bullet\bullet\bullet$ é melhor ajustado para solução do escoamento na região da camada limite (incluindo a região da subcamada viscosa) enquanto que a formulação SST altera o comportamento do modelo de modo a se assemelhar ao $\bullet\bullet\bullet$ na corrente livre e assim evitando o problema comum da alta sensibilidade ao qual o modelo $\bullet\bullet\bullet$ está sujeito nesta região (Menter, 1994).

Nos capítulos 3. *Modelagem Matemática* e 4. *Modelagem Numérica*, será apresentado todo o detalhamento do domínio, malha, condições de contorno e modelagem numérica implementados no CFD afim de alcançar os objetivos propostos para o problema.

Para avaliar a geometria, é utilizado o método Design Construtal, que é baseado na Lei Construtal de Bejan (1996). A Lei Construtal afirma que “Para um sistema de fluxo de dimensões finitas persistir no tempo (sobreviver), o mesmo precisa evoluir sua forma e estrutura para providenciar um melhor acesso às correntes que escoam através dele” (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008). Respeitando-se a Lei Construtal, foi criado o método Design Construtal para a avaliação geométrica de qualquer escoamento em sistemas de dimensões finitas. Este método, associado ao de busca exaustiva, foi escolhido para o presente trabalho com a finalidade de encontrar a configuração do arranjo triangular de corpos rombudos que maximize a troca térmica entre os corpos e o escoamento e minimize a resistência ao escoamento. A simulação de escoamentos turbulentos sobre um único corpo rombudo tem sido objeto de importantes estudos recentes (Perng e Wu, 2007; Ranjan e Dewan, 2015; Chen e Xia, 2017). Contudo, a avaliação geométrica com o Design Construtal em arranjos de tubos ou corpos rombudos em escoamentos turbulentos não tem sido estudado na

literatura. Portanto, o presente trabalho pretende apresentar contribuições nas áreas do Design Construtal e turbulência através de uma aplicação inédita de análise da geometria de um arranjo com três corpos rombudos sujeitos a escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção forçada.

1.1. Estado da Arte

Os problemas de escoamentos externos sobre cilindros ou sobre corpos rombudos em regime turbulento, com e sem transferência de calor, vêm sendo estudados mais amplamente e de forma numérica a partir da última década. Uma das causas para isso é o aumento de capacidade de processamento dos computadores e redução dos custos dos equipamentos necessários, conforme mencionado anteriormente. A contemporaneidade destes estudos se deve a grande dificuldade que se tinha em analisar numericamente o escoamento turbulento devido a sua grande não linearidade, comportamento irregular e diversidade de escalas. Um exemplo dessa dificuldade é visto na análise temporal do problema, onde as simulações requerem passos de tempo muito pequenos e tempos de análise grandes (para coleta dos campos médios e estatísticos). Apesar disso, o fenômeno já vem sendo estudado de forma experimental há muito tempo.

No âmbito experimental, (Igarashi, 1985) publicou um estudo com um corpo rombudo de forma quadrada sob a ação de escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção forçada. Este estudo tem sido amplamente utilizado até os dias de hoje como modelo de validação para estudos numéricos de fenômenos térmicos com corpos rombudos. O objetivo neste estudo foi a determinação dos coeficientes de transferência de calor por convecção (h) médios do corpo rombudo sob ação do escoamento para uma série de números de Reynolds diferentes ($1,11 \times 10^4 < Re_D < 5,19 \times 10^4$), quando se variava o ângulo de incidência entre o escoamento e o corpo rombudo ($0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$), como pode ser visto na Fig. 1.2.

O autor concluiu que o coeficiente de troca térmica atinge um mínimo em um ângulo de ataque $\alpha = 12^\circ - 13^\circ$ e um máximo em $\alpha = 20^\circ - 25^\circ$. Além disso, os valores médios calculados apresentaram-se 40% superior ao da bem conhecida correlação proposta por Hilpert (1933).

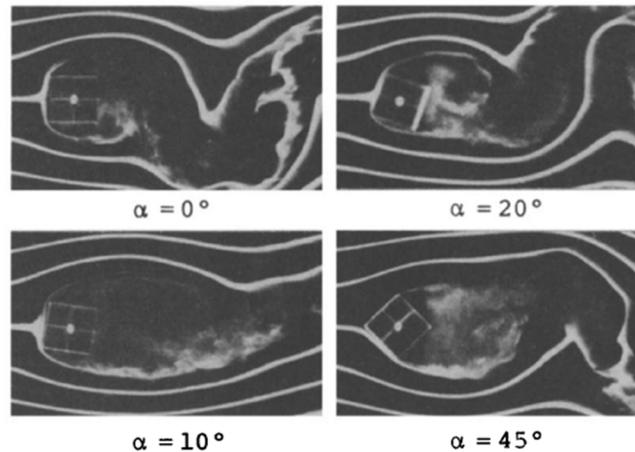


Figura 1.2 – Estudo experimental de um escoamento turbulento sobre corpo rombudo (Fonte: Igarashi, 1985).

Igarashi (1986) ainda complementou seus estudos realizando novas análises do mesmo escoamento para a determinação dos coeficientes de transferência de calor por convecção local. Neste estudo o autor determina que os coeficientes de troca térmica da face posterior são de fato maiores do que os da face frontal. Também descreve que as constantes da correlação podem ser divididas em dois grupos, um para escoamento com descolamento de camada limite perfeito ($\alpha \approx 13^\circ$) e o outro para escoamento com recolamento de camada limite ($\alpha \approx 14^\circ$).

Durao et. al. (1988) realizou experimentos para analisar as características da velocidade de um escoamento turbulento ao redor de um corpo rombudo quadrado. Para tal, ele posicionou o obstáculo em um canal de água com o fluido escoando a $Re = 14.000$ e realizou as medições com um equipamento Laser-Doppler. O objetivo era separar e quantificar as características turbulentas e não turbulentas periódicas, afim de melhor conhecer a natureza dos fenômenos. Os autores concluíram que na zona de maior oscilação de velocidade, a energia associada com as flutuações turbulentas, respondem por cerca de 40% da energia total do escoamento.

Lyn et. al. (1995) também realizou medições Laser-Doppler, de um escoamento externo turbulento com $Re = 21.400$ aproximadamente. Para as medições foi estabelecida uma fase com referência no sinal captado por um sensor de pressão localizado no ponto central de uma das faces laterais. O trabalho tinha como objetivo estudar fenômenos relacionados à turbulência em um escoamento externo com convecção mista sobre um corpo rombudo quadrado, bem como compará-los a trabalhos previamente realizados com a utilização de cilindros circulares. Enquanto os resultados apresentaram-se, de maneira geral, estar de acordo com trabalhos prévios, alguns detalhes negligenciados anteriormente foram destacados, como a possibilidade de haver tensão de cisalhamento para altos números de Reynolds em regiões de pico de vorticidade e assimetrias ao longo do domínio.

Os estudos experimentais de Igarashi (1985), Durao et. al. (1988) e Lyn et. al. (1995) embora tenham mais de vinte anos, ainda são constantemente utilizados como soluções *benchmark* para validação de modelos numéricos atuais e por isso ainda possuem contribuição para o estado da arte no tema estudado aqui.

Wiesche (2006) utilizou a abordagem LES (*Large Eddy Simulation*) associada ao modelo submalha de Smagorinsky (1963) para estudar em CFD um escoamento de ar sobre um cilindro quadrado aquecido. O obstáculo possui aresta d e as dimensões do domínio utilizadas em coordenadas cartesianas foram $40d$ na direção x , $20d$ na direção y e $2d$ na direção z . Foi considerado um escoamento a $Re = 22.000$ e $Pr = 0,71$. Duas malhas, uma refinada com aproximadamente 451.000 células (Fig. 1.3) e uma mais grosseira com 153.000, foram empregadas nas análises. Para resolver as equações de forma aproximada foi empregado o método de volumes finitos (MVF). A formulação semi-implícita escolhida foi resolvida pela técnica iterativa das Sobre Relaxações Sucessivas ou SOR (do inglês *Successive Over-Relaxation*). O autor demonstrou que o modelo fluidodinâmico concorda com os experimentos de Lyn et.al. (1995). Na análise térmica, os resultados ainda foram comparados com uma simulação utilizando o modelo de turbulência $\bullet\bullet\bullet$ e também com as correlações propostas por Hilpert (1933), Sparrow (2004) e Gnielinski (1975), tendo boa concordância com as duas primeiras quanto ao número de Nusselt médio mesmo com uma malha grosseira.

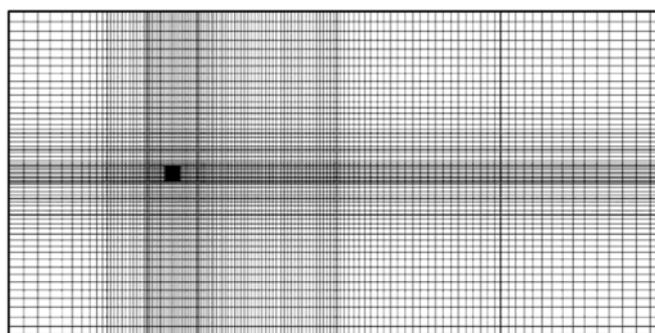


Figura 1.3 – Malha computacional utilizada para o estudo vista apenas nos eixos x e y (Fonte: Wiesche, 2006).

Perng e Wu (2007) estudaram os fenômenos de transferência de calor por convecção em regime transiente e turbulento com convecção natural em um canal vertical. No caso analisado, um corpo rombudo com temperatura constante e superior à do escoamento, posicionado no centro horizontal do canal e a aproximadamente $1/3$ de sua entrada vertical, recebe um escoamento de ar com $Re = 5.000$ e $Pr = 0,71$. As dimensões do obstáculo são variadas de modo a aumentar a taxa de bloqueio do escoamento ($B/H = 10, 30$ e 50%). A avaliação numérica é executada com o modelo de turbulência *Large Eddy Simulation* (LES). São estudados também os efeitos de empuxo com

convecção natural em oposição e auxiliar a convecção forçada na troca térmica. Foram avaliados escoamentos com números de Richardson na faixa $-1,0 \leq Ri \leq 1,0$. De acordo com os autores, o aumento da taxa de bloqueio faz o empuxo passar a ter menos efeito sobre o número de Nusselt embora a troca de calor turbulenta aumente consideravelmente. A Figura 1.4 mostra o padrão de escoamento instantâneo para diferentes taxas de bloqueio B/H e número de Richardson.

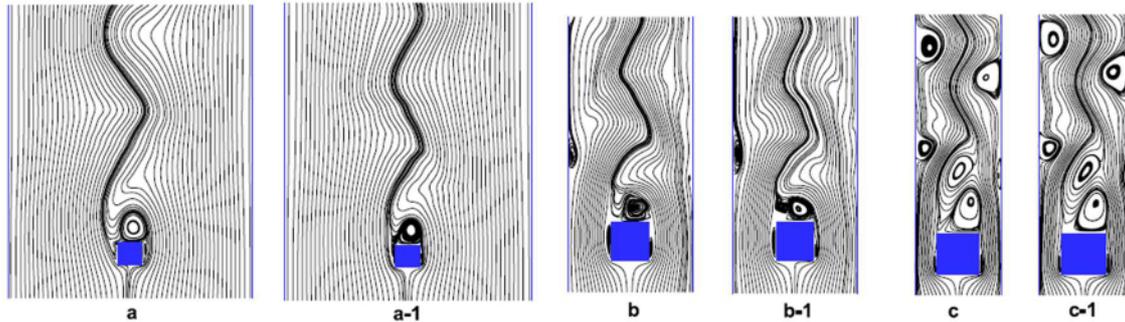


Figura 1.4 – Padrão de escoamento instantâneo para (a) $B/H = 10\%$ e $Ri = 1$; (a-1) $B/H = 10\%$ e $Ri = -1$; (b) $B/H = 30\%$ e $Ri = 1$; (b-1) $B/H = 30\%$ e $Ri = -1$; (c) $B/H = 50\%$ e $Ri = 1$ e (c-1) $B/H = 50\%$ e $Ri = -1$ (Fonte: Perng e Wu, 2007).

Ranjan e Dewan (2015) realizaram um estudo comparativo entre duas malhas diferentes, uma estruturada com função de parede e outra não estruturada com uma região de refinamento e malha estruturada na região da parede. O objetivo era avaliar uma modelagem numérica baseada em PANS (*Partially-Averaged Navier-Stokes*) SST para resolver o mesmo problema de escoamento externo turbulento com convecção forçada trabalhado experimentalmente por Durao et. al. (1988) e Lyn et. al. (1995) quanto a fluidodinâmica e por Igarashi (1985) quanto à parte térmica. Os resultados também foram comparados com o trabalho numérico de Wiesche (2006), inclusive com domínio computacional idêntico, que abordou o problema fluidodinâmico e térmico com uma modelagem LES. O estudo também tinha como objetivo apresentar uma alternativa computacional menos exigente e que não sofresse tanta influência do tipo de malha usada como ocorre com a modelagem LES. Portanto, embora a malha estruturada fosse composta apenas de hexaedros regulares, a malha não estruturada foi criada com hexaedros na região da parede, mas com tetraedros de formas irregulares na maior parte do domínio como pode ser visto na Fig. 1.5. Os autores concluíram que tanto a malha estruturada com função de parede quanto a malha não estruturada com refinamento e malha estruturada na região da parede preveem o comportamento fluidodinâmico conforme os dados experimentais, porém, apenas a malha não estruturada com resolução de parede prevê corretamente o comportamento térmico esperado.

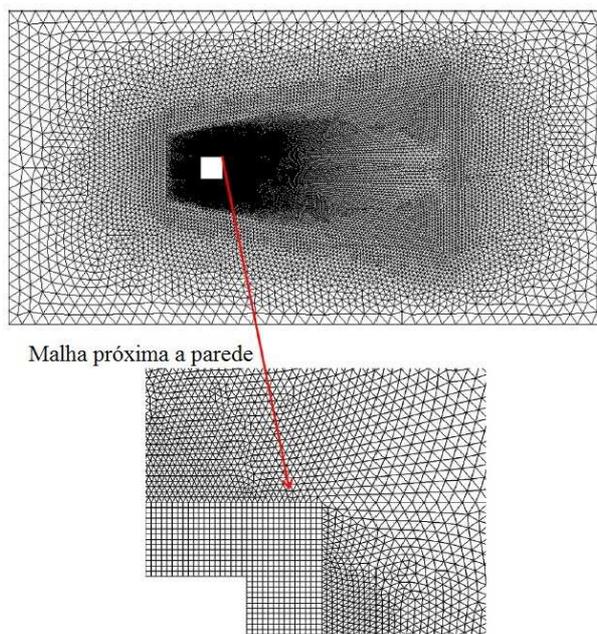


Figura 1.5 – Malha não estruturada utilizada no trabalho (Fonte: Ranjan e Dewan, 2015).

Ranjan e Dewan (2016) utilizaram a mesma metodologia de malha não estruturada com refinamento estruturado na região de parede e modelagem PANS para continuar e aprofundar seu estudo anterior de um escoamento turbulento com convecção forçada que incide sobre um corpo rombudo isotérmico e aquecido. Porém desta vez, o objetivo era estudar os efeitos da variação do comprimento lateral (perpendicular ao escoamento) do obstáculo quanto a taxa de troca térmica, além dos fenômenos de separação, descolamento e recolamento de camada limite, vorticidade e estagnação provenientes das diversas geometrias analisadas. As faces frontais e posteriores do obstáculo permaneceram constantes enquanto as faces laterais foram variadas para diversas razões R de Face Lateral/Face Frontal. O domínio computacional permaneceu com as mesmas medidas utilizadas anteriormente ($x = 27D$, $y = 14D$ e $z = 4D$, onde D é igual ao valor unitário da face frontal em y do corpo rombudo). O trabalho resultou na apreciação de duas razões críticas: $R = 0,62$ e $3,0$. Para $R = 0,62$ os autores obtiveram o maior valor de coeficiente de arrasto ($C_D = 2,681$) e o maior valor para o número de Nusselt global ($Nu_D = 220,49$). Para $R = 3,0$ um elevado crescimento em 140% do número de Strouhal foi observado quando comparado à $R = 2,5$, porém com diminuição do espalhamento de vórtice. Os autores ainda concluem que o motivo para o obstáculo com $R = 0,62$ se destacar tanto na questão térmica quanto fluidodinâmica, se deve ao recolamento do vórtice que se depara com a face frontal, passa pelas faces laterais e então retorna recolando-se na face posterior. Os contornos de vorticidade instantânea para as razões $R = 0,62$; $2,0$; $3,0$ e $4,0$ podem ser vistos nas Figs. 1.6 (a), (b), (c) e (d) respectivamente.

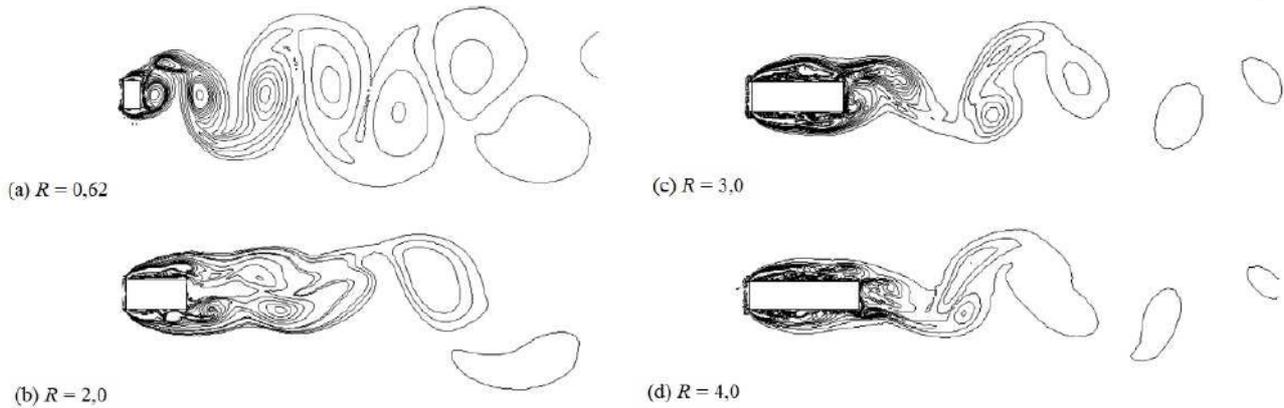


Figura 1.6 – Contornos de vorticidade instantânea para diferentes razões do obstáculo retangular (a) $R=0,62$, (b) $R=2,0$, (c) $R=3,0$ e (d) $R=4,0$ (Fonte: Ranjan e Dewan, 2016).

Chen e Xia (2017), em um domínio computacional idêntico com geometria de obstáculo igual ao utilizado por Ranjan e Dewan (2015), estudaram a transferência de calor de um escoamento externo e turbulento ($Re = 22.050$) com convecção forçada que incide sobre um corpo rombudo de seção transversal quadrada. O objetivo do trabalho é analisar os comportamentos fluidodinâmicos e térmicos com uma modelagem híbrida LES-RANS com malhas não estruturadas. Devido à alta sensibilidade ao tipo de malha da modelagem LES, ela é utilizada apenas na submalha implícita enquanto que dois modelos de turbulência RANS, Spalart-Allmaras (SA) e $SST \cdot \cdot \cdot$ são empregados no tratamento próximo à parede. Quatro malhas foram empregadas no estudo, três utilizando modelagem LES - $SST \cdot \cdot \cdot$ (com 1,1; 4,4 e 8,8 milhões de células respectivamente) e uma utilizando LES-SA (com 4,4 milhões de células). Os dois modelos com malhas de 4,4 milhões de células apresentaram boas previsões do comportamento fluidodinâmico, porém o modelo LES-SST se aproximou mais dos dados experimentais especialmente nas localidades próximas a parede do corpo rombudo. A análise de convergência demonstrou que a resolução da malha na região da parede é de grande importância na solução transiente da questão térmica o que culminou na grande aproximação dos dados experimentais da malha mais refinada (8,8 milhões de células). Por fim, os autores analisaram as propriedades turbulentas através do espectro de energia e do tensor de tensões de Reynolds. A Figura 1.7 ilustra o campo de temperaturas ao redor do corpo rombudo.

No âmbito dos estudos de avaliação e otimização geométrica de escoamentos externos, Lam et. al. (2008), realizou simulações bi e tridimensionais de um escoamento laminar que passa por um arranjo de quatro cilindros circulares em um arranjo alinhado de forma quadrada. No estudo bidimensional, o escoamento é submetido a dois números de Reynolds, 100 e 200 e a geometria do arranjo é variada alterando-se a distância (L) entre os centros dos cilindros e seus diâmetros (D) para as seguintes razões: $L/D = 1,6; 2,5; 3,5; 4,0$ e $5,0$. Para o estudo tridimensional, apenas $Re = 200$ é

simulado com razão $L/D = 4,0$ e $H/D = 16$ (altura do cilindro pelo diâmetro). A Figura 1.8 ilustra o domínio em estudo.

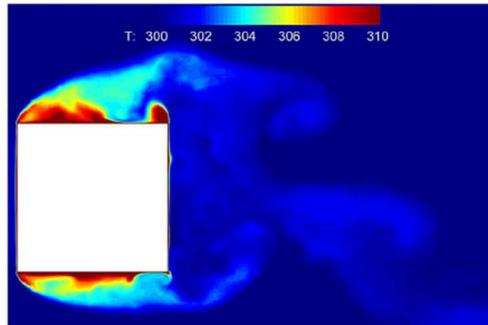


Figura 1.7 – Campo de temperaturas próximos ao corpo rombudo (Fonte: Chen e Xia, 2016).

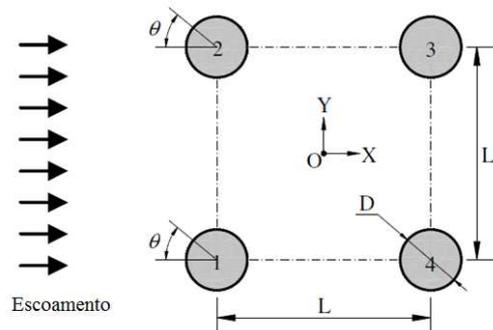


Figura 1.8 – Domínio computacional para arranjo de quatro cilindros alinhados em forma de quadrado (Fonte: Lam et. al., 2008).

Os autores concluíram no estudo bidimensional que há três comportamentos distintos do escoamento: (I) escoamento com esteira estável; (II) escoamento com variação de esteira e (III) escoamento com desprendimento de vórtices. Também foi observado que em $Re = 100$ a mudança do padrão de escoamento de (I) para (II) causa um aumento de 4 a 12 vezes na amplitude da pressão máxima de flutuação na superfície do cilindro a jusante, enquanto que na mudança de (II) para (III) o aumento da pressão flutuante ficou entre 2 a 3 vezes. No estudo tridimensional, foi constatada uma grande discrepância comparada a simulação 2D em $L/D = 4,0$ e $Re = 200$, com uma provável causa sendo o forte efeito 3D gerado nas extremidades dos cilindros devido à baixa relação H/D utilizada.

Lam e Zou (2009) continuaram os estudos de um escoamento transpassante por um arranjo de quatro cilindros alinhados em forma quadrada conforme visto em Lam et. al. (2008). Porém desta vez o trabalho estuda um escoamento turbulento com Reynolds entre 11.000 e 20.000 e é realizado tanto no meio experimental quanto numérico. Para o estudo experimental, quatro cilindros de acrílico foram dispostos horizontalmente em um túnel de água de ciclo fechado onde as distribuições de velocidade

média e fluante foram medidas com o auxílio de um anemômetro laser Doppler para as seguintes razões de separação entre os cilindros, $L/D = 1,5; 2,5; 3,5$ e $5,0$. Também foi empregado um sistema de velocimetria de partículas por imagem digital (DPIV, do inglês: *Digital Particle Image Velocimetry*) para a caracterização do campo total de distribuição de velocidades e de vorticidade, além de outras propriedades da turbulência. Este estudo indicou que há diversos padrões de escoamento dependendo do espaçamento entre os cilindros e do número de Reynolds empregado. No estudo numérico, o mesmo problema foi abordado, mas devido as limitações computacionais, apenas duas razões de espaçamento entre os cilindros foram abordadas ($L/D = 1,5$ e $3,5$) como também apenas um valor para o número de Reynolds foi simulado ($Re = 15.000$). A modelagem LES (Large Eddy Simulation) foi utilizada e de maneira geral os resultados se mostraram em boa concordância com os resultados experimentais.

Sumner (2010) realizou uma extensa revisão nos estudos de escoamentos sobre pares de cilindros arranjados de forma alinhada, longitudinalmente; transversalmente e inclinada, conforme ilustra a Fig. 1.9. O estudo apresenta comparações com uma série de trabalhos e mostra o efeito do escoamento devido à proximidade dos cilindros que são determinadas primeiramente pelo espaçamento longitudinal e transversal como também pelo número de Reynolds. Este trabalho também avaliou a influência da relação P/D (razão entre passo dos cilindros e diâmetros) sobre os parâmetros médios do escoamento como número de Strouhal (St_D), coeficientes de arrasto (C_D), sustentação (C_L) e número de Nusselt (Nu_D).

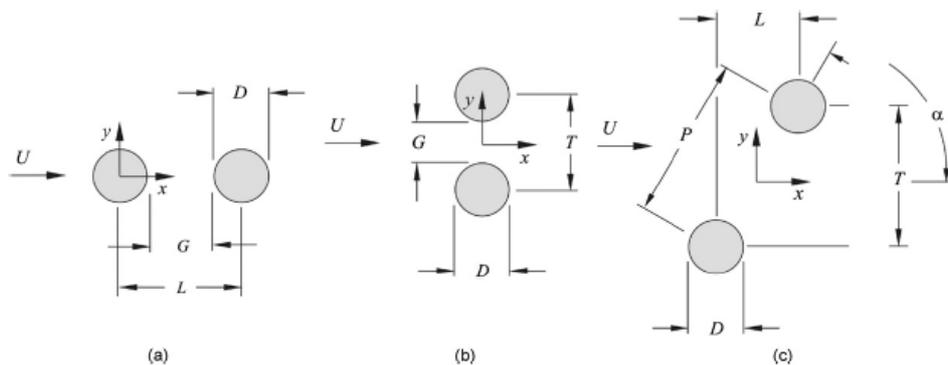


Figura 1.9 – Dois cilindros de diâmetros iguais em escoamento externo: (a) alinhamento longitudinal; (b) alinhamento transversal; e (c) alinhamento inclinado. (Fonte: Sumner, 2010).

No âmbito da avaliação geométrica com o método Design Construtal, Page et. al. (2013) estudaram o comportamento térmico de um arranjo de cilindros aquecidos de diferentes tamanhos que são refrigerados por convecção natural. Os cilindros maiores são dispostos alinhados pelas suas linhas de centro e cada um rotaciona em sentido contrário ao cilindro adjacente. Os cilindros menores não sofrem rotação e são dispostos entre dois cilindros maiores, alinhados pelas bordas no sentido do

escoamento, conforme a Fig. 1.10. O objetivo do estudo era determinar o diâmetro ideal dos cilindros menores (D_1) bem como o espaçamento ótimo entre os cilindros maiores (D_0) que maximizasse a densidade de troca térmica de um escoamento laminar, incompressível e bidimensional a propriedades físicas constantes. Diversos regimes de escoamento foram estudados variando-se o número de Rayleigh ($10^2 \leq Ra \leq 10^4$) e a velocidade de rotação dos cilindros. Os autores concluíram que a rotação dos cilindros praticamente não gera qualquer efeito apreciável quanto a densidade de troca térmica quando comparado à cilindros estacionários, exceto quando a rotação é muito elevada. Nestes casos a alta rotação causa um efeito contrário, suprimindo a troca de calor, devido às modificações geradas na camada limite ao redor dos cilindros. Foi constatado também que em geral, o espaçamento ótimo entre os cilindros é reduzido à medida que a velocidade de rotação deles é aumentada.

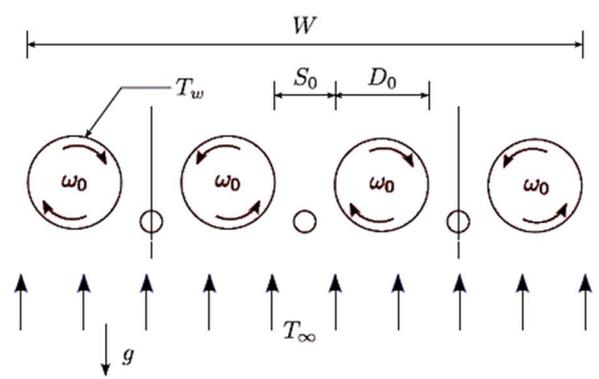


Figura 1.10 – Fileira de cilindros em rotação contrária com convecção natural. (Fonte: Page et. al., 2013).

Pedrotti et al. (2014) realizaram um estudo de avaliação geométrica segundo o método Design Construtal buscando a maximização da troca térmica entre o fluido e em um arranjo de quatro tubos submetidos a um escoamento externo, laminar e incompressível. Neste trabalho, é proposto um padrão de formação de geometria alternativo as matrizes tubulares geralmente sugeridas (alinhada ou alternada). A geometria é construída empregando-se uma função de construção que depende dos campos de velocidades e temperaturas. Além disso, quatro diferentes restrições quanto a razão passo sobre diâmetro (p/D) foram estudadas: 0; 1,25; 1,5 e 2,0 para um escoamento com número de Reynolds e Prandtl iguais à 50 e 0,71 respectivamente. Os autores identificaram que houve uma razão intermediária de $p/D = 1,5$ que conduziu ao melhor desempenho térmico do arranjo de tubos.

Barros et al. (2017) avaliaram a forma geométrica de um arranjo triangular de cilindros submetidos a escoamentos transientes, bidimensionais, incompressíveis, laminares e com convecção mista por meio do Design Construtal. Foram simulados escoamentos com números de Reynolds e

Prandtl iguais a 100 e 0,71, respectivamente, avaliando-se três diferentes números de Richardson: $Ri = 0,1$; $1,0$; e $10,0$. O objetivo principal deste estudo, era avaliar a influência do Ri no efeito das razões S_T/D e S_L/D sobre o coeficiente de arrasto (C_D) e o número de Nusselt (Nu_D) entre os cilindros e o escoamento circundante, bem como obter as geometrias ótimas do problema multiobjetivo. Os autores observaram que a variação do mecanismo motriz do escoamento, causado pela variação do número de Richardson, além de afetar as magnitudes de C_D e Nu_D , também alterou o comportamento das camadas limites fluidodinâmica e térmica, o que acarretou em alterações no efeito das razões S_T/D e S_L/D sobre C_D e Nu_D , bem como sobre o comportamento da análise multiobjetivo.

Salcedo et. al. (2017) realizaram um estudo experimental sobre cilindros isotérmicos confinados submetidos a um escoamento laminar e convecção mista. Os cilindros são colocados alinhados longitudinalmente à direção do escoamento em um canal de água e os parâmetros são adquiridos através de um equipamento de velocimetria de partículas por imagem (PIV). Dois valores para o número de Reynolds ($Re = 100$ e $Re = 200$) foram estudados afim de analisar o comportamento do escoamento quanto a flutuação da velocidade do fluido ao longo do escoamento; o número de Strouhal e o desprendimento de vórtices em função do número de Richardson (parâmetro que relaciona o empuxo) que é variado de $-1 \leq Ri \leq 3$. Os resultados foram comparados à dados numéricos e demonstraram estar de acordo na faixa até $Ri = 1$, porém para Ri superiores diferenças marcantes foram constatadas, sugerindo que o papel da tridimensionalidade do escoamento tenha ficado evidentemente pronunciado devido aos efeitos de parede. Por fim, os autores puderam constatar a dependência dos números de Reynolds e Richardson quanto ao desprendimento de vórtices e formação de esteira, além das diferenças de comportamento do escoamento entre o cilindro frontal e posterior.

No âmbito da avaliação geométrica de corpos rombudos, Teixeira et al. (2016) realizaram um trabalho sobre a avaliação da geometria de um arranjo triangular de corpos rombudos submetidos a um escoamento transiente, bidimensional, incompressível, laminar e com convecção forçada empregando Design Construtal. Este trabalho preliminar serviu de base para o estudo desenvolvido aqui, uma vez que os domínios e graus de liberdade são praticamente os mesmos, tendo como fundamental diferença apenas o regime de escoamento, onde no estudo preliminar foi assumido o regime laminar. Dois graus de liberdade foram avaliados, S_T/D (razão da distância entre o centro dos corpos rombudos posteriores e a dimensão de suas arestas), S_L/D (razão da distância longitudinal entre os centros dos corpos rombudos, frontal e posteriores, e a dimensão de suas arestas). O principal objetivo era avaliar o efeito dos graus de liberdade sobre o coeficiente de arrasto (C_D) e o número de Nusselt (Nu_D) entre os corpos rombudos e o escoamento circundante, assim como, os valores ótimos do passo transversal e longitudinal para seis razões de cada (S_T/D e $S_L/D = 1,5$; $2,0$; $2,5$; $3,0$; $3,5$ e

4,0). O estudo foi realizado mantendo-se os números de Reynolds e Prandtl constantes em $Re_D = 100$ e $Pr = 0,71$. De uma maneira geral, foi observado que o melhor caso para minimização do coeficiente de arrasto se traduz no pior caso para maximização do número de Nusselt, e o contrário também é observado. Por fim, variando-se as dimensões do arranjo, pôde-se obter uma diferença do coeficiente de arrasto tão grande quanto 74,61% entre o melhor e pior caso, enquanto que para o número de Nusselt, esta variação é de no máximo 33,42%. Além disso, a abordagem multiobjectivo mostrou que, assim como na natureza, nem sempre o caso que maximiza uma propriedade de interesse é o melhor, pois o sistema pode estar sujeito à várias funções objetivos. Para atender esses diferentes objetivos é possível que o design não se configure em direção à geometria que maximize ou minimize um determinado objetivo. Esse comportamento é muito comum nos sistemas naturais.

Tendo em vista todo o material aqui pesquisado e apresentado nesta seção, não é de conhecimento do autor a existência de trabalhos de avaliação geométrica com aplicação de Design Construtal em escoamentos turbulentos sobre corpos rombudos, o que ressalta a importância do presente estudo que tem caráter inédito. Portanto pretende-se realizar contribuição substancial para a área de estudo em questão.

1.2. Objetivos

Nesta seção é encontrada uma descrição dos objetivos gerais do presente trabalho, bem como uma descrição detalhada dos objetivos específicos que o estudo abordará.

1.2.1. Objetivos gerais

O presente trabalho tem como objetivo geral realizar o estudo numérico e a avaliação geométrica de um arranjo triangular de corpos rombudos quadrados isotérmicos e aquecidos, que recebe um escoamento externo de ar em regime turbulento e com convecção forçada. A avaliação tem o intuito de alterar a geometria do arranjo afim de obter um maior número de Nusselt (Nu_D) e menor coeficiente de arrasto (C_D) possível, através da variação de dois graus de liberdade: S_T/D (razão da distância entre o centro dos corpos rombudos posteriores e a dimensão de suas arestas), S_L/D (razão da distância longitudinal entre os centros dos corpos rombudos, frontal e posteriores, e a dimensão de suas arestas). Para a avaliação geométrica do problema é empregado o método Design Construtal associado ao mecanismo de busca exaustiva, onde diversas possibilidades geométricas são avaliadas.

1.2.2. Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são os seguintes:

- Realizar a avaliação da metodologia matemática e numérica do problema buscando minimizar o custo computacional para solução de escoamentos turbulentos com convecção forçada;
- Desenvolver e agregar conhecimentos a respeito do uso de modelagem numérica para abordagem de escoamentos externos com transferência de calor por convecção;
- Através do método Design Construtal, avaliar o efeito das razões S_L/D e S_T/D sobre o comportamento fluidodinâmico e térmico para um escoamento externo e turbulento a $Re_D = 22.000$ e $Pr = 0,71$;
- Avaliar a geometria de um arranjo triangular com três corpos rombudos quadrados para um escoamento turbulento com convecção forçada a $Re_D = 22.000$ e $Pr = 0,71$ empregando o Design Construtal e busca exaustiva para obter o coeficiente de arrasto duas vezes minimizado ($C_{D,mm}$) e as respectivas geometrias ótimas: $(S_L/D)_o$ e $(S_T/D)_{oo}$;
- Avaliar a geometria de um arranjo triangular com três corpos rombudos quadrados para um escoamento turbulento com convecção forçada a $Re_D = 22.000$ e $Pr = 0,71$ empregando o Design Construtal e busca exaustiva para obter o número de Nusselt duas vezes maximizado ($Nu_{D,mm}$) e as respectivas geometrias ótimas: $(S_L/D)_o$ e $(S_T/D)_{oo}$;
- Avaliar o efeito dos dois graus de liberdade estudados, S_L/D e S_T/D , sobre o número de Nusselt (Nu_D), coeficientes de arrasto (C_D) e sustentação (C_L) e número de Strouhal (St);
- Avaliar o efeito dos dois graus de liberdade estudados, S_L/D e S_T/D , sobre o comportamento dos campos de velocidade e temperaturas do escoamento turbulento com convecção forçada a $Re_D = 22.000$ e $Pr = 0,71$.

1.3. Delineamento do texto

Este trabalho apresenta a seguinte estrutura e divisões:

- Capítulo 2:

Neste capítulo é encontrada a fundamentação teórica de todos os temas abordados e necessários para a realização deste trabalho, tais quais, as definições de escoamentos turbulentos, origens dos equacionamentos, modelos de fechamento de turbulência, definição da Lei Construtal e uso de Design Construtal em estudos de avaliação geométrica, metodologia de otimização geométrica entre outros.

- Capítulo 3:

Este capítulo abordará toda a modelagem matemática envolvida na solução do problema proposto. Questões como a descrição do problema e suas condições de contorno serão encontradas em detalhes bem como a metodologia aplicada. Por se tratar de um problema de fluidodinâmica com troca térmica em regime turbulento, serão apresentadas as equações de Navier-Stokes em suas formas médias para as conservações da massa, quantidade de movimento e energia bem como o modelo de fechamento da turbulência empregado (*SST* •••).

- Capítulo 4:

O capítulo tratará da modelagem numérica utilizada para resolver o problema de forma computacional. Serão apresentados o domínio computacional e a malha empregada no estudo. Detalhes a respeito do *solver* de CFD e os esquemas de tratamento dos termos advectivos usados para a simulação também podem ser conferidos neste capítulo, além da discretização temporal das equações de conservação e procedimentos numéricos utilizados. Além disso, é apresentado um estudo de validação/verificação do modelo numérico computacional empregado. Por fim é destacada a especificação técnica dos computadores utilizados nas simulações e o tempo necessário para rodar os casos do problema proposto.

- Capítulo 5:

Apresenta uma discussão acerca dos resultados encontrados provenientes das simulações realizadas. Todos os casos estudados são analisados em detalhes afim de encontrar a geometria ótima para cada parâmetro objetivo.

- Capítulo 6:

Contém as conclusões obtidas no estudo.

- Capítulo 7:

É apresentada uma proposta de continuidade para o presente estudo.

- Capítulo 8:

Apresenta as referências bibliográficas contidas neste trabalho.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção serão apresentados todos os conceitos fundamentais e teorias empregadas para a realização do presente trabalho. De forma sucinta é apresentada a fenomenologia dos escoamentos externos que apresentam troca térmica, bem como as abordagens mais convencionais para escoamentos turbulentos. Também pode-se encontrar uma breve explanação a respeito do Método Design Construtal ao qual este trabalho é fortemente embasado e a metodologia de volumes finitos utilizada para a solução numérica do problema proposto.

2.1. Conceitos dos escoamentos externos com transferência de calor

Os escoamentos externos são aqueles em que há o movimento de um fluido, por exemplo, sobre superfícies retilíneas ou curvas como esferas, cilindros, aerofólios ou pás de turbinas e que não apresentam restrições impostas por superfícies adjacentes (Bejan, 2013). Desta forma, a camada limite se desenvolve livremente, porém, fora dela existirá uma região em que os gradientes de velocidade, temperatura e ou concentração são desprezíveis. A Figura 2.1 ilustra o desenvolvimento da camada limite de velocidade, de um escoamento externo que flui sobre uma placa plana.

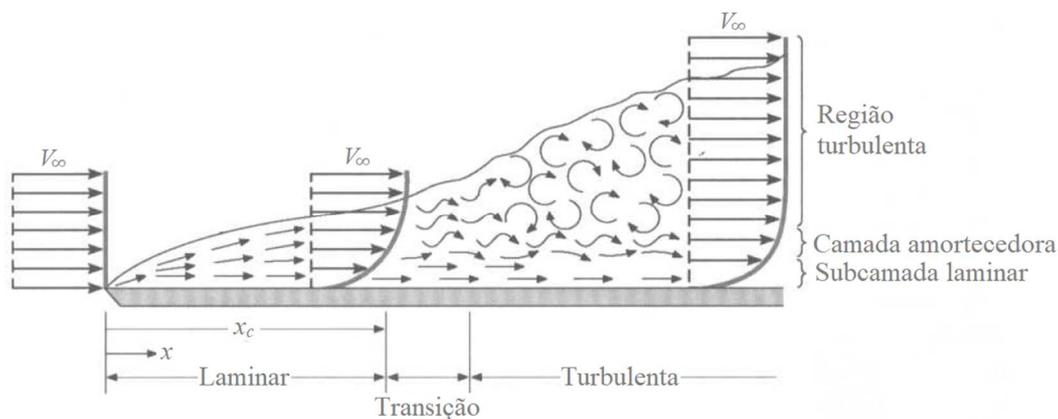


Figura 2.1 – Desenvolvimento da camada limite de velocidade sobre uma placa plana (Incropera et. al., 2008).

Como pode ser notado, a camada limite se desenvolve até uma distância em que a superfície praticamente não acarreta mais qualquer variação na propriedade transportada pelo escoamento em questão. Esta distância é chamada de espessura da camada limite e para as camadas limite de velocidade e temperatura, são definidas tipicamente como o valor em y para o qual $u = 0,99u_{\infty}$ e a razão $[(T_s - T)/(T_s - T_{\infty})] = 0,99$ respectivamente.

Análise Fluidodinâmica

Nos problemas fluidodinâmicos convectivos dominantes, a camada limite está diretamente relacionada com as tensões cisalhantes e distribuição dos campos de pressão. Portanto, a correta predição do escoamento na região da camada limite é importante para a determinação de parâmetros como o coeficiente de arrasto (C_D) e análise de diversos problemas de engenharia, uma vez que, por exemplo, este coeficiente é amplamente utilizado na análise aerodinâmica de carros, barcos e aviões. A camada limite de velocidade surge quando há um gradiente de velocidades no fluido que escoar por uma superfície, devido à tensão de cisalhamento.

Com a tensão de cisalhamento, define-se o coeficiente de arrasto por:

$$C_D = \frac{2F_D}{\rho V_\infty^2 A} \quad (2.1)$$

onde ρ é a massa específica [kg/m^3]; F_D é a força de arrasto [N] (composta pela força de atrito e por uma força devida à diferença de pressão no corpo rombudo); V_∞ é a velocidade do escoamento [m/s] e A , a área da seção transversal [m^2].

Outro ponto de extrema importância a ser estudado são as condições de escoamento. O número adimensional de Reynolds (Re) é o parâmetro utilizado para determinar o regime de escoamento do fluido que pode se encontrar em três condições distintas: regime laminar, região de transição e regime turbulento. Este valor pode variar dependendo de condições como perturbação no escoamento, rugosidade da superfície e geometria da superfície sujeita ao escoamento, por exemplo. O número de Reynolds é definido por:

$$Re_D = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (2.2)$$

onde μ é a viscosidade do fluido [Pa·s] e D é a dimensão característica do escoamento [m].

Quando um escoamento atinge uma superfície (cilindros, corpos rombudos, placas), pode ocorrer um fenômeno chamado desprendimento de vórtices e posteriormente a formação de uma esteira. Este fenômeno é observado especialmente, mas não exclusivamente, nos escoamentos turbulentos. Para escoamentos externos, uma forma de analisar a frequência de desprendimento de vórtices, desde que o escoamento esteja no regime permanente, é através da análise no tempo do seu coeficiente de sustentação (C_L), dado por:

$$C_L = \frac{F_L}{\rho V S}$$

(2.2.2)

onde F_L é a força de sustentação [N] e S é área da superfície relevante à força de sustentação [m²].

Desta forma, o coeficiente de sustentação terá um comportamento oscilante no tempo conforme é ilustrado na Fig. 2.2.

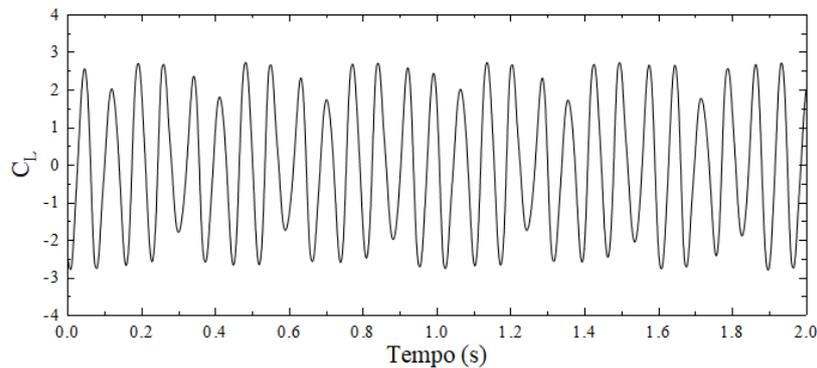


Figura 2.2 – Exemplo do comportamento do coeficiente de sustentação no tempo para um escoamento turbulento.

A Figura 2.2 permite então a determinação da frequência (f) do desprendimento de vórtices, que é uma das variáveis necessárias para a determinação de mais um número adimensional de grande importância no estudo da mecânica dos fluidos, o número de Strouhal (St). O número de Strouhal descreve a frequência de desprendimento de vórtices em escoamentos com comportamento oscilante. Ele é um parâmetro adimensional que representa a taxa das forças inerciais devido à instabilidade do escoamento em regime transiente. O número de Strouhal é definido por:

$$St = f \frac{L}{V}$$

(2.2.3)

onde f é a frequência do desprendimento de vórtices [s⁻¹], L é um comprimento característico (como o diâmetro hidráulico ou a espessura de um aerofólio) [m] e V é a velocidade do escoamento [m/s].

Porém, atualmente tem se utilizado a análise de espectro por Transformada Rápida de Fourier FFT (do inglês *Fast Fourier Transform*) para a determinação do número de Strouhal. O método permite o processamento digital do sinal através de um algoritmo que resolva a Transformada discreta de Fourier DFT (do inglês *Discrete Fourier Transform*) e a sua inversa de forma eficiente (ANSYS, 2017; Möller e Silvestrini, 2004).

Assim, a DFT de um parâmetro pode ser definida por:

$$F_n = \sum_{m=0}^{N-1} f_m e^{-j 2\pi n m / N}$$

onde F_n são os coeficientes discretos de Fourier que podem ser obtidos por:

$$F_n = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} f_m e^{-j 2\pi n m / N}$$

onde N representa as frequências de aquisição de dados para o espectro e o termo exponencial tem a função de converter os dados do domínio temporal para o domínio espectral na montagem da Densidade de Potência Espectral (PSD – do inglês: *Power Spectral Density*).

O algoritmo empregado no software ANSYS FLUENT® realiza então o método de dobramentos sucessivos para encontrar o resultado da FFT que neste caso é o número de Strouhal. A Figura 2.3 ilustra a função densidade de potência espectral (DPE) em função do número de Strouhal, onde o pico de DPE representa a frequência de desprendimento de vórtices.

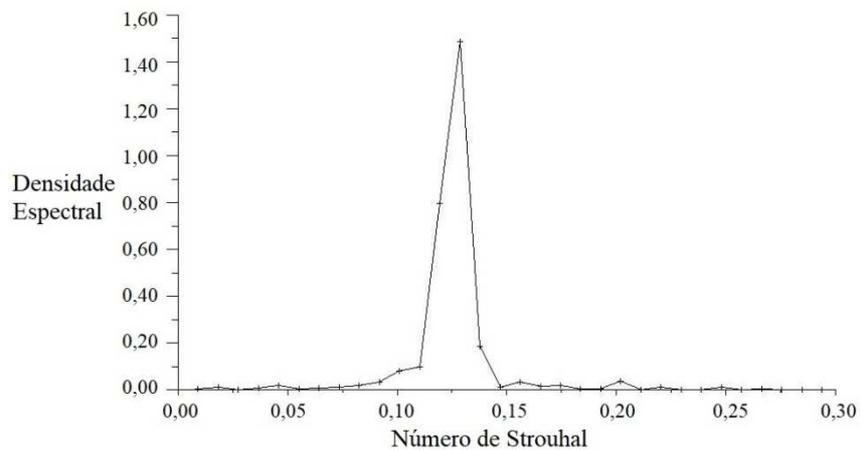


Figura 2.3 – Resultado da análise do espectro de um sinal de C_L por FFT para aquisição do número de Strouhal

Análise Térmica

Para os problemas com transferência de calor, a camada limite térmica se relaciona diretamente com o coeficiente de transferência de calor (h). Neste caso, a camada limite térmica se forma quando há diferença entre as temperaturas da superfície e do fluido que escoar sobre ela. O fluxo térmico entre a superfície e o escoamento circundante pode ser obtido pela lei de Fourier

aplicada na região da parede:

$$q_w = -k \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} \quad (2.8)$$

onde k é a condutividade térmica do fluido [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$] e T é a temperatura do escoamento [K].

A lei de resfriamento de Newton afirma que o fluxo de calor é proporcional a diferença de temperatura entre a superfície e o fluido e uma constante de proporcionalidade denominada coeficiente de transferência de calor ou coeficiente de película (Bejan, 2013). Assim, o fluxo de calor entre uma superfície e o escoamento circundante também pode ser dado por:

$$q_w = h(T_s - T_f) \quad (2.9)$$

Combinando-se as Eqs. (2.8) e (2.9), obtém-se uma expressão para o coeficiente de transferência de calor por convecção:

$$h = \frac{-k \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0}}{T_s - T_f} \quad (2.10)$$

Com isto, podemos determinar outro importante número adimensional, que relaciona a transferência de calor por convecção com a transferência de calor por condução, o número de Nusselt (Nu). Este número é de grande utilidade, pois independentemente da diferença de temperatura entre fluido e superfície, ele pode ser utilizado para comparar a quantidade de calor trocada por condução ou convecção, seja o escoamento com comportamento condutivo ($Nu < 1$) ou convectivo ($Nu > 1$). Esse grupo adimensional é um parâmetro de desempenho muito empregado na literatura para análise de desempenho de diversos equipamentos térmicos, como trocadores de calor. O número de Nusselt é definido por:

$$Nu = \frac{hL_c}{k} \quad (2.11)$$

O número adimensional de Prandtl, também tem importância vital no estudo de escoamentos externos, uma vez que ele aproxima a razão entre viscosidade cinemática e difusividade térmica de um fluido, sendo um dos grupos adimensionais usados para classificar escoamentos com convecção forçada. Esse grupo adimensional é dado por:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (2.11)$$

onde ν é a viscosidade cinemática [m^2/s], e c_p o calor específico do fluido [$\text{kJ}/\text{kg}\cdot\text{K}$].

Assim, um dado fluido apresentará um valor para Pr a uma devida temperatura por exemplo, porém, outro fluido pode ter o seu comportamento termodinâmico idêntico desde que possua calor específico ou viscosidade e coeficientes de condutividade térmica diferentes. Nos casos de estudos numéricos isto permite, através do princípio da similaridade, utilizar fluidos genéricos com suas constantes ajustadas para coincidir o número de Prandtl com o do fluido que se pretende analisar. Esta prática é adotada para facilitar nos cálculos de convergência, uma vez que os códigos de CFD podem ter maior dificuldade em realizar cálculos com valores muito pequenos. Utilizando o ar como exemplo, sua viscosidade cinemática é da ordem de $1,3 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$. A convergência é facilitada e o número de iterações necessárias é reduzido utilizando-se valores maiores para a viscosidade e ajustando os demais parâmetros para se manter o mesmo Pr . Vale destacar que, para situações com diferentes propriedades termofísicas, o número de Nusselt deve ser o mesmo quando os números de Reynolds e Prandtl são os mesmos para as diferentes simulações realizadas.

2.2. Abordagem da Turbulência

Primeiramente, é importante notar que turbulência não é uma propriedade do escoamento, mas um fenômeno que pode ser encontrado em qualquer sistema dinâmico, desde que o mesmo possa ser caracterizado por um alto número de graus de liberdade (Freire et. al., 2002). Conforme visto anteriormente, um dos critérios para um escoamento ser considerado turbulento é o seu número de Reynolds que, de maneira geral, deve ser elevado. Porém esta é apenas uma das características que o escoamento deve ter para ser considerado realmente turbulento. A turbulência é um fenômeno naturalmente transiente e por isso, ela é convencionalmente abordada de maneira estatística e não de forma determinística. Um escoamento turbulento é caótico e por isso alguns autores mencionam que é impossível prevêê-lo. A turbulência também é um fenômeno altamente difusivo e dissipativo. Além disso, os escoamentos turbulentos têm como características serem rotacionais e tridimensionais. Apesar de o presente trabalho tratar de escoamentos bidimensionais, muitas das características dos escoamentos turbulentos externos são abordadas no presente estudo. Além disso, para avaliação geométrica do arranjo triangular de corpos rombudos, um número grande de simulações é requerido. Considerando à alta complexidade da malha e imenso custo computacional requerido para o estudo

tridimensional, torna-se inviável realizar um estudo desta magnitude em tempo hábil, pelo menos com os recursos computacionais atuais. Além disso, conforme Bouris e Bergeles (1999), nestes casos é mais interessante utilizar uma malha bidimensional bem refinada e captar os gradientes dos campos em detalhes a utilizar uma malha tridimensional e grosseira. Há de se ver também que o objetivo maior é um estudo que permita gerar recomendações geométricas, e não o estudo específico do fenômeno da turbulência. Portanto, para os devidos fins, o presente trabalho abordará o escoamento como turbulento.

Quando se estuda escoamentos turbulentos de forma numérica e computacional, deve-se determinar o propósito e nível de aceitabilidade dos resultados, uma vez que há diversos tipos de modelagens diferentes. É conveniente salientar que existe duas abordagens distintas: a Simulação de turbulência, em que as equações são resolvidas para um campo de velocidade dependente no tempo, e os Modelos de turbulência, que em contraste resolvem as equações para campos médios. No primeiro grupo encontram-se a Simulação Numérica Direta (DNS, do inglês *Direct Numerical Simulation*) e a Simulação de Grandes Escalas (LES, do inglês *Large Eddy Simulation*), enquanto que no segundo grupo estão as diversas modelagens RANS (do inglês, *Reynolds Averaged Navier-Stokes*) (Lesieur et.al, 2005; Wilcox, 2006). No entanto, mais recentemente foi proposto por Spalart et. al. (1997) um modelo híbrido baseado em RANS que altera seu comportamento para a simulação LES em zonas adequadas, reduzindo ou evitando as dificuldades encontradas principalmente nas regiões de parede. No capítulo 3. *Modelagem Matemática*, pode ser encontrado em detalhes o modelo de turbulência selecionado para o presente trabalho bem como o seu equacionamento. Portanto, o que se vê a seguir é uma rápida explanação acerca das principais modelagens fluidodinâmicas utilizadas. Vale ressaltar que a ordem de apresentação representa a demanda computacional da modelagem (do maior para o menor) e não a cronologia de criação.

2.2.1. Modelagem DNS (*Direct Numerical Simulation*)

Esta modelagem resolve as equações de Navier-Stokes numericamente sem qualquer modelagem específica para a turbulência, ou seja, toda a gama de escalas espaciais e temporais da turbulência devem ser resolvidas com condições iniciais e de contorno apropriadamente consideradas (Pope, 2000). Assim, em notação indicial, as equações instantâneas da conservação da massa (Eq. 2.12), quantidade de movimento (Eq. 2.13) e energia (Eq. 2.14) podem ser escritas respectivamente na seguinte forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}$$

DNS resolve desde as menores escalas (microescalas de Kolmogorov) até a escala integral. Por isso, a modelagem DNS é a que apresenta solução mais detalhada, mas também mais exigente computacionalmente o que torna sua aplicação bastante restritiva para uso comercial sendo mais empregada no estudo da fenomenologia da turbulência por pesquisadores da área.

2.2.2. Modelagem LES (*Large Eddy Simulation*)

A simulação de grandes escalas (SGE ou LES pelo seu nome em inglês como é mais convencionalmente conhecida) é uma técnica para simular escoamentos turbulentos em que, segundo a teoria de similaridade própria de Kolmogorov (1941), as grandes escalas possuem dependência na geometria enquanto que as escalas menores são universais. Para tanto, as grandes escalas são resolvidas como na simulação numérica direta, porém, as escalas menores são solucionadas por um modelo submalha. Entre os mais utilizados estão os modelos de Smagorinsky (1963), o de transporte dinâmico da energia cinética por Kim & Menon (1995) e o WALE (*Wall-Adapting Local Eddy-viscosity*) por Nicoud & Ducros (1999). Após a filtragem que define o tamanho máximo da escala a ser resolvida, de forma simplificada, este processo resulta em um campo instantâneo \bar{u}_i definido por duas componentes que representam a soma da escala solucionável \bar{u}_i (campo filtrado) com a parte do modelo da submalha τ_{ij} (campo flutuante) conforme a seguinte expressão:

$$\bar{u}_i = \bar{u}_i + \tau_{ij}$$

Assim, a equações para a conservação da massa e da conservação da quantidade de movimento filtradas podem ser definidas respectivamente como:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}$$

Eq. (2.2.2)

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right)$$

Eq. (2.2.3)

Eq. (2.2.4)

A modelagem LES é computacionalmente menos exigente do que a DNS, mas ainda demasiadamente custosa para a maioria das aplicações comerciais e industriais. Por isso, este tipo de modelagem tem sido utilizado principalmente em aplicações de ponta, como o estudo de processos de mistura e combustão além de pesquisas no campo da aerodinâmica, bem como, em estudos onde uma melhor descrição da fenomenologia física da turbulência é necessária. Nestas áreas, a modelagem LES tem alcançado bastante sucesso quando associada a um modelo de submalha adequado.

Devido ao processo de filtragem e aplicação de um modelo submalha, esta modelagem é extremamente sensível à malha, o que acarreta dificuldades em sua criação principalmente nas regiões de parede que necessitam alto grau de refinamento, outro fator que corrobora com as altas exigências computacionais do modelo.

2.2.3. Modelagem DES (*Detached Eddy Simulation*)

Conforme abordado no tópico anterior, devido a algumas dificuldades associadas ao uso da modelagem LES padrão, particularmente nas regiões de parede que requerem uma malha muito bem refinada, um modelo híbrido foi proposto por Spalart et. al. (1997) denominado *Detached Eddy Simulation* (DES). Este modelo visa combinar os melhores aspectos das modelagens RANS e LES em uma única estratégia. Basicamente o que o modelo faz é tratar as regiões próximas a parede com uma abordagem RANS enquanto que as regiões mais distantes são tratadas com uma abordagem LES. Para isso, os autores realizaram uma alteração na função de distância do modelo de turbulência RANS Spalart-Allmaras (Spalart e Allmaras, 1992).

A abordagem DES pode ser utilizada em qualquer modelo de turbulência que tenha uma escala de turbulência apropriadamente definida. Um exemplo onde a equação de Navier-Stokes para a conservação da quantidade de movimento implementando DES no modelo S-A é dada por:

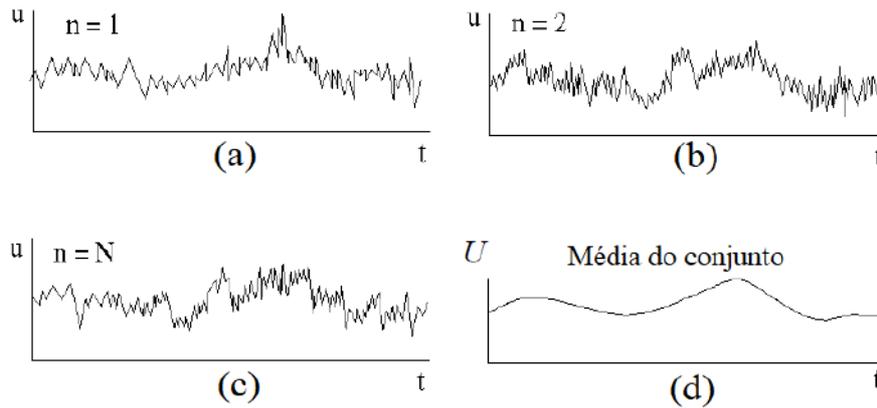


Figura 2.4 – Exemplo da determinação do campo médio de velocidades de um escoamento.

A definição do campo médio por si só, não representa a velocidade do escoamento em sua totalidade e, portanto, um termo que quantifica a flutuação é adicionado conforme a seguinte expressão:

$$u_i = U_i + u'_i \quad (2.19)$$

onde U_i é a velocidade média e u'_i é a flutuação.

Assim, em notação indicial, a equação RANS para a conservação da quantidade de movimento pode ser escrita como:

$$\rho \left(\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.20)$$

onde $R_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$ são as tensões de Reynolds.

O objetivo dos modelos de turbulência para a modelagem RANS é fundamentalmente calcular as tensões de Reynolds (novas variáveis introduzidas pelo processo de cálculo do campo médio de velocidades), e para isso, existem três principais categorias de modelos de turbulência baseados em RANS:

- Modelo de Tensão de Reynolds (RSM – Reynolds Stress Model);
- Modelos de viscosidade turbulenta não linear;
- Modelos de viscosidade Turbulenta linear.

O RSM representa o modelo de fechamento de turbulência clássico mais completo. O método de fechamento empregado é usualmente chamado de fechamento de segunda ordem. Esta modelagem tem origem nos trabalhos de Chou (1945) e Rotta (1951) e envolve o cálculo de cada uma das tensões

de Reynolds individuais usando equações de transporte diferenciais.

Os modelos de viscosidade turbulenta não linear são uma classe de modelos em que um coeficiente de viscosidade turbulenta é usado para relacionar o campo de turbulência médio com o campo médio de velocidade, porém de forma não linear (como o próprio nome sugere). Isto é feito pela implementação de uma função não linear (F_{nl}) possivelmente dependente dos campos médios de tensões e vorticidade ou até mesmo outra variável da turbulência. Assim, os termos das tensões de Reynolds são reescritos conforme a expressão:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = 2\mu_t F_{nl} \quad (2.21)$$

Por fim, os modelos de viscosidade turbulenta linear compõem o grupo de modelos provavelmente mais utilizado atualmente no estudo de turbulência, especialmente de forma comercial e industrial. Isto porque, com o avanço dos estudos, uma série de estratégias e modificações nas já existentes tem permitido abordar o problema em cada caso específico, no nível de precisão necessário e acima de tudo, com o menor custo computacional possível. Ao contrário dos modelos de viscosidade turbulenta não linear, este utiliza uma relação constitutiva linear entre o campo médio de tensões do escoamento e as tensões de Reynolds. Existe uma grande quantidade de modelos que utilizam este princípio e detalhar cada um deles não é a intenção deste trabalho. Destacam-se entre eles o modelo de uma equação Spalart-Allmaras (Spalart e Allmaras, 1992) já comentado anteriormente, e os modelos de duas equações $k-\epsilon$ (Launder e Sharma, 1974), $k-\omega$ (Wilcox, 1988) e $SST-k-\omega$ (Menter, 1993). A modelagem $k-\epsilon$ é a mais amplamente utilizada para aplicações industriais sendo robusta e razoavelmente acurada, porém com baixa precisão em escoamentos com forte separação ou ampla curvatura e altos gradientes de pressão. A modelagem $k-\omega$ passou a ser muito adotada na indústria aeroespacial e de turbo-máquinas por permitir a sua integração sem qualquer tipo de função de parede, enquanto que a modelagem $SST-k-\omega$ aborda o problema de forma híbrida, tendo comportamento semelhante a modelagem $k-\epsilon$ na região de parede e alternando para um comportamento $k-\omega$ à medida que o escoamento se afasta e entra na corrente livre. O presente trabalho utiliza a modelagem $SST-k-\omega$ que pode ser vista em maiores detalhes no capítulo 3.3 *Equações de fechamento da turbulência (SST- $k-\omega$)*.

2.3. Método Design Construtal

O Design Construtal é um método de avaliação geométrica baseado no princípio de restrições

e objetivos e em um princípio físico de maximização do acesso ao fluxo. Esse princípio é denominado de Lei Construtal, e conforme definida por Bejan (2000), enuncia que para um sistema de tamanho finito persistir no tempo, o mesmo precisa evoluir sua forma e estrutura para providenciar um melhor acesso às correntes que fluem através dele. Este princípio também constata que o escoamento/fluxo é maleável e desta forma, as melhores configurações geométricas, sujeitas a restrições globais, são obtidas quando um ou mais parâmetros de desempenho são maximizados. Vale destacar que o método Design Construtal não é propriamente um método de otimização geométrica, mas sim uma ferramenta para avaliar a geometria do problema a fim de definir o espaço de busca de configurações a serem investigadas. Para o estudo de otimização, juntamente com o Design Construtal, pode-se aplicar uma série de métodos, como o de busca exaustiva (também chamado de método de força bruta); programação quadrática sequencial; algoritmos genéticos; heurísticas entre outros (Lorenzini et. al., 2014; Gonzales et. al, 2015).

Desta forma, o uso deste método está vinculado à três etapas. A primeira sendo a determinação dos objetivos, ou seja, maximização ou minimização das variáveis em estudo (coeficientes de troca térmica e de arrasto, por exemplo). A segunda consiste na definição das restrições geométricas a serem empregadas, ou sejam os parâmetros que permanecerão constantes (área de troca térmica, razão entre largura e comprimento de um obstáculo entre outros), e por último a definição dos graus de liberdade (por exemplo, espaçamento entre obstáculos e dimensões de aletas e cilindros).

No trabalho de Dos Santos et al. (2017) são apresentados os principais passos para aplicação do Design Construtal em associação com o mecanismo de busca exaustiva para a otimização geométrica de sistemas de fluxo. Os principais passos recomendados são definidos como se segue:

1 – Definição do sistema de escoamento/fluxo: nesse passo é importante definir adequadamente o domínio do sistema, restrições do problema (geométricas, físicas, limitações de fabricação e outras) e os graus de liberdade que serão avaliados;

2 – Identificação do escoamento e objetivos: nesse passo é necessário definir o que está escoando/fluindo através do sistema e os objetivos do problema, e.g., minimização do arrasto e maximização da taxa de transferência de calor;

3 – Avaliação do primeiro grau de liberdade: nesse passo, um grau de liberdade é avaliado mantendo-se os outros graus de liberdade e parâmetros como restrições e grupos adimensionais que definem os escoamentos constantes. Aqui, é importante avaliar como a variação do grau de liberdade afeta o parâmetro de desempenho (objetivo) e as correntes internas que escoam/fluem através do sistema;

4 – Avaliação do Segundo grau de liberdade: nesse passo, o passo 3 é repetido para outras razões do segundo grau de liberdade. Nessa avaliação, é possível investigar a influência desse grau

de liberdade sobre o efeito do primeiro grau de liberdade e sobre a performance do sistema uma vez maximizado ou minimizado;

5 – Avaliação de outros graus de liberdade e parâmetros: nesse passo, os passos 3 e 4 são repetidos para um terceiro grau de liberdade. Esse processo continua até que todos os graus de liberdade (ou quantos forem possíveis de serem analisados) obtendo-se o parâmetro de desempenho “n” vezes maximizado ou minimizado e a geometria “n” vezes otimizada de acordo com o número de graus de liberdade estabelecidos para o problema. Outra possibilidade é a avaliação de outros parâmetros do sistema de escoamento/fluxo.

Conforme Bejan e Lorente (2008), na natureza o escoamento ocorre sob um largo intervalo de escalas com o propósito de reduzir os gradientes existentes. Além disso, de acordo com a Lei Construtal, as geometrias tendem a tomar formas que facilitem os escoamentos/fluxos que passam por elas (sejam de energia, massa ou movimento), porém muitos são os objetivos e maiores ainda são as restrições e escalas existentes. Por exemplo, não é possível definir que o único, ou maior objetivo de uma árvore é absorver a máxima quantidade possível de energia solar para realizar sua fotossíntese, uma vez que para isso ela teria de aumentar o tamanho de suas folhas o que talvez acarretasse em folhas muito largas e pesadas que não seriam sustentadas. Este é um motivo de porque é difícil recriar condições naturais, mas os avanços dos estudos têm permitido usar esta metodologia para solucionar problemas multiobjetivo em engenharia de forma semelhante ao visto na natureza.

2.4. Método dos Volumes Finitos

Um método numérico tem como intuito, solucionar problemas que podem ser modelados por equações diferenciais, porém, através da substituição das derivadas existentes por expressões algébricas que envolvam a função incógnita. Fundamentalmente eles são empregados quando uma solução analítica é inviável devido a sua complexidade e, portanto, é realizada uma aproximação numérica da equação diferencial para um número discreto de pontos esperando-se que quanto maior for este número de pontos, mais próximo da solução exata será a solução numérica (Maliska, 2004).

Este trabalho utiliza o software ANSYS FLUENT[®] que emprega como método numérico o Método dos Volumes Finitos (MVF) onde para obter as equações aproximadas, este deve satisfazer a conservação da propriedade em nível de volumes elementares. O MVF fundamenta-se em uma abordagem física do problema representado por uma Equação Diferencial Parcial (EDP). Este método está intrinsecamente ligado ao conceito de fluxo entre regiões, ou volumes adjacentes, onde o fluxo de uma determinada grandeza, como massa ou energia, é a quantidade dessa grandeza que atravessa a área de uma fronteira. A quantidade líquida desta grandeza, que atravessa um volume de controle,

por unidade de tempo, é calculada pela integração, sobre essa fronteira, da diferença entre os fluxos que entram e os que saem deste volume, o que é conseguido de forma mais geral pela integração das EDP's (Fortuna, 2000).

Para mais detalhes, a dedução do MVF é bastante conhecida e pode ser encontrada facilmente na literatura como as apresentadas por Patankar (1980), Maliska (2004) e Versteeg e Malalasekera (2007).

2.4.1. Tratamento dos termos advectivos: Esquema *Upwind*

Conforme Versteeg e Malalasekera (2007), em problemas onde o escoamento de fluido é fator importante, deve-se contabilizar os efeitos da convecção, além disso, na natureza a difusão é um fenômeno que está sempre presente quando há convecção. Dito isto, para escoamentos em regime permanente, a equação para a convecção-difusão pode ser derivada da equação de transporte para uma propriedade específica e então integrada sobre um volume de controle conforme a seguinte expressão:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c} \phi \, dV + \int_{S_c} \phi \, \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \, dA = \int_{V_c} \dot{q} \, dV + \int_{S_c} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, dA$$

O termo à esquerda do sinal de igualdade representa o fluxo convectivo, enquanto que os termos a direita representam respectivamente o fluxo difusivo e a fonte (geração ou dissipação da propriedade transportada), onde ϕ é a propriedade que está sendo transportada, α é o coeficiente de difusividade e \dot{q} é o termo fonte.,

Os principais problemas na discretização de termos convectivos são o cálculo do valor da propriedade transportada na face do volume de controle e do fluxo convectivo nos seus contornos. O esquema de discretização por diferenças centrais que funciona muito bem em problemas difusivos começa a apresentar algumas dificuldades quando o escoamento passa a se tornar advectivo-dominante. Provavelmente a mais marcante seja a necessidade de malhas altamente refinadas. Isto ocorre devido ao fato de ser desejável manter positivos os coeficientes do esquema de discretização afim de evitar duas grandes dificuldades. A primeira é associada a natureza do método iterativo empregado, que se não for robusto o suficiente (como os métodos ponto a ponto) levará à divergência na solução. A segunda é vinculada à alta ordem de aproximação nos termos advectivos que geram instabilidades produzindo soluções que apresentam oscilações numéricas em regiões de grandes

gradientes (Maliska, 2004). Além disso, o esquema de discretização por diferenças centrais não considera a direção do escoamento. Estes fatores criaram uma necessidade por esquemas de discretização que apresentassem propriedades mais favoráveis a escoamentos advectivo-dominantes.

Um destes esquemas é o utilizado por este trabalho e denomina-se *Upwind*. Se considerarmos a Fig. 2.5 como parte de um domínio computacional onde se calcula uma propriedade ϕ em diversos volumes de controle, o esquema *Upwind* garante que os coeficientes das equações discretizadas serão sempre positivos pois leva em consideração a direção do escoamento.

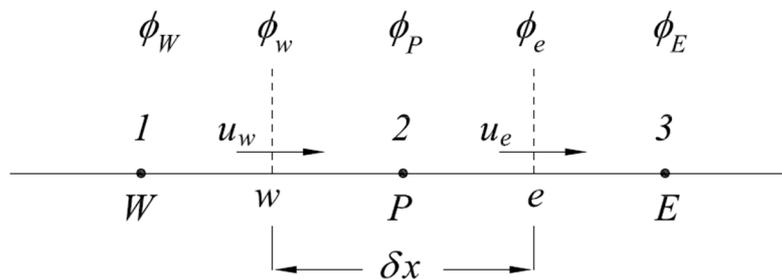


Figura 2.5 – Malha usada para discretizar parte de um domínio computacional unidimensional.

Assim, no esquema de advecção *upwind* de primeira ordem, o valor de ϕ na interface é igual ao valor da célula que está a montante da face (Patankar, 1980) respeitando-se a direção do escoamento. Desta forma, se o escoamento ocorre na direção x , como na Fig. 2.5, as variáveis ϕ_w e ϕ_e (faces oeste e leste do volume 2 respectivamente) serão dadas por:

$$\phi_w = \phi_1 \quad \text{e} \quad \phi_e = \phi_2$$

Porém, por serem dissipativos, os esquemas *upwind* tendem a suavizar os altos gradientes agindo como um amortecimento numérico. Este fenômeno é visto com maior intensidade especialmente no *upwind* de primeira ordem. Para reduzir este amortecimento, emprega-se o esquema *upwind* de segunda ordem que fundamentalmente leva em consideração um número maior de células vizinhas a montante do volume calculado.

2.4.2. Acoplamento pressão-velocidade: Método SIMPLE-C (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations - Consistent*)

Como já abordado anteriormente, este trabalho usa o MVF que transforma as equações

diferenciais de conservação de massa, quantidade de movimento e energia em equações algébricas que podem então ser solucionadas em um sistema (formulação implícita) ou conjunto (formulação explícita) de equações. Desta forma, duas estratégias podem ser utilizadas na solução do problema, a acoplada e a segregada. O método de solução acoplado basicamente cria uma única matriz envolvendo todos os coeficientes das equações e resolvendo todas as incógnitas simultaneamente. Assim o problema do acoplamento entre as variáveis desaparece deixando apenas as não linearidades, que são consideradas resolvendo-se esse sistema iterativamente, atualizando-se a matriz dos coeficientes até a convergência (Maliska, 2004). Porém, este método passa a se tornar inviável a medida que o número de volumes de controle aumenta, pois, o número de variáveis a serem calculadas também aumentam exponencialmente o que por fim acaba gerando uma matriz de tamanho tão grande que é praticamente impossível resolvê-la com os métodos numéricos e poder de computação atuais.

Por isso, a alternativa mais viável passa a ser a solução segregada dos sistemas de equações, resolvendo os sistemas lineares um a um, atualizando os coeficientes. Porém a opção pela solução segregada não vem sem o aparecimento de uma conhecida dificuldade em problemas de mecânica dos fluidos computacional que ocorre em especial nos escoamentos incompressíveis, o problema da determinação da pressão. Este problema acontece, porque devido à natureza segregada do processo de solução, cada variável necessita ter uma equação evolutiva para ser avançada. As variáveis de velocidade e temperatura possuem as equações de conservação da quantidade de movimento e de energia, porém devido a massa específica não variar com a pressão nos escoamentos incompressíveis, a pressão não tem uma equação evolutiva própria. Assim, se faz necessário extrair a pressão das equações do movimento de forma que as velocidades obtidas satisfaçam a conservação da massa que por sua vez não serve de equação evolutiva para nenhuma variável, tornando-se apenas uma restrição que deve ser obedecida pelo campo de velocidades.

Devido a isto, foram criados métodos para possibilitar a análise do avanço da pressão no tempo, em escoamentos incompressíveis, chamados de acoplamento pressão-velocidade o qual consistem na transformação da equação da conservação da massa a fim de possuir um termo de pressão presente (Maliska, 2004).

Vários são os métodos de acoplamento pressão-velocidade existentes, mas aqui nos ateremos ao método SIMPLE-C (do inglês: *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations - Consistent*) por ser o empregado neste trabalho. O método SIMPLEC trata-se de uma variação realizada por Van Doormal e Raithby (1984) do método SIMPLE originalmente desenvolvido por Patankar e Spalding (1972). A diferença fundamental entre os dois é apenas o método de correção das velocidades, uma vez que no SIMPLE-C não são desprezadas as diferenças entre as velocidades estimadas e corrigidas como ocorre no SIMPLE.

O algoritmo básico do método SIMPLE-C é visto a seguir, mas um maior detalhamento incluindo todas suas características pode ser encontrado na literatura de referência (Patankar, 1980; Maliska, 2004; Versteeg e Malalasekera, 2007).

Algoritmo SIMPLE-C

- 1) Definir as condições de contorno;
- 2) Estimar um campo arbitrário para u^0, v^0, w^0 e p^0 ;
- 3) Calcular as pseudo-velocidades;

$$u_{i,j,k}^* = \frac{1}{a_{i,j,k}^u} \left(b_{i,j,k}^u - a_{i,j,k}^{u,x} u_{i+1,j,k}^0 - a_{i,j,k}^{u,y} u_{i,j+1,k}^0 - a_{i,j,k}^{u,z} u_{i,j,k+1}^0 - a_{i,j,k}^{u,p} p_{i,j,k}^0 \right) \quad (2.12)$$

$$v_{i,j,k}^* = \frac{1}{a_{i,j,k}^v} \left(b_{i,j,k}^v - a_{i,j,k}^{v,x} u_{i+1,j,k}^0 - a_{i,j,k}^{v,y} u_{i,j+1,k}^0 - a_{i,j,k}^{v,z} u_{i,j,k+1}^0 - a_{i,j,k}^{v,p} p_{i,j,k}^0 \right) \quad (2.13)$$

- 4) Resolver a equação da pressão p ;

$$a_{i,j,k}^p p_{i,j,k} = b_{i,j,k}^p - a_{i,j,k}^{p,x} u_{i+1,j,k}^* - a_{i,j,k}^{p,y} v_{i,j+1,k}^* - a_{i,j,k}^{p,z} w_{i,j,k+1}^* - a_{i,j,k}^{p,u} u_{i,j,k}^* - a_{i,j,k}^{p,v} v_{i,j,k}^* - a_{i,j,k}^{p,w} w_{i,j,k}^* \quad (2.14)$$

- 5) Atualizar o campo de pressão;

$$p_{i,j,k} = p_{i,j,k}^* \quad (2.15)$$

- 6) Solucionar as equações discretizadas para as velocidades;

$$u_{i,j,k} = \frac{1}{a_{i,j,k}^u} \left(b_{i,j,k}^u - a_{i,j,k}^{u,x} u_{i+1,j,k}^* - a_{i,j,k}^{u,y} u_{i,j+1,k}^* - a_{i,j,k}^{u,z} u_{i,j,k+1}^* - a_{i,j,k}^{u,p} p_{i,j,k} \right) \quad (2.16)$$

$$v_{i,j,k} = \frac{1}{a_{i,j,k}^v} \left(b_{i,j,k}^v - a_{i,j,k}^{v,x} u_{i+1,j,k}^* - a_{i,j,k}^{v,y} u_{i,j+1,k}^* - a_{i,j,k}^{v,z} u_{i,j,k+1}^* - a_{i,j,k}^{v,p} p_{i,j,k} \right) \quad (2.17)$$

- 7) Resolver a equação para correção da pressão p^0 ,

$$a_{i,j,k}^p p_{i,j,k}^0 = b_{i,j,k}^p - a_{i,j,k}^{p,x} u_{i+1,j,k}^* - a_{i,j,k}^{p,y} v_{i,j+1,k}^* - a_{i,j,k}^{p,z} w_{i,j,k+1}^* - a_{i,j,k}^{p,u} u_{i,j,k}^* - a_{i,j,k}^{p,v} v_{i,j,k}^* - a_{i,j,k}^{p,w} w_{i,j,k}^* - a_{i,j,k}^{p,p} p_{i,j,k} \quad (2.18)$$

8) Corrigir as velocidades;

$$u_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (u_{i+1/2}^{n-1} + u_{i+1/2}^{n-2})$$

22(222)

$$v_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (v_{i+1/2}^{n-1} + v_{i+1/2}^{n-2})$$

22(222)

9) Resolver as demais equações de transporte discretizadas;

$$u_{i+1/2}^{n+1} = u_{i+1/2}^n - \Delta t \left(u_{i+1/2}^n \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1/2}^n + \Delta t \left(u_{i+1/2}^n \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1/2}^{n-1}$$

22(222)

Se convergir, PARAR, caso contrário corrigir os campos estimados inicialmente e retornar ao passo 3)

$$u_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (u_{i+1/2}^{n-1} + u_{i+1/2}^{n-2})$$

22(222)

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

Levando em consideração um escoamento incompressível, turbulento, em regime transiente, bidimensional, com convecção forçada e com propriedades físicas constantes, a modelagem escolhida para este estudo é baseada na solução das equações de conservação médias no tempo de Navier-Stokes, em conjunto com as equações do modelo *SST* para o fechamento da turbulência. As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são dados, respectivamente, por Bejan (2013) e aparecem em suas formas temporais médias devido a se tratar de um problema com turbulência. O modelo de turbulência *SST* é um modelo de duas equações que Menter (1993) propôs como uma alternativa ao modelo original que apresenta sensibilidade demasiada nas regiões de corrente livre. A formulação *SST* resolve este problema, uma vez que, ela muda o comportamento do modelo se assemelhando a formulação na corrente livre.

3.1. Definição do problema e metodologia

O problema em estudo trata-se de um escoamento em regime turbulento, incompressível onde há transferência de calor através de convecção forçada. O domínio utilizado é uma reconstrução bidimensional dos domínios utilizados por Wiesche (2006), Ranjan e Dewan (2015) e Chen e Xia (2017) onde a coordenada cartesiana z foi suprimida. Além disto o comprimento do domínio foi ampliado de $26D$ para $40D$ afim de evitar distorções numéricas oriundas da condição de contorno de saída, uma vez que com as novas geometrias analisadas os obstáculos posteriores estariam muito próximos da saída do domínio. O escoamento passa por um sistema que consiste em um arranjo triangular de corpos rombudos quadrados conforme pode ser visto na Fig. 3.1, e é causado pela imposição de um perfil de velocidades ($V_\infty = 110$ m/s) constante na entrada do domínio. Para a determinação dos números de Prandtl e Reynolds, foram usadas as seguintes constantes para o fluido: Calor específico $c_p = 142$ J/kg·K; viscosidade dinâmica $\mu = 0,005$ kg/m·s; massa específica $\rho = 1,0$ kg/m³ e coeficiente de condutividade térmica $k = 1,0$ W/m·K. Estes valores tornam o escoamento turbulento com $Re_D = 22.000$ e $Pr = 0,71$ simulando o ar. É de conhecimento do autor que o escoamento de ar pode ser considerado incompressível desde que o seu número de *Mach* seja $M = V/C < 0,3$ (Schlichting, 1979) ou seja, cerca de 103 m/s para condições normais de temperatura e pressão. Desta forma, o modelo de incompressibilidade não se aplicaria. Porém, vale destacar que o ar possui propriedades termofísicas, como viscosidade dinâmica e calor específico, muito diferentes das empregadas neste trabalho. Isto garante, segundo o princípio da similaridade, que o fluido utilizado simula o ar, mas também torna o escoamento incompressível nas condições aplicadas.

Conforme já destacado anteriormente na seção 2.1 *Conceitos dos escoamentos externos com transferência de calor*, esta estratégia facilita os cálculos da simulação permitindo atingir a convergência de forma mais rápida e sem prejudicar a solução adimensional, essencial em estudos de otimização como este. Ainda sobre o escoamento, este possui uma temperatura prescrita de $T_\infty = 300\text{K}$ enquanto que a temperatura da superfície dos corpos rombudos é mantida em $T_S = 330\text{K}$, assim, a transferência de calor por convecção forçada ocorre devido à diferença de temperatura acima citada. As outras condições de contorno incluem a imposição de um gradiente de temperaturas nulo na direção do escoamento e pressão atmosférica ($101,325 \cdot 10^3 \text{ Pa}$) na saída do domínio e de simetria nas faces norte e sul (gradientes nulos de temperatura e velocidade em y). A Figura 3.1 ainda mostra as dimensões do domínio, onde os parâmetros S_T/D e S_L/D referem-se respectivamente à razão do passo transversal do corpo rombudo frontal e a dimensão de sua aresta, e razão do passo longitudinal entre o corpo rombudo frontal e os corpos rombudos posteriores e a dimensão de sua aresta.

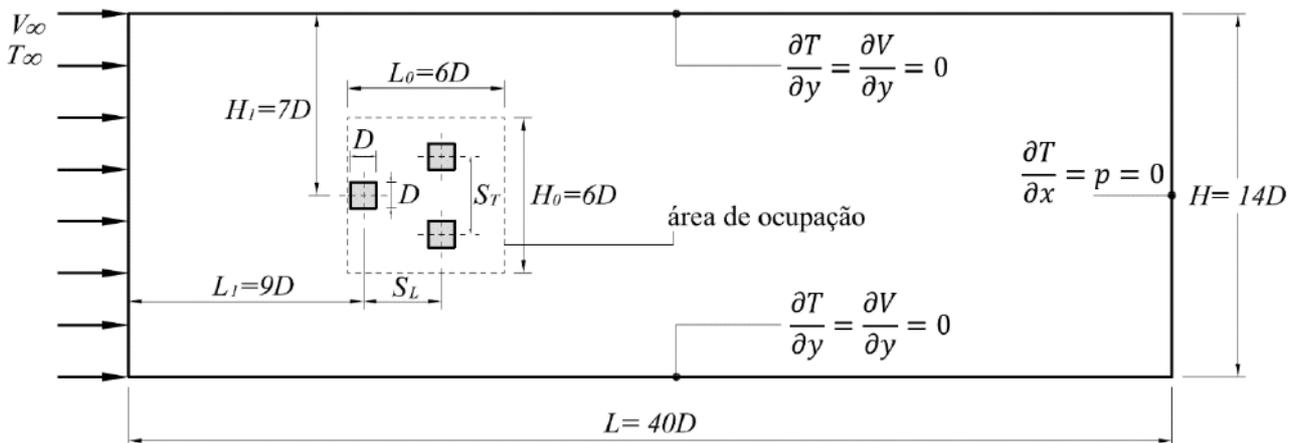


Figura 3.1 – Domínio computacional empregado nas simulações do presente trabalho.

O método Design Construtal (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008) foi empregado para avaliação geométrica do problema em questão. Este método baseia-se no princípio de objetivos e restrições (locais e globais) sendo o método usado para aplicação da Lei Construtal. Para o problema analisado, foram definidas como restrições geométricas:

- 1) A área ocupada pelos três corpos rombudos quadrados é a mesma em todos os casos e também são considerados corpos de arestas iguais a $A_t = A_{c1} + A_{c2} + A_{c3}$;
- 2) A área de ocupação da simulação é definida como $A_0 = H_0 \times L_0 = 36D^2$;
- 3) Restrição física do tamanho do domínio fixado em $H = 14D$ e $L = 40D$, onde D é a dimensão da aresta do corpo rombudo quadrado ($D = 1,0 \text{ m}$);
- 4) Os valores do espaçamento transversal entre os corpos rombudos posteriores não podem exceder a altura da área de ocupação para o arranjo ($S_T + D < H_0$);

- 5) Os valores do espaçamento longitudinal entre os corpos rombudos devem ser maiores do que a dimensão da aresta do corpo rombudo e menores que o comprimento da área de ocupação para o arranjo. $S_L > D$ e $S_L + D < L_0$;

Os dois graus de liberdade do problema são as razões: S_T/D (razão do passo transversal dos corpos rombudos posteriores), e S_L/D (razão do passo longitudinal entre o corpo rombudo frontal e os corpos rombudos posteriores, e a dimensão da aresta deles) os quais concedem ao arranjo uma forma triangular. É considerado também que os corpos rombudos posteriores estão à mesma distância longitudinal do corpo rombudo a montante.

O processo de avaliação é dividido em duas etapas, conforme ilustra a Fig. 3.2. No primeiro passo, a geometria é otimizada pela variação do grau de liberdade S_T/D . A geometria que conduzir ao maior valor do número de Nusselt ($Nu_{D_{mm}}$) será denominada uma vez otimizada ($(S_T/D)_o$). Contudo, para o coeficiente de arrasto, o objetivo é minimizar sua magnitude, portanto o mesmo processo é utilizado para encontrar o valor do coeficiente de arrasto uma vez minimizado $C_{D_{mm}}$. Em um passo posterior, a razão S_T/D é variada para diferentes valores de S_L/D . O maior número de Nusselt obtido será denominado o número de Nusselt duas vezes maximizado ($Nu_{D_{mm}}$) e a geometria ótima correspondente será $(S_T/D)_{oo}$ (duas vezes otimizada) e $(S_L/D)_o$ (uma vez otimizada), sendo o mesmo procedimento efetuado para atingir o valor do coeficiente de arrasto duas vezes minimizado ($C_{D_{mm}}$).

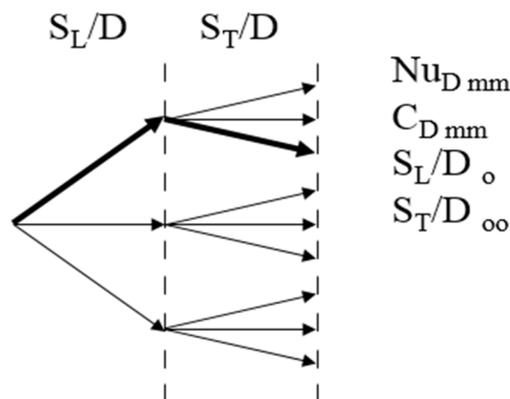


Figura 3.2 – Diagrama ilustrando o processo de avaliação da geometria do arranjo.

3.2. Equações de conservação

Embora este trabalho objetive estudar as características e propriedades de um problema proposto em regime permanente, as equações de conservação devem ser utilizadas nas formas temporais médias, uma vez que escoamentos turbulentos apresentam um comportamento naturalmente transiente. Assim, a solução permanente irá suprimir a formação de estruturas transientes de escoamento como esteira de vórtices do escoamento. Portanto estuda-se o regime

transiente até que o escoamento atinja o regime permanente (transiente estabilizado) e então se avalia uma média temporal das variáveis do escoamento. As equações de conservação médias no tempo são apresentadas nos trabalhos de Wilcox (2006), Pope (2000).

A equação de conservação da massa média no tempo para o problema em estudo é dada por:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

As equações da conservação da quantidade de movimento médias no tempo nas direções x e y são dadas, respectivamente, por:

$$\frac{\partial(\rho \bar{u})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \bar{u}v)}{\partial y} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{v})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \bar{v}v)}{\partial y} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right) \quad (3.3)$$

A equação da conservação da energia média no tempo é dada por:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}T)}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}T)}{\partial y} = (\alpha + \alpha_t) \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} \right) \quad (3.4)$$

onde: ρ é a massa específica do fluido [kg/m^3], x representa a coordenada cartesiana espacial na direção do eixo x [m]; u é a componente da velocidade na direção do eixo x [m/s], y representa a coordenada cartesiana espacial na direção do eixo y [m] e v é a componente da velocidade na direção y [m/s], P é a pressão [N/m^2], T é a temperatura [K] e c_p é o calor específico a pressão constante [$\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}$].

3.3. Equações de fechamento da turbulência (SST – •••)

O modelo de turbulência escolhido para solucionar o problema, trata-se de um modelo de duas equações derivado da formulação ••• original apresentada por Wilcox (1988). Para tal, duas alterações principais foram realizadas. A primeira foi a reformulação do modelo com o acréscimo de uma função de combinação ao qual manteve a modelagem ••• na região próxima à parede alterando-

se para a formulação ••• à medida que alcança a corrente livre fora da camada limite. A segunda alteração trata-se da modificação da definição de viscosidade turbulenta para incluir o transporte da tensão de cisalhamento turbulenta (SST) conforme visto em Menter (2003).

Desta forma, a viscosidade e a difusividade turbulentas são respectivamente dadas por:

$$\mu_t = \frac{\bar{\rho}\alpha_1 k}{\max(\alpha_1\omega, SF_2)} \quad (3.5)$$

$$\alpha_t = \frac{\mu_t}{Pr_t} \quad (3.6)$$

Sendo Pr_t o número de Prandtl turbulento.

A Eq. (3.5) é então introduzida no modelo $k - \omega$ para gerar a nova equação da energia cinética turbulenta dada por:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}_j k)}{\partial x_j} = \tilde{P}_k - \frac{k^{3/2}}{L_T} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (3.7)$$

E a equação da taxa de dissipação específica é dada por:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(u_i \omega)}{\partial x_i} = \left(\frac{\alpha}{\mu_T}\right) \tilde{P}_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (3.8)$$

onde: k é a energia cinética turbulenta, \tilde{P}_k é uma função limitadora que previne a geração de turbulência em regiões de estagnação, ω é a taxa de dissipação específica, μ_t é viscosidade turbulenta, $\beta = 0,09$, $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_1 = 3/40$, $\sigma_k = 0,85$, $\sigma_\omega = 0,5$, $\sigma_2 = 0,44$, $\beta_2 = 0,0828$, $\sigma_2 = 1$, $\sigma_{\omega 2} = 0,856$ e F_1 e F_2 são funções de combinação entre as variáveis e constantes definidas por:

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (3.9)$$

$$F_2 = \tanh \left[\left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right] \quad (3.10)$$

4. MODELAGEM NUMÉRICA

A modelagem numérica a ser usada neste trabalho tem por base as recomendações da literatura na abordagem de problemas multiobjetivo com turbulência. Inicialmente foi realizado um estudo de um caso laminar e como os objetivos são a maximização do número de Nusselt (Nu_D) e a minimização do coeficiente de arrasto (C_D) para um problema com geometria variável, para os casos com turbulência é atualmente muito oneroso em tempo e recursos computacionais, executar simulações com a metodologia LES (*Large Eddy Simulation*) que necessita malhas extremamente refinadas e preferencialmente estruturadas nas regiões de parede. Uma série de testes de verificação fluidodinâmica e térmica foram realizados até se chegar no modelo escolhido. Desta forma, é usada uma modelagem que apresenta boa convergência e aproximação dos resultados experimentais.

4.1. Construção da malha para os casos com turbulência

Todas as geometrias e malhas foram construídas com o auxílio do programa de código aberto *Gmsh* em sua versão 2.16.0. Para a verificação do modelo, uma série de estratégias de refino local foram utilizadas na geração das malhas. Na seção 4.3 *Verificação do modelo computacional para os casos com turbulência*, é apresentado de forma detalhada o processo de construção e tomada de decisões quanto à estruturação da malha, até chegar ao modelo escolhido para a realização das simulações. Sempre com o uso de elementos retangulares, o refinamento em forma de cruz (Fig. 4.1) apresentou ótima convergência, porém trouxe um fator negativo de suma importância, o aumento drástico de células em regiões distante das paredes e que não são de grande interesse. Isto ocasionou um aumento nas necessidades computacionais tornando o código mais pesado e, portanto, levando maior tempo na aquisição de uma solução.

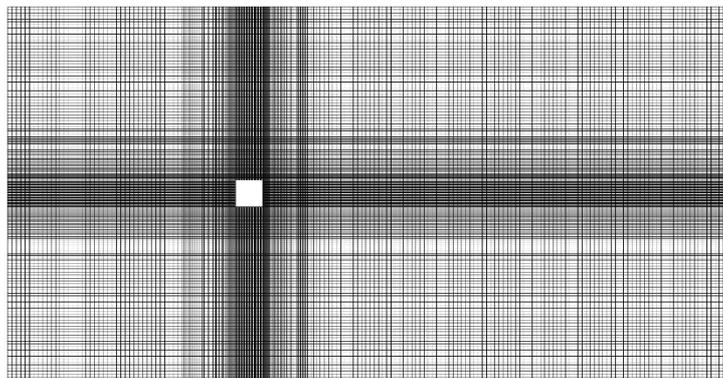


Figura 4.1 – Exemplo de refinamento de malha em cruz feita no Gmsh para verificação do modelo.

Além disso, este tipo de refinamento começa a ficar bastante difícil de se gerar quando a geometria do escoamento se torna mais complexa como é o caso do presente estudo. A criação da malha em “cruz” é impossível com o acréscimo de outros obstáculos que não estejam alinhados.

Assim, optou-se por um refinamento local no entorno do obstáculo, para capturar os maiores gradientes de velocidades e temperaturas nas regiões mais críticas, onde 200 células foram distribuídas uniformemente em cada linha de face do corpo rombudo até uma distância de $D/4$ de forma estruturada. A partir desta distância, a malha se torna não estruturada e mais grosseira para reduzir os requisitos computacionais. A Tabela. 4.1 mostra a quantidade de células distribuídas em cada linha do domínio enquanto que a Fig. 4.2 ilustra o detalhe do refinamento local utilizado.

Tabela 4.1 – Número de células em cada linha do domínio.

| Face | Nº de células |
|---------------------|----------------|
| Entrada | 160 |
| Saída | 160 |
| Simetria superior | 80 |
| Simetria inferior | 80 |
| Aresta do corpo* | 200 |
| Total aprox. | 420.000 |

* Cada aresta do corpo rombudo possui 200 células para um total de 800 células ao seu redor.

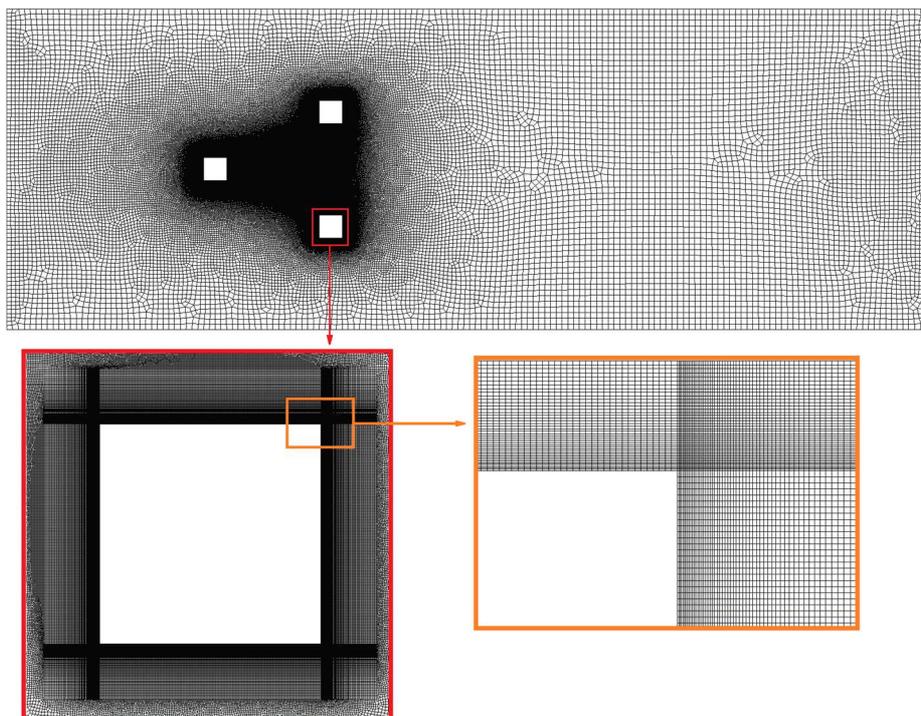


Figura 4.2 – Malha e detalhe do refinamento local utilizado em torno do corpo rombudo.

4.2. Parâmetros do CFD

As Eqs. (3.1) – (3.12) são resolvidas através do software comercial de dinâmica dos fluidos computacional ANSYS FLUENT® em sua versão acadêmica 18.0 que é baseado no método de volumes finitos (MVF) (ANSYS, 2017). Utiliza-se nas simulações volumes finitos retangulares com malhas de aproximadamente 420.000 volumes conforme descrito na seção anterior.

O *solver* é baseado na pressão e a simulação é executada em regime transiente com passo de tempo $t = 0,0005$ s. O modelo de turbulência empregado é o *SST* ••• ajustado com os valores padrão do programa e o acoplamento pressão-velocidade é realizado com o uso do algoritmo SIMPLE-C (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations - Consistent*). Para o tratamento dos termos advectivos emprega-se o esquema de interpolação *Upwind* de segunda ordem para as equações de conservação de quantidade de movimento, energia, e taxa de dissipação específica. Para o termo de energia cinética turbulenta o esquema *Upwind* de primeira ordem apresentou uma convergência mais rápida sem comprometer a solução fluidodinâmica do problema, enquanto que para a pressão foi utilizado o esquema de segunda ordem. São empregados fatores de sub relaxação para a pressão (0,3), quantidade de movimento (0,7), energia cinética turbulenta (0,8) e taxa de dissipação específica (0,8). Para os resíduos, a Tab. 4.2 mostra o valor máximo, entre duas iterações, para que a solução fosse considerada convergida.

Tabela 4.2 – Valores máximos de resíduos aceitos para cada parâmetro.

| Parâmetro | Valor Máximo |
|-------------------------------|---------------------|
| Massa | 1×10^{-5} |
| Quantidade de movimento | 1×10^{-6} |
| Energia | 1×10^{-8} |
| Energia cinética turbulenta | 1×10^{-6} |
| Taxa de dissipação específica | 1×10^{-6} |

As simulações são executadas em duas etapas, a primeira consiste no atingimento de um regime estabilizado (ponto em que o comportamento fluidodinâmico e térmico passa a apresentar repetições no tempo). Por se tratar de um problema de turbulência e com altas não linearidades, o escoamento nunca atinge um regime permanente com campos sem flutuação no tempo, mas pode ser observado um padrão de comportamento médio das variáveis primárias (velocidade, pressão e temperatura) no tempo. Portanto, após este padrão ser alcançado, a segunda etapa da simulação é

realizada com a opção de obtenção das estatísticas no tempo ativada, ou seja, são coletadas as estatísticas da turbulência a cada passo de tempo. Isto permite a análise dos campos médios de temperatura, velocidade, pressão entre outros já com o escoamento estabilizado, evitando assim utilizar dados de quando o escoamento ainda não havia atingido o obstáculo. A Figura 4.3 ilustra o atingimento do regime estacionário para casos selecionados da verificação do modelo computacional, utilizando como parâmetro o número de Nusselt médio na face leste (BC) do corpo rombudo. Estes casos bem como todos os demais são detalhados na seção 4.3. *Verificação do modelo computacional para os casos com turbulência.*

Observa-se de maneira geral, com exceção do Caso 1 (que possui uma malha grosseira) que entre 1 e 1,5 segundos o regime estabilizado é atingido, fato constatado pela repetição das estruturas na curva do resultado. Por isso para assegurar a estabilidade do escoamento, as simulações deste trabalho serão executadas sem a coleta das estatísticas temporais até 2 segundos. A segunda etapa da simulação é então realizada por mais 2 segundos, agora com aquisição das estatísticas temporais.

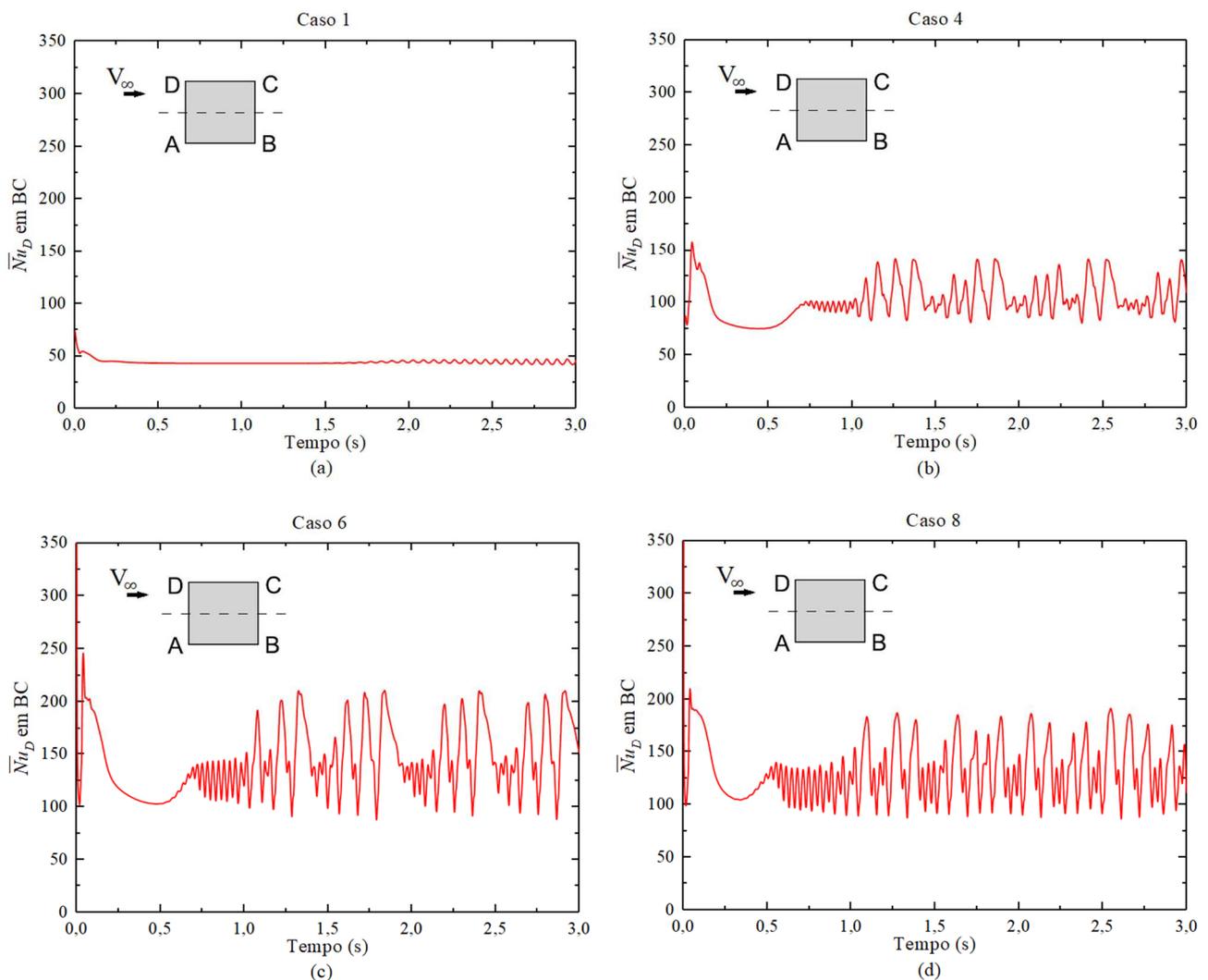


Figura 4.3 – Nu_D médio na face BC para: (a) Caso 1; (b) Caso 4; (c) Caso 6 e (d) Caso 8.

As simulações para a verificação foram realizadas usando-se computadores com processador hexa-core Intel core i7 5820K de 3,3 GHz e com 16GB de memória RAM, configurados para utilizar todos os núcleos com a paralelização padrão do Fluent®. O tempo de processamento aproximado para as simulações variou entre 54 e 80 horas, de acordo com a complexidade da malha empregada.

4.3. Verificação do modelo computacional para os casos com turbulência

Para a verificação do modelo computacional, uma série de estratégias de construção da malha e discretização do domínio foi adotada. Um total de 8 casos com turbulência foram rodados. É importante ressaltar que mesmo com o caso em regime laminar verificado conforme realizado no estudo preliminar de Teixeira et al. (2016), é sabido que simulações numéricas em regime turbulento são muito mais exigentes em termos computacionais. Estes casos necessitam malhas melhor construídas, especialmente nas regiões de paredes, para representarem de maneira correta o comportamento fluidodinâmico e termodinâmico do escoamento. O presente estudo, baseia-se nos trabalhos experimentais de Igarashi (1985) e Lyn et. al. (1995) para a validação do modelo e nos trabalhos numéricos de Bouris e Bergeles (1999), Perng e Wu (2007), Ranjan e Dewan (2015) e Chen e Xia (2017) para a verificação. Todos avaliam um escoamento turbulento sobre um único corpo rombudo quadrado.

Tomando-se apenas as dimensões nas coordenadas cartesianas em $x(L)$ e $y(H)$, vale ressaltar que o domínio usado por Perng e Wu (2007) é ligeiramente diferente ($H=27D$ e $L=10D$) dos demais ($H=14D$ e $L=26D$), mas aqui, o escoamento ocorre no eixo y , o que faz com que os dois casos tenham comportamentos aproximados. Os autores utilizaram o eixo y em seu estudo porque também analisavam os efeitos de empuxo com mecanismo auxiliar em oposição, algo que não é abordado no presente trabalho.

Aqui, cabe relatar que Perng e Wu (2007) foi o primeiro trabalho ao qual o estudo atual buscou como verificador do modelo numérico. Porém, este trabalho foi abandonado em benefício do uso de estudos mais atuais. Por isso apenas as dimensões deste domínio são utilizadas nos casos 1 e 2. A partir do caso 3, o domínio assume as proporções utilizadas por Ranjan e Dewan (2015) e Chen e Xia (2017).

Devido à baixa complexidade da geometria e dos domínios utilizados para a validação/verificação, a malha de elementos triangulares empregada na verificação em regime laminar foi substituída por malhas estruturadas, sempre que possível, e de elementos retangulares que melhor se adaptam à geometria do problema. Esta mudança também pode se transcrever em redução do custo computacional quando a malha em uso é 100% estruturada, uma vez que, devido as células

computacionais estarem bem alinhadas, os cálculos de fluxos são mais facilmente executados pela unidade de processamento pois são geradas equações mais simples para os esquemas de interpolação.

A modelagem numérica em todos os casos seguiu de maneira geral como já descrita anteriormente na seção 4.2 *Parâmetros do CFD*. Entre os 8 casos de verificação rodados, apenas ligeiras alterações nos fatores de sub-relaxação e tamanho do passo de tempo foram realizadas visando apenas garantir a convergência dos resultados dentro da precisão pretendida. Excluindo-se estas alterações, permaneceram inalterados o modelo de turbulência, acoplamento pressão-velocidade e esquemas de tratamento dos termos advectivos bem como os valores máximos de resíduos admitidos entre duas iterações consecutivas.

A validação/verificação é realizada em dois âmbitos, o fluidodinâmico e o térmico. Para o fluidodinâmico, a malha deve ser capaz de representar corretamente os campos de velocidade e pressão. Foi escolhido para esta tarefa então, o comportamento médio no tempo, da velocidade que passa pela linha de centro do corpo rombudo no sentido do escoamento, ou seja, uma linha reta horizontal que atravessa o domínio em seu centro vertical. Para a verificação térmica, o parâmetro escolhido é a média no tempo do número de Nusselt local em cada face do obstáculo. Notadamente, os estudos numéricos de fenômenos de turbulência apresentam grande sensibilidade à estrutura da malha nas zonas de parede, e por isso requerem extenso refinamento nesta região.

Além da análise gráfica comparativa com diversos autores, que busca observar a consistência física dos resultados adquiridos, será calculado o erro relativo percentual para o campo de velocidades entre o presente trabalho e o trabalho de Lyn et. al. (1995) para a validação fluidodinâmica. Para a parte térmica, é realizada uma verificação calculando-se o erro relativo médio com o estudo numérico de Ranjan e Dewan (2015). A escolha destes trabalhos se dá em função de utilizarem os mesmos números de Reynolds e Prandtl do estudo atual, tornando a comparação tão justa quanto possível. Porém, vale destacar que para a verificação térmica, os resultados de Chen e Xia (2017) com modelagem RANS *SST* e uma malha tridimensional de 4,4 milhões de células à $Re_D = 22.050$ (praticamente o mesmo utilizado no presente trabalho), apresentam diferenças da ordem de 12,27% frente à Ranjan e Dewan (2015) com modelagem PANS *SST* e malha tridimensional de 1,4 milhões de células à $Re_D = 22.000$. Portanto desvios desta magnitude serão tolerados.

Outro parâmetro importante de se observar em fenômenos de turbulência é o perfil y^+ que se constitui de uma distância adimensional de parede definida por:

$$y^+ = \frac{u_* y}{\nu} = 0 \quad (3.3)$$

onde: u_* é a velocidade de atrito, y é a distância da parede e ν é a viscosidade cinemática.

É uma medida utilizada para determinar o baixo ou alto refinamento de uma malha. De maneira geral, um valor de y^+ baixo é desejável, porém há recomendações de uso específico dependentes do tipo de modelo de turbulência empregado. Modelos $\bullet\bullet\bullet$ devem utilizar em geral $100 < y^+ < 300$ com a implementação de funções de parede, já modelos de turbulência $\bullet\bullet\bullet$ requerem que este valor fique em torno de $y^+ = \sim 1$ (Wilcox, 2006).

Desta forma, com as definições dos parágrafos anteriores em mente, pode ser visto a seguir uma sequência de malhas geradas com estratégias e refinamentos diferentes afim de atingir dois objetivos principais interligados: resultados condizentes com os trabalhos à que são comparados, e criação de malha que necessite o menor esforço computacional possível, bem como, com estruturas que permitam a sua geração em domínios mais complexos como os encontrados em arranjos triangulares de corpos rombudos. Como já mencionado, foram executados 8 casos de verificação. A Tabela 4.3 apresenta um resumo das malhas criadas, onde *Auxiliar 1* e *2* são linhas interiores do domínio que permitem maior refinamento ao redor dos obstáculos.

Tabela 4.3 – Número de células em cada linha do domínio para os casos de verificação.

| Linha | Nº de células | | | | | | | |
|--------------------------|---------------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 | Caso 4 | Caso 5 | Caso 6 | Caso 7 | Caso 8 |
| Entrada e Saída | 110 | 180 | 120 | 310 | 500 | 560 | 160 | 160 |
| Simetrias | 470 | 280 | 170 | 390 | 770 | 610 | 80 | 80 |
| Faces do corpo | 20 | 50 | 20 | 30 | 60 | 200 | 200 | 200 |
| Auxiliar 1 | - | - | - | - | - | - | 60 | 70 |
| Auxiliar 2 | - | - | - | - | - | - | 60 | 30 |
| Total aprox. | 51.000 | 48.000 | 20.000 | 120.000 | 386.000 | 301.000 | 107.500 | 107.500 |
| Tempo de Sim. (h) | 12 | 11 | 5 | 30 | 61 | 42 | 26 | 28 |

4.3.1. Caso 1 – Malha estruturada com refinamento horizontal

Inicialmente seria criado um domínio com as mesmas dimensões utilizadas na avaliação geométrica de escoamento laminar, apresentado em Teixeira et al. (2016), medindo $10D$ na entrada e saída do escoamento e $50D$ nas regiões de simetria superior e inferior. Porém, buscando sempre a redução do custo computacional como também refletir os estudos com o qual se pretende verificar, as regiões de simetria foram reduzidas para $26D$ tal qual Perng e Wu (2007). Este trabalho utilizava um escoamento à $Re_D = 5.000$ (diferentemente da proposição atual de $Re_D = 22.000$) e como mencionado anteriormente, a orientação do escoamento era paralela ao eixo y . Após a alteração do trabalho ao qual se pretendia utilizar como verificador do modelo computacional, a malha que já havia sido criada foi apenas reorientada para um escoamento paralelo ao eixo x . O domínio gerado com suas principais dimensões pode ser visto na Fig. 4.4.

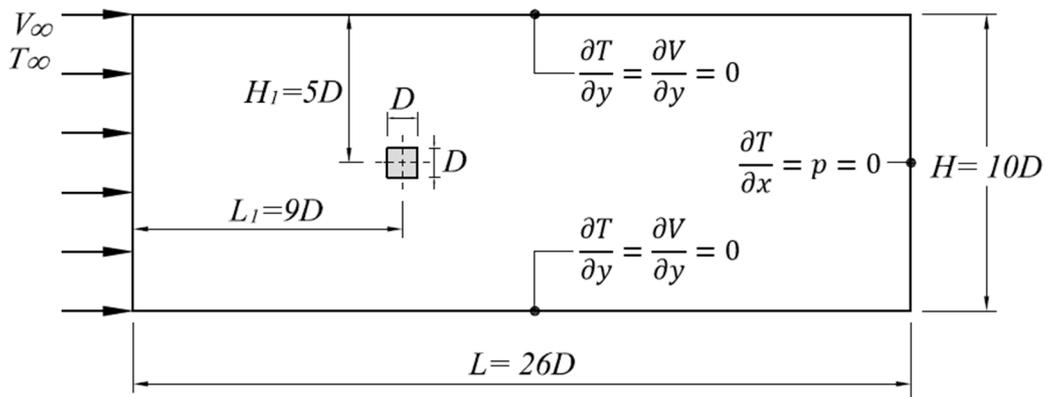


Figura 4.4 – Domínio computacional utilizado para o Caso 1.

Neste primeiro caso, uma malha completamente estruturada, porém bastante rudimentar foi proposta onde apenas a região central paralela ao escoamento possui uma densidade superior de células. A Figura 4.5 ilustra a malha empregada neste caso, cujos detalhes quanto a quantidade de células computacionais atribuídas à cada superfície do domínio já foram detalhas na Tab. 4.3.

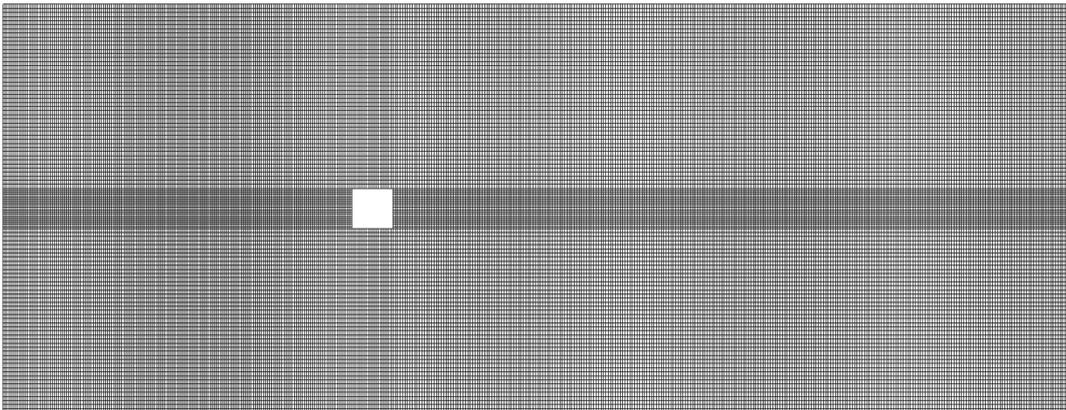


Figura 4.5 – Malha empregada para o caso 1.

A simulação é executada e os resultados são comparados com a literatura existente conforme os parâmetros fluidodinâmicos e térmicos mencionados anteriormente.

A Figura 4.6(a) nos mostra que a malha empregada atinge resultados muito aquém do que é esperado no teste fluidodinâmico, com erro relativo médio para o campo de velocidades de 75,07% comparados aos dados experimentais de Lyn et.al. (1995). Vale lembrar que em um problema advectivo dominante, a má determinação do campo de velocidades impacta diretamente no campo de temperaturas. Portanto pode-se esperar de antemão que os resultados térmicos também serão insatisfatórios visto que eles são extremamente dependentes do campo de velocidades. Embora o comportamento da velocidade a montante do obstáculo siga rigorosamente os resultados

experimentais e numéricos comparativos, a curva a jusante deixa claro que a malha empregada é grosseira e incapaz de representar o gradiente do campo de velocidades corretamente. O indicativo de que a malha está pouco refinada, especialmente na região de parede, é o fato da curva ter de forma vaga a tendência correta, mesmo que muito distante dos resultados experimentais e numéricos registrados por outros autores. Conforme previsto anteriormente, a Fig. 4.6(b) demonstra que a verificação térmica não atingiu uma aproximação satisfatória. Da mesma forma que para a velocidade, a curva que representa o número de Nusselt local nas faces do obstáculo possui vagamente a tendência correta. Mas usando-se de comparação os resultados experimentais, nota-se rapidamente que o resultado atingido não tem consistência física, uma vez que, mesmo com um $Re_D = 22.000$ para o caso rodado, em nenhuma face o valor de Nu_D é superior ou próximo à Igarashi (1985) com $Re_D = 18.500$. Comparando-se aos dados numéricos, o erro relativo médio ficou em 47,79% em comparação à Ranjan e Dewan (2015).

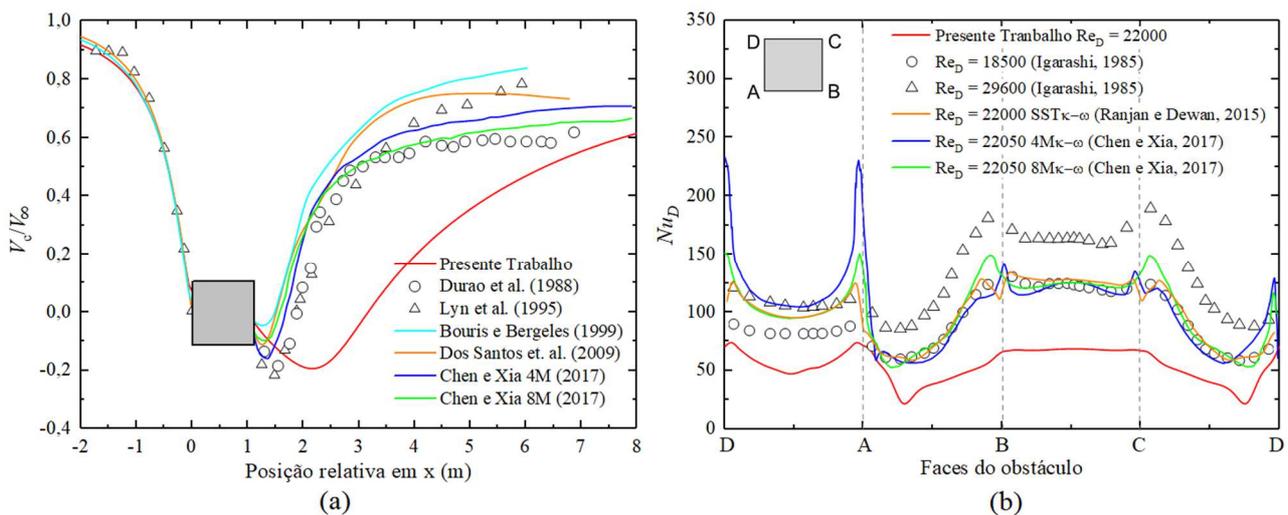


Figura 4.6 – Caso 1: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local.

Com o intuito de mostrar que a malha empregada no caso 1 é grosseira o perfil y^+ na parede do obstáculo é apresentado na Fig. 4.7. Claramente como já indicava as verificações realizadas, a malha empregada é muito grosseira na região da parede, atingindo y^+ superior a 50 em alguns pontos e mantendo uma média de 22,29 nas quatro faces.

Desta forma uma nova estratégia de malha foi pensada para os Casos 2 e 3 que rodaram simultaneamente. Estes dois casos possuem uma diferença na dimensão de seus domínios, uma vez que o Caso 2 reflete o domínio visto em Perng e Wu (2007) e o Caso 3 reconstrói de forma bidimensional o domínio tridimensional usado por Ranjan e Dewan (2015) excluindo apenas a coordenada cartesiana z .

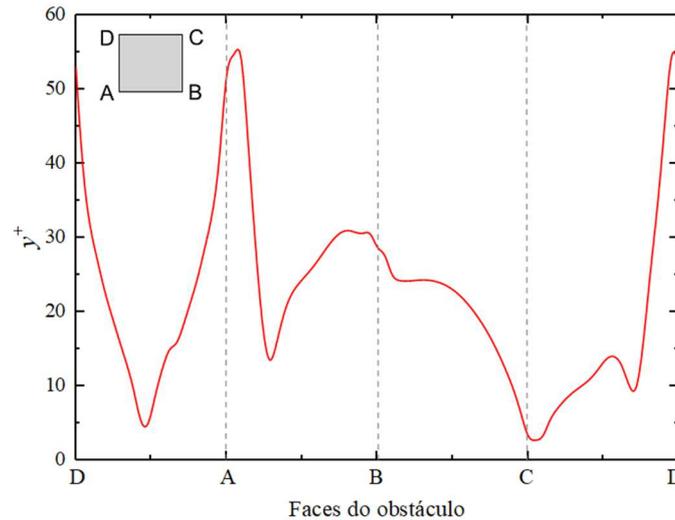


Figura 4.7 – Caso 1: Perfil instantâneo y^+ na região de parede.

4.3.2. Caso 2 – Malha estruturada com refinamento progressivo em “cruz”

No caso 2, o domínio utilizado foi o mesmo do caso anterior, mas desta vez, a malha gerada usa um refinamento progressivo em forma de cruz observado na Fig. 4.8. Esta malha continua completamente estruturada e embora o número de células nas regiões de simetria tenha sido reduzido em aproximadamente 40%, a quantidade de células computacionais nas regiões de entrada e saída é acrescida em mais de 60%, ou seja, paralelas ao escoamento. Desta forma, o número de células totais se manteve próximo ao do caso anterior, além disso, o refinamento progressivo aumenta gradualmente a densidade de células nos eixos centrais x e y do obstáculo, que são as principais regiões de interesse das verificações.

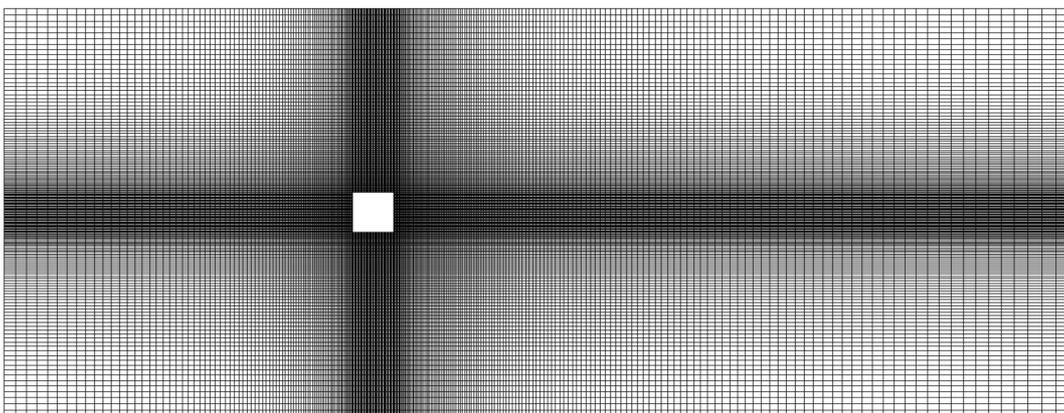


Figura 4.8 – Malha empregada para o caso 2.

Os resultados para este teste demonstraram melhora expressiva tanto na análise fluidodinâmica quanto térmica. A Figura 4.9(a) mostra que a nova estratégia de malhas com um maior refinamento nos eixos centrais do corpo, passando a ter 50 células em cada face, fez com que a velocidade na linha

de centro do corpo se aproximasse mais ao esperado, considerando-se os demais trabalhos comparados. Porém, a redução de células nas regiões de simetria, associado ao refinamento progressivo, fizeram com que rapidamente a malha se tornasse excessivamente grosseira. Isto é observado a partir de 2 metros após a face frontal do obstáculo, onde a solução atual passa a divergir e não acompanhar mais a tendência presente na literatura, tendo um comportamento praticamente linear. Desta forma a solução fluidodinâmica apresentou erro relativo médio para o campo de velocidades de 48,81%. Como era de se esperar, para a verificação térmica o refinamento centralizado ao corpo também melhorou a distribuição do número de Nusselt na região da parede. Analisando-se a Fig. 4.9(b), pode-se notar que a face frontal do corpo (DA), que recebe o escoamento antes da formação de vórtices e do descolamento da camada limite, apresenta o comportamento esperado tanto em tendência quanto em ordem de grandeza. Observa-se que na face DA, o número de Nusselt calculado no presente trabalho à $Re_D = 22.000$ se mantém entre os dois resultados experimentais de Igarashi (1985) realizados com Re_D ligeiramente inferior e superior. Por outro lado, as demais faces do corpo não concordam com a literatura, podendo-se atribuir a isto o ainda baixo refinamento local, incapaz de captar de maneira correta os complexos fenômenos da turbulência. Aqui, o desvio relativo médio calculado nas quatro faces ficou em 21,65%, uma melhora considerável comparando-se ao caso 1.

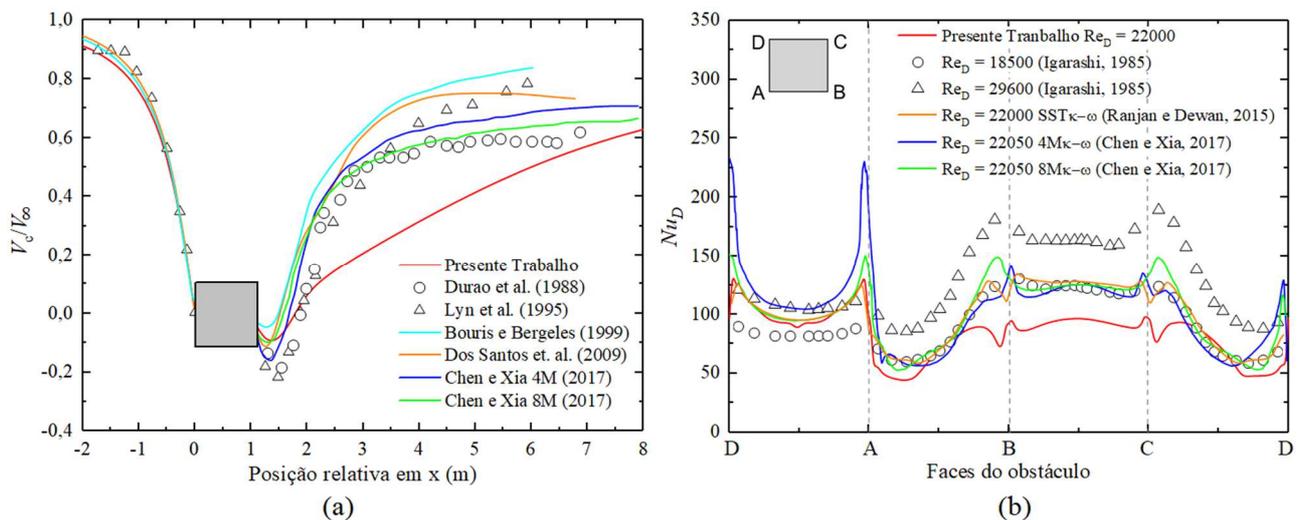


Figura 4.9 – Caso 2: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local.

A análise da Fig. 4.10 comprova que a malha na região de parede ainda está demasiadamente grosseira. O perfil y^+ atinge picos superiores a 20 com média global de 11,32, uma melhora considerável em comparação ao caso 1 mais ainda sugerindo a necessidade de um refinamento maior.

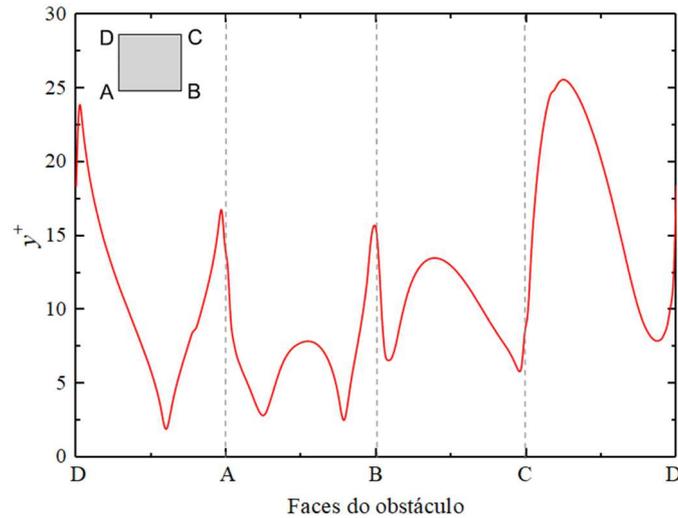


Figura 4.10 – Caso 2: Perfil instantâneo y^+ na região de parede.

4.3.3. Caso 3 – Malha estruturada com refinamento progressivo em “cruz”

O caso 3 procurou analisar a relevância da estratégia de refinamento frente ao número total de células computacionais, além disto, também foram realizadas algumas alterações no domínio. As alterações não devem afetar perceptivelmente os resultados buscados na verificação, mas foram realizadas para refletir de forma bidimensional o domínio utilizado por Ranjan e Dewan (2015) e Chen e Xia (2017) por serem trabalhos mais recentes e publicados em periódicos de alto fator de impacto. A Figura 4.11 ilustra a malha gerada para o caso 3 já no novo domínio de dimensões $H = 14D$ e $L = 26D$.

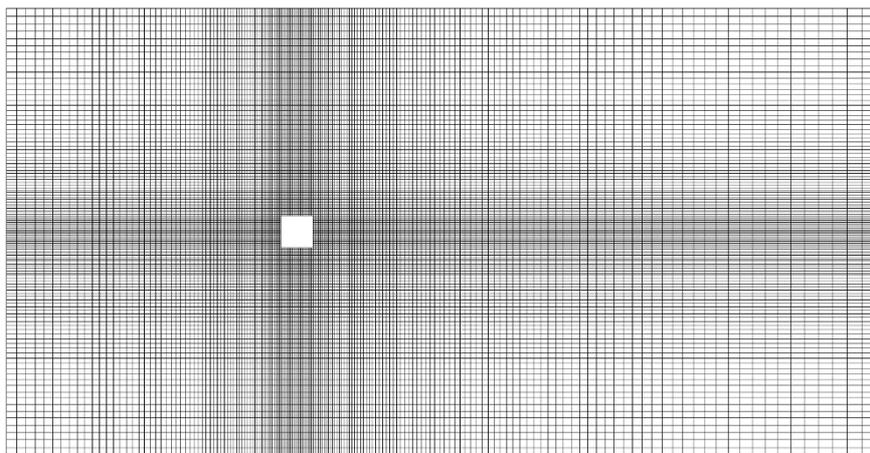


Figura 4.11 – Malha empregada para o caso 3.

Neste caso, optou-se por utilizar o mesmo tipo de refinamento progressivo em cruz visto no caso 2, porém com uma malha mais grosseira buscando a redução do tempo computacional. Isso foi realizado pois não se tinha certeza se as diferenças nos resultados estavam associadas somente a

discretização do domínio e pretendia-se avaliar a estratégia em si de refinamento progressivo em cruz. Além disto, este teste foi realizado com uma altura de domínio maior para verificar se esta dimensão poderia estar afetando a solução na região do cilindro.

Entretanto, as Figs. 4.12 (a) e (b) evidenciam que mesmo com o refinamento progressivo em cruz, a baixa densidade de células por todo o domínio e fundamentalmente na região de parede, tornou a solução pior, até quando comparada ao caso 1 em que possuía a mesma quantidade de células na face do obstáculo. Os erros relativos médios para o campo de velocidades e para o Nu_D na validação fluidodinâmica e na verificação térmica ficaram em 131,10% e 46,45% respectivamente.

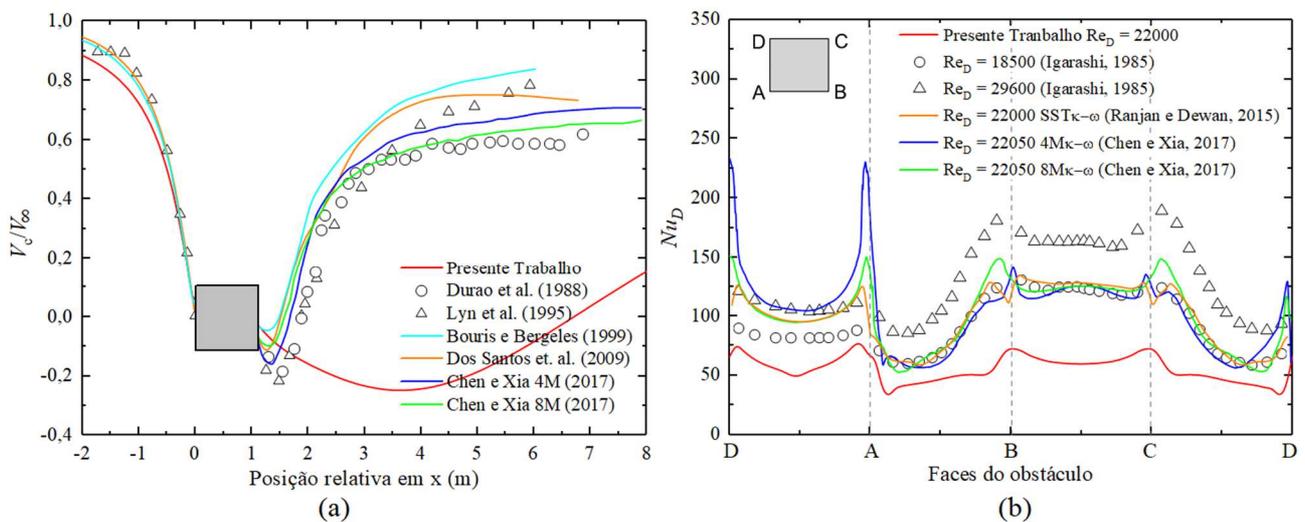


Figura 4.12 – Caso 3: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local.

Uma constatação interessante, porém, vem ao se verificar a Fig 4.13, em que apresenta o perfil y^+ para o caso 3. Pode-se notar que mesmo com uma malha contendo menos da metade de células computacionais do que no caso 1, os valores máximos de y^+ são consideravelmente inferiores, com uma média de 13,81. Este valor é superior ao encontrado no caso 2, mas muito inferior ao caso 1 o que comprova a performance promissora de malhas refinadas em cruz.

Com estes novos conhecimentos, uma nova estratégia de malha foi elaborada para os casos 4 e 5, buscando evitar o efeito de “degradação de qualidade” da malha causado pela progressão do refinamento. Embora o refinamento progressivo aumente a densidade de células na direção do corpo, de forma inversa causa uma redução à medida que se afasta, deixando a malha grosseira rapidamente.

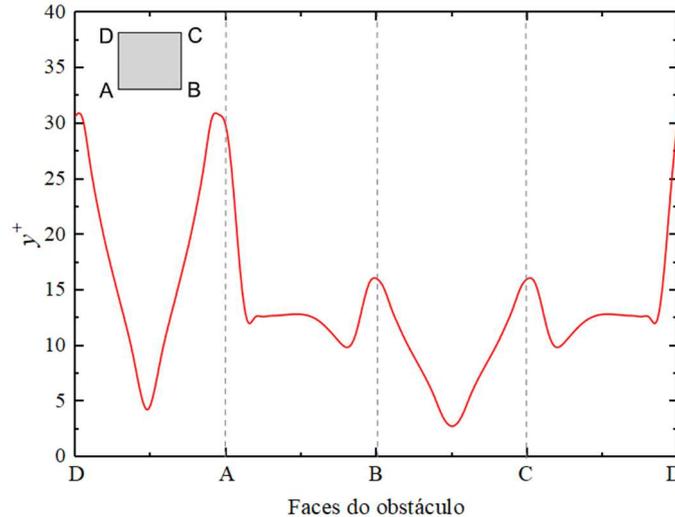


Figura 4.13 – Caso 3: Perfil instantâneo y^+ na região de parede.

4.3.4. Caso 4 – Malha estruturada com refinamento fixo em “cruz”

A nova estratégia empregada tanto para o caso 4 quanto para o caso 5, que será detalhado na próxima seção, foi a de uma malha estruturada com refinamento em cruz, porém desta vez sem progressão. O número de células computacionais na face do obstáculo foi passado à 30 (trinta células em uma dimensão de $1D$), mas em vez desta densidade ser reduzida tão logo se afaste do corpo rombudo, ela é mantida por mais $2D$ na direção de cada face. O resultado como pode ser visto na Fig 4.14 é o de uma malha que apresenta apenas células perfeitamente quadradas em uma área $5D \times 5D$ ao redor do obstáculo, e que utiliza células *stretched* (alongadas) regulares no restante do domínio.

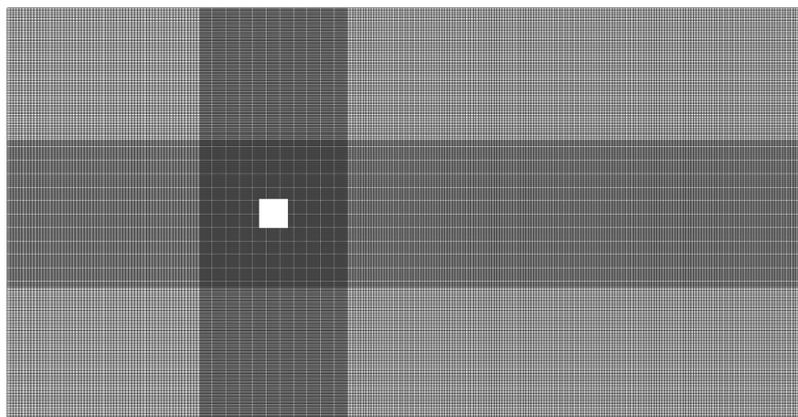


Figura 4.14 – Malha empregada para o caso 4.

Esta nova malha com duas vezes e meia a quantidade de células presente no caso 2 (melhor solução até então), também aumentou vertiginosamente o tempo de processamento necessário, custo este que se pagou com a sensível melhora na solução.

A Figura 4.15(a) ilustra o resultado do teste de validação fluidodinâmica em que a solução

tanto em forma quanto em ordem de grandeza atinge o esperado com baixíssimo erro relativo para uma simulação de escoamento turbulento, apenas 4,00% para o campo de velocidades, comparado a Lyn et. al. (1995). Nestes casos, desvios de 15% são toleráveis uma vez que as incertezas experimentais são até superiores. Como exemplo, observa-se ainda na Fig 4.15(a) que a maior diferença relativa entre os estudos apresentados, experimentalmente por Duraó et. al. (1988) e numericamente por Bouris e Bergeles (1999), chega a 37,7%.

Já para a verificação térmica, observa-se na Fig 4.15(b) que além da tendência correta, a solução se aproximou bastante dos resultados experimentais e numéricos quando comparada às soluções dos casos rodados anteriormente. Embora ainda apresente praticamente a mesma inconsistência física do caso 1, com valores de Nu_D inferiores aos dados experimentais de $Re_D = 18.500$, visto em Igarashi (1985), aqui o erro relativo médio se reduziu para 16,37%.

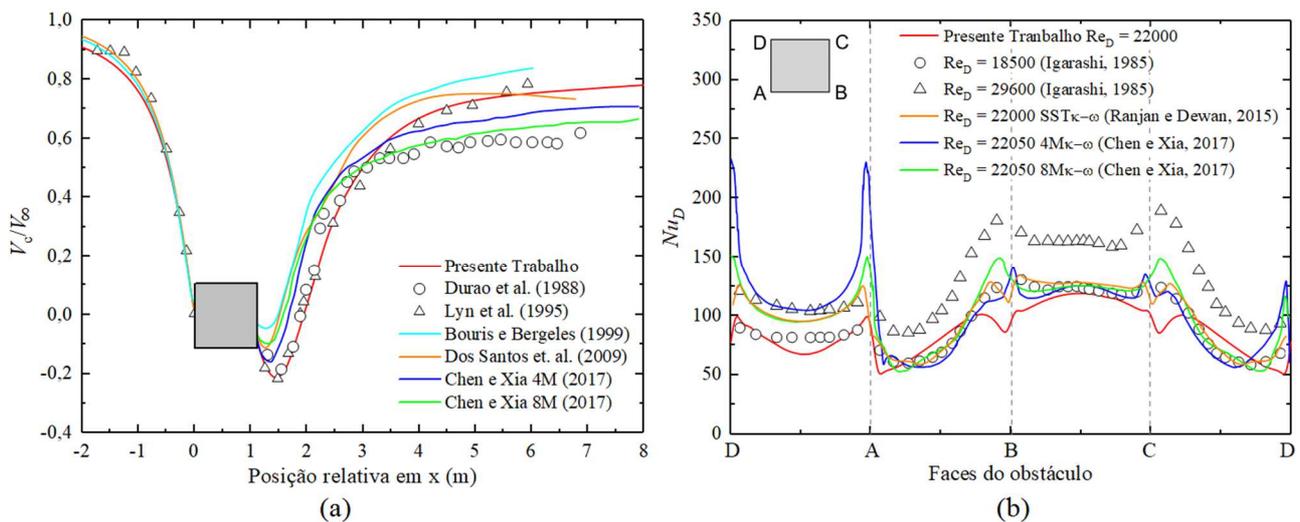


Figura 4.15 – Caso 4: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local.

A análise do perfil y^+ para este caso (Fig 4.16), continuou permitindo importantes conclusões. Embora a malha utilizada seja muito mais refinada do que as anteriores, este parâmetro avalia o nível de refinamento na região de parede e, portanto, com um valor médio de $y^+ = 15,66$ fica óbvio que uma densidade de apenas 30 células para cada dimensão D não é o bastante para representar os campos térmicos de forma adequada.

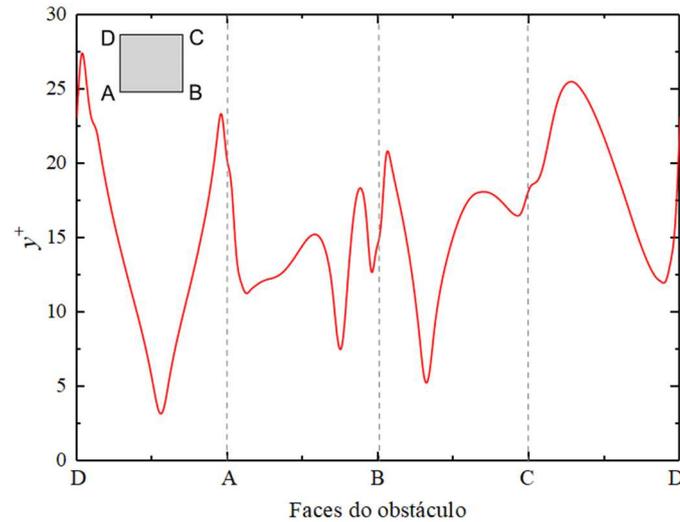


Figura 4.16 – Caso 4: Perfil instantâneo y^+ na região de parede.

4.3.5. Caso 5 – Malha estruturada com refinamento fixo em “cruz”

O caso 5 utiliza a mesma estratégia de construção da malha do caso 4, a diferença aqui, é o refinamento na região de parede que recebeu o dobro de células em cada face (60), isto fez com que a região de área $5D \times 5D$ ao redor do corpo rombudo quadruplicasse a sua quantidade. As demais faces do domínio também tiveram o número de células aumentadas de maneira praticamente proporcional, chegando-se a uma malha com aproximadamente 386.000 como mostra a Fig 4.17.

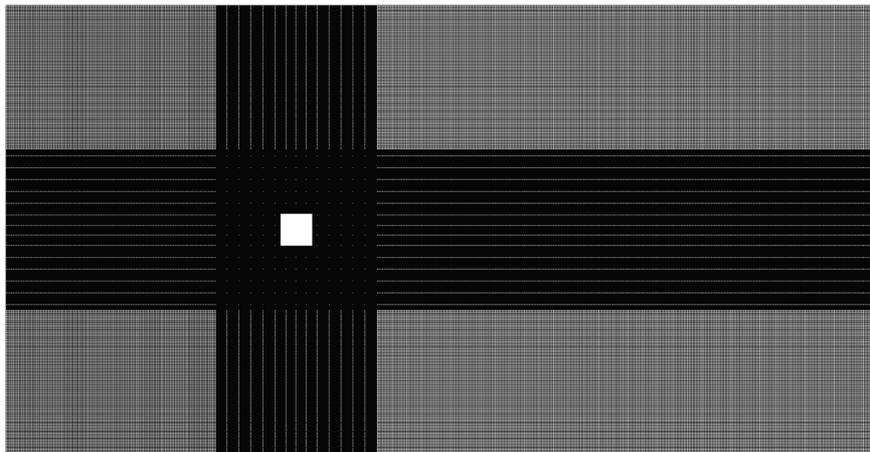


Figura 4.17 – Malha empregada para o caso 5.

Devido ao grande número de células, este caso se mostrou extremamente exigente em questões computacionais, necessitando o maior tempo de processamento entre todos os casos de validação/verificação executados.

A Figura 4.18(a) ilustra que mesmo com o amplo refinamento realizado na malha para este caso, o desvio relativo para o campo de velocidades da validação fluidodinâmica obteve aumento

considerável atingindo os 28,25%. A maior parte do desvio, como pode ser observado, se concentra na imediata região a jusante do corpo rombudo. O motivo preciso para este acontecimento não pôde ser apurado, mas estima-se que a estratégia de construção da malha aliado a fatores inerentes ao modelo de turbulência possa ter por algum motivo acarretado em uma pequena difusão numérica na região de maior refinamento. Por outro lado, a verificação térmica aproximou ainda mais os resultados esperados quando comparada ao caso 4, apresentando erro relativo médio para o número de Nusselt nas faces do obstáculo de apenas 5,77% quando comparado a Ranjan e Dewan (2015), conforme a Fig. 4.18(b).

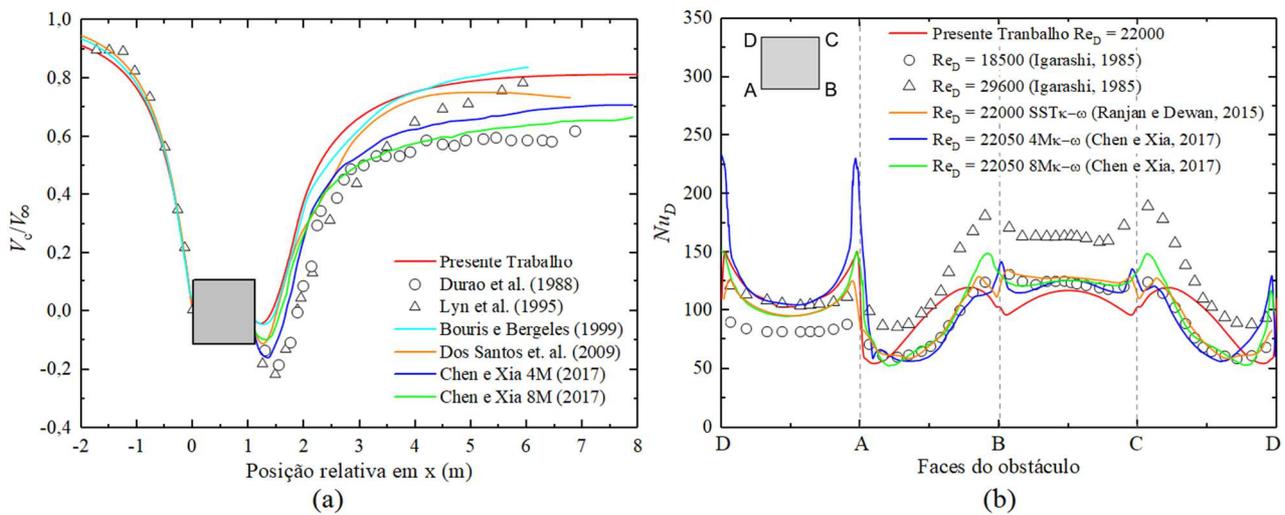


Figura 4.18 – Caso 5: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local.

Assim como nos casos anteriores, a avaliação do perfil y^+ auxilia à determinar um bom refinamento na região de parede. A Figura 4.19, portanto, nos mostra que a malha permanece grosseira e que mesmo o uso de 60 células nas faces não são suficientes para uma correta determinação dos campos de velocidade, pressão e temperatura. Calculando-se o y^+ médio nas quatro faces do obstáculo, é encontrado o valor de 9,23, o menor até então para este parâmetro, mas ainda distante do valor unitário pretendido.

Após a análise dos casos 4 e 5, novamente uma nova estratégia de malha teria de ser investigada. Desta vez buscando minimizar o custo computacional e melhorar as aproximações com os resultados experimentais e numéricos.

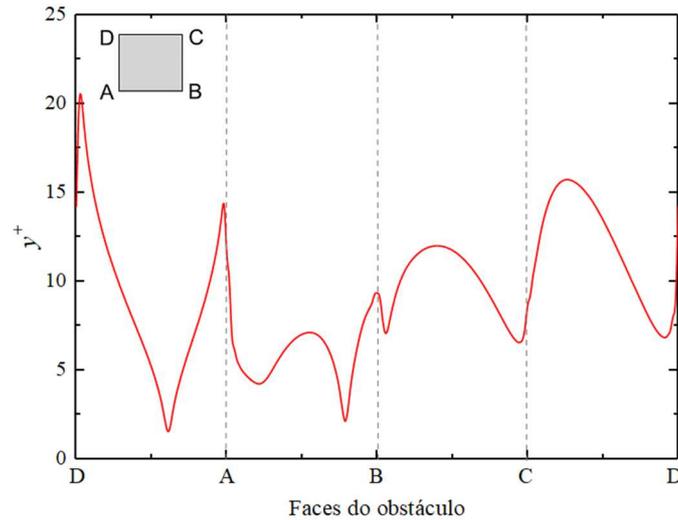


Figura 4.19 – Caso 5: Perfil instantâneo y^+ na região de parede.

4.3.6. Caso 6 – Malha estruturada com refinamento progressivo parcial em “cruz”

Utilizando-se de todos os conhecimentos adquiridos até aqui, optou-se por criar uma mescla das duas estratégias de malhas geradas anteriormente (casos 2 e 3, refinamento progressivo em cruz e casos 4 e 5, refinamento fixo em cruz). Esta nova estratégia trata-se de um grande refinamento fixo nos eixos cartesianos x e y do corpo rombudo, com 200 células computacionais em cada face, seguido de um refinamento progressivo até a distância de $2,5D$ do centro do corpo, posição em que a malha atinge a sua região mais grosseira, sendo assim estendida até o fim do domínio em cada direção.

A Figura 4.20 ilustra a malha gerada com um total aproximado de 301.000 células para todo o domínio e o detalhe do refinamento local com as linhas de criação expostas para facilitar a compreensão das regiões descritas anteriormente.

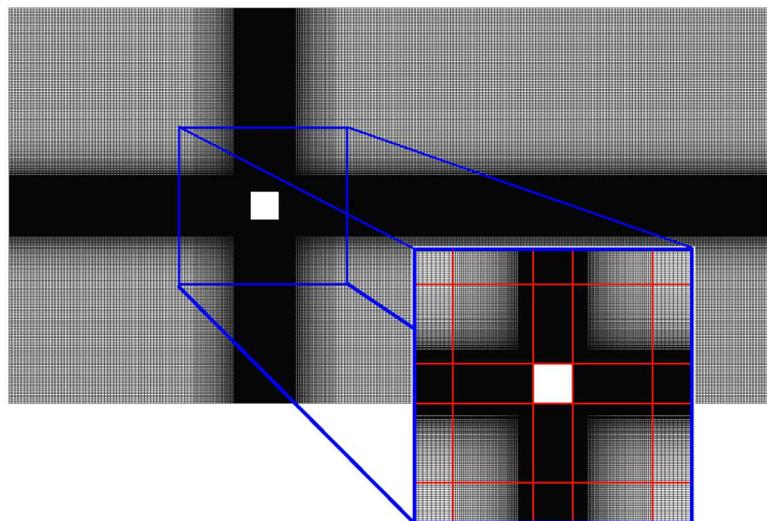


Figura 4.20 – Malha empregada para o caso 6 com detalhe do refinamento local.

A malha gerada realmente apresentou comportamento intermediário às duas estratégias ao qual se baseou. Embora a solução não tenha sido particularmente superior concomitantemente na validação fluidodinâmica e na verificação térmica quando comparados aos melhores casos de cada uma, de modo geral os resultados ficaram mais concisos e os erros relativos médios mais próximos. Observando-se a Fig 4.21(a), nota-se comportamento fluidodinâmico com a tendência esperada, chegando a um desvio de 9,69% para o campo de velocidades, pior apenas que o caso 4, mas dentro de uma faixa aceitável para esse tipo de problema. Já na verificação térmica (Fig 4.21(b)), o desvio relativo médio encontrado foi de 9,86%, pior apenas que o caso 5. Analisando-se as médias dos desvios de todos os casos rodados (média simples entre o erro da validação fluidodinâmica e da verificação térmica), fica evidente que esta estratégia de malha foi a melhor empregada até o momento, com erros relativos médios combinados de 9,78% contra 10,19% para o caso 4, que é o segundo melhor no geral usando-se este parâmetro, mas que se apresentou fisicamente inconsistente no comportamento térmico.

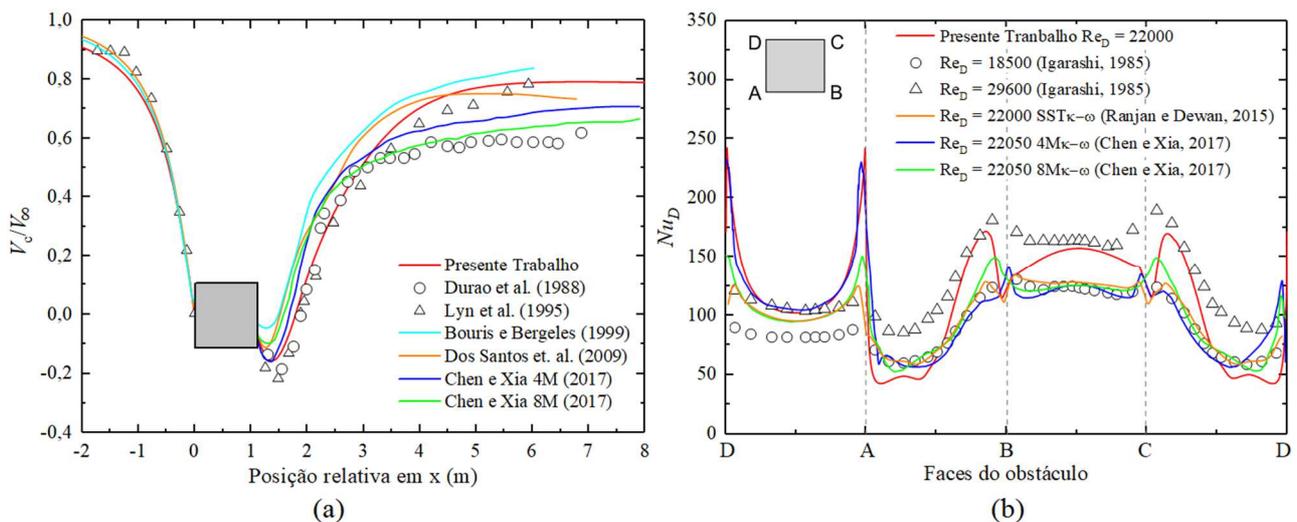


Figura 4.21 – Caso 6: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local.

Além disso, o perfil y^+ na parede do corpo rombudo para o caso 6, também apresentou melhora expressiva, tendo pela primeira vez picos máximos inferiores à 8 como mostra a Fig 4.22. O valor médio nas quatro faces do obstáculo ficou tão baixo quanto $y^+ = 2,09$.

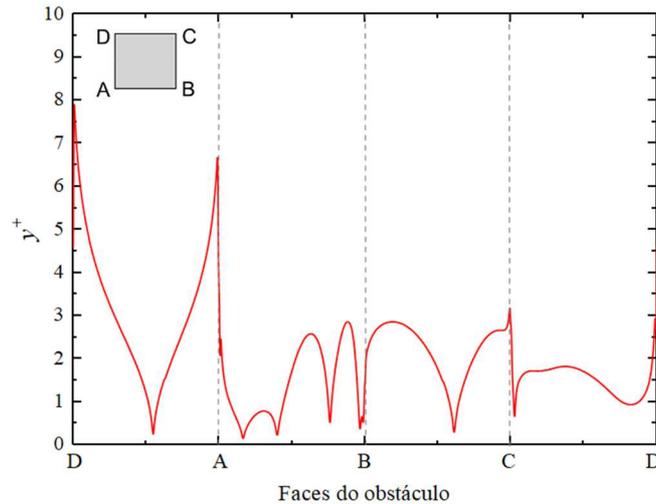


Figura 4.22 – Caso 6: Perfil instantâneo y^+ na região de parede.

O caso 6 comprovou que tanto o modelo matemático quanto o modelo numérico são capazes de representar com boa acuracidade o fenômeno em estudo. Os seis casos simulados até aqui demonstraram que a correta solução do problema tem forte dependência da malha empregada, acima de tudo, na região de parede. Um novo refinamento nesta última estratégia de malhas poderia alcançar resultados ainda mais próximos dos casos verificadores ao custo do aumento do tempo de processamento computacional. Mas embora esta estratégia seja muito promissora na análise de um único corpo rombudo, a capacidade de se implementar refinamentos em cruz com a presença de dois ou mais obstáculos começa a ficar comprometida, especialmente se eles não estiverem perfeitamente alinhados no mesmo eixo. Isto é exatamente o que ocorre no presente trabalho, onde objetiva-se avaliar três obstáculos quadrados que se encontram arranjados em forma triangular.

O caso 4 nos mostrou que uma malha razoavelmente grosseira nas regiões afastadas da parede pode ainda assim representar o comportamento fluidodinâmico de forma correta. Já o caso 6 evidencia que um alto refinamento na região da parede (200 células na face) é capaz de captar os campos térmicos dentro da faixa esperada. Estas informações, associadas a necessidade de redução do custo computacional e à inviabilidade do uso de refinamento em cruz nos casos com arranjo triangular de corpos rombudos, fizeram com que uma nova estratégia de geração de malha fosse pensada. Para reduzir a quantidade de células computacionais, o uso de malhas totalmente estruturadas foi substituído por malhas não estruturadas na corrente livre, mas com grande refinamento local estruturado nas regiões de parede, como será observado no caso 7 a seguir.

4.3.7. Caso 7 – Malha não estruturada com refinamento local totalmente estruturado

No caso 7, o uso de uma malha totalmente estruturada foi abandonado. O principal motivo, foi o de encontrar uma malha que possa se adaptar a geometrias mais complexas e variáveis, como a

inclusão de outros dois corpos rombudos além do já presente nos casos de validação/verificação, sem comprometer demasiadamente a qualidade da solução. Neste caso, duas zonas são criadas. A zona não estruturada da malha circunda uma região auxiliar no entorno do corpo rombudo e possui relativamente um baixo refinamento, sendo colocados 160 células nas linhas referentes à entrada e saída do domínio, e apenas 80 células nas regiões de simetria. É importante notar que essas quantidades não se mantêm constantes ao longo do domínio, uma vez que a malha não é estruturada. A zona auxiliar, que acompanha o perímetro do corpo rombudo a uma distância de $D/4$ de cada face, abrange toda a região de parede e utiliza malha estruturada com alto refinamento. Aqui, são 200 células colocadas na face do corpo, e 60 células perpendicularmente dispostas com refinamento progressivo na dimensão $D/4$ (chamados de linhas auxiliares 1 e 2). Esta estratégia permitiu a redução da quantidade total de células computacionais em quase $2/3$, se comparado ao caso 6, chegando-se a uma malha com aproximadamente 107.500 células. A Figura 4.23 ilustra a malha utilizada, com o detalhe na zona auxiliar.

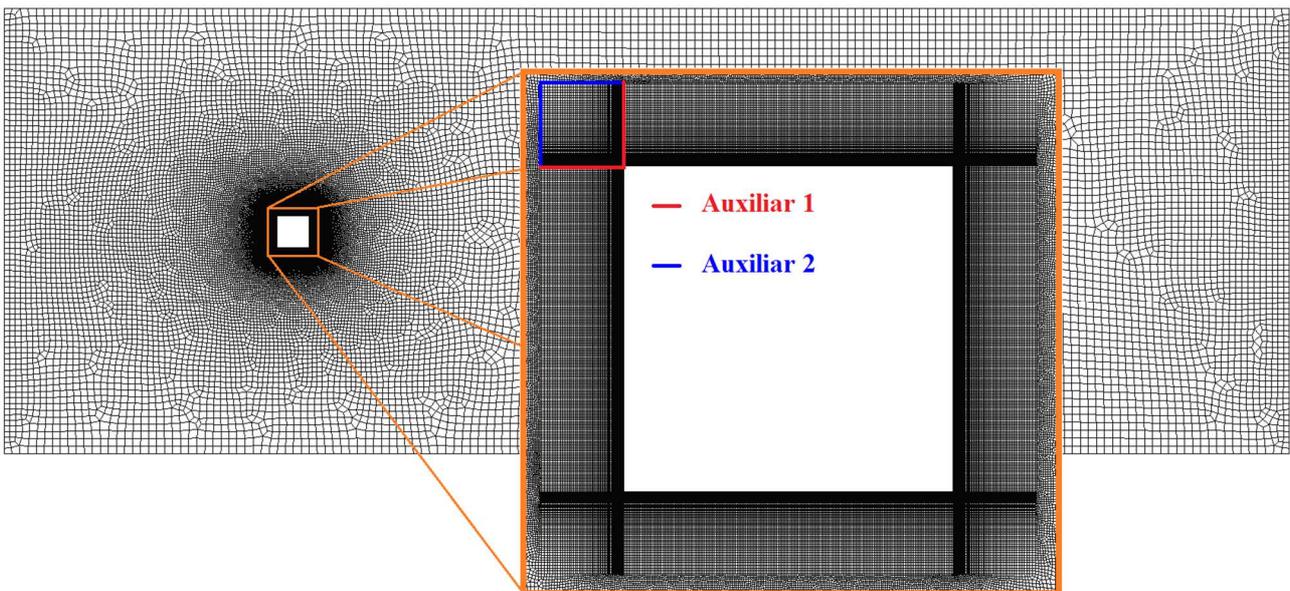


Figura 4.23 – Malha empregada para o caso 7 com zoom no refinamento local.

Mesmo com a completa modificação da estratégia de construção da malha, a solução foi convergida satisfatoriamente. Na Figura 4.24(a) vemos que mesmo com o uso da malha não estruturada na região de corrente livre, a linha de solução segue a tendência correta alcançada por malhas muito mais refinadas nos casos anteriores. O erro relativo na validação fluidodinâmica alcançou os 14,85% para o campo de velocidades comparado a Lyn et.al. (1995), mas dada a redução na quantidade de células e, portanto, no tempo computacional necessário para rodar o caso, este erro pode ser tolerado. Para a verificação térmica, a Fig 4.24(b) que ilustra o valor local para o número de Nusselt, é possível observar que a linha de solução segue bastante próxima ao esperado por todas as

faces do obstáculo. Isto se comprova pelo erro relativo médio, calculado em 5,93% quando comparado a Ranjan e Dewan (2015).

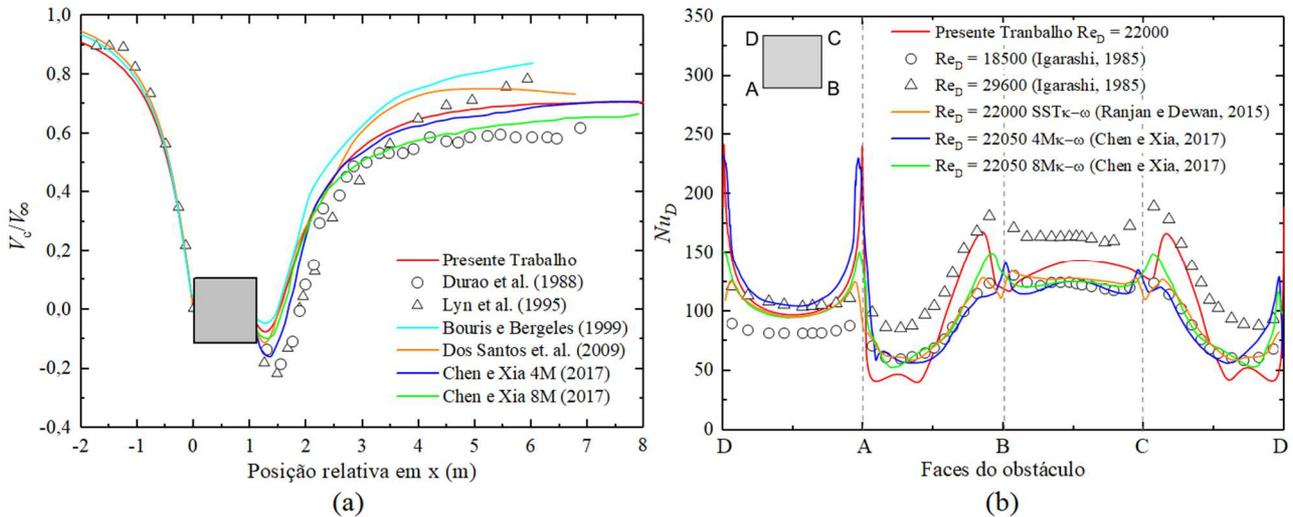


Figura 4.24 – Caso 7: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local.

Neste caso, em função do amplo refinamento realizado na região de parede, observa-se na Fig. 4.25 que finalmente o perfil y^+ atingiu o valor buscado, com uma média de apenas 0,90 e picos máximos inferiores a 5. Isto garante que o refinamento já está no nível requerido para a correta representação dos fenômenos da turbulência na região de parede.

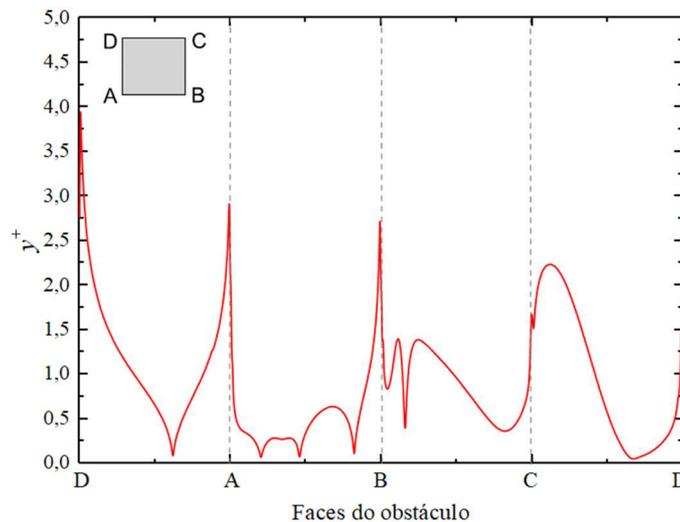


Figura 4.25 – Caso 7: Perfil instantâneo y^+ na região de parede.

Portanto, a próxima estratégia de geração de malha foi elaborada para utilizar os pontos fortes da estratégia do caso 7, além de tentar reduzir ainda mais o número de células computacionais, mantendo ou aumentando significativamente a qualidade das soluções.

4.3.8. Caso 8 – Malha não estruturada com refinamento local parcialmente estruturado

A malha do caso 8 foi criada utilizando praticamente a mesma construção da malha do caso 7. A quantidade de células na entrada, saída e regiões de simetria foram mantidas exatamente idênticas, e ao redor da zona auxiliar a malha continuou de forma não estruturada. Na face do obstáculo foram mantidas as 200 células, porém agora as linhas auxiliares 2 receberam apenas 30 células. Esta medida foi tomada para manter o alto refinamento apenas ao redor do corpo rombudo, sem as regiões de extenso refinamento nas quinas do obstáculo, presentes no caso 7, buscando a redução de grandes quantidades de células não necessárias. Para compensar essa redução nas linhas auxiliares 2, o que poderia gerar uma região pouco refinada nas pontas do corpo rombudo, as linhas auxiliares 1 receberam 10 células a mais, para um total de 70, garantindo uma boa densidade delas nas quatro quinas do obstáculo. O resultado final destas alterações não apresentou grande diferença no número total de células, que permaneceu em aproximadamente 107.500, porém, com o maior refinamento perpendicular à parede, esperava-se um aprimoramento na solução. Esta modificação é destacada na Fig. 4.26.

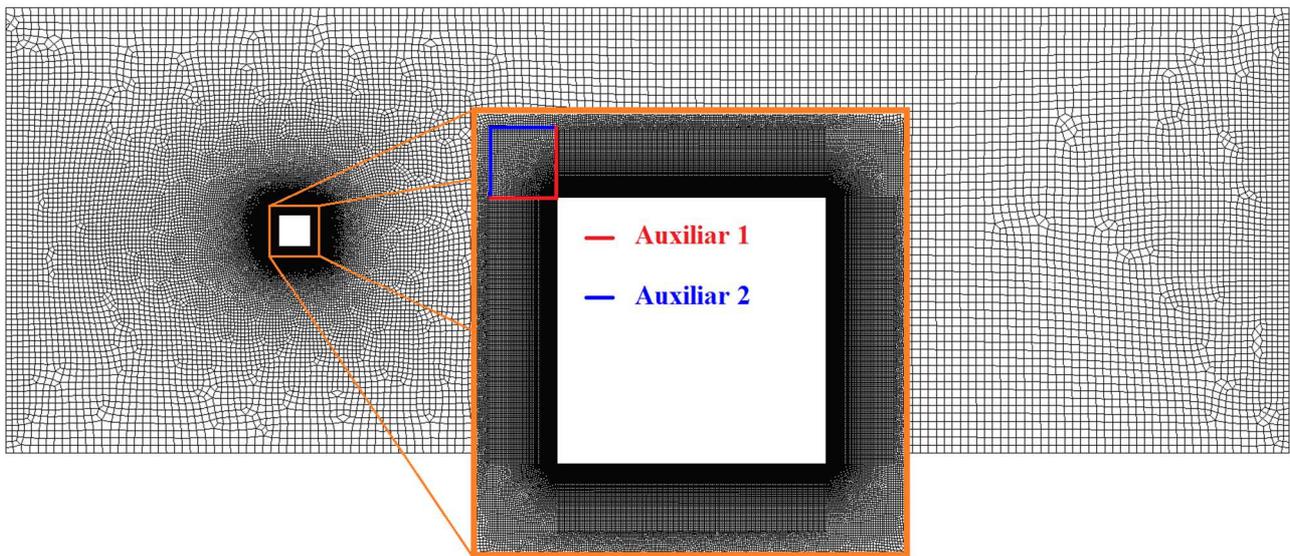


Figura 4.26 – Malha empregada para o caso 8 com zoom no refinamento local.

Com a simulação executada, nenhuma diferença apreciável é claramente notada apenas com os gráficos comparativos plotados. As Figuras 4.27(a) e (b) para a validação fluidodinâmica e verificação térmica respectivamente, de fato não demonstram qualquer alteração de comportamento para as curvas de solução em comparação ao caso 7. Entretanto, calculando-se os desvios relativos médios, encontra-se uma pequena piora fluidodinâmica, com 17,04%. Este fato pode ser atribuído à perturbação gerada pela desestruturação da malha nas pontas do obstáculo, que além disso, não gerou

o efeito esperado de redução do número de células. Em contrapartida, o maior refinamento nas linhas auxiliares 1 (perpendiculares à face do corpo rombudo), aproximaram mais a solução termodinâmica que atingiu o menor erro relativo médio entre todos os casos, 4,34%.

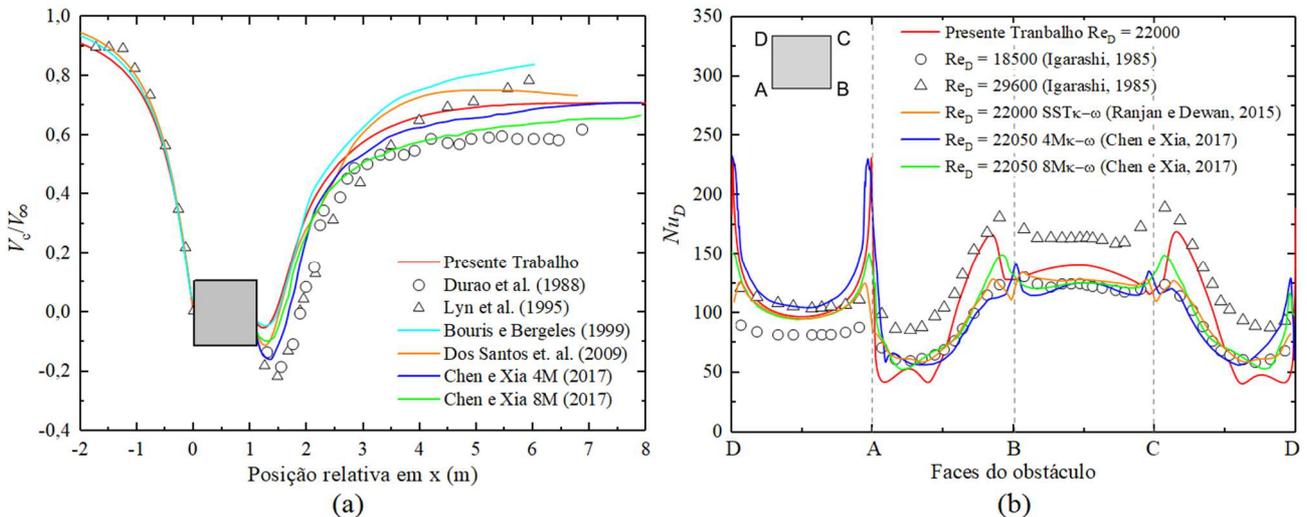


Figura 4.27 – Caso 8: (a) Velocidade média na linha de centro; (b) Número de Nusselt local.

Como mencionado anteriormente, a melhoria da solução térmica associada ao maior refinamento na região de parede é comprovada pela avaliação de seu perfil y^+ na Fig. 4.28. Este caso apresenta os menores picos máximos, não ultrapassando o valor 3 na escala, bem como a menor média nas quatro faces, com apenas 0,67.

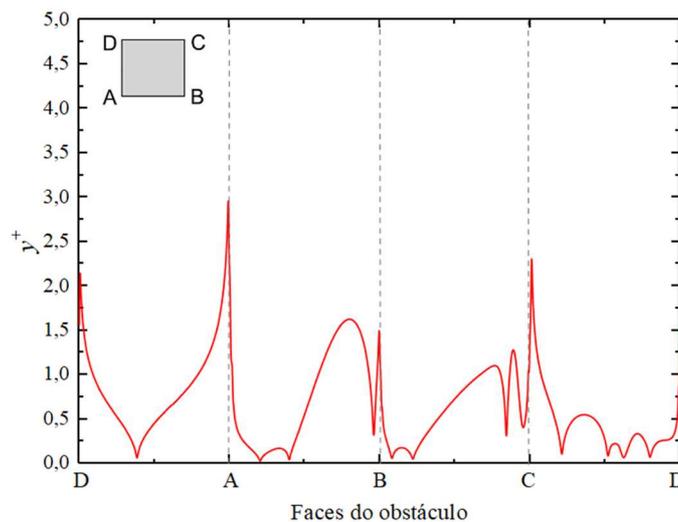


Figura 4.28 – Caso 8: Perfil instantâneo y^+ na região de parede.

4.3.9. Resumo dos resultados para a verificação

Pôde-se concluir para este estudo de validação/verificação, que os casos 1 a 6 serviram de

base para encontrar o nível de refinamento necessário próximo as paredes para alcançar resultados consistentes com a literatura. Os casos 7 e 8 ajustaram a malha para se adaptar à geometria variável que o presente trabalho aborda. A Tabela 4.4 apresenta um resumo geral dos oito casos simulados e compara quando possível com a literatura existente e usada de base.

Tabela 4.4 – Comparação dos resultados preliminares com a literatura

| Fonte | Parâmetros | | | |
|-------------------------------------|--------------|-------------|--------------|----------------|
| | Nu_g | C_D | St | Técnica |
| Hilpert (1933) ¹ | 115,8 | - | - | Correlação |
| Sparrow et. al. (2004) ¹ | 162,5 | - | - | Correlação |
| Igarashi (1985) ² | 107,6 | 2,31 | 0,14 | Experimental |
| Durao (1988) ² | - | - | 0,133 | Experimental |
| Franke e Rodi (1991) | - | 2,05-2,23 | - | Experimental |
| Lyn et. al. (1995) | - | 2,1 | 0,126-0,132 | Experimental |
| Bouris e Bergeles (1999) | - | 2,18 | 0,134 | LES |
| Wiesche (2006) | 156,2 | - | 0,19 | LES |
| Ranjan e Dewan (2015) | 100,4 | 1,97 | 0,129 | PANS SST ••• |
| Chen e Xia (2017) | 101,5 | - | 0,134 | SST - LES |
| Verificação - Caso 1 | 54,7 | - | - | SST ••• |
| Verificação - Caso 2 | 81,4 | 2,40 | 0,131 | SST ••• |
| Verificação - Caso 3 | 55,8 | 1,61 | 0,092 | SST ••• |
| Verificação - Caso 4 | 87,3 | 2,11 | 0,126 | SST ••• |
| Verificação - Caso 5 | 102,1 | 2,22 | 0,137 | SST ••• |
| Verificação - Caso 6 | 114,4 | 2,24 | 1,21 | SST ••• |
| Verificação - Caso 7 | 107,0 | 2,30 | 0,125 | SST ••• |
| Verificação - Caso 8 | 106,7 | 2,28 | 0,127 | SST ••• |

¹ Valores calculados através de coeficientes adquiridos experimentalmente

² Não é mencionada a incerteza de medição

A aquisição dos dados destes oito casos permitiu, após análise, gerar informação suficiente para a escolha da estratégia de geração de malhas a ser empregada na continuidade do presente trabalho. A malha escolhida aqui, é a do caso 7, uma vez que ela aproximou os resultados da literatura com erros relativos médios inferiores a 15% tanto na validação fluidodinâmica, quanto na verificação térmica proposta.

Além disso, conforme pode ser visto ainda na Tab 4.4, os erros relativos do caso 7 para o número de Nusselt global (Nu_g) médios no espaço e no tempo, coeficiente de arrasto (C_D) e número

de Strouhal (St) (que relaciona a frequência do desprendimento de vórtice pela velocidade do escoamento) são de apenas 0,56%, 0,43% e 10,71%, respectivamente, quando comparado aos experimentos de Igarashi (1985). A comparação com Lyn et. al. (1995), também se mostra satisfatória, com desvios de 9,52% para o C_D e 0,79% para o St . Já nas verificações com trabalhos numéricos, o caso 7 apresenta desvio relativo médio de 5,50% para o C_D e 6,72% para o St frente à Bouris e Bergeles (1999), bem como 5,42% para o Nu_g em comparação com Chen e Xia (2017), que utiliza uma malha massiva de 8,8 milhões de células.

5. RESULTADOS

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos para o trabalho. Conforme já mencionado anteriormente este estudo é composto por dois graus de liberdade, o passo longitudinal (S_L/D) e o passo transversal (S_T/D), descritos nos capítulos precedentes. O domínio é o mesmo utilizado na verificação do modelo numérico para casos com turbulência conferidos no Capítulo 4 e os parâmetros da simulação são os mesmos descritos na seção 4.2 *Parâmetros do CFD*. Foram selecionados quatro valores para as razões $S_L/D = 2,0; 3,0; 4,0$ e $5,0$ e os mesmos quatro valores para as razões S_T/D totalizando dezesseis simulações completas (4 segundos de simulação em cada caso). Vale destacar que o tempo médio de simulação nestes casos foi de aproximadamente 120 horas usando-se um computador com processador hexa-core Intel core i7 5820K de 3,3 GHz, com 16GB de memória RAM e configurado para utilizar os seis núcleos em processamento paralelo. A Figura 5.1 ilustra de maneira simplificada o arranjo dos corpos rombudos bem como a definição dos graus de liberdade para auxiliar a visualização e facilitar a compreensão dos resultados posteriormente exibidos.

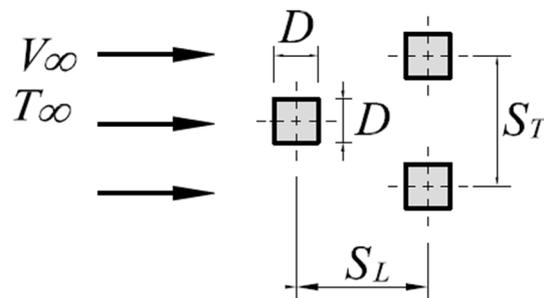


Figura 5.1 – Detalhe do arranjo dos corpos rombudos e dos graus de liberdade

5.1. Análise do problema fluidodinâmico

Inicialmente será analisado o desempenho fluidodinâmico de cada caso, usando para isso o coeficiente de arrasto (C_D) como parâmetro. Pensando-se do ponto de vista de engenharia, quanto maior o C_D , maior a energia necessária para, por exemplo, bombear o fluido mantendo a taxa de deslocamento. Portanto, um dos objetivos da análise geométrica do arranjo neste estudo é justamente a minimização do C_D . A Figura 5.2 ilustra o efeito da razão S_T/D sobre o C_D para $S_L/D = 2,0$ para os três corpos rombudos analisados e para a média do arranjo. Devido ao posicionamento específico do arranjo (em forma de triângulo), tendo sempre um obstáculo a montante, com os demais a jusante e alinhados entre si, é de se esperar que o obstáculo frontal apresente valores para os parâmetros

estudados diferentes dos posteriores. Isto pode ser constatado de maneira a exemplificar o comportamento na Fig. 5.2 que apresenta o C_D para cada corpo rombudo do arranjo. Nela também é possível notar o valor médio do C_D para o arranjo todo, ao qual será o parâmetro principal na análise fluidodinâmica. Aqui podemos notar claramente como o aumento do passo transversal (S_T/D), de forma geral, influencia negativamente o objetivo fluidodinâmico uma vez que quando este passa de $S_T/D = 2,0$ para $3,0$, o C_D médio absoluto do arranjo aumenta em aproximadamente 68,4%, para $S_T/D = 2,0$ e continua aumentando, mesmo que com menor intensidade para $S_T/D = 4,0$ e $5,0$.

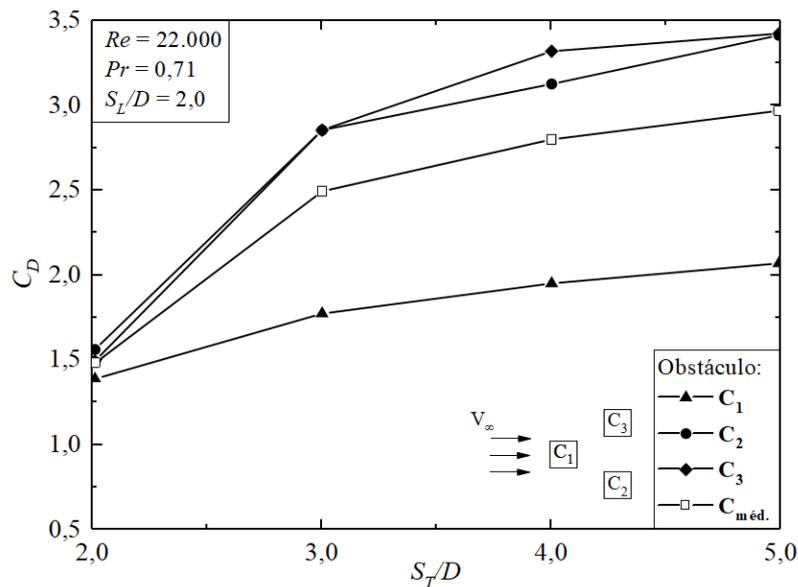


Figura 5.2 – Efeito da razão S_T/D sobre o coeficiente de arrasto (C_D) para cada corpo rombudo e $S_L/D = 2,0$.

A tendência de aumento do C_D com S_T/D era esperada uma vez que quando os corpos rombudos posteriores começam a se afastar da linha de centro, eles passam a formar praticamente uma parede de obstáculos e a receber diretamente em sua face o escoamento que transpõe o corpo rombudo frontal.

Porém, esta tendência não se mostrou verdadeira para todos os casos estudados. A observância da Fig. 5.3 que apresenta o C_D médio absoluto do arranjo em função de S_T/D para vários S_L/D , mostra nitidamente que em $S_L/D = 3,0$, o valor de C_D diminui quando S_T/D passa de $4,0$ para $5,0$, contrariando a tendência antes explanada. Atribui-se a isto, os efeitos de desprendimento de vórtices e descolamento de camada limite, que para este caso têm efeitos positivos na redução do C_D .

Além disso, nota-se que quando S_T/D é igual a $5,0$, vemos que $S_L/D = 3,0$; $4,0$ e $5,0$ apresentam uma diferença inferior à $0,6\%$ para o C_D absoluto, o que indicaria que nestas condições os corpos rombudos estariam sofrendo ação do fluido como se estivessem isolados e não mais dependentes do

arranjo geométrico, porém maiores investigações devem ser executadas com $S_L/D > 5,0$ para elucidar a questão.

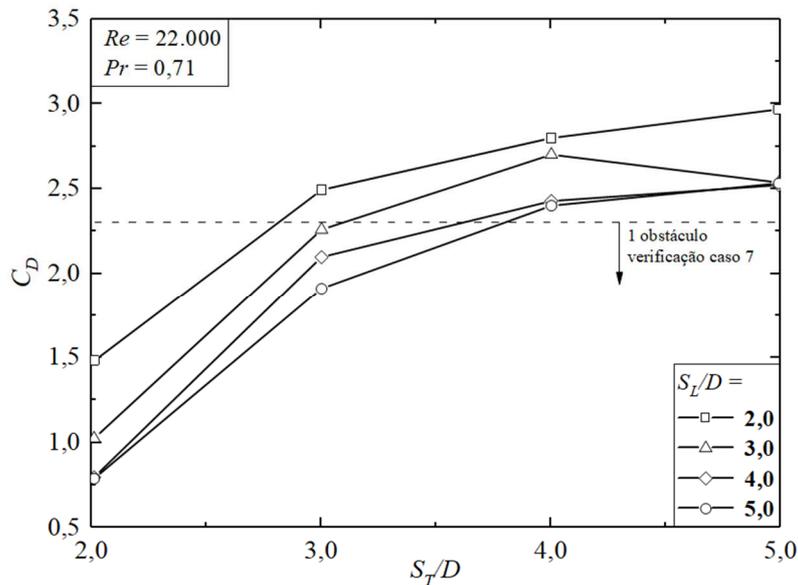


Figura 5.3 – Efeito da razão S_T/D sobre o coeficiente de arrasto (C_D) para várias razões de S_L/D .

Outra tendência observada na Fig. 5.3 é a redução do C_D com o aumento de S_L/D que ocorre visivelmente no gráfico em quase todas as razões de S_T/D . Como a intenção aqui é minimizar o coeficiente de arrasto, analisa-se a diferença para o C_D absoluto entre o melhor caso ($S_L/D = 5,0$ e $S_T/D = 2,0$) e o pior ($S_L/D = 2,0$ e $S_T/D = 5,0$) com o valor do melhor sendo 73,5% inferior ao pior. Realizando-se a mesma análise apenas em $S_T/D = 2,0$, que apresenta os menores valores de C_D para todos S_L/D (ou seja o coeficiente de arrasto uma vez minimizado $C_{D,m}$), o melhor caso representa uma redução significativa frente ao pior $C_{D,m}$, mas serão discutidos em maiores detalhes mais à frente. Por fim, destaca-se que o $C_{D,m}$ do arranjo (média entre os três obstáculos) mantém-se inferior ao C_D encontrado no caso de verificação onde há apenas um corpo rombudo sofrendo ação do escoamento.

A observação dos campos do escoamento também auxilia a compreender o comportamento do escoamento para diferentes arranjos em todo o domínio. A Figura 5.4, por exemplo, apresenta o campo médio de velocidades para os quatro casos simulados com $S_L/D = 3,0$. Este passo longitudinal é escolhido por apresentar o comportamento inesperado de redução do C_D em $S_T/D = 5,0$. Quando se analisa a Fig. 5.4 (a) ($S_T/D = 2,0$), nota-se que o arranjo praticamente comporta-se como um único obstáculo, fato este demonstrado pela baixa magnitude de velocidade a jusante do arranjo. Isto significa uma área de grande recirculação ocasionada pelo desprendimento de vórtices do conjunto de corpos rombudos. Quando S_T/D aumenta para 3,0 (Fig 5.4 (b)), esta zona passa a se dissipar, fruto da formação de um canal de escoamento entre o obstáculo a frontal e os posteriores. Em $S_T/D = 4,0$ (Fig. 5.4 (c)) o C_D atinge o seu máximo para este passo longitudinal, porém, quando observamos $S_T/D =$

5,0 (Fig. 5.4 (d)) pode-se constatar que há a formação de uma fenda de escoamento preferencial pelo meio dos corpos rombudos posteriores, o que evidencia a melhora do comportamento fluidodinâmico (redução do C_D).

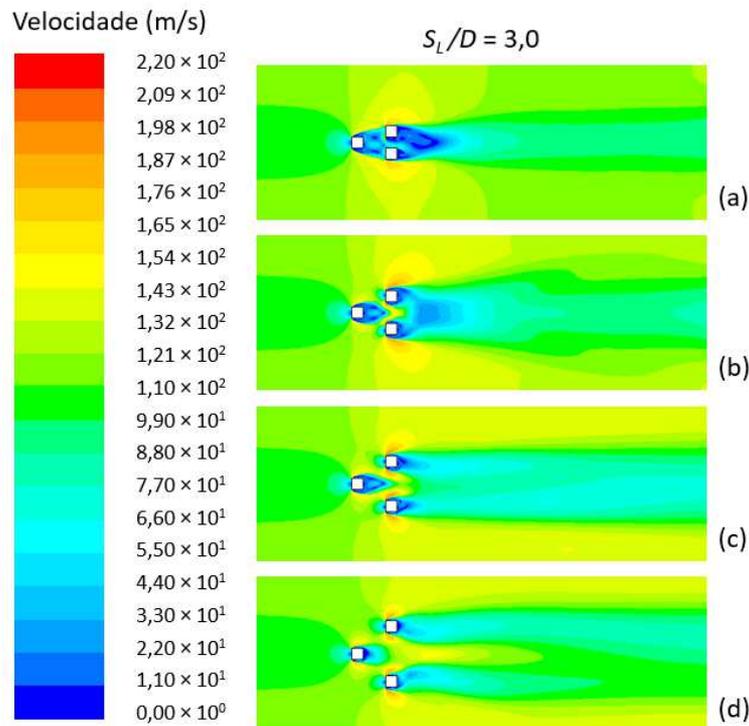


Figura 5.4 – Campos médios de velocidade para $S_L/D = 3,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$.

Ainda sobre o aspecto fluidodinâmico, as Figs. 5.5 (a) a (d) ilustram os campos médios de pressão para os mesmos casos abordados na Fig. 5.4.

É possível notar que em $S_T/D = 2,0$, os corpos rombudos posteriores encontram-se praticamente protegidos pelo corpo a montante, não recebendo a incidência do escoamento em suas faces diretamente e, portanto, sofrendo menor pressão. A geometria deste arranjo é suficientemente aerodinâmica a ponto de fazer com que formação de vórtices turbulentos pelo obstáculo frontal desvie dos obstáculos posteriores. Por isso, o C_D em $S_T/D = 3,0$ chega a ser 120,4% superior do que em $S_T/D = 2,0$, alcançando 163,3% em $S_T/D = 4,0$ e reduzindo-se a 142,5% em $S_T/D = 5,0$ em função dos motivos já discutidos anteriormente.

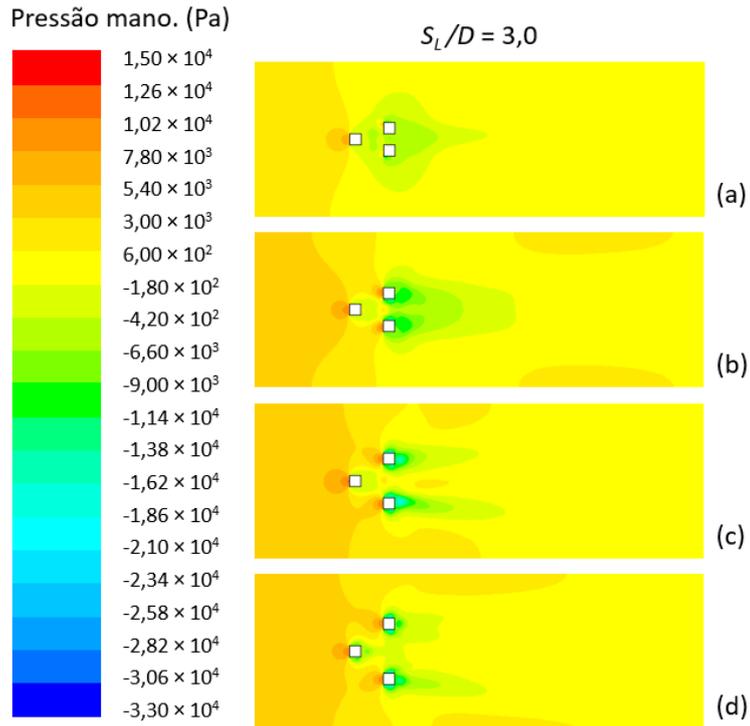


Figura 5.5 – Campos médios de pressão para $S_L/D = 3,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$.

De forma comparativa, apresenta-se nas Figs. 5.6 e 5.7, os campos médios de velocidade e pressão para $S_L/D = 5,0$.

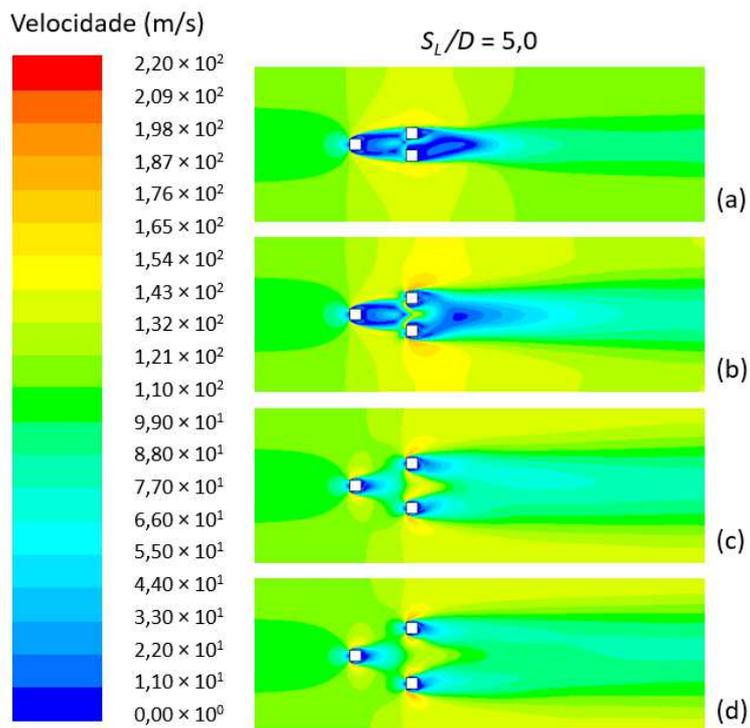


Figura 5.6 – Campos médios de velocidade para $S_L/D = 5,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$.

De maneira geral, é constatado em $S_L/D = 5,0$ um comportamento semelhante ao visto em $S_L/D = 3,0$. Porém, devido ao distanciamento longitudinal dos obstáculos, o que pode ser observado é que agora em $S_T/D = 2,0$ e $3,0$ (Figs. 5.6 (a) e (b)) há a presença de duas grandes áreas de recirculação e baixa velocidade relativa. Os vórtices gerados pelo corpo rombudo frontal possuem espaço suficiente para criar uma região de recirculação e baixa velocidade logo atrás de si e antes de alcançar os corpos posteriores. Não obstante, a pequena separação entre os corpos rombudos posteriores (baixos valores de S_T/D) causam um efeito de parede permitindo a geração de uma segunda área de intensa recirculação e baixas pressões como observado também na Fig. 5.7.

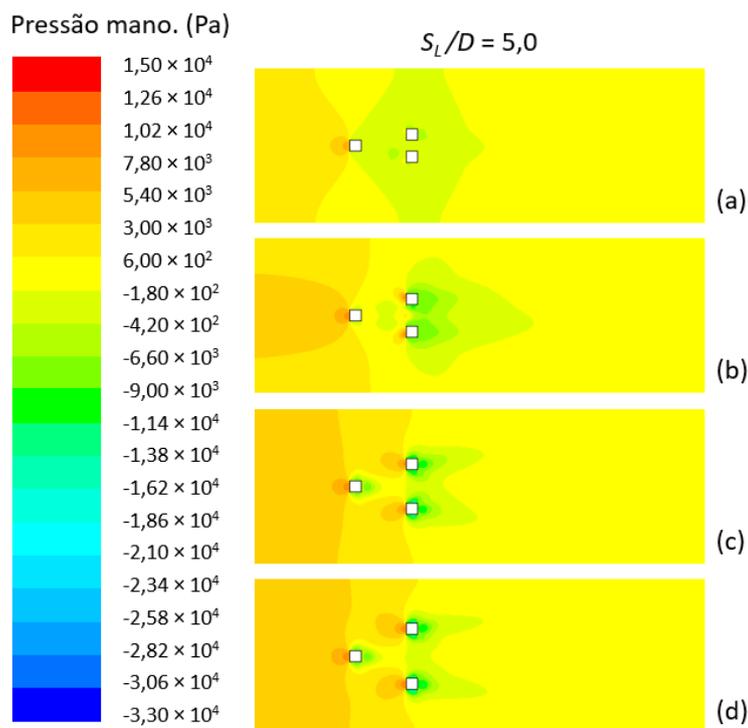


Figura 5.7 – Campos médios de pressão para $S_L/D = 5,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$.

Embora o interesse do trabalho esteja nos valores médios no tempo, por se tratar de um estudo de otimização geométrica, a visualização dos campos instantâneos do escoamento ajuda a visualizar o comportamento transiente do escoamento turbulento, como a formação da esteira de vórtices comentada anteriormente. Desta forma, as Figs. 5.8 e 5.9 ilustram os campos instantâneos de velocidade e pressão no instante $t = 4,0$ s, que também representa o final da simulação.

Como já explanado anteriormente na seção 2.2 *Abordagem da Turbulência*, a turbulência é um fenômeno naturalmente transiente e possui instabilidades de difícil previsibilidade. Por isso, quando olhamos o campo de velocidades instantâneo é possível ver claramente a esteira de vórtices nas Fig. 5.8 (a) e (d), mas esta não possui forma simétrica nem regular. Já nas Figs. 5.8 (b) e (c), é

difícil notar uma única esteira de vórtices pois, no instante $t = 4,0$ s para estes dois casos, o afastamento dos cilindros posteriores gerou vários caminhos preferenciais dos campos de velocidades entre os corpos rombudos levando a formação de múltiplas estruturas de escoamento que interagem entre si. Nota-se também um espalhamento maior das estruturas na direção perpendicular a direção preferencial do escoamento.

Avaliando-se os campos instantâneos de pressão (Fig. 5.9) também notamos a esteira de vórtices, porém aqui, pelo aparecimento de zonas circulares de menor pressão a jusante dos obstáculos. Da mesma forma que para o campo de velocidades, o campo de pressão também não apresenta qualquer estabilidade no tempo quando observamos de forma instantânea e não média.

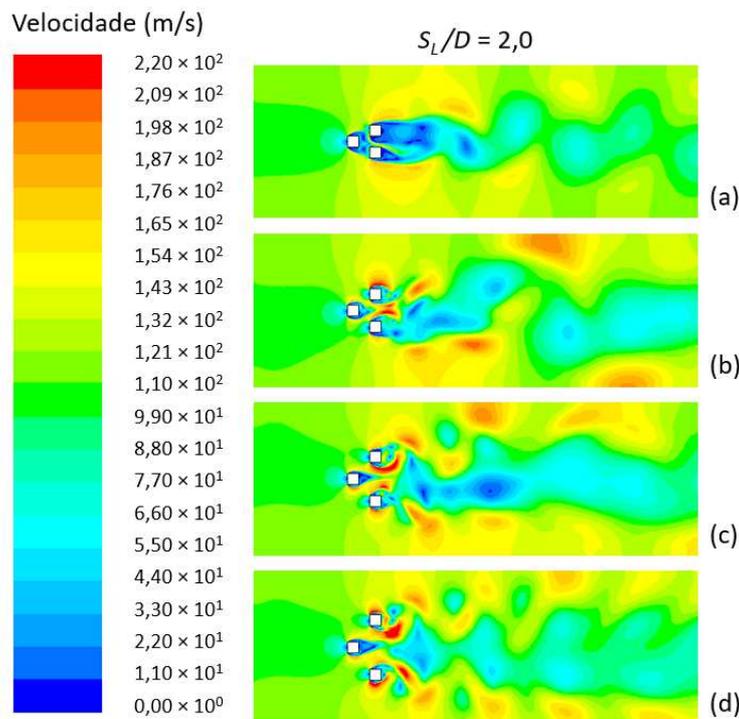


Figura 5.8 – Campos instantâneos de velocidade para $S_L/D = 2,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$ no instante $t = 4$ s.

Tornando a discussão para a questão da otimização geométrica, com os resultados para o coeficiente de arrasto uma vez minimizado $C_{D,m}$ em função de S_T/D , encontra-se o passo transversal uma vez otimizado para o problema fluidodinâmico $(S_T/D)_{o,f}$. Portanto é conveniente analisarmos agora o efeito do passo longitudinal em $C_{D,m}$, para encontrarmos $(S_L/D)_{o,f}$ (passo longitudinal uma vez otimizado) e $(S_T/D)_{oo,f}$ (passo transversal duas vezes otimizado). Estes resultados podem ser lidos diretamente na Fig. 5.10.

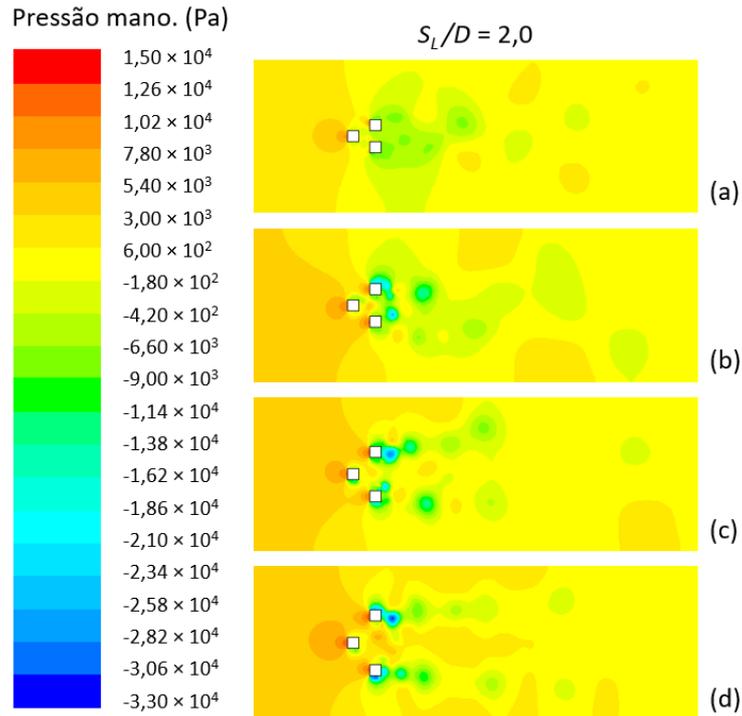


Figura 5.9 – Campos instantâneos de pressão para $S_L/D = 2,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$ no instante $t = 4s$.

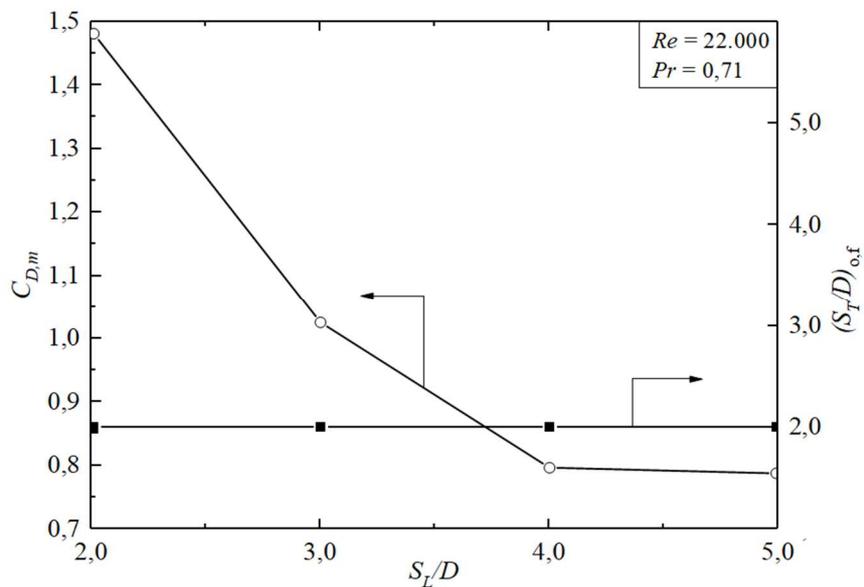


Figura 5.10 – C_D uma vez minimizado ($C_{D,m}$) e S_T/D otimizado para o problema fluidodinâmico $(S_T/D)_{o,f}$ em função de S_L/D .

Aqui podemos observar com maior clareza o efeito de S_L/D no coeficiente de arrasto uma vez minimizado ($C_{D,m}$). Nota-se que com o aumento do passo longitudinal (S_L/D), o escoamento tende a reduzir o C_D médio, embora a redução seja marginal entre $S_L/D = 4,0$ e $5,0$, da ordem de 1,1% apenas. Dito isto, o menor valor de $C_{D,m}$ encontrado é, doravante, o coeficiente de arrasto duas vezes

minimizado ($C_{D,mm}$). Desta forma, pode-se avaliar que $C_{D,mm}$, $(S_L/D)_{o,f} = 5,0$ e $(S_T/D)_{oo,f} = 2,0$, é 46,8% inferior ao pior $C_{D,m}$ ($S_L/D = 2,0$ e $(S_T/D)_{o,f} = 2,0$). Outra informação importante destacada na Fig 5.10 é o fato do passo transversal ótimo manter-se sempre o de $(S_T/D)_{o,f} = 2,0$ para todos os casos.

Assim, ilustra-se na Fig. 5.11 os campos médios de velocidade e pressão para o caso ótimo do ponto de vista fluidodinâmico (minimização do coeficiente de arrasto C_D). O caso apresenta o passo longitudinal uma vez otimizado e o passo transversal duas vezes otimizado, $(S_L/D)_{o,f} = 5,0$ e $(S_T/D)_{oo,f} = 2,0$ respectivamente.

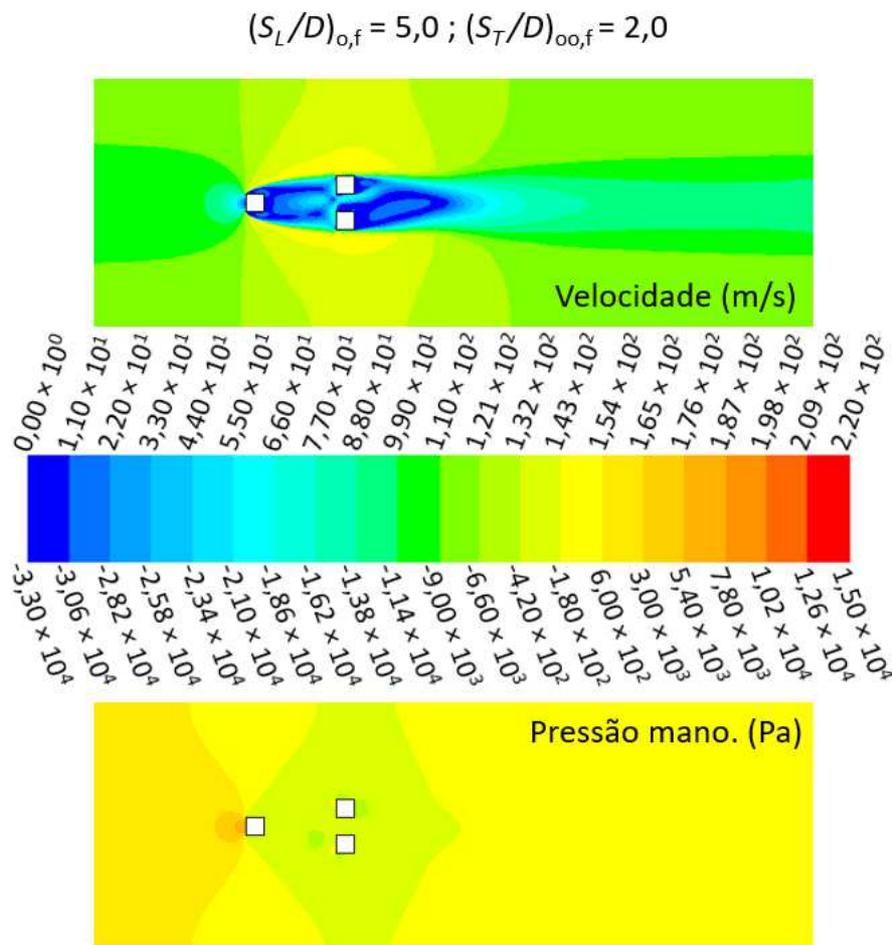


Figura 5.11 – Campos médios de velocidade e pressão para S_L/D uma vez otimizado $(S_L/D)_{o,f} = 5,0$ e S_T/D duas vezes otimizado $(S_T/D)_{oo,f} = 2,0$ para o problema fluidodinâmico.

5.2. Análise do problema térmico

Após o estudo fluidodinâmico, passa-se agora a abordar a questão térmica do problema proposto. Aqui, diferentemente do C_D onde se buscava a minimização, procura-se a maximização do número de Nusselt (Nu_D), importante parâmetro adimensional para comparar a capacidade de troca térmica entre fluidos e superfícies. Conforme já foi explicado anteriormente, por se tratar de um

escoamento externo, utiliza-se a dimensão característica D , de modo que os valores para o número de Nusselt são apresentados como Nu_D .

De forma análoga ao que foi realizado no estudo do objetivo fluidodinâmico, a Fig. 5.12 ilustra um exemplo, com $S_L/D = 2,0$, para efeito de S_T/D sobre Nu_D . É apresentado os valores individuais para cada corpo rombudo bem como a média aritmética do conjunto. Para este caso os resultados seguem exatamente a tendência esperada, uma vez que C_D e Nu_D são em geral diretamente proporcionais conforme os estudos existentes a respeito de otimização geométrica de arranjos de cilindros em regime laminar (Galarça et. al., 2015; Barros et. al., 2015; Pereira et. al., 2017).

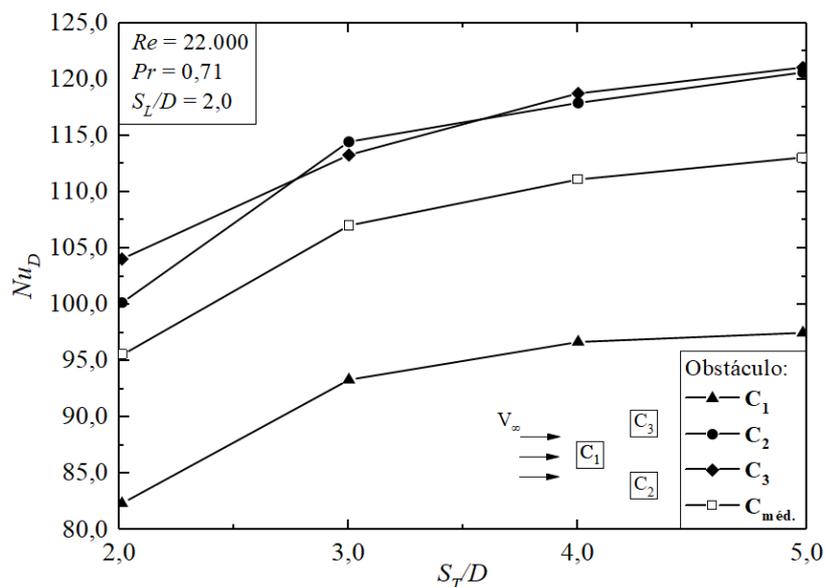


Figura 5.12 – Efeito da razão S_T/D sobre o número de Nusselt (Nu_D) para cada corpo rombudo e $S_L/D = 2,0$.

Porém, quando analisamos os resultados para os quatro passos longitudinais estudados ($S_L/D = 2,0; 3,0; 4,0$ e $5,0$) na Fig 5.13 o que observamos é a existência de três comportamentos distintos.

O passo $S_L/D = 2,0$, já destacado anteriormente, apresenta o comportamento mais linear e segue a tendência de aumento do Nu_D com o aumento de S_T/D . Inclusive, a forma de sua curva para Nu_D se assemelha a curva de C_D (visto de antemão na Fig. 5.3).

Em $S_L/D = 3,0$ o comportamento muda de forma imprevista, passando agora a demonstrar uma redução no Nu_D de $S_T/D = 2,0$ para $3,0$. Este comportamento contradiz a proporcionalidade entre C_D e Nu_D abordado previamente. A explicação para o fenômeno infere que os vórtices gerados pelo corpo frontal têm frequência de formação específica que em consonância com o espaçamento longitudinal e transversal dos obstáculos se dissipam mais facilmente transferindo menos calor. É válido notar que quando o escoamento recircula devido a turbulência, há um aumento no tempo de contato entre o

fluido e os corpos rombudos o que ocasiona uma maior transferência de calor. Porém esta hipótese necessita uma análise mais aprofundada, o que não é a intenção primária deste estudo que busca encontrar a geometria que maximize Nu_D . Portanto, este caso (em que há redução de Nu_D) não é particularmente de maior interesse ao presente trabalho. De qualquer forma, após o passo $S_T/D = 3,0$, o valor de Nu_D torna a aumentar de forma linear em $S_T/D = 4,0$ e $5,0$.

O terceiro comportamento distinto ilustrado na Fig 5.13 é observado para os passos longitudinais $S_L/D = 4,0$ e $5,0$. Nestes casos, Nu_D atinge o seu máximo de forma vertiginosa em $S_T/D = 4,0$, quando torna a diminuir em $S_T/D = 5,0$, contrariando novamente a proporcionalidade entre C_D e Nu_D . Outro aspecto interessante, é a similaridade dos resultados constatados para estes dois casos quanto ao número de Nusselt. De fato, os dois apresentam resultados tão semelhantes que suas curvas de Nu_D em função de S_T/D quase se sobrepõem com desvio relativo médio inferior a 0,1%. Por fim, o melhor caso representa um aumento de aproximadamente 29,0% para o Nu_D médio do arranjo frente ao pior, e é 13,8% superior ao Nu_D encontrado no caso de verificação adotado (caso 7, demonstrado pela linha pontilhada), onde é colocado no domínio apenas um corpo rombudo.

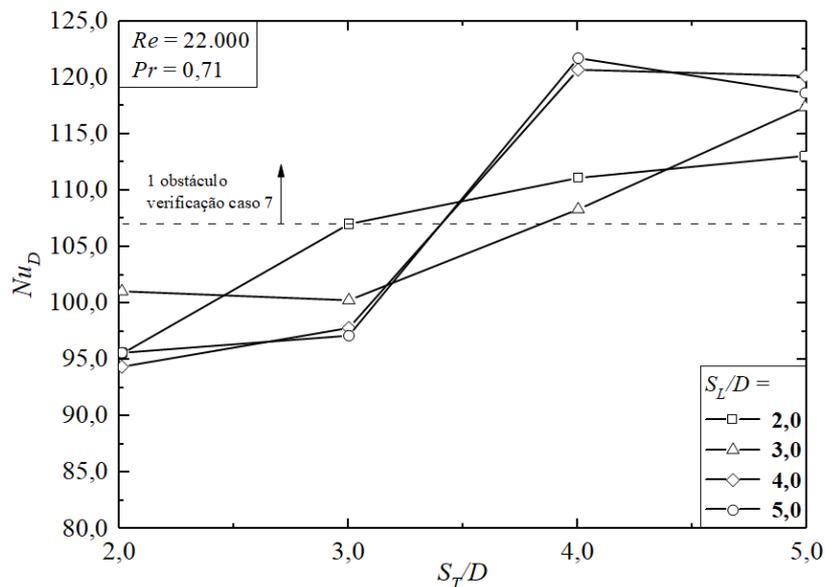


Figura 5.13 – Efeito da razão S_T/D sobre o número de Nusselt (Nu_D) para várias razões de S_L/D .

É interessante avaliar aqui, como o regime de escoamento pode afetar drasticamente a influência de S_T/D sobre Nu_D para as várias razões de S_L/D . Embora as razões de S_T/D e de S_L/D não sejam exatamente as mesmas utilizadas em Teixeira et. al. (2016), que avalia numericamente no regime laminar um escoamento sobre um arranjo triangular de corpos rombudos, observa-se no trabalho anterior que o comportamento das curvas é muito mais linear e previsível do que no regime turbulento do presente trabalho. Esta constatação é facilmente notada nas Figs. 5.14 (a) e (b) onde

todos os casos respeitam a proporcionalidade direta entre C_D e Nu_D .

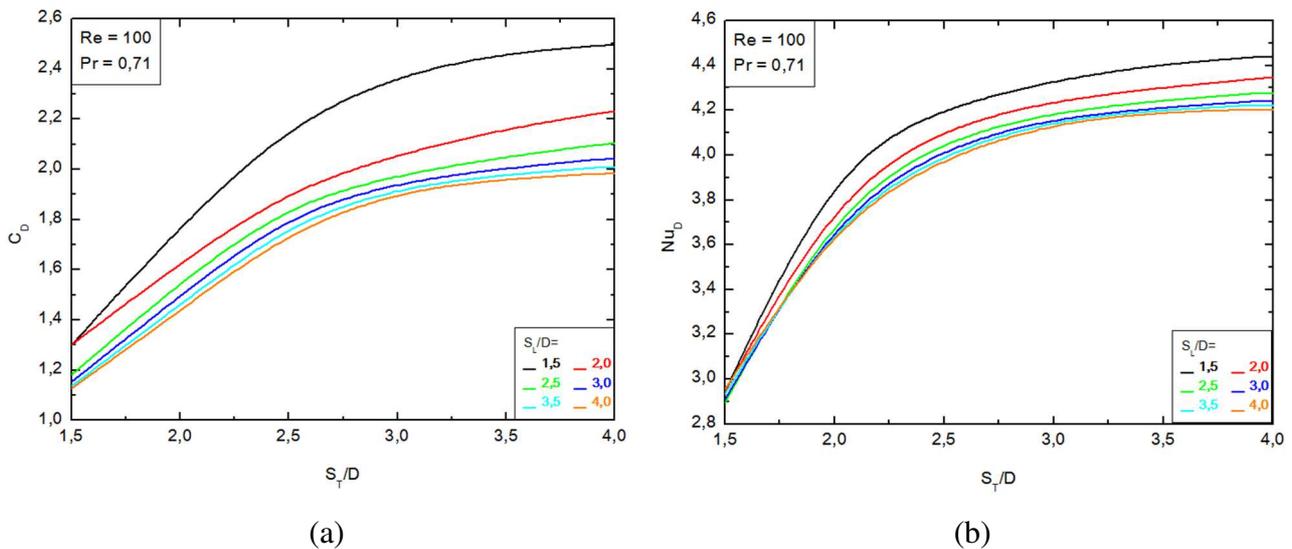


Figura 5.14 – Efeito da razão S_T/D sobre o número de Nusselt (Nu_D) para várias razões de S_L/D – regime laminar (Fonte: Teixeira et. al., 2016).

Seguindo a análise térmica do problema, as Figs. 5.15 (a) a (l) ilustram o campo médio de temperaturas ao redor dos obstáculos (corte esquemático apenas na região de interesse) para várias razões de S_L/D e S_T/D . É válido mencionar que embora a temperatura dos corpos rombudos esteja a 330K, a dissipação de calor é tão intensa que a escala foi truncada em 315K para uma observação mais fácil dos gradientes de temperatura.

Aqui, mais uma vez é notável como a razão $S_T/D = 2,0$ (Figs. 5.15 (a), (e) e (i)) faz o arranjo se comportar como um só obstáculo mesmo a $S_L/D = 5,0$, onde os corpos posteriores possuem apreciável afastamento do corpo rombudo frontal. Quando o passo transversal sobe para $S_T/D = 3,0$ (Figs. 5.15 (b), (f) e (j)), começa-se a perceber uma fina região de separação entre o obstáculo a montante e os obstáculos a jusante. Porém é em $S_T/D = 4,0$ (Figs. 5.15 (c), (g) e (k)) que os corpos rombudos deixam de afetar termicamente um ao outro de forma direta, ou seja, o fluido que chega à cada corpo rombudo não carrega calor do obstáculo vizinho e, portanto, aumenta a troca térmica do arranjo. Como já visto na Fig. 5.13, este passo transversal ocasiona aumento de Nu_D para todos os passos longitudinais sendo inclusive o que conduz ao maior Nu_D em $S_L/D = 4,0$ e $5,0$. Uma causa provável para Nu_D em $S_L/D = 4,0$ ser maior do que em $S_L/D = 5,0$ é o aumento da quantidade de movimento entre os corpos rombudos da menor razão em comparação com a maior.

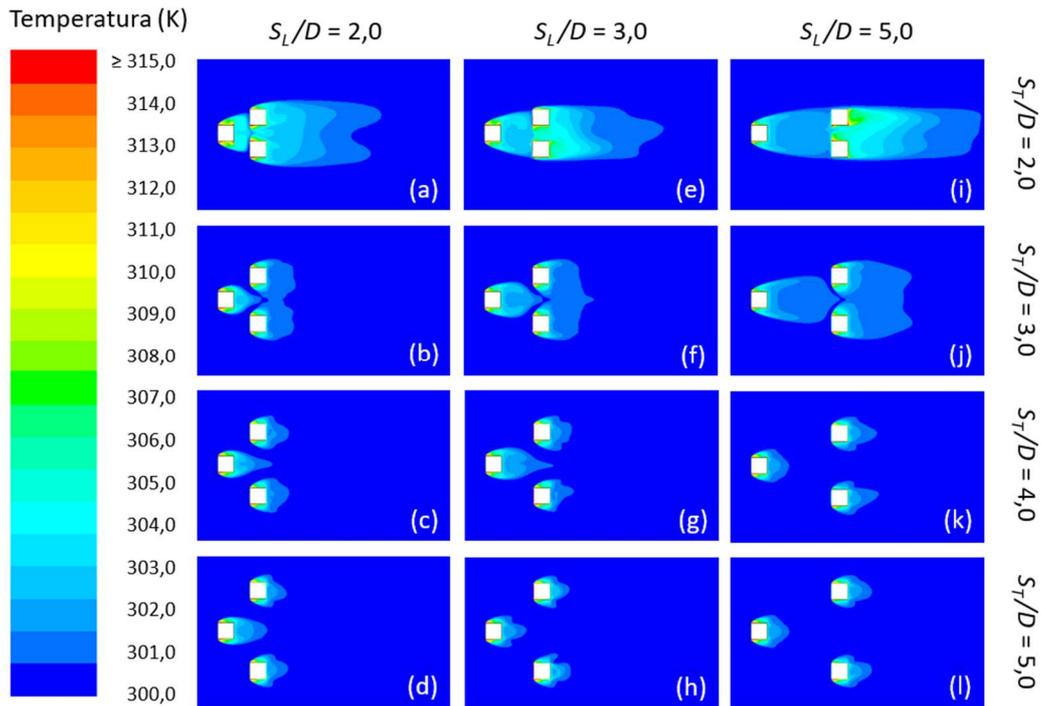


Figura 5.15 – Campos médios de temperatura para várias razões de S_L/D e S_T/D

A Figura 5.16 representa bem as constatações anteriores quanto à influência de um obstáculo aos outros, do ponto de vista térmico, ilustrando os campos instantâneos de temperatura ao final da simulação (instante $t = 4,0$ s) para os casos com $S_L/D = 2,0$.

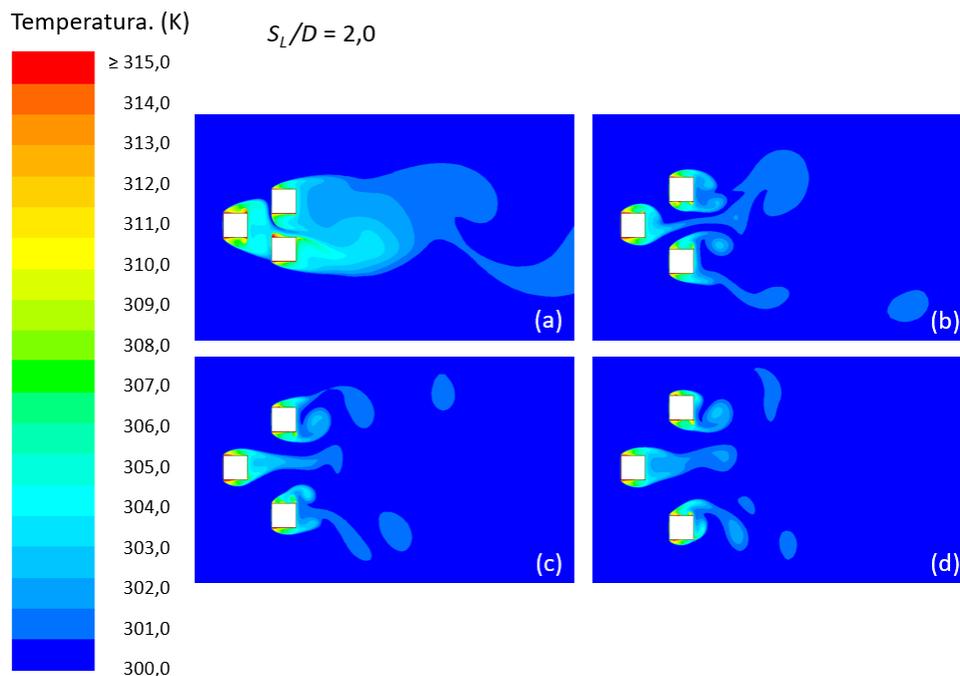


Figura 5.16 – Campos instantâneos de temperatura para $S_L/D = 2,0$ com (a) $S_T/D = 2,0$; (b) $S_T/D = 3,0$; (c) $S_T/D = 4,0$ e (d) $S_T/D = 5,0$ no instante $t = 4,0$ s.

Analogamente ao estudo fluidodinâmico, torna-se aqui a discussão para a questão da otimização geométrica referente ao problema térmico. Assim, denomina-se $Nu_{D,m}$ o número de Nusselt uma vez minimizado em função de S_T/D , que por sua vez, passa a ser denominado o passo transversal uma vez otimizado para o problema térmico $(S_T/D)_{o,t}$. A Figura 5.17 apresenta exatamente as curvas para $Nu_{D,m}$ e $(S_T/D)_{o,t}$ em função de S_L/D .

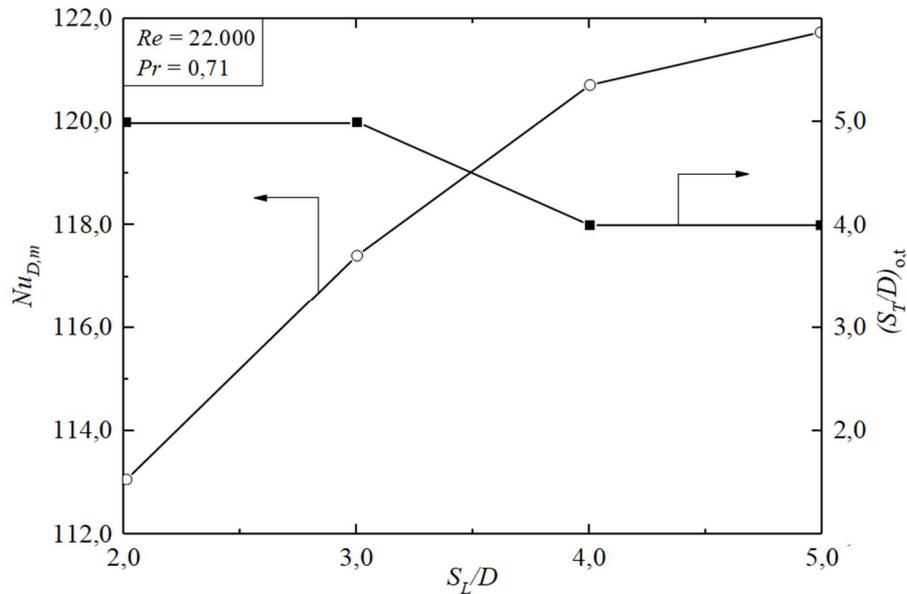


Figura 5.17 – Nu_D uma vez maximizado ($Nu_{D,m}$) e S_T/D otimizado para o problema térmico $(S_T/D)_{o,t}$ em função de S_L/D .

Quando analisa-se o comportamento de $Nu_{D,m}$, pode-se notar que, dentro da faixa de razões estudadas, este parâmetro tende a aumentar em função de S_L/D , porém, diferentemente do ocorrido no estudo fluidodinâmico, $(S_T/D)_{o,t}$ não é constante, reduzindo-se de $(S_T/D)_{o,t} = 5,0$ para 4,0 entre os passos longitudinais $S_L/D = 3,0$ e 4,0. Isto coloca o caso ótimo para o problema térmico no passo longitudinal uma vez otimizado $(S_L/D)_{o,t} = 5,0$ e passo transversal duas vezes otimizado $(S_T/D)_{oo,t} = 4,0$. Este caso ótimo é portanto o que alcança o maior valor para $Nu_{D,m}$ constituindo assim o número de Nusselt duas vezes maximizado $Nu_{D,mm}$. A avaliação dos valores absolutos apontam que $Nu_{D,mm}$ ($S_L/D = 5,0$ e $S_T/D = 4,0$) é aproximadamente 7,7% superior ao pior $Nu_{D,m}$ ($S_L/D = 2,0$ e $S_T/D = 5,0$).

A seguir, é apresentado de forma ilustrativa na Fig. 5.18, o campo médio de temperaturas para o caso ótimo ($(S_L/D)_{o,t} = 5,0$ e $(S_T/D)_{oo,t} = 4,0$), colocando no detalhe em zoom o corpo rombudo frontal, para uma melhor percepção dos gradientes de temperatura gerados quando o escoamento passa através do arranjo.

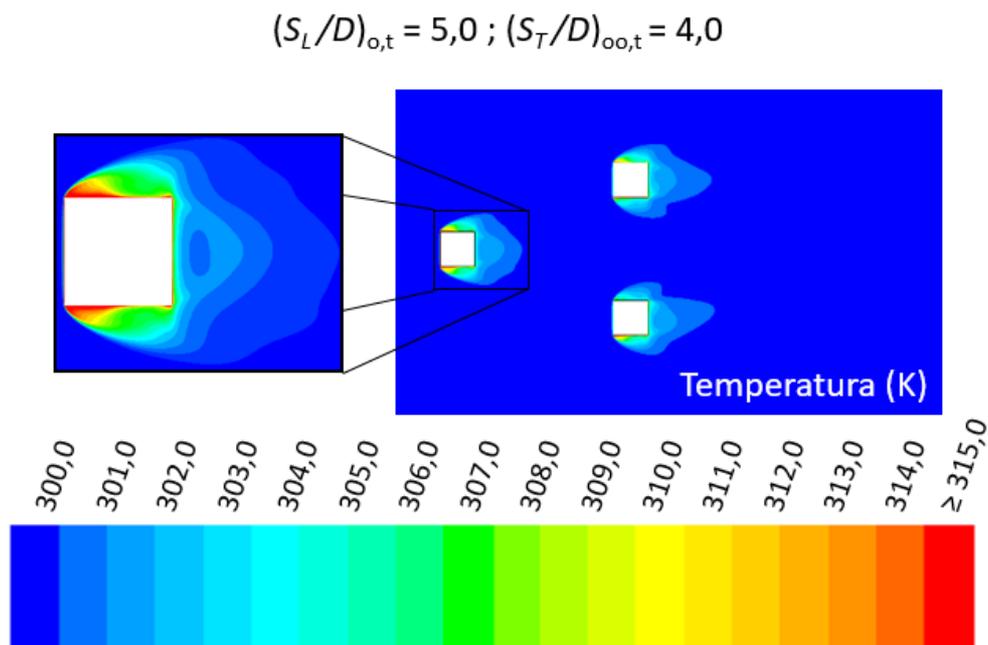


Figura 5.18 – Campo médio de temperatura para S_L/D uma vez otimizado $(S_L/D)_{o,t} = 5,0$ e S_T/D duas vezes otimizado $(S_T/D)_{oo,f} = 4,0$ para o problema térmico.

5.3. Análise do problema multiobjetivo

Com os resultados dos estudos fluidodinâmico e térmico em mãos, passamos para a avaliação multiobjetivo do problema onde procura-se a faixa de soluções que melhor atenda os dois parâmetros concomitantemente. Devido à grande diferença de magnitude entre C_D e Nu_D , a comparação gráfica destes parâmetros se torna complicada e de difícil visualização. Por isso, lança-se mão de uma técnica de normalização dos valores para que a comparação seja tão justa e compreensível quanto possível.

A normalização aqui é realizada frente aos valores de C_D e Nu_D encontrados no estudo de verificação do modelo computacional (caso de verificação 7, visto na seção 4.3. *Verificação do modelo computacional para os casos com turbulência*). Para o coeficiente de arrasto, onde busca-se a minimização, um valor de $C_{D,m}$ normalizado inferior a 1,0 significa uma performance média superior ao caso de verificação, por outro lado, para o número de Nusselt em que o objetivo é a maximização, uma performance superior à verificação é dada por valores de $Nu_{D,m}$ normalizado maiores do que 1,0. Para facilitar a comparação, utiliza-se no estudo $1/Nu_{D,m}$ (o inverso do número de Nusselt maximizado), desta forma, quanto mais próximo da origem o resultado estiver, mais próximo da solução ideal ele se encontrará. Esta distância adimensional da origem será denominada a partir de agora como *diferença da idealidade* ($\square i$).

A Figura 5.19 apresenta os resultados de $C_{D,m}$ normalizado versus $1/Nu_{D,m}$ normalizado para vários S_T/D e avalia o parâmetro $\square i$.

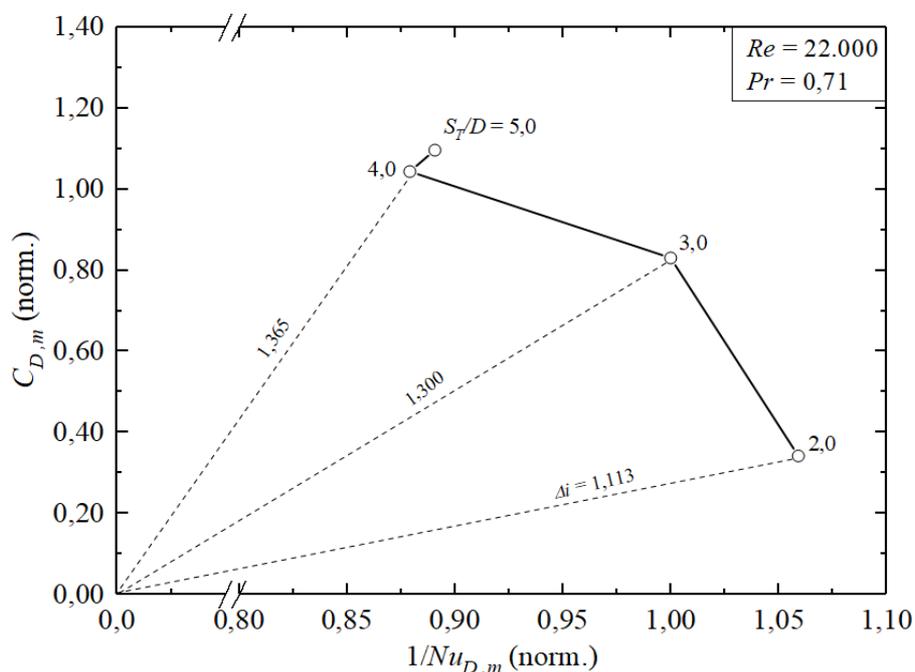


Figura 5.19 – C_D minimizado e normalizado *versus* $1/Nu_D$ maximizado e normalizado para vários S_T/D .

Como podemos notar, o valor de $C_{D,m}$ normalizado varia em uma faixa muito superior ao de $1/Nu_{D,m}$ normalizado. Isto nos indica que o problema é fortemente governado pelas forças fluidodinâmicas. Além disso, em $S_T/D = 2,0$ o valor para diferença da idealidade é $\Delta i = 1,113$, ou seja, 0,187 inferior ao segundo melhor caso ($S_T/D = 3,0$) e 0,300 ao pior ($S_T/D = 5,0$). Com isto, podemos apontar para $S_T/D = 2,0$ como o passo transversal que leva ao melhor desempenho para o problema multiobjetivo (fluidodinâmico e térmico).

Realizando-se a mesma análise para o passo longitudinal, ilustra-se na Fig. 5.20, os resultados de $C_{D,m}$ normalizado *versus* $1/Nu_{D,m}$ normalizado para vários S_L/D . Aqui também percebe-se que a faixa de variação para $C_{D,m}$ normalizado é amplamente superior a faixa de variação para $1/Nu_{D,m}$. De fato esta diferença é até maior do que à vista na Fig. 5.19 para análise da razão S_T/D ótima. Para a razão ótima do passo longitudinal, é possível constatar que o melhor caso ($S_L/D = 5,0$) apresenta $\Delta i = 0,943$, ligeiramente inferior ao passo longitudinal $S_L/D = 4,0$ com $\Delta i = 0,952$. Isto coloca $S_L/D = 5,0$ como a razão do passo longitudinal ótima quando se aborda tanto o problema fluidodinâmico quanto o problema térmico.

Isto faz com que se determine $S_L/D = 5,0$ e $S_T/D = 2,0$ como o caso que apresenta a melhor solução fluidodinâmica e térmica simultaneamente dentre as razões estudadas. Como pode ser observado, este caso é exatamente o mesmo encontrado para a solução ótima fluidodinâmica, o que se justifica pelo fato do coeficiente de arrasto (C_D) sofrer maior influência da geometria do arranjo e

consequentemente uma redução muito mais severa entre os melhores casos e os piores. O número de Nusselt (Nu_D) por outro lado, sofre influência menos significativa. Mesmo os arranjos que melhoram marginalmente a troca térmica conduzem a um grande aumento no C_D tornando a escolha do arranjo dominada pelo objetivo fluidodinâmico. Mais uma vez destaca-se como o regime de escoamento turbulento altera o comportamento da solução multiobjetivo quando comparado ao caso laminar de Teixeira et. al. (2016). Neste estudo passado não foi demonstrada uma dominância tão proeminente do objetivo fluidodinâmico sobre o térmico, que se apresentou influenciado de forma equilibrada entre os dois objetivos quando ocorria variação da geometria. Ou seja, no estudo laminar, ganhos expressivos em Nu_D foram encontrados com o aumento significativo de C_D e vice-versa, o que não ocorre no estudo com turbulência aqui apresentado. Dessa forma, os arranjos ótimos para o problema multiobjetivo do problema atual são os mesmos obtidos na avaliação fluidodinâmica.

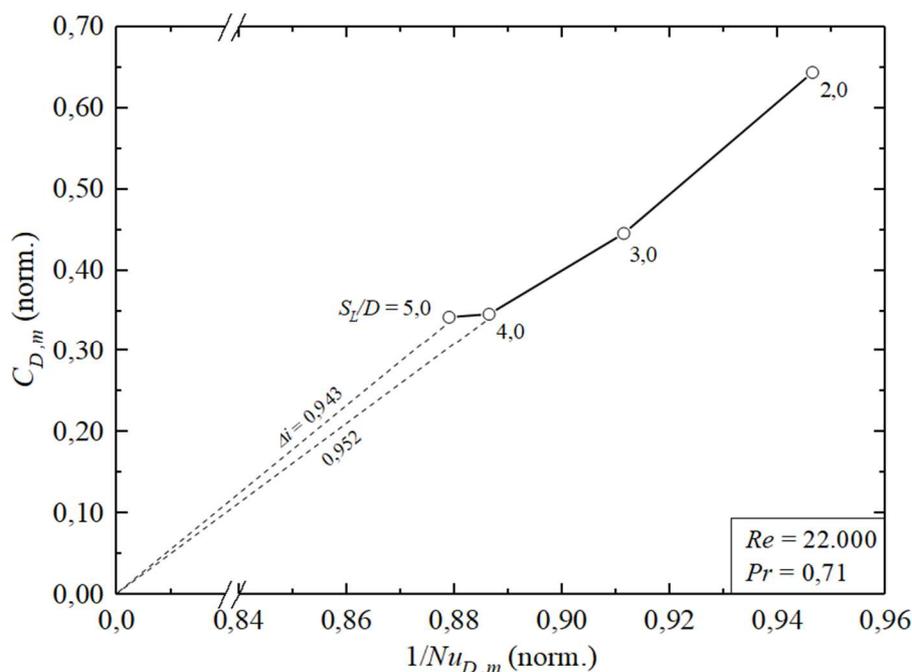


Figura 5.20 – C_D minimizado e normalizado *versus* $1/Nu_D$ maximizado e normalizado para vários S_L/D .

5.4. Constações adicionais

Nesta subseção, serão analisados resultados obtidos que não fazem parte diretamente dos objetivos principais (otimização geométrica) do presente trabalho, mas que agregam conhecimentos e informações úteis no estudo de escoamentos externos turbulentos através de corpos rombudos.

Além dos campos de velocidade e pressão, outro aspecto importante e que elucida o comportamento de um escoamento quanto a sua fluidodinâmica é o perfil de velocidades. Este

parâmetro ilustra, de forma simplificada e direta, como o fluido está escoando em uma direção definida. Neste trabalho, o escoamento ocorre pela imposição de um perfil de velocidade homogêneo e constante na entrada do domínio (à oeste dos obstáculos) de forma que escoo da esquerda para a direita no eixo cartesiano x . Assim, a partir do contato do fluido com o arranjo de obstáculos, é possível observar as alterações no comportamento que o perfil de velocidade sofre passando a assumir então uma nova forma distinta.

Cabe salientar mais uma vez, que o escoamento possui a característica de ser turbulento. Diferentemente dos escoamentos laminares, que podem possuir um perfil de velocidade constante ou a formação de vórtices periódicos e regulares após o atingimento do regime estacionário, os escoamentos turbulentos nunca chegam de fato à esta condição por serem naturalmente transientes. Por isso, a observação do perfil de velocidade em um dado instante nunca representará de forma adequada como o escoamento está ocorrendo. Desta forma o perfil de velocidade deve ser analisado em função de uma média temporal para ter significância.

Já foi destacado na seção 4.2 *Parâmetros do CFD*, que com as condições impostas para o problema em estudo, as estruturas turbulentas passam a apresentar repetições no tempo após certo período (entre 1,0 e 1,5 segundos). Este ponto em que as curvas passam a se repetir pode ser considerado o atingimento de um estado estabilizado. Portanto, assim como já foi realizado para as análises anteriores, o perfil de velocidade é captado pela média temporal de 2,0 segundos de amostragem após o escoamento ter estabilizado.

Considerando-se o plano cartesiano onde a entrada do domínio é $x = 0,0$ m, foram escolhidas cinco linhas de monitoramento para cada caso. A primeira é fixada em $x = 9,0$ m (sempre atravessando o domínio de norte a sul na linha de centro do corpo rombudo frontal). A segunda acompanha os corpos rombudos posteriores de acordo com o passo longitudinal de cada caso. A terceira também é móvel, e é posicionada sempre 2,0 m a jusante da segunda linha. Por fim a quarta e quinta linha são fixadas à $x = 20$ m e $x = 30$ m respectivamente.

Um esquema para as linhas de monitoramento pode ser visto como exemplo na Fig. 5.21 para o caso de razões $S_L/D = 5,0$ e $S_T/D = 5,0$.

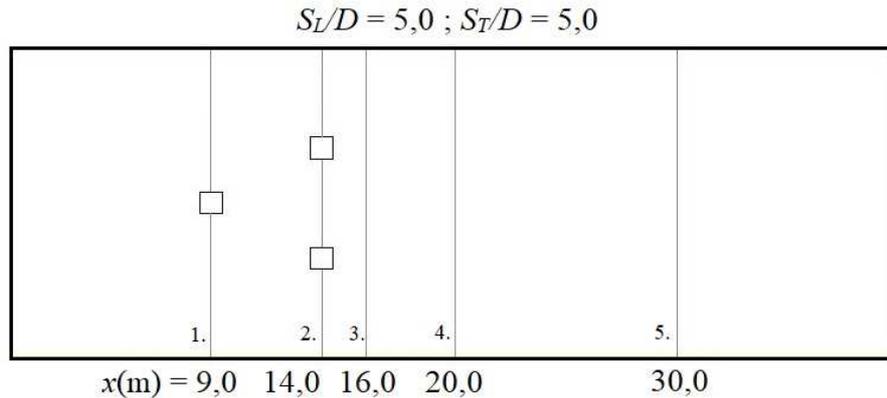


Figura 5.21 – Linhas de monitoramento para o perfil de velocidade

As Figuras 5.22 (a) a (d) demonstram o perfil de velocidade para $S_L/D = 2,0$ e vários S_T/D , enquanto que a Figs. 5.23 (a) a (d) ilustram o perfil de velocidade para $S_L/D = 5,0$ e vários S_T/D . Estes dois passos longitudinais são escolhidos por comporem os extremos entre os casos estudados e assim apresentarem a maior variação observável entre os seus perfis de velocidade.

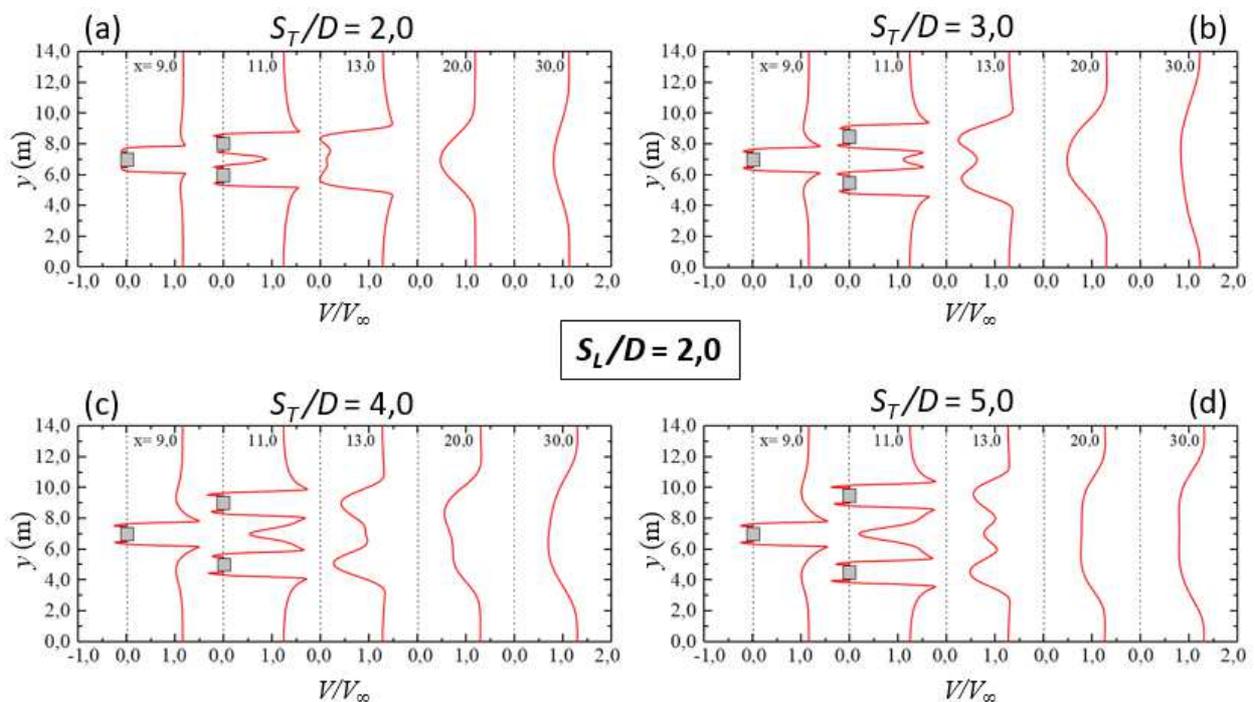


Figura 5.22 – Perfis de velocidade para $S_L/D = 2,0$ em vários pontos do eixo cartesiano x .

É interessante observar que os perfis de velocidades em passos longitudinais distintos apresentam formas semelhantes para um mesmo S_T/D . Em geral, nota-se que a região ligeiramente à jusante dos obstáculos posteriores possui baixa velocidade em $S_T/D = 2,0$, e que o escoamento tem dificuldades em escoar entre eles especialmente quando o espaçamento longitudinal S_L/D é pequeno

(Figs. 5.22 (a) e 5.23 (a))

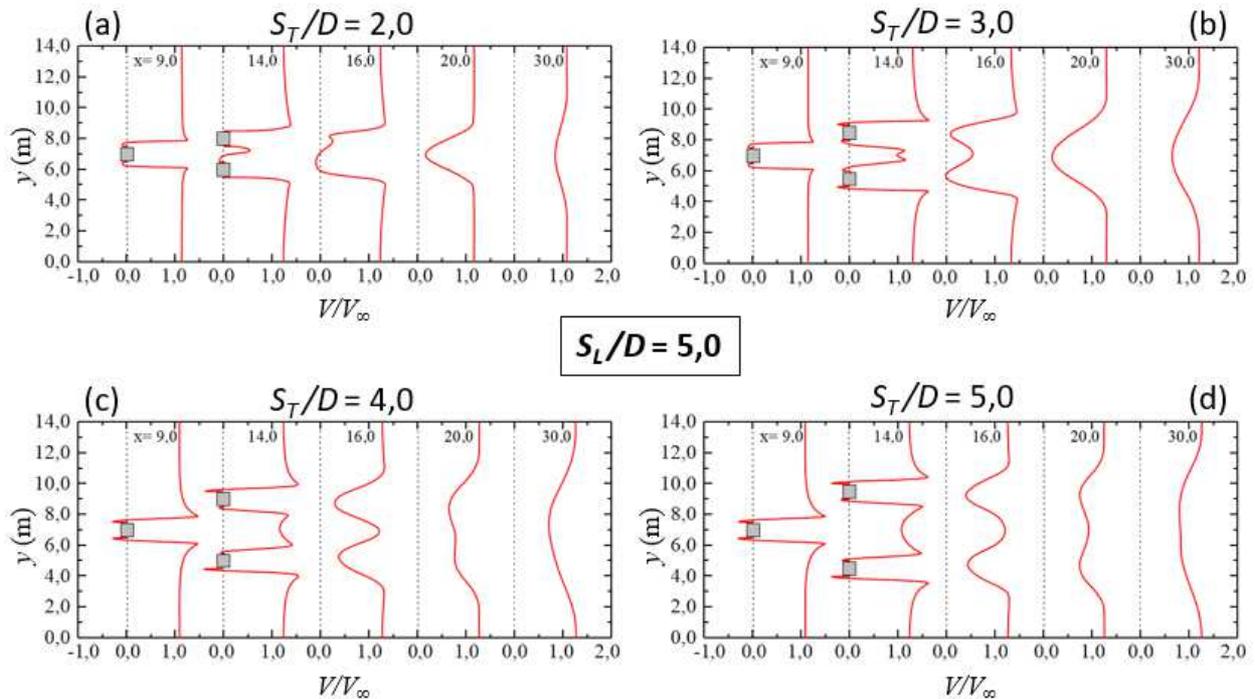


Figura 5.23 – Perfis de velocidade para $S_L/D = 5,0$ em vários pontos do eixo cartesiano x .

. Isto comprova a constatação anterior de que nestes casos o arranjo todo praticamente se comporta como um obstáculo só, gerando grandes regiões de recirculação de vórtices que se estendem com grande intensidade até $x = 20\text{m}$. À medida que S_T/D aumenta, o escoamento começa a passar com mais facilidade entre os corpos posteriores, mas a presença do corpo rombudo frontal é sentida, demonstrada pela queda brusca na velocidade na região central entre os corpos rombudos posteriores. Este comportamento é mais notável em baixas razões de S_L/D , mas pode ser observado mesmo em $S_L/D = 5,0$.

Outros dois parâmetros importantes, já explicados no capítulo 2. *Fundamentação teórica*, para os estudos fluidodinâmicos são o coeficiente de sustentação (C_L) e o número de Strouhal (St). Devido à forma rombuda dos obstáculos, sem qualquer desenho aerodinâmico, não se espera que os corpos rombudos ou o arranjo como um todo terão elevado C_L , o que é comprovado observando-se os resultados para o coeficiente de sustentação de cada corpo rombudo na Tab. 5.1.

Embora o valor médio de C_L faça maior sentido em perfis aerodinâmicos ou hidrodinâmicos, onde se busca aumentar a força de sustentação, no presente estudo os valores de sua variação no tempo são necessários para a determinação do número de Strouhal, e este descreve um comportamento fundamental dos escoamentos turbulentos, a frequência de desprendimento de vórtices.

Duas tendências são destacadas a partir da análise da Tab. 5.1. A primeira é que, de forma

geral (embora não exclusiva), $S_T/D = 2,0$ leva aos menores valores St e, portanto, uma frequência menor de desprendimento de vórtices (que são estruturas que causam muito arrasto nos obstáculos) o que ajuda a explicar também o menor coeficiente de arrasto (C_D) destes casos. A segunda tendência aparece a partir de $S_T/D = 4,0$, onde o número de Strouhal passa a ser exatamente o mesmo para os dois corpos rombudos posteriores (diferença marginal em $S_L/D = 2,0$ apenas), evidenciando que para esta razão do passo transversal, a geração de vórtices de um corpo não mais tem influência no outro. Há de qualquer forma uma exceção, em $S_L/D = 3,0$, onde St se mantém igual nos corpos rombudos posteriores mesmo para $S_T/D = 2,0$ e $3,0$.

Tabela 5.1 – Resultados para o coeficiente de sustentação C_L e para o número de Strouhal St

| S_L/D | S_T/D | C_1 | | C_2 | | C_3 | |
|------------|------------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|
| | | C_L | St | C_L | St | C_L | St |
| 2,0 | 2,0 | 0,002 | 0,096 | -0,012 | 0,009 | 0,188 | 0,005 |
| 2,0 | 3,0 | 0,012 | 0,145 | 0,493 | 0,103 | -0,480 | 0,103 |
| 2,0 | 4,0 | 0,009 | 0,140 | -0,031 | 0,154 | 0,021 | 0,152 |
| 2,0 | 5,0 | 0,002 | 0,147 | -0,320 | 0,152 | 0,170 | 0,154 |
| 3,0 | 2,0 | 0,021 | 0,094 | -0,582 | 0,009 | 0,291 | 0,009 |
| 3,0 | 3,0 | 0,000 | 0,168 | 0,383 | 0,112 | -0,420 | 0,112 |
| 3,0 | 4,0 | 0,015 | 0,152 | 0,205 | 0,152 | 0,187 | 0,152 |
| 3,0 | 5,0 | -0,150 | 0,140 | -0,259 | 0,140 | 0,093 | 0,140 |
| 4,0 | 2,0 | 0,019 | 0,103 | -0,267 | 0,002 | 0,373 | 0,002 |
| 4,0 | 3,0 | 0,000 | 0,149 | 0,084 | 0,133 | -0,165 | 0,149 |
| 4,0 | 4,0 | 0,031 | 0,122 | -0,310 | 0,122 | 0,200 | 0,122 |
| 4,0 | 5,0 | -0,008 | 0,126 | -0,500 | 0,126 | 0,439 | 0,126 |
| 5,0 | 2,0 | 0,009 | 0,106 | -0,108 | 0,158 | 0,226 | 0,002 |
| 5,0 | 3,0 | -0,001 | 0,129 | -0,005 | 0,129 | -0,065 | 0,135 |
| 5,0 | 4,0 | 0,032 | 0,119 | -0,134 | 0,119 | 0,144 | 0,119 |
| 5,0 | 5,0 | 0,006 | 0,122 | -0,273 | 0,122 | 0,155 | 0,122 |

Para finalizar, realiza-se a avaliação do perfil de temperatura nas mesmas linhas de monitoramento usadas para compor o perfil de velocidade. As Figuras 5.24 (a) a (d) e 5.25 (a) a (d) ilustram o comportamento da temperatura para as razões de $S_L/D = 2,0$ e $5,0$ respectivamente.

Diferentemente do que ocorre com a velocidade, nota-se que a temperatura se dissipa de forma muito rápida, fazendo com que as linhas de monitoramento posteriores ao arranjo apresentem

temperatura marginalmente diferente de T_{∞} . Este comportamento pode ser apreciado principalmente em $S_T/D \leq 3,0$, e ocorre devido à intensidade do escoamento. Por isso o perfil de temperatura só demonstra uma variação notável muito próximo aos corpos rombudos, como é o caso das linhas de monitoramento que atravessam o corpo frontal e os posteriores em seus centros.

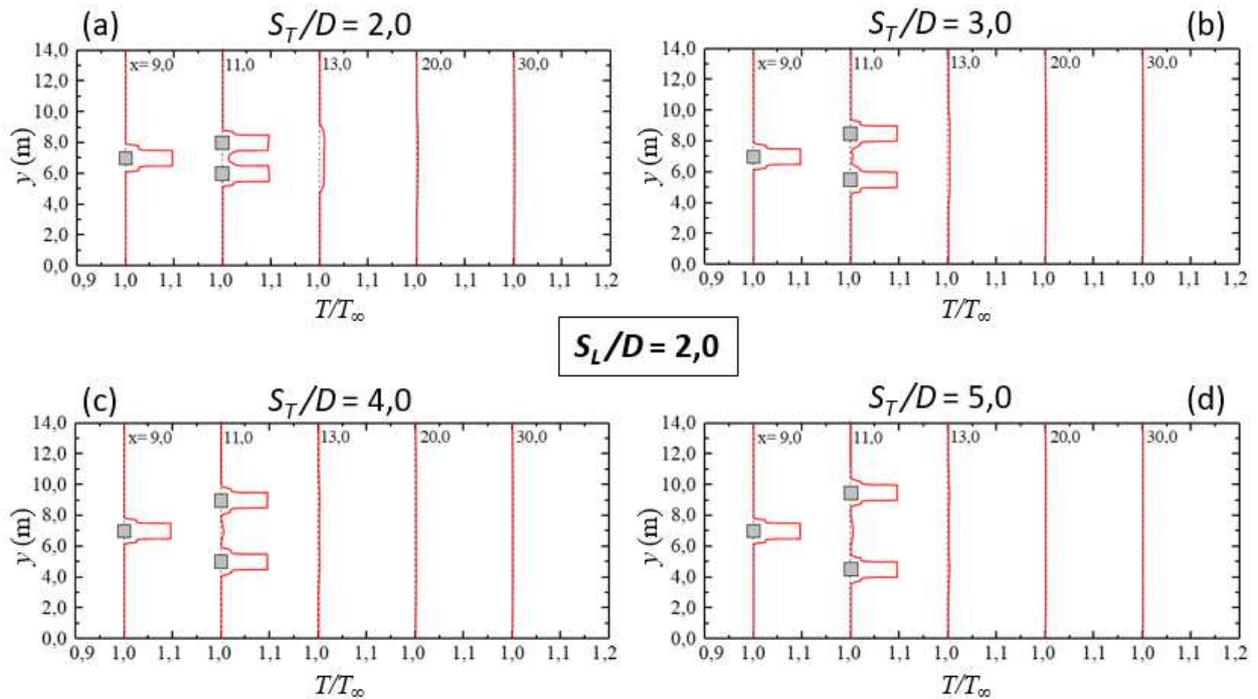


Figura 5.24 – Perfis de temperatura para $S_L/D = 2,0$ em vários pontos do eixo cartesiano x .

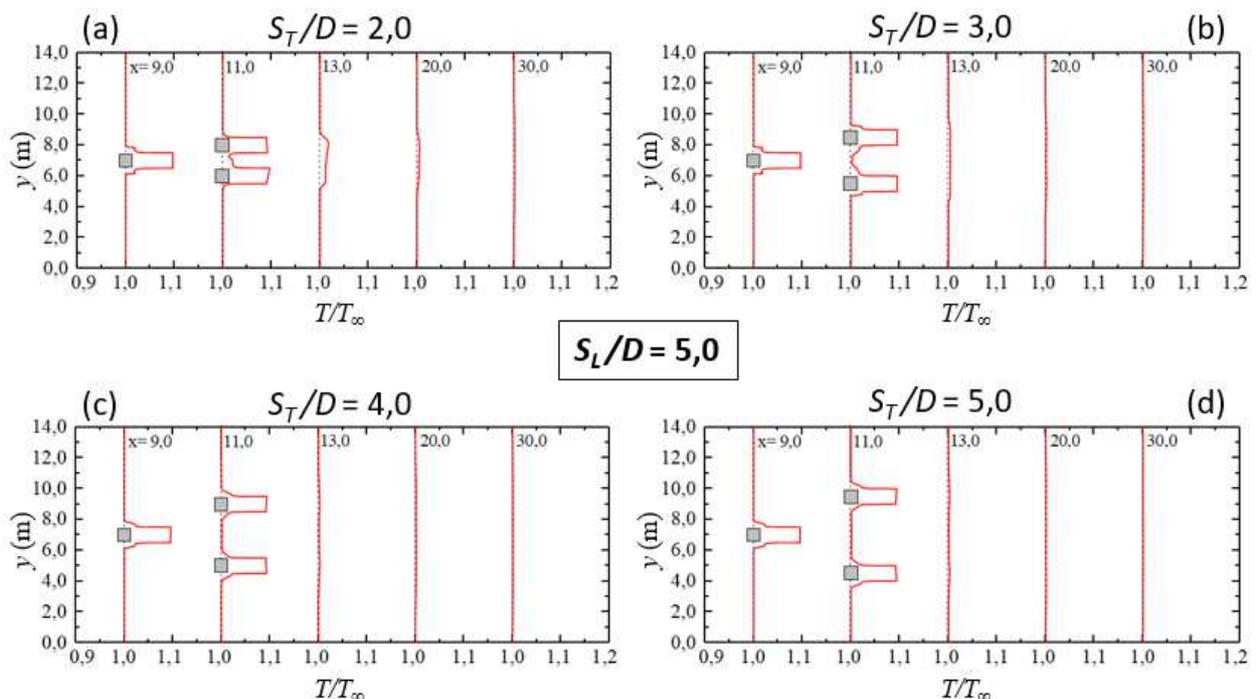


Figura 5.25 – Perfis de temperatura para $S_L/D = 5,0$ em vários pontos do eixo cartesiano x .

6. CONCLUSÕES

Um estudo numérico foi realizado para avaliar um escoamento turbulento com convecção forçada que incide sobre um arranjo triangular de corpos rombudos, empregando Design Construtal. Uma série de estratégias de geração de malhas foi proposta no estudo de validação/verificação do modelo numérico, em um total de oito casos, onde o escoamento incidia sobre um único corpo rombudo quadrado de aresta D . Para o estudo de avaliação geométrica do arranjo de corpos rombudos foram selecionados dois graus de liberdade S_L/D (passo longitudinal) e S_T/D (passo transversal). Cada grau de liberdade foi variado em quatro razões ($S_L/D = S_T/D = 2,0; 3,0; 4,0$ e $5,0$) para um total de dezesseis simulações. Todas as simulações foram executadas com números de Reynolds e Prandtl constantes ($Re = 22.000; Pr = 0,71$).

As malhas foram geradas com o auxílio do software de código aberto Gmsh 2.16.0. Para a fase de processamento foi utilizado o modo bidimensional de dupla precisão do software ANSYS FLUENT® em sua versão acadêmica 18.0 para solucionar as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, além das equações referentes ao modelo de turbulência escolhido, $SST \dots$. O acoplamento pressão-velocidade é solucionado com o algoritmo SIMPLE-C e a discretização dos campos de velocidade, energia e a taxa de dissipação específica pelo método *Upwind* de segunda ordem. O termo de energia cinética turbulenta é resolvido com o esquema *Upwind* de primeira ordem e a pressão com o esquema de segunda ordem.

O caso 7 de validação/verificação, (malha não estruturada com refinamento local totalmente estruturado) apresentou desvio relativo médio em comparação com a literatura, para o número de Nusselt global (Nu_g), coeficiente de arrasto (C_D) e número de Strouhal (St), tão baixos quanto 0,56%, 0,43% e 0,79% respectivamente, e por isso foi a estratégia escolhida para a avaliação geométrica.

Foi realizada uma aplicação inédita do método Design Construtal para a avaliação geométrica de escoamentos turbulentos com convecção forçada sobre corpos rombudos. Os resultados demonstraram que a configuração geométrica do arranjo possui grande influência sobre o comportamento e desempenho fluidodinâmico e térmico dos escoamentos analisados.

Na avaliação geométrica, analisou-se a geometria do arranjo de corpos rombudos que minimizasse o C_D e maximizasse o Nu_D . Constatou-se que o melhor caso fluidodinâmico foi o de razões $(S_L/D)_{o,f} = 5,0$ e $(S_T/D)_{oo,f} = 2,0$ que reduziu o C_D em até 73,5% enquanto que o melhor caso térmico, foi o de $(S_L/D)_{o,t} = 5,0$ e $(S_T/D)_{oo,t} = 4,0$ que aumentou o Nu_D em 29,0%. Os resultados também mostraram que, para diferentes razões S_L/D , houve uma variação do efeito de S_T/D sobre o Nu_D . Esse comportamento foi mais proeminente para o estudo do problema térmico, obtendo-se um comportamento diferente dos estudos prévios em arranjos semelhantes para escoamentos no regime

laminar.

A avaliação multiobjetivo apontou para as mesmas razões ótimas do caso fluidodinâmico, pois devido a dominância do C_D sobre Nu_D , qualquer outra razão que beneficie marginalmente o número de Nusselt, acarreta em um aumento drástico no coeficiente de arrasto. Também cabe destacar que, o efeito das razões geométricas sobre o problema multiobjetivo para os casos estudados aqui foram diferentes do observado em Teixeira et al. (2016) para escoamentos com convecção forçada no regime laminar ($Re_D = 100$ e $Pr = 0,71$). Dessa forma, os resultados indicam que o regime de escoamento pode afetar a dominância de um objetivo na avaliação geométrica do arranjo.

Adicionalmente, foram analisados os perfis de velocidade e temperatura, bem como o número de Strouhal para cada corpo rombudo do arranjo. Notou-se que as razões do passo transversal S_T/D que levam aos menores C_D 's também possuem os menores St 's e, portanto, gerações de vórtices menos frequentes. Também foi observado que a geometria do arranjo possui grande influência sobre o comportamento médio e instantâneo dos campos de velocidades e temperaturas, alterando a formação e desprendimento de vórtices nos escoamentos.

7. PROPOSTA DE CONTINUIDADE

Este trabalho pôde verificar o modelo numérico utilizado e realizar uma avaliação geométrica de um arranjo triangular de corpos rombudos quadrados. A simulação de um escoamento externo turbulento sobre um corpo rombudo retangular de arestas de dimensão D obteve êxito em representar os fenômenos associados com margem de erro aceitável comparada à literatura existente. A avaliação geométrica analisou a influência no número de Nusselt (Nu_D), coeficiente de arrasto (C_D) e número de Strouhal (St) devido a dois graus de liberdade, S_L/D (razão da distância longitudinal entre o centro do corpo rombudo frontal e o centro dos corpos rombudos posteriores, e a dimensão de suas arestas) e S_T/D (razão da distância transversal entre o centro dos corpos rombudos posteriores e a dimensão de suas arestas) usando-se Design Construtal, em um escoamento externo turbulento que incide sobre três corpos rombudos de aresta D dispostos em arranjo triangular. Foram selecionadas quatro razões tanto para o passo longitudinal quanto para o passo transversal (S_L/D e $S_T/D = 2.0, 3.0, 4.0$ e 5.0) totalizando dezesseis simulações. Os corpos rombudos foram posicionados sempre com a face de uma das arestas de frente para o escoamento.

Para a continuidade do trabalho propõe-se a avaliação geométrica de valores intermediários para os passos longitudinais e transversais (S_L/D e $S_T/D = 2.5, 3.5$ e 4.5), totalizando assim quarenta e nove simulações, afim de varrer com mais detalhes a área de ocupação máxima do arranjo. Estes passos intermediários apenas não foram executados em função do imenso esforço computacional necessário, o que inviabilizaria a conclusão desta dissertação em tempo hábil.

Para trabalhos futuros, também propõe-se variar o ângulo com que os corpos rombudos estão dispostos no arranjo, de modo a dispor os vértices (e não mais as faces) voltados ao escoamento.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS. **Academic Version 18.0. – FLUENT User’s Guide**, ANSYS Inc. 2017.

BARROS, G. M. ; Lorenzini, G. ; ISOLDI, L. A. ; ROCHA, L. A. O. ; Dos Santos, E. D., Influence of mixed convection laminar flows on the geometrical evaluation of a triangular arrangement of circular cylinders. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 114, p. 1188-1200, 2017.

BEJAN, A., **Advanced Engineering Thermodynamics**, John Wiley, 2ed., New York, 1996.

BEJAN, A., **Convection Heat Transfer**, 4ªEd., John Wiley, Durham, USA, 2013. (DOI: 10.1002/9781118671627)

BEJAN, A. e LORENTE, S., **Design with Constructal Theory**. Wiley, Hoboken, 2008.

BEJAN, A., **Shape and Structure, from Engineering to Nature**. Cambridge University Press, Cambridge, UK; 2000.

BOURIS, D. e BERGELES, G., 2D LES of vortex shedding from a square cylinder. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 80, n. 1-2, p. 31-46, 1999. (DOI: 10.1016/S0167-6105(98)00200-1)

CHEN, X. e XIA, H., A hybrid LES-RANS study on square cylinder unsteady heat transfer. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.108, Part A, p. 1237-1254, 2017. (DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.10.081)

CHOU, P., On velocity correlations and the solutions of the equations of turbulent fluctuation, **Quarterly of Applied Mathematics**, Vol. 3, p. 38-54, 1945.

Dos SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; GOMES, M. das N.; ROCHA, L. A. O., The Constructal Design Applied to Renewable Energy Systems. In: Eduardo Rincón-Mejía; Alejandro de las Heras. (Org.). **Sustainable Energy Technologies**. 1ªed. Boca Raton: CRC Press - Taylor & Francis Group, v. 1, p. 63-87, 2017.

DURAO, D. F. G.; HEITOR, M. V. e PEREIRA, J. C. F., Measurements of turbulent and periodic flows around a square cross-section cylinder. **Experiments in Fluids**. v. 6, n. 5, p. 298-304, 1988. (DOI: 10.1007/BF00538820)

FORTUNA, A. O., **Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos – Conceitos Básicos e Aplicações**, Edusp, São Paulo: Edusp, 2000.

FRANKE, R. e RODI, W., Calculation of vortex shedding past a square cylinder with various turbulence models, **Proceedings of 8th Symposium on Turbulent Shear Flows, Tech. Univ. Munich, Springer Berlin**, p. 189-204. 1991.

FREIRE, A. P. S.; MENUT, P. M. e SU, J., **Turbulência**, ABCM Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, Rio de Janeiro, 2002.

- GALARÇA, M. M.; CARDOSO, F. R.; RAZERA, A. L.; ACUNHA JR, I. C.; ISOLDI, L. A.; PORTE, A. F.; ROCHA, L. A. O. e Dos SANTOS, E. D., Otimização geométrica de um arranjo triangular de cilindros submetido a escoamento laminar com convecção forçada. **Scientia Plena** v. 11, n. 2, p. 1-13, 2015.
- GNIELINSKI, V., Berechnung mittlerer Wärme- und Stoffübergangskoeffizienten an laminar und turbulent überströmten. Einzelkörpern mit Hilfe einer einheitlichen Gleichung. **Forsch. Ingenieurwesen** v. 41 p. 145–153. 1975.
- GONZALES, G. V. ; ESTRADA, E. da S. D. ; EMMENDORFER, L. R. ; ISOLDI, L. A. ; XIE, G. ; ROCHA, L. A. O. ; Dos SANTOS, E. D., A comparison of simulated annealing schedules for constructal design of complex cavities intruded into conductive walls with internal heat generation. **Energy** (Oxford), v. 93, p. 372-382, 2015.
- HILPERT, R., Wärmeabgabe von beheizten Drähten und Röhren im Luftstrom. **Forsch. Ingenieurwesen** n. 4, p. 215–224, 1933.
- IGARASHI, T., Heat transfer from a square prism to an air stream. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.28, n. 1, p. 175-181, 1985. (DOI: 10.1016/0017-9310(85)90019-5)
- IGARASHI, T., Local heat transfer from a square prism to an air stream. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.29, n. 5, p. 777-784, 1986. (DOI: 10.1016/0017-9310(86)90129-8)
- INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P.; BERGMAN, T. L. e LAVINE, A.S., **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**, 6º ed. LTC, Rio de Janeiro, RJ, p. 643, 2008.
- KIM, W e MENOM, S., A new dynamic one-equation subgrid-scale model for large eddy simulation, **In 33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit**, Reno, NV, 1995.
- KOLMOGOROV, A. N., The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number. **Dokl. Akad. Nauk. RSSS**, v. 30, p. 9-13, 1941.
- LAM, K.; GONG, W. Q. e SO, R. M. C., Numerical simulation of cross-flow around four cylinders in an in-line square configuration. **Journal of Fluids and Structures** v. 24, n. 1, p. 34-57, 2008. (DOI: / 10.1016/j.jfluidstructs.2007.06.003)
- LAM, K. e ZOU, L., Experimental study and large eddy simulation for the turbulent flow around four cylinders in an in-line square configuration. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v.30, n. 1, p. 276-285, 2009. (DOI: / 10.1016/j.ijheatfluidflow.2009.01.005)
- LAUNDER, B. E., e SHARMA, B. I., Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc, **Letters in Heat and Mass Transfer**, v. 1, n. 2, p. 131-138, 1974.
- LESIEUR, M.; MÉTAIS, O. e COMTE, P., **Large-eddy simulation of turbulence**. Cambridge University Press, Cambridge, UK; 2005.
- LORENZINI, G. ; BISERNI, C.; ESTRADA, E. da S. D.; ISOLDI, L. A. ; Dos SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O., Constructal Design of Convective Y-Shaped Cavities by Means of Genetic Algorithm. **Journal of Heat Transfer**, v. 136, p. 071702-071702-10, 2014.

- LYN, D. A.; EINAV, S.; RODI, W. e PARK, J.-H., A laser-Doppler velocimetry study of ensemble-averaged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 304, p. 285-319, 1995. (DOI: 10.1017/S0022112095004435)
- MALISKA, C.R., **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**, Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2ª Ed, 2004.
- MENTER, F. R., Zonal Two Equation ••• Turbulence Models For Aerodynamic Flows. **AIAA 24th Fluid Dynamics Conference 1993**, AIAA 93-2906, 1993.
- MENTER, F. R., Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. **AIAA Journal**, v.32, n. 8, 1994. (DOI: 10.2514/3.12149)
- MENTER, F. R.; KUNTZ, M. e LANGTRY, R., Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, **Turbulence, Heat and Mass Transfer 4**, Begell House Inc., p. 625-632, 2003.
- MÖLLER, S.V. e SILVERSTRINI, J.H., “**Turbulência**”, v. 4, Möller, S.V. e Silvestrini, J.H., Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, Rio de Janeiro, Brasil, 2004.
- NICOUD, F. e DUCROS, F., Subgrid-scale modelling based on the square of the velocity gradient tensor, **Flow, Turbulence and Combustion**, v. 62: p. 183-200, 1999.
- PAGE, L.G.; BELLO-OCHEDE, T. e MEYER, J.P., Constructal multi scale cylinders with rotation cooled by natural convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 57, n. 1, p. 345-355, 2013. (DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.10.048)
- PATANKAR, S. V. e SPALDING, D.B., A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 15, n. 10, p. 1787-1806, 1972.
- PATANKAR, S. V., **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**, McGraw-Hill, New York, USA, 1980.
- PEDROTTI, V.; SOUZA, J. A.; Dos SANTOS, E. D. e ISOLDI, L. A., Otimização de um arranjo com quatro tubos submetido a escoamento externo utilizando Constructal Design. **Proceedings of the XXXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, CILAMCE 2014**. p. 1 – 13, 2014.
- PEREIRA, M. S.; FEIJÓ, B. C.; TEIXEIRA, F. B.; ISOLDI, L. A., ROCHA, L. A. O.; GOULART, J. N. V. e Dos SANTOS, E. D., Geometric Evaluation of Forced Convective Flows across an Arrangement of Four Circular Cylinders. **Defect and Diffusion Forum**, v. 372, p. 110-121, 2017. (DOI: 10.4028/www.scientific.net/DDF.372.110).
- PERNG, S.W. e WU, H.W., Buoyancy-aided/opposed convection heat transfer for unsteady turbulent flow across a square cylinder in a vertical channel. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, n. 19-20, p. 3701-3717, 2007. (DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.02.026)
- POPE, S. B., **Turbulent Flows**, Cambridge University Press, Cambridge, UK; 2000.

- RANJAN, P. e DEWAN, A., Partially Averaged Navier Stokes simulation of turbulent heat transfer from a square cylinder. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.89, p. 251-266, 2015. (DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.05.029)
- RANJAN, P. e DEWAN, A., Effect of side ratio on fluid flow and heat transfer from rectangular cylinders using the PANS method. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v.61, Part B, p. 309-322, 2016. (DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2016.05.004)
- ROTTA, J., Statistische theorie nichthomogener turbulenz, **Zeitschrift für Physik A**, Vol. 129, p. 547-572, 1951.
- SAGAUT, P., **Large eddy simulation for incompressible flows: an introduction**. Springer Science & Business Media, 2006.
- SALCEDO, E.; TREVIÑO, C.; PALACIOS-MORALES, C.; ZENITE, R. e MARTÍNEZ-SUÁSTEGUI, L., Experimental study on laminar flow over two confined isothermal cylinders in tandem during mixed convection. **International Journal of Thermal Sciences** v.115, p. 176-196, 2017. (DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2017.01.015)
- SCHLICHTING, H., **Boundary-layer Theory**, McGraw-Hill, New York; 1979.
- SMAGORINSKY, J., General circulation experiments with the primitive equations, **Monthly Weather Review**. v. 91 p. 99-164, 1963.
- SPALART, P. R. e ALLMARAS, S. R., A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows, **AIAA 23th Fluid Dynamics Conference 1992**, AIAA 92-0439, 1992
- SPALART, P. R.; JOU, W. H. STRETLETS, M. and ALLMARAS, S. R., Comments on the Feasibility of LES for Wings and on the Hybrid RANS/LES Approach", Advances in DNS/LES. **Proceedings of the First AFOSR International Conference on DNS/LES** p. 4 – 8, 1997.
- SPARROW, E. M.; ABRAHAM, J. P. e TONG, J. C. K., Archival correlations for average heat transfer coefficients for non-circular cylinders and for spheres in cross-flow. **International Journal of Heat and Mass Transfer** v. 47, p. 5285-5296, 2004. (DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.06.024)
- SUMNER, D., Two circular cylinders in cross-flow: A review. **Journal of Fluids and Structures** v. 26, n. 6, p. 849-899, 2010. (DOI: /10.1016/j.jfluidstructs.2010.07.001)
- TEIXEIRA, F. B. ; PEREIRA, M. S. ; FEIJO, B. C. ; ROCHA, L. A. O. ; GOULART, J. N. V. ; MELO, T. ; ISOLDI, L. A. ; Dos Santos, E. D., Otimização geométrica de escoamentos com convecção forçada sobre um arranjo triangular de corpos rombudos quadrados. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia - RIPE**, v. 2, p. 101-113, 2016.
- VAN DOORMAL, J. P. e RAITHBY, G. D., Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows, **Numerical Heat Transfer** v. 7, n. 2, p. 147-163, 1984.
- VERSTEEG, H. K. e MALALASEKERA, W., **An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method**, 1st Ed, Longman, England, 2007.

WIESCHE, S. a.d., Large-eddy simulation study of an air flow past a heated square cylinder. **Heat and Mass Transfer**, v. 43, n. 6, p. 515-525, 2006. (DOI: 10.1007/s00231-006-0122-x)

WILCOX, D. C., Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models, **AIAA Journal**, v. 26, n. 11, p. 1299-1310, 1988. (DOI: 10.2514/3.10041)

WILCOX, D. C., **Turbulence Modeling for CFD**, third ed., DCW Industries, 2006.