

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE – FURG**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA OCEÂNICA**



**INFLUÊNCIA DA CONVECÇÃO MISTA SOBRE A OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA  
DE UM ARRANJO TRIANGULAR DE CILINDROS EM ESCOAMENTOS  
LAMINARES**

**GABRIEL MORAES BARROS**

Orientador: Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos

Co-orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Rio Grande, Dezembro de 2015.

“(...) hoje eu vejo diferente, hoje eu vejo que o oposto de coragem é a conformidade.” (Rickson Gracie)



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais, Jane e Bento, por me apoiarem com tudo que eu preciso e muito mais, sem pedir nada em troca.

Agradeço à minha namorada Carolina por sempre me encorajar e incentivar a fazer as coisas que eu gosto e, também, as que eu preciso fazer.

Agradeço ao meu orientador Elizaldo e ao meu co-orientador Luiz.

Agradeço à FURG por toda a estrutura disponibilizada para a realização deste estudo.

Enfim, agradeço a todos que me ajudaram de alguma maneira a realizar este trabalho.

## RESUMO

O presente estudo numérico consiste em avaliar a forma geométrica de um arranjo triangular de cilindros submetidos a escoamentos transientes, bi-dimensionais, incompressíveis, laminares e com convecção mista por meios do Design Construtal, além do efeito do número de Richardson sobre o escoamento. A forma do arranjo foi escolhida, a fim de simular os arranjos escalonados de cilindros presentes em equipamentos térmicos comuns a embarcações, procurando-se diminuir o peso e custo dos equipamentos a bordo. As simulações foram realizadas para escoamentos com números de Reynolds e Prandtl, de 100 e 0,71, respectivamente, avaliando-se três diferentes números de Richardson:  $Ri = 0,1$ ; 1,0 e 10,0. As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas com o uso do método de volumes finitos (MVF). A área ocupada pelos cilindros é uma restrição geométrica do problema e os cilindros têm o mesmo diâmetro. O principal objetivo é avaliar a influência do  $Ri$  sobre o coeficiente de arrasto ( $C_D$ ) e o número de Nusselt ( $Nu_D$ ) entre os cilindros e o escoamento circundante, bem como obter as geometrias ótimas do problema multiobjetivo (fluidodinâmico e térmico). Foram simulados casos com a razão  $S_L/D = 1,5$ ; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5 e 5,0 (passo longitudinal sobre o diâmetro) e os mesmos valores foram usados para a razão  $S_T/D$  (passo transversal sobre o diâmetro). Os resultados mostraram que o aumento do número de Richardson levou a um crescimento das magnitudes do coeficiente de arrasto ( $C_D$ ) e número de Nusselt ( $Nu_D$ ). Além disso, houve uma mudança significativa no comportamento das camadas limites térmicas e de velocidades com o aumento  $Ri$  que alterou o efeito da razão  $S_T/D$  e  $S_L/D$  em  $C_D$  e  $Nu_D$ . Foram apresentados os resultados ótimos para os valores de  $Ri = 0,1$ ; 1,0 e 10,0, além de comentários sobre as diferenças de comportamento dos escoamentos. Não há um comportamento ótimo universal para o escoamento, já que a geometria se adapta ao mecanismo motriz aplicado ao arranjo de cilindros.

**Palavras-chave:** Escoamentos Externos, Arranjo de Cilindros, Otimização Geométrica, Design Construtal, Convecção Mista.

## ABSTRACT

This numerical study is to assess the geometric shape of a triangular arrangement of circular cylinders submitted to transient, two-dimensional, incompressible, laminar and mixed convective flows by means of *Construtal Design*, in addition to evaluate the effect of the Richardson number on the flow. The shape of the arrangement was chosen in order to simulate the staggered arrangement of cylinders present in heating plants common to boats, seeking to decrease the weight and cost of the equipment on board. The simulations were performed for Reynolds and Prandtl numbers, 100 and 0,71, respectively, evaluating three different numbers of Richardson:  $Ri = 0,1$ ; 1,0 and 10,0. The mass conservation equations, momentum and energy were resolved using the finite volume method (FVM - English: Finite Volume Method). The area occupied by the cylinder is a geometric constraint problem and the cylinders have the same diameter. The main purpose is to evaluate the effect of Richardson number over the drag coefficient ( $C_D$ ) and Nusselt number ( $Nu_D$ ) between the cylinders and the surrounding flow, as well as, and get the optimal geometry of the multi-objective problem (fluid dynamic and thermal). Were simulated cases with the ratio  $S_L/D = 1,5$ ; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5 and 5,0 (ratio between longitudinal pitch and the cylinders diameter) and the same values were used for the ratio  $S_T/D$  (ratio between transversal pitch and the cylinders diameter). The results showed that the increase in Richardson number led to an increase of the magnitude of the drag coefficient ( $C_D$ ) and the Nusselt number ( $Nu_D$ ). In addition, there was a significant change in the behavior of thermal and velocity layers with the increase in  $Ri$  that alter the effect of  $S_T/D$  and  $S_L/D$  ratios in  $C_D$  e  $Nu_D$ . Optimal results for  $Ri = 0,1$ ; 1,0 and 10,0 were presented as well as comments on the differences in the flow behavior with different parameters. There is no universal optimum behavior for the flow, since the geometry adapts to the driving mechanism applied to the cylinder arrangement.

**Keywords:** External Flows, Arrangement of cylinders, Geometric Optimization, Construtal Design, Mixed Convection.

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE SÍMBOLOS.....</b>	<b>9</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS .....</b>	<b>12</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>13</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>17</b>
<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>18</b>
<b>1.1 MOTIVAÇÃO .....</b>	<b>18</b>
<b>1.2 ESTADO-DA-ARTE.....</b>	<b>21</b>
<b>1.3 OBJETIVOS.....</b>	<b>34</b>
1.3.1 OBJETIVOS GERAIS .....	34
1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	35
<b>1.4 DELINEAMENTO DO TEXTO .....</b>	<b>35</b>
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>37</b>
<b>2.1 TRANSFERÊNCIA DE CALOR .....</b>	<b>37</b>
2.1.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR .....	37
<b>2.2 LEI CONSTRUTAL .....</b>	<b>44</b>
<b>2.3 MÉTODO DESIGN CONSTRUTAL .....</b>	<b>45</b>
<b>3. MODELAGEM MATEMÁTICA .....</b>	<b>47</b>
<b>3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA.....</b>	<b>47</b>
<b>3.2 METODOLOGIA .....</b>	<b>48</b>
<b>3.3 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO.....</b>	<b>50</b>
<b>4. MODELAGEM NUMÉRICA.....</b>	<b>54</b>
<b>4.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE MÉTODO NUMÉRICO.....</b>	<b>54</b>
<b>4.2. O MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS.....</b>	<b>55</b>
4.2.1 TRATAMENTO DOS TERMOS ADVECTIVOS DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO .....	58

4.2.1.1. ESQUEMA DE ADVECÇÃO UPWIND .....	59
4.2.2. ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE .....	60
4.2.2.1 ALGORITMO SIMPLE .....	61
4.2.3. DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO .....	63
<b>4.3 PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS .....</b>	<b>64</b>
<b>4.4 TESTE DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA.....</b>	<b>65</b>
<b>5. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>71</b>
5.1 ANÁLISE PARA RICHARDSON = 0,1 .....	72
5.2 ANÁLISE PARA NÚMERO DE RICHARDSON = 1,0.....	77
5.3 ANÁLISE PARA NÚMERO DE RICHARDSON = 10.0.....	82
5.4 INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE RICHARDSON NO ESCOAMENTO.....	86
<b>6. CONCLUSÕES .....</b>	<b>97</b>
<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>100</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\varphi$	Escalar que está sendo transportado	
$\nu$	Viscosidade cinemática do fluido	$[\text{m}^2.\text{s}^{-1}]$
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido	$[\text{kg}.\text{m}^{-1}.\text{s}^{-1}]$
$( )_m$	Uma vez maximizado ou minimizado	
$( )_{mm}$	Duas vezes maximizado ou minimizado	
$( )_o$	Uma vez otimizado	
$( )_{oo}$	Duas vezes otimizado	
$\bar{h}_D$	Média do coeficiente de película dos 3 cilindros	
$\vec{g}$	Aceleração do campo gravitacional	$[\text{m}.\text{s}^{-2}]$
$q'''$	Taxa de geração de energia por unidade de volume	$[\text{W}.\text{m}^{-3}]$
$\forall$	Volume da célula	
$\Delta x_i$	Variação espacial na direção i	$[\text{m}]$
$\nabla\varphi_P$	Gradiente de $\varphi$ no ponto P	
$A$	Área	$[\text{m}^2]$
$A_f$	Área frontal do cilindro	$[\text{m}^2]$
$A_t$	Área total dos três cilindros	$[\text{m}^2]$
$b$	Termo fonte e o produto entre o coeficiente e a variável escalar no ponto P no passo de tempo anterior	
$C$	Constante da equação	
$C_D$	Coeficiente de arrasto	
$c_p$	Calor específico a pressão constante	$[\text{J}.\text{kg}^{-1}.\text{K}^{-1}]$
$D$	Diâmetro dos cilindros	$[\text{m}]$
$E$	Face leste do volume de controle	

$F_D$	Força de Arrasto	[N]
$g$	Aceleração do campo gravitacional	[m.s <sup>-2</sup> ]
$Gr$	Número de Grashoff	
$h$	Coefficiente e transferência de calor	[W.m <sup>2</sup> ]
$H$	Altura do domínio	[m]
$k$	condutividade térmica do fluido	[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$L$	Comprimento do domínio	[m]
$m$	Constante da equação	
$\mathbf{n}$	vetor unitário normal à alguma face	
$N$	Face norte do volume de controle	
$n + 1$	Variável no passo de tempo $n + 1$ ( $t + \Delta t$ )	
$N_f$	Número de faces que compõe o volume de controle	
$n_j$	Cosseno diretor do vetor normal ao contorno na direção $j$	
$Nu_D$	Número de Nusselt	[h <sub>D</sub> .K <sup>-1</sup> ]
$P$	Pressão	[N.m <sup>-2</sup> ]
$P$	Centro da face $p$	
$Pr$	Número de Prandtl	
$q''$	Fluxo de calor por unidade de área	[W.m <sup>-2</sup> ]
$\mathbf{r}$	É o vetor deslocamento que liga o centro da célula a montante à face do volume de controle	
$R$	Resíduo para convergência	
$Re_D$	Número de Reynolds	
$S$	Face sul do volume de controle	
$S_L$	Passo longitudinal entre os cilindros	[m]
$S_T$	Passo transversal entre os cilindros	[m]

$S_\varphi$	Sumidouro do escalar $\varphi$ por unidade de volume	$[\text{W.m}^{-3}]$
$t^*$	Tempo adimensional	$[\text{V.t.H}^{-1}]$
$T_\infty$	Temperatura do fluido	$[\text{K}]$
$T_S$	Temperatura de superfície do corpo	$[\text{K}]$
$T_W$	Temperatura prescrita dos cilindros	$[\text{K}]$
$\mathbf{u}$	Vetor campo de velocidades	
$V_\infty$	Velocidade do escoamento na corrente livre	$[\text{m.s}^{-1}]$
$\alpha$	Difusividade térmica	$[\text{m}^2.\text{s}^{-1}]$
$B$	Coefficiente de expansão volumétrico do fluido	$[\text{K}^{-1}]$
$\Gamma$	Coefficiente de difusão	
$\rho$	Massa específica do fluido	$[\text{kg.m}^{-3}]$
$\Phi$	Função de dissipação viscosa	

**LISTA DE ABREVIATURAS**

CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional ( <i>Computational Fluid Dynamics</i> )
MDF	Método de Diferenças Finitas
MEF	Método de Elementos Finitos
MPI	<i>Message Passing Interface</i>
MVF	Método dos Volumes Finitos
QUICK	<i>Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics</i>
OWC	Coluna de Água Oscilante ( <i>Oscillating Water Column</i> )
SOU	<i>Second Order Upwind</i>
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations</i>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Trocador de calor tubular com um passe com um arranjo de tubos escalonado (adaptado de Sha e Sekulic, 2003).....	20
Figura 1.2 – Célula unitária de um arranjo de tubos escalonado (Sha e Sekulic, 2003).....	20
Figura 1.3 – Diagrama esquemático do domínio computacional utilizado e a direção do escoamento (Song e Chang, 1991).....	22
Figura 1.4 – Esboço tri-dimensional da configuração da matrix de tubos na parede do canal (adaptado de Menders e Ranjalic, 1999).....	23
Figura 1.5 – Vista lateral da configuração de tubos (Menders e Ranjalic, 1999).....	23
Figura 1.6 – Esquema do arranjo do ensaio experimental (adaptado de Alam e Zhoul, 2008). .....	23
Figura 1.7 – Dois cilindros de mesmo diâmetro sobre escoamento cruzado: a) configuração em <i>tandem</i> ; b) configuração alinhada e c) configuração transversal (Summer, 2010).....	24
Figura 1.8 – Inserção de placas adicionais no fluido não utilizado, ou seja, fora da camada limite (Silva e Bejan, 2005). ....	26
Figura 1.9 – Fileira de cilindros com dois graus de liberdade (diâmetros diferentes) (Bello-Ochende e Bejan, 2005). ....	26
Figura 1.10 – Domínio computacional do sumidouro de energia tipo micro-canal (adaptado de Bello Ochende et al., 2007a).....	28
Figura 1.11 – Domínio computacional de um dissipador de calor e um canal de refrigeração com volume fixo e forma variável (adaptado de Bello Ochende et al., 2007b). ....	29
Figura 1.12 – Entrada de um canal corrugado em canais com diferentes entradas: a) Duto quadrado enrugado; b) Detalhes do enrugamento nas posições de 1/3 e 2/3 (Bello-Ochende et al., 2009). ....	30
Figura 1.13 – Gerador de vapor com um grande número de tubos verticais de duas fases em escoamento cruzado com um fluxo horizontal de gás quente (Kim et al., 2010).....	31
Figura 1.14 – a) Cilindros alinhados ao longo do mesmo eixo; b) cilindros alinhados ao longo da borda a jusante (Bello-Ochende et al., 2011).....	32
Figura 1.15 – Configurações intermediárias do arranjo duplo de cilindros: (a) $\beta = 30^\circ$ , (b) $\beta = 45^\circ$ e (c) $\beta = 60^\circ$ (Rocha et al., 2013). ....	33
Figura 2.1 – Movimento molecular aleatório gerador do mecanismo de transferência de calor por condução (Fonte: Incropera et al., 2011). ....	38

Figura 2.2 – Resfriamento por radiação térmica de um sólido mais quente que a sua vizinhança (Fonte: Incropera et al., 2011).....	39
Figura 2.3 – Processo de transferência de calor por convecção. a) convecção forçada. b) convecção natural, c) ebulição e d) condensação (Fonte: Incropera et al., 2011). .....	41
Figura 3.1 – Domínio computacional e condições de contorno.....	47
Figura 3.2 – Diagrama de simulações realizadas neste estudo. ....	49
Figura 4.1 – Volume de controle empregado no MVF para um domínio bidimensional (Adaptado de Patankar, 1980).....	56
Figura 4.2 – Obtenção de $\varphi_f$ em uma face do volume de controle usando o esquema <i>upwind</i> . .....	59
Figura 4.3 – Definição das variáveis $\varphi$ empregando o esquema <i>upwind</i> de segunda ordem...60	
Figura 4.4 – Teste de independência de malha. ....	66
Figura 4.5 – Malha computacional gerada no software GAMBIT. ....	67
Figura 4.6 – Malha computacional aproximada na região dos cilindros. ....	68
Figura 5.1 – Região de interferência entre cilindros, retirado de Zdravkovich (1987). ....	71
Figura 5.2 – Efeito do parâmetro $S_T/D$ para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 0,1$ no coeficiente de arrasto do arranjo ( $C_D$ ) para cada passo longitudinal. ....	73
Figura 5.3 – Efeito do parâmetro $S_L/D$ sobre o coeficiente de arrasto uma vez minimizado $C_{D,m}$ e respectiva geometria ótima $(S_T/D)_o$ para um escoamento a $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 0,1$ . .....	74
Figura 5.4 – Efeito do parâmetro $S_T/D$ sobre o número de Nusselt médio dos três cilindros ( $Nu_D$ ) para diferentes razões de $S_L/D$ em um escoamento a $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 0,1$ . 75	
Figura 5.5 – Campo de temperaturas para um escoamento no regime permanente para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 0,1$ para $S_L/D = 1,5$ e diferentes $S_T/D$ : a) $S_T/D = 2,0$ ; b) $S_T/D = 3,0$ ; c) $(S_T/D)_o = 5,0$ . ....	76
Figura 5.6 – Efeito do parâmetro $S_L/D$ sobre o coeficiente de arrasto do arranjo uma vez minimizado ( $C_{D,m}$ ) e respectiva geometria ótima $(S_T/D)_o$ para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 0,1$ .....	76
Figura 5.7 – Efeito do parâmetro $S_T/D$ sobre o coeficiente de arrasto médio dos três cilindros ( $C_D$ ) para diferentes razões de $S_L/D$ para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 1,0$ . .....	78
Figura 5.8 – Campo de pressões para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 1,0$ para um $S_L/D = 5,0$ e: a) $S_T/D = 1,5$ e b) $S_T/D = 4,0$ . ....	78

Figura 5.9 – Campo de pressões para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 1,0$ para um $S_L/D = 1,5$ e: a) $S_T/D = 1,5$ e b) $S_T/D = 5,0$ .	78
Figura 5.10 – Efeito do parâmetro $S_L/D$ sobre o coeficiente de arrasto do arranjo uma vez minimizado ( $C_{D,m}$ ) e respectiva geometria ótima $(S_T/D)_o$ para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 1,0$ .	79
Figura 5.11 – Efeito do parâmetro $S_T/D$ sobre o número de Nusselt médio dos três cilindros ( $Nu_D$ ) para diferentes razões de $S_L/D$ e um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 1,0$ .	80
Figura 5.12 – Campo de temperaturas para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 1,0$ para um $S_L/D = 2,0$ e: a) $S_T/D = 1,5$ ; b) $S_T/D = 2,5$ e c) $S_T/D = 5,0$ .	81
Figura 5.13 – Efeito do parâmetro $S_L/D$ para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 1,0$ no número de Nusselt do arranjo uma vez minimizado ( $Nu_{D,m}$ ) e sobre o parâmetro $(S_T/D)_o$ uma vez otimizado.	81
Figura 5.14 – Efeito do parâmetro $S_T/D$ sobre o coeficiente de arrasto médio dos três cilindros ( $C_D$ ) para diferentes razões de $S_L/D$ para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 10,0$ .	83
Figura 5.15 – Efeito do parâmetro $S_L/D$ para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 10,0$ no coeficiente de arrasto do arranjo uma vez minimizado ( $C_{D,m}$ ) e sobre o parâmetro $(S_T/D)_o$ uma vez otimizado.	84
Figura 5.16 – Efeito do parâmetro $S_T/D$ em um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 10,0$ no número de Nusselt médio ( $Nu_D$ ) para cada cilindro em todos os valores de $S_T/D$ .	85
Figura 5.17 – Efeito do parâmetro $S_L/D$ para um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ e $Ri = 10,0$ no número de Nusselt do arranjo uma vez minimizado ( $Nu_{D,m}$ ) e sobre o parâmetro $(S_T/D)_o$ uma vez otimizado.	85
Figura 5.19 – Efeito do número de Richardson ( $Ri$ ) em um escoamento com $Re_D = 100$ , $Pr = 0,71$ para o número de Nusselt médio do arranjo $Nu_D$ .	88
Figura 5.20 – Efeito do $Ri$ sobre o coeficiente de arrasto uma vez minimizado $C_{D,m}$ para todos os casos de $S_L/D$ .	89
Figura 5.21 – Efeito do $Ri$ sobre a geometria ótima $(S_T/D)_o$ que minimiza o $C_{D,m}$ para todos os casos de $S_L/D$ .	90
Figura 5.22 – Efeito do $Ri$ sobre a geometria uma vez otimizada $(S_L/D)_o$ , a geometria duas vezes otimizada $(S_T/D)_{oo}$ que levam ao coeficiente de arrasto duas vezes minimizado $C_{D,mm}$ para $Ri = 0,1; 0,5; 1,0; 5,0$ e $10,0$ .	91

Figura 5.23 – Efeito do  $Ri$  sobre o número de Nusselt uma vez maximizado  $Nu_{D,m}$  para todos os casos de  $S_L/D$ . .....92

Figura 5.24 – Efeito do  $Ri$  sobre a geometria ótima  $(S_T/D)_o$  que maximiza o  $Nu_{D,m}$  para todos os casos de  $S_L/D$ . .....92

Figura 5.25 – Efeito do  $Ri$  sobre a geometria uma vez otimizada  $(S_L/D)_o$ , a geometria duas vezes otimizada  $(S_T/D)_{oo}$  que levam ao número de Nusselt duas vezes maximizado  $Nu_{D,mm}$  para  $Ri = 0,1; 0,5; 1,0; 5,0$  e  $10,0$ . .....93

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 3.1 – Propriedades termofísicas e parâmetros empregados em todos os casos.....	49
Tabela 3.2 – Configurações e propriedades termofísicas variáveis. ....	50
Tabela 4.1 – Teste de independência de malha para $Re_D = 100$ ; $Pr = 0,71$ ; $S_T/D = 5,0$ e $S_L/D = 5,0$ .....	66
Tabela 6.1 – Tabela dos resultados para o problema fluidodinâmico.....	98
Tabela 6.2 – Tabela dos resultados para o problema térmico.....	98

## 1. INTRODUÇÃO

Este capítulo procura definir o contexto no qual o trabalho está inserido, bem como a motivação e o estado-da-arte para o estudo realizado. Com base nisso são enunciados os principais objetivos do trabalho. Além disso, é apresentado ao final do capítulo o delineamento do texto.

### 1.1 MOTIVAÇÃO

A transferência de calor é uma área importante em diversos problemas de engenharia. Dentre esses problemas podem-se citar alguns como: projeto, operação e manutenção de trocadores de calor, que são encontrados em centrais térmicas, instalações de aquecimento de água, refrigeração de radiadores de veículos automotores; isolamentos térmicos para a minimização da transferência de calor em equipamentos térmicos, câmaras frias e para conforto térmico em ambientes de trabalho e residencial; controle de temperatura em equipamentos que operam em faixas específicas ou com um valor crítico, como componentes de computadores (Bejan, 2004; Siegel e Howell, 2002).

Sistemas térmicos em problemas que envolvem interações entre um escoamento de fluido e superfícies são estudados e empregados em diversas áreas da engenharia. Os escoamentos externos sobre cilindros, em especial, representam, de forma simplificada, diversos problemas de engenharia como pontes, torres, conversores de energia eólica, condensadores, evaporadores, geradores de vapor, trocadores de calor multi-tubulares. A maximização da transferência de calor entre as superfícies do arranjo e o escoamento circundante também tem sido alvo de estudos na literatura (Çengel e Cimbala, 2006; Rajani et al., 2009).

Além dos estudos relacionados com a fenomenologia do escoamento, também é importante compreender a influência geométrica sobre o comportamento do escoamento, bem como, sobre a maximização dos desempenhos fluidodinâmico e térmico do mesmo.

Nesse sentido, tem sido crescente o emprego do Design Construtal que é um método de avaliação geométrica de qualquer sistema de fluxo baseado no princípio de restrições e objetivos. O método é aplicado com o intuito de mostrar que todos os sistemas de fluxo, sejam animados ou inanimados, tem sua forma e estrutura geradas deterministicamente por um princípio físico, denominado de Lei Construtal. A Lei Construtal é definida por Bejan (2000): “Para um sistema fluxo de dimensões finitas persistir no tempo (sobreviver), o mesmo precisa

evoluir sua forma e estrutura para possibilitar um melhor acesso às correntes que escoam através dele”.

Para analisar os sistemas de fluxo em engenharia, o engenheiro tem, fundamentalmente, três possibilidades para desenvolver o seu projeto: métodos analíticos, experimentação numérica e experimentação em laboratório (Maliska, 2004). Este trabalho utiliza a experimentação numérica, pois está interessado no efeito da variação da geometria do problema e do número de Richardson em diferentes casos, por tanto é preciso de replicar o experimento mudando apenas algumas variáveis.

Uma das formas de analisar os sistemas de fluxo em engenharia, especialmente na transferência de calor, está na análise numérica. A experimentação numérica é essencial para se testar várias geometrias diferentes, a fim de escolher quais atendem otimamente aos objetivos sem um grande gasto com experimentos em laboratório. Além disso, a modelagem numérica apresenta outras vantagens, como facilidade para realizar estudos onde sistemas controlados não seriam de fácil (ou possível) realização, possibilidade de estudar sistemas além do seu ponto de funcionamento normal e/ou com condições perigosas, além de permitir uma grande variação de detalhes de do problema (Versteeg e Malalasekera, 2007).

O presente estudo de escoamento cruzado sobre um arranjo de cilindros tem também como motivação para a área de Engenharia Oceânica a otimização da eficiência de trocadores de calor de sistemas embarcados com o intuito de diminuir o peso e tamanho do equipamento (e conseqüentemente da embarcação) sem redução sensível na troca térmica para as operações nas embarcações.

Os trocadores de calor apresentam diversas aplicações para indústria marítima, tanto para funções de aquecimento, como: aquecimento da água de serviço do navio, serviço de aquecedor de deck para carga viscosa, recuperadores de calor perdido por condensados a altas temperaturas, aquecedores de sucção para óleo de combustível pesado, processamento de resíduos plásticos; como também para funções de resfriamento: resfriamento de engrenagem com controle eletrônico, resfriadores centrais do maquinário do navio, sistemas resfriadores de óleo lubrificante entre outras (Hesselgreaves, 2001).

O modelo analisado neste trabalho simula uma célula unitária triangular com escoamento idealizado totalmente normal ao eixo dos cilindros (na prática, a direção dominante do escoamento está inclinada em relação ao eixo) em um arranjo escalonado de tubos de um trocador de calor de escoamento cruzado. As Figuras 1.1 e 1.2 ajudam a demonstrar a similaridade entre a secção de corte de um trocador de calor e o modelo de estudo proposto neste estudo, lembrando que as notações para os passos foram modificadas por questão de

facilidade em relação aos trabalhos já desenvolvidos no grupo de pesquisa onde este estudo está inserido. Mais precisamente, a Fig. 1.1 ilustra o arranjo em corte de um trocador de calor feixe tubular, enquanto a Fig. 1.2 ilustra uma célula unitária. No presente estudo será avaliada uma geometria semelhante à apresentada na Fig. 1.2.

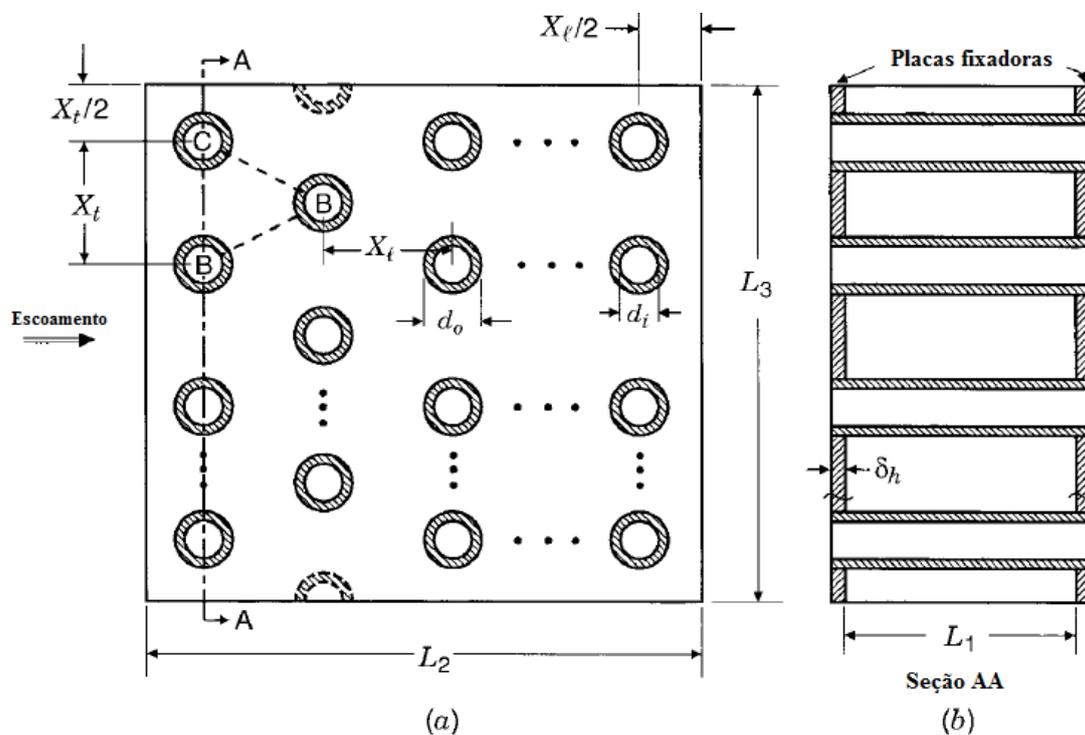


Figura 1.1 – Trocador de calor tubular com um passe com um arranjo de tubos escalonado (adaptado de Sha e Sekulic, 2003).

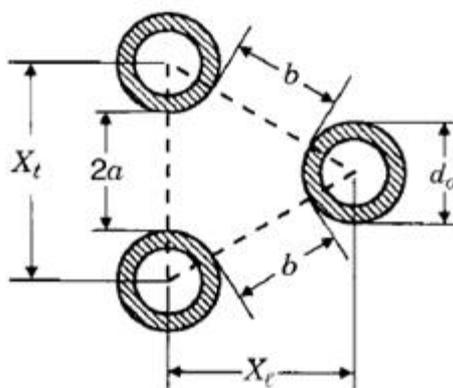


Figura 1.2 – Célula unitária de um arranjo de tubos escalonado (Sha e Sekulic, 2003).

## 1.2 ESTADO-DA-ARTE

Esta seção sobre o estado-da-arte foi dividida em: exemplos sobre trabalhos sobre cilindros sem aplicação do método Design Construtal, trabalhos sobre diferentes geometrias utilizando o método Design Construtal, trabalhos sobre escoamento externo sobre cilindros utilizando Design Construtal e, por fim, a inserção deste trabalho no estado-da-arte.

O estudo de corpos submetidos a escoamentos sem o emprego do Design Construtal tem sido realizado na literatura. Alguns exemplos são demonstrados a seguir:

Song e Chang (1991) avaliaram os padrões do escoamento e desprendimento de vórtices de um escoamento laminar sobre um par de cilindros posicionados transversalmente à direção principal do escoamento (escoamento cruzado), em um arranjo lado a lado (*tandem*), como pode ser visto na Fig. 1.3. Os objetivos do trabalho foram estudar a fenomenologia do escoamento e testar a técnica de hibridização da malha com os métodos MDF (Método das Diferenças Finitas) e MEF (Método dos Elementos Finitos) para a montagem do modelo computacional, já que autores estavam reportando problemas de singularidade de malha nas superfícies dos cilindros, além de dificuldades de aplicar condições de contorno.

Foram feitas avaliações para 3 casos de diferentes números de Grashoff, sendo eles  $Gr = 10^3$ ,  $5 \times 10^3$  e  $10^4$ . Todos os casos têm número de Reynolds de  $Re = 100$  e número de Prandtl de  $Pr = 0,7$ , a distância entre os cilindros também foi fixada em  $0,7D$  (diâmetro dos cilindros). Os resultados mostraram que as esteiras de vórtices de Kármán se desprendem atrás dos dois cilindros de maneira transiente (para um determinado intervalo de números de Richardson) devido ao efeito da força de empuxo e da interação entre os vórtices. Esse comportamento foi contrário ao súbito desprendimento observado em um único cilindro. Os autores também observaram que a magnitude do número de Nusselt obtido na literatura para um cilindro é inferior ao Nusselt obtido para os dois cilindros no arranjo estudado. A causa para esse comportamento é o aumento do escoamento devido ao empuxo na região entre os dois cilindros.

Menders e Ranjalic (1999) também estudaram o comportamento de desprendimento de vórtices, dessa vez para um escoamento turbulento com convecção forçada, sobre uma matriz de cubos, utilizando análise experimental, como pode ser visto na Fig. 1.4. Este estudo também apresenta a distribuição de coeficientes de transferência de calor locais nas superfícies dos cubos, em um arranjo linear de cubos periodicamente espaçados, vide Fig 1.5. Os coeficientes de transferência de calor locais foram calculados com termografia infra-vermelha e os campos de velocidade foram avaliados com um anemômetro a laser e com visualizações do

escoamento. Os resultados mostraram que o escoamento tem uma estrutura de vórtices característica nas imediações das paredes dos cubos, já nas áreas adjacentes e nos corredores entre os cubos são levemente distorcidos, exceto para um nível elevado de atividade turbulenta. Além disso, o número de Strouhal medido foi constante ( $St = 0,109$ ) para o intervalo de Reynolds considerado ( $2380 < Re < 5280$ ).

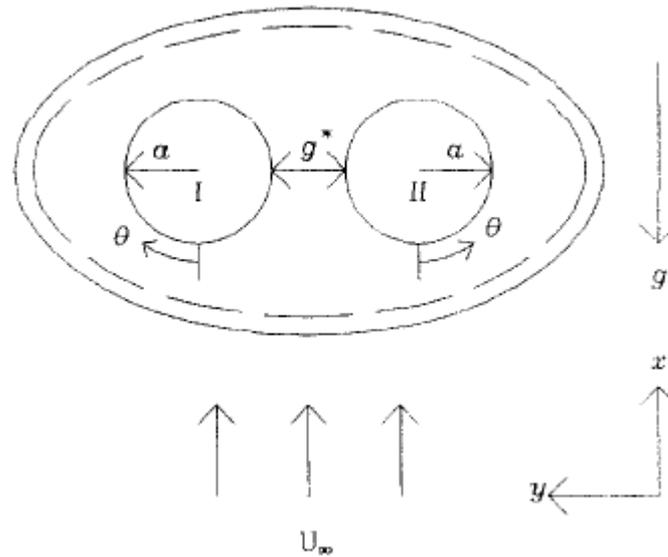


Figura 1.3 – Diagrama esquemático do domínio computacional utilizado e a direção do escoamento (Song e Chang, 1991).

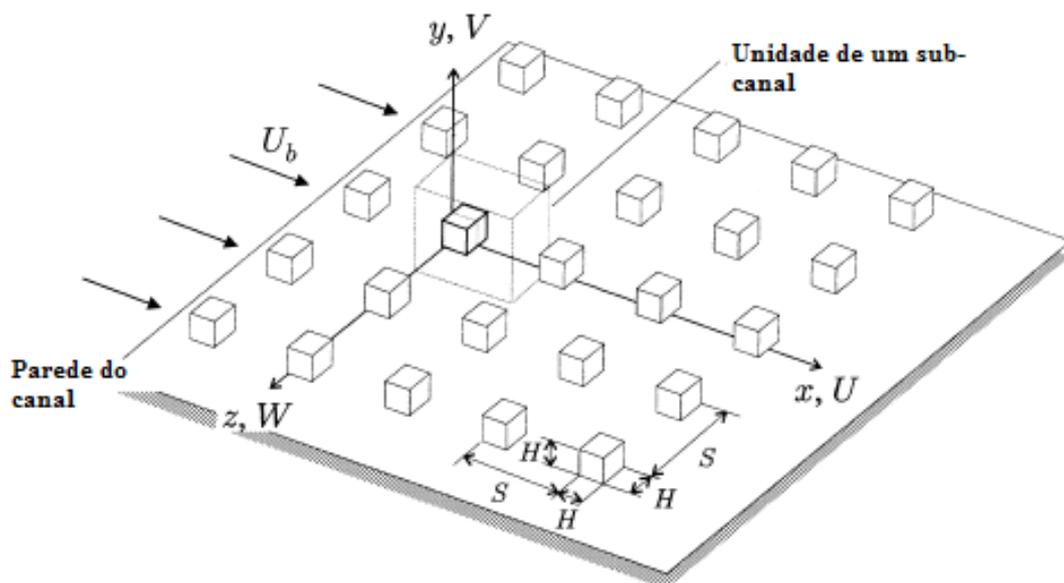


Figura 1.4 – Esboço tri-dimensional da configuração da matrix de tubos na parede do canal (adaptado de Menders e Ranjalic, 1999).

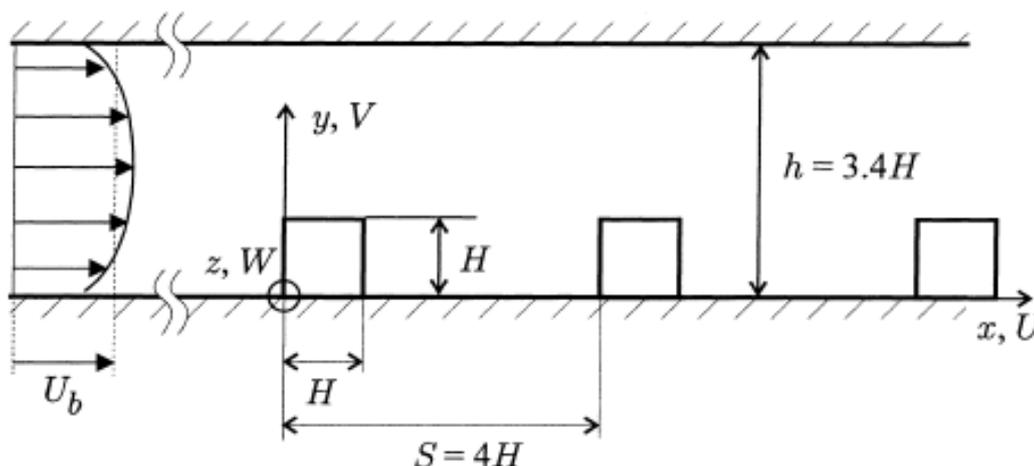


Figura 1.5 – Vista lateral da configuração de tubos (Menders e Ranjalic, 1999).

Em Alam e Zhou (2008), foi feito estudo experimental de um escoamento sobre dois cilindros de diferentes diâmetros em *tandem*, avaliando o número de Strouhal, as forças e a estrutura de um escoamento isotérmico. O domínio do escoamento avaliado é apresentado na Fig. 1.6. No estudo, o diâmetro do cilindro a jusante ( $D$ ) foi fixado em  $D = 25$  mm, o diâmetro do cilindro a montante,  $d$ , foi variado em um intervalo de  $0.24D \leq d \leq D$ . O afastamento entre os cilindros era  $5,5d$ , como pode ser visto na Fig. 1.6.

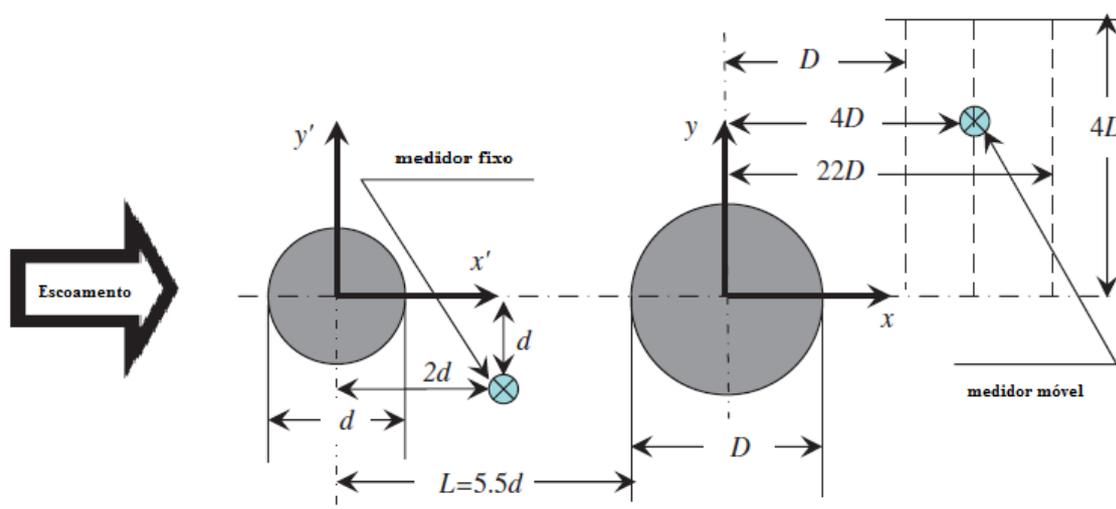


Figura 1.6 – Esquema do arranjo do ensaio experimental (adaptado de Alam e Zhou, 2008).

Dois frequências distintas de vórtices foram detectadas atrás do cilindro a jusante, pela primeira vez na literatura (segundo o autor) para dois cilindros em *tandem* com o mesmo diâmetro. As duas frequências de vórtices permaneceram para um intervalo de  $0,4 \leq d/D \leq 1,0$ . Uma delas foi a mesma que a detectada entre os cilindros, e a outra era uma frequência relativamente baixa e foi atribuída à formação de vórtices do cilindro a jusante do escoamento.

Um extenso e importante trabalho de revisão é apresentado em Summer (2010), com diversos estudos em escoamentos sobre pares de cilindros com arranjos alinhado, em *tandem* e transversal, como pode ser observado nas Figs. 1.7 (a), 1.7 (b) e 1.7 (c), respectivamente. Neste trabalho são apresentados e discutidos diversos estudos numéricos e experimentais existentes na literatura.

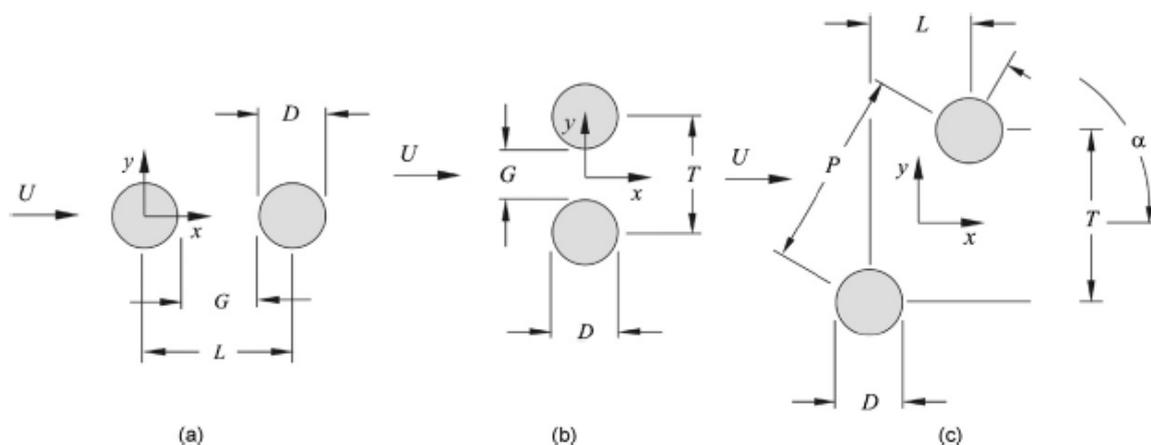


Figura 1.7 – Dois cilindros de mesmo diâmetro sobre escoamento cruzado: a) configuração em *tandem*; b) configuração alinhada e c) configuração transversal (Summer, 2010).

Este trabalho mostra que os efeitos do escoamento imediatamente nas proximidades dos cilindros, onde a esteira de vórtices de um cilindro interfere no comportamento do escoamento sobre outros cilindros, são determinados primariamente pelos passos transversal e longitudinal do arranjo de cilindros e do número de Reynolds (para casos com isotérmicos ou com convecção forçada). Esses parâmetros ainda possuem uma interferência forte nos padrões de escoamento, forças aerodinâmicas e desprendimento de vórtices. Neste trabalho, também foi avaliada a influência da relação  $P/D$  (razão da distância entre os centros dos cilindros e os seus diâmetros) sobre os parâmetros médios do escoamento como número de Strouhal ( $St_D$ ), coeficientes de arrasto ( $C_D$ ), sustentação ( $C_L$ ) e número de Nusselt ( $Nu_D$ ).

Com relação à otimização de geometrias expostas a escoamentos externos por convecção de calor com aplicação do Design Construtal é possível mencionar os trabalhos a seguir:

Em Silva e Bejan (2005) é apresentado um estudo de escoamentos com convecção forçada sobre arranjos de placas planas com várias escalas de comprimento. A oportunidade para otimizar o desempenho de uma estrutura vem da observação de que na entrada entre as placas paralelas, existe um volume de escoamento não utilizado, ou seja, fluido isotérmico que não ainda não interagiu com as placas. É neste volume não utilizado que o método Design Construtal foi utilizado inserindo-se novas placas de tamanho menor apropriadamente.

O volume de fluxo é preenchido com lâminas aquecidas equidistantes verticais de comprimentos decrescentes. Os espaçamentos entre as lâminas são variados a fim de otimizar o valor da máxima densidade de transferência de calor. As lâminas menores são instaladas no plano central entre duas lâminas adjacentes mais longas, na região de entrada, onde as camadas de limite são finas e o fluido ainda tem potencial para ser aquecido. Baseado no mesmo princípio, novas gerações de lâminas, mesmo menores, são adicionados passo a passo para a estrutura multi-escala, como pode ser visto na Fig. 1.8.

O Design Construtal é aplicado a cada nova geração de lâminas, conduzindo a espaçamentos ótimos entre as lâminas e escalas de comprimentos ótimos de cada conjunto de lâminas adicionado. À medida que o número de escalas de comprimento aumenta, a taxa de fluxo de transferência de calor também aumenta.

Os resultados do estudo mostraram que há melhoria do desempenho global com a inserção ótima das primeiras e segundas gerações de placas menores. O aumento da densidade de transferência de calor foi aproximadamente 12% e 6% para as primeiras e segundas gerações, respectivamente. Resultados decrescentes (com baixo acréscimo na otimização) também foram evidenciados, mostrando que a contribuição de cada nova geração de placas é menos importante do que a contribuição da geração anterior.

Em Bello-Ochende e Bejan (2005) foi feito um estudo sobre a otimização da troca térmica em um escoamento laminar com convecção natural transversal a um arranjo de cilindros de múltiplas escalas, conforme mostra a Fig. 1.9.

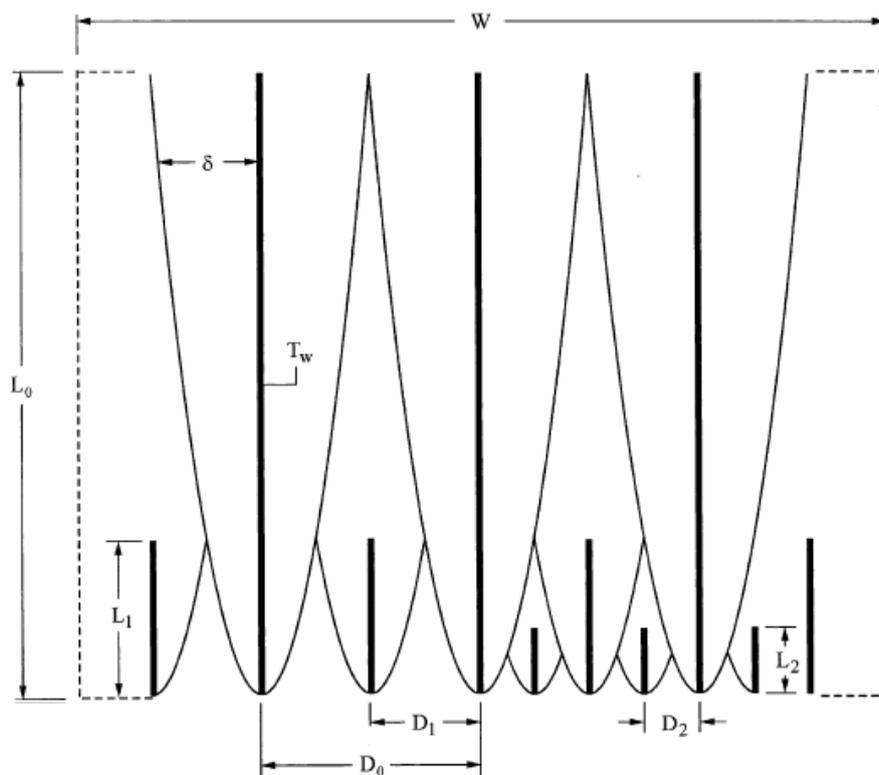


Figura 1.8 – Inserção de placas adicionais no fluido não utilizado, ou seja, fora da camada limite (Silva e Bejan, 2005).

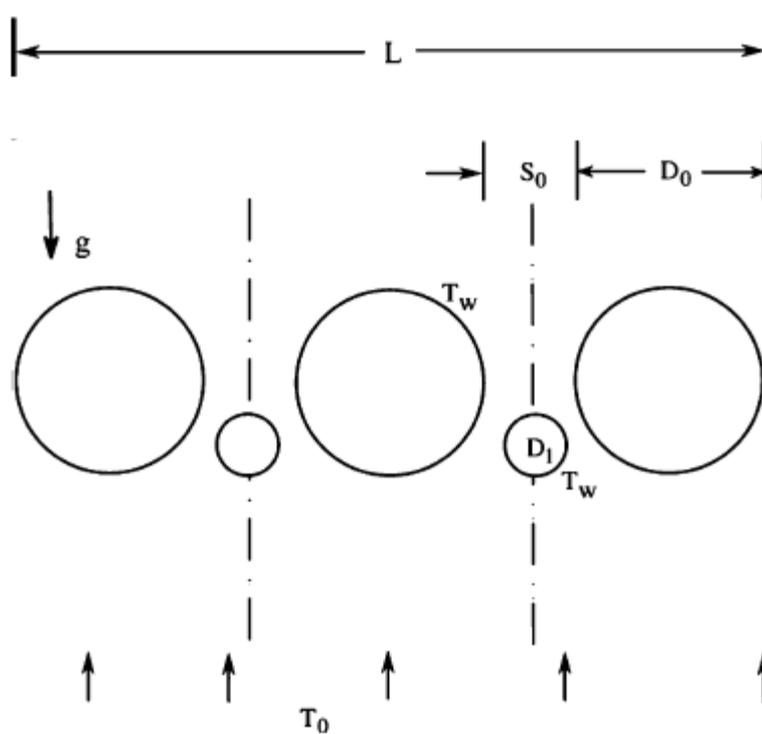


Figura 1.9 – Fileira de cilindros com dois graus de liberdade (diâmetros diferentes) (Bello-Ochende e Bejan, 2005).

Este trabalho mostra que, em um espaço preenchido com conjuntos de cilindros arrefecidos por convecção natural, a taxa de transferência de calor pode ser aumentada progressivamente através da utilização de cilindros de vários tamanhos e do posicionamento ideal de cada um dos cilindros na montagem. O artigo apresentou as arquiteturas otimizadas para estruturas com um e dois tamanhos de cilindros, ou seja, neste caso problemas com um e dois graus de liberdade. Os resultados recomendaram que os cilindros menores deveriam ser colocados mais próximos da entrada do conjunto de cilindros maiores. Também foi observado que a taxa de transferência de calor por unidade de volume aumenta à medida que a estrutura otimizada fica mais complexa. Além disso, é demonstrado que os diâmetros de cilindros otimizados são relativamente insensíveis às mudanças na complexidade e regime do escoamento (número de Rayleigh). Os espaçamentos otimizados diminuem pouco sensivelmente com o aumento do número de Rayleigh.

Bello-Ochende et al. (2007a) demonstraram uma aplicação do método Design Construtal no design de dissipadores de calor e de canais de resfriamento sujeitos às restrições globais de volume de canal e volume de sólido de condução constantes, em simulações numéricas utilizando o Método de Volumes Finitos (MVF), onde o modelo computacional pode ser observado na Fig. 1.10.

Objetivo da otimização geométrica é minimizar a temperatura de pico a partir das paredes para o fluido refrigerante, quando a diferença de pressão através do canal é fixa. Além disso, o estudo investiga o efeito da fração de volume total e a queda de pressão sobre a relação  $H/G$  (altura sobre largura do volume estudado), diâmetro hidráulico do canal e temperatura de pico nas paredes do canal.

Os resultados numéricos mostram que os graus de liberdade têm um forte efeito sobre a temperatura de pico máxima e a condutância térmica máxima global, bem como sobre a diferença de pressão. Os resultados também apresentaram excelente concordância com as análises aproximadas baseadas em análises de escalas.

Bello-Ochende et al. (2007b) demonstraram uma aplicação do método Design Construtal, de novo, sobre canais de resfriamento, em simulações térmicas conjugadas de condução térmica, no sólido, e de convecção forçada, no escoamento (Fig 1.11). O objetivo das simulações foi o de maximizar a Condutância Térmica Global do conjunto. Assim, ao detalharem numericamente as equações combinadas de condução e de transporte por convecção forçada em diversas geometrias, e em três dimensões, conseguiram estabelecer a melhor geometria para um canal de resfriamento de tipo sumidouro de energia.

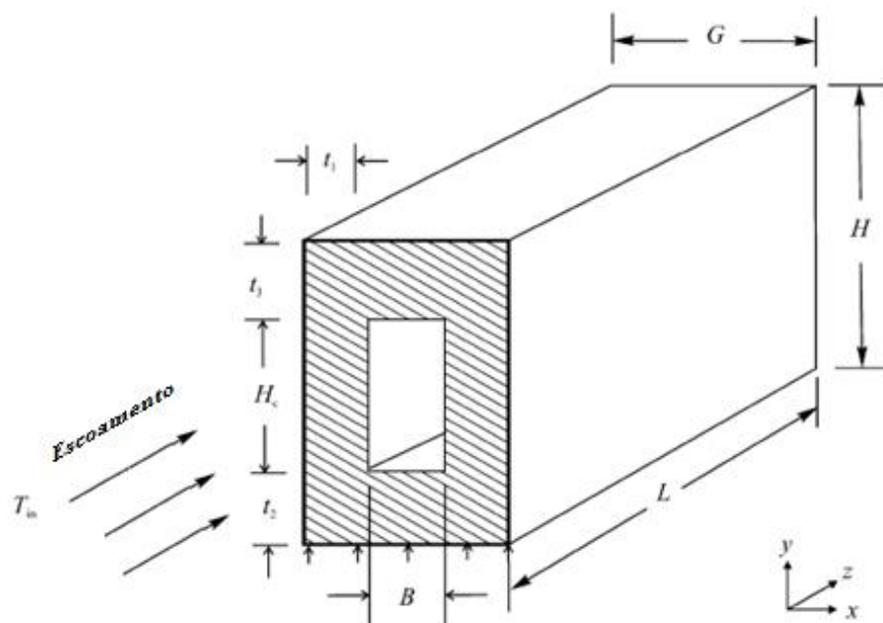


Figura 1.10 – Domínio computacional do sumidouro de energia tipo micro-canal (adaptado de Bello Ochende et al., 2007a).

No estudo, foram analisados, inicialmente, os efeitos do adimensional de pressão e da fração de volume de sólido sobre a geometria ótima e a condutância global máxima, para um número de Prandtl fixo. Seus resultados corroboraram a redução de até 8% de resistência térmica quando comparados àquela de modelos conhecidos de sumidouros de energia, uma vez que na estrutura otimizada o volume disponível é melhor distribuído, de modo a maximizar a condutância térmica global. Os autores esperaram que suas contribuições fossem utilizadas no projeto de design de dissipadores térmicos compactos mais eficientes, de modo a serem empregados no resfriamento de eletrônicos de escala reduzida ou microscópica, entre diversas outras aplicações.

Em Bello-Ochende et al. (2009), foi proposto um novo conceito para o melhoramento de geometrias de dutos de resfriamento pelo método Design Construtal. Foi relatado o aumento na densidade da taxa de transferência de calor de dutos com regiões de entrada de seção transversal corrugada, conforme pode ser observado na Fig 1.12, submetidos à escoamentos laminares forçados. Foi realizada uma comparação com dutos de seção de entrada quadrada simples, denominadas lisas, efetuando a simulação do enrugamento de suas seções de entrada, com o intuito de gerar uma nova geometria que promovesse uma interação entre paredes e fluido mais completa, intensificando as trocas térmicas no interior dos dutos.

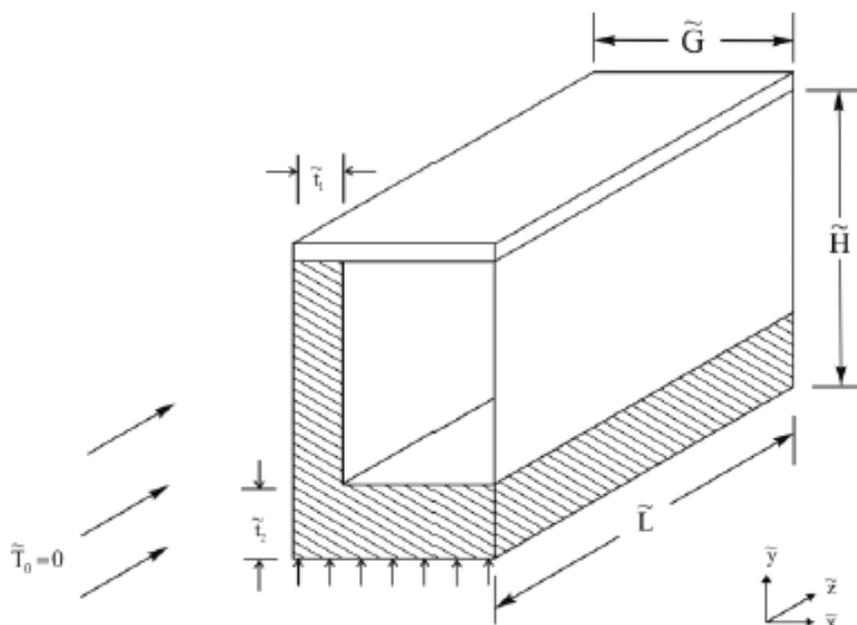


Figura 1.11 – Domínio computacional de um dissipador de calor e um canal de refrigeração com volume fixo e forma variável (adaptado de Bello Ochende et al., 2007b).

A razão desta interação mais complexa reside no fato de que, com dutos lisos, as regiões das paredes de entrada não participam inteiramente do processo térmico devido à presença de fluido isotérmico que ainda não entrou em contato térmico com as paredes. Estas deformações foram estendidas gradativamente sobre as laterais até um comprimento  $L$ , também otimizado, resultando em valores de trocas térmicas globais superiores em até 15% quando realizada a transição de dutos suaves para os dutos enrugados.

Posteriormente, em Kim et al. (2010) foi realizado um estudo analítico sobre a convecção forçada e natural em um arranjo transversal de dutos, como pode ser visto na Fig. 1.13. Neste trabalho foi analisada a corrente de escoamento nos lados externo e interno. Este estudo procura demonstrar que as características principais de um gerador de vapor podem ser determinadas com base no método Design Construtal.

O número de tubos de vapor tem de ser suficientemente grande, de modo que o gerador de vapor pode ser modelado como contínuo, já que segundo o autor esta é a configuração preferida pela indústria. Os volumes do conjunto e dos tubos de vapor são fixos. A geometria é livre para variar na busca pela máxima transferência de calor. Enquanto isso, a modelagem do escoamento de vapor nos tubos é feita de duas maneiras: monofásico e escoamento turbulento bifásico totalmente desenvolvido.

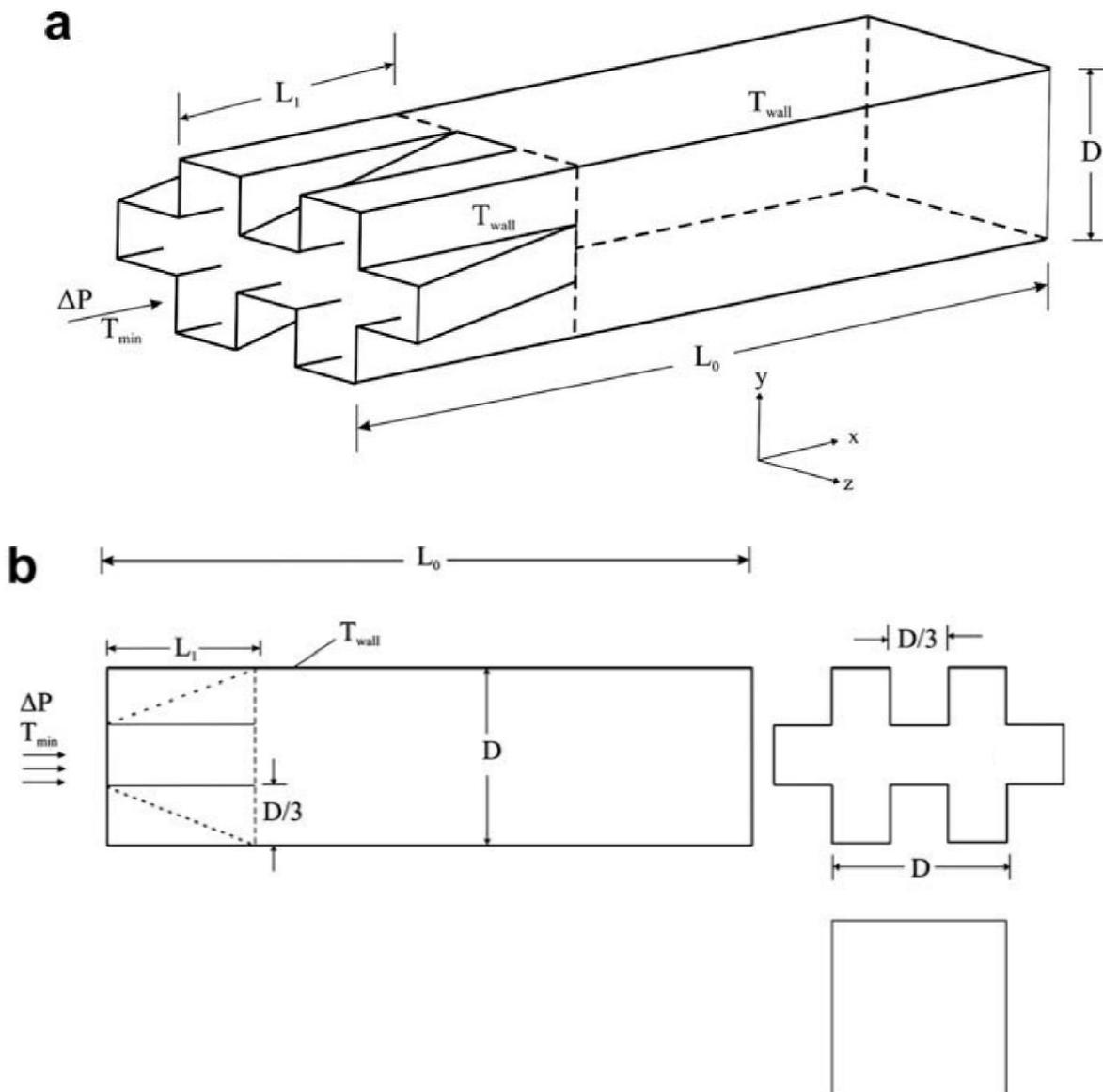


Figura 1.12 – Entrada de um canal corrugado em canais com diferentes entradas: a) Duto quadrado enrugado; b) Detalhes do enrugamento nas posições de 1/3 e 2/3 (Bello-Ochende et al., 2009).

Foram obtidos resultados para o espaçamento ótimo entre os cilindros, que são dependentes de alguns grupos adimensionais como a diferença de pressão adimensional aplicada, o diâmetro do tubo adimensional e a magnitude da vazão do escoamento horizontal.

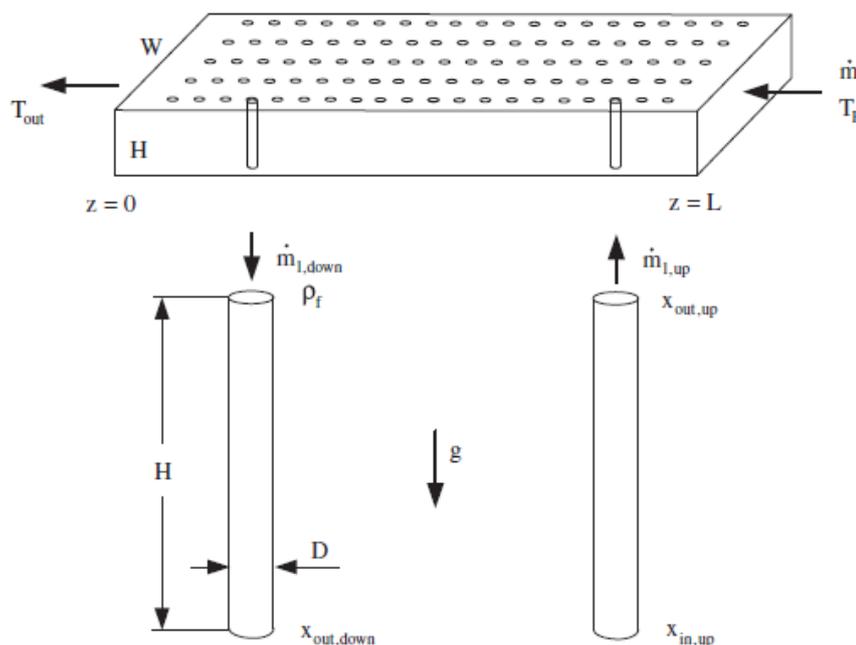


Figura 1.13 – Gerador de vapor com um grande número de tubos verticais de duas fases em escoamento cruzado com um fluxo horizontal de gás quente (Kim et al., 2010).

Especificamente a respeito de estudos sobre escoamento externo sobre cilindros com aplicação de Design Construtal, tem-se alguns interessantes estudos listados a seguir.

Bello-Ochende et al. (2011) descrevem o efeito de um escoamento laminar, cruzado, com convecção forçada em regime permanente sobre cilindros rotativos de múltiplas escalas. O objetivo da otimização é maximizar numericamente a taxa de transferência de calor do conjunto de cilindros para o escoamento circundante, considerando uma queda de pressão prescrita.

Foram estudadas duas configurações principais, conforme pode ser visto na Fig. 1.14, a primeira era com dois cilindros de tamanhos diferentes, alinhadas ao longo do mesmo eixo, e a segunda configuração foi aquela em que o eixo de rotação dos dois cilindros não estava no mesmo eixo, mas as bordas de ataque dos cilindros foram na mesma linha. Em ambas as configurações, os cilindros foram submetidos a dois tipos de rotações, em contra-rotação (cilindros girando em direções opostas) e de co-rotação (cilindros girando na mesma direção).

Simulações numéricas, para cilindros estacionários e rotacionais foram resolvidos pelo MVF para determinar o diâmetro do cilindro ideal, espaçamento e taxa máxima de transferência de calor correspondente.

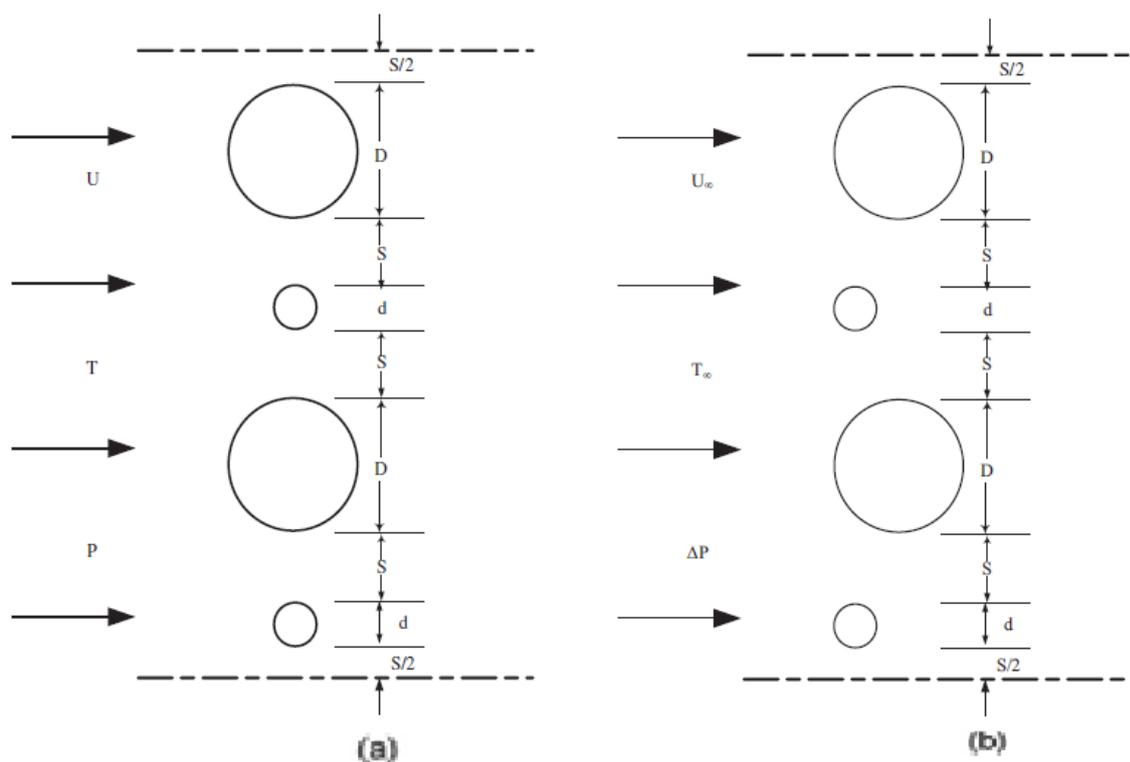


Figura 1.14 – a) Cilindros alinhados ao longo do mesmo eixo; b) cilindros alinhados ao longo da borda a jusante (Bello-Ochende et al., 2011).

Os efeitos de diferentes centros de rotação (eixos dos cilindros alinhados ou não), a queda de pressão devido as diferenças de espaçamento entre os cilindros, diâmetro ótimo dos cilindros e a densidade máxima de transferência de calor foram analisados no trabalho. Os resultados mostraram que o diâmetro ótimo do cilindro menor foi pouco sensível a variação da queda de pressão adimensional. Os resultados mostraram adicionalmente que a rotação foi apenas benéfica para os cilindros com o mesmo eixo de rotação e o efeito foi mínimo quando o eixo de rotação é diferente.

Com relação à otimização de problemas multi-objetivo, em Rocha et al. (2013) foram estudados numericamente escoamentos com convecção forçada, transientes, bidimensionais, incompressíveis e turbulentos sobre um par de cilindros, como pode ser visto na Fig 1.15. Em todos os casos foi considerado um escoamento com  $Re_D = 22,000$  e  $Pr = 0,71$ .

A área ocupada pelo par de cilindros é a restrição problema. Além disso, para todas as simulações realizadas a relação entre a distância de centro-a-centro do par de cilindros e os seus diâmetros são também mantidos fixos e iguais a 1,25. Foram avaliados 5 diferentes valores de  $\beta$  (ângulo entre o par de cilindros) =  $0^\circ$ ;  $30^\circ$ ;  $45^\circ$ ;  $60^\circ$  e  $90^\circ$ . O principal objetivo foi avaliar o melhor ângulo entre o par de cilindros e a direção principal do escoamento que conduziria a

maior troca térmica, bem como, minimizaria a força de arrasto entre os cilindros e o escoamento circundante.

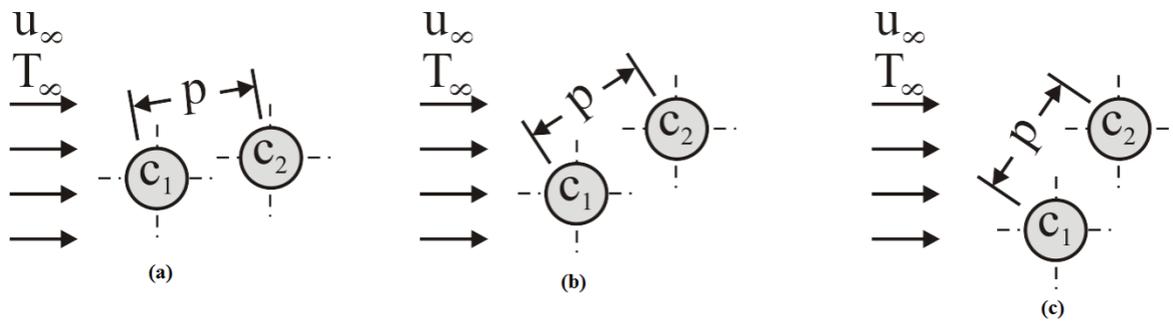


Figura 1.15 – Configurações intermediárias do arranjo duplo de cilindros: (a)  $\beta = 30^\circ$ , (b)  $\beta = 45^\circ$  e (c)  $\beta = 60^\circ$  (Rocha et al., 2013).

Como resultado foi demonstrado que os melhores arranjos para o escoamento em questão situam-se numa faixa de  $45^\circ$  a  $60^\circ$  considerando-se os dois objetivos propostos no trabalho. Para os problemas térmico e fluidodinâmico isoladamente, as melhores geometrias foram obtidas para arranjos com  $\beta = 90^\circ$  e  $\beta = 0^\circ$ , respectivamente.

Em Galarça et al., (2013) foi realizado um estudo numérico similar para um escoamento laminar com convecção forçada, sobre um arranjo triangular de cilindros avaliando-se a influência dos passos longitudinal e transversal no coeficiente de arrasto ( $C_D$ ) e número de Nusselt ( $Nu_D$ ). Neste estudo foi observado que os passos longitudinais e transversais afetaram significativamente os comportamentos do coeficiente de arrasto e número de Nusselt, inclusive de maneira distinta entre os cilindros. Foram realizadas melhorias de rendimentos de até 30% em relação aos piores casos.

### 1.3 OBJETIVOS

No presente trabalho é realizado um estudo semelhante ao apresentado em Galarça et al (2013) que analisou escoamentos com convecção forçada sobre um arranjo triangular de cilindros. No presente trabalho está sendo avaliado o efeito das razões  $S_L/D$  (razão entre o passo longitudinal e o diâmetro dos cilindros) e  $S_T/D$  (razão entre o passo transversal e o diâmetro dos cilindros) de um arranjo triangular de cilindros sobre o coeficiente de arrasto ( $C_D$ ) e número de Nusselt ( $Nu_D$ ) do arranjo para escoamentos com transferência de calor por convecção mista (forçada mais natural), para cinco números de Richardson (0,1; 0,5; 1,0; 5,0; 10,0), empregando o método Design Construtal. Em todos os casos será considerado um escoamento transiente e no regime laminar. Apesar de o escoamento resolvido ser transiente, a análise dos resultados é realizada quando o escoamento atinge o regime permanente.

Vale destacar que o número de Richardson serve como um parâmetro adimensional para definir a razão entre as forças relacionadas à convecção mista e forçada, dado por  $Ri = Gr/Re^2$  (razão entre o número de Grashoff e o número de Reynolds ao quadrado). Quanto maior o número de Richardson, maior será a influência da convecção natural (Ji et al., 2007; Dos Santos et al., 2011; Bejan, 2004). Dessa forma, neste estudo são avaliados desde casos dominados pela convecção forçada ( $Ri = 0,1$ ) até casos dominados pela convecção natural ( $Ri = 10,0$ ), o que ao conhecimento do autor é uma contribuição inédita do trabalho proposto.

#### 1.3.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é, para um escoamento sobre um arranjo triangular de cilindros, avaliar numericamente o efeito do número de Richardson ( $Ri$ ) e da geometria do arranjo, modificada variando-se os valores de  $S_L/D$  (razão entre o passo longitudinal entre os cilindros e o seu diâmetro) e  $S_T/D$  (razão entre o passo transversal entre os cilindros e o seu diâmetro) sobre o coeficiente de arrasto ( $C_D$ ) e no número de Nusselt ( $Nu_D$ ), empregando o método Design Construtal para avaliação geométrica e a busca exaustiva para a otimização. Sendo este um problema de otimização multi-objetivo, que busca minimizar o coeficiente de arrasto e maximizar o número de Nusselt.

### 1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Como objetivos específicos deste trabalho pretende-se:

- Avaliar numericamente a influência do número de Richardson ( $Ri$ ), simulando casos com  $Ri = 0,1$  (predominância de convecção forçada),  $Ri = 1,0$  (convecção mista) e  $Ri = 10,0$  (predominância de convecção natural), sobre o número de Nusselt e o coeficiente de arrasto, assim como sobre o efeito das razões  $S_L/D$  e  $S_T/D$  sobre as funções objetivos do problema empregando o método Design Construtal;
- Otimizar a geometria de um arranjo triangular de cilindros para um escoamento laminar a  $Re_D = 100$  e  $Pr = 0,71$ , empregando o Método Design Construtal associado à busca exaustiva, obtendo a razão  $(S_T/D)_{oo}$  e a razão  $(S_L/D)_o$  para cada caso de Richardson;
- Avaliar o efeito da razão  $S_L/D$  sobre os valores otimizados de  $C_{D,m}$  e  $Nu_{D,mm}$ , além das geometrias otimizadas  $(S_T/D)_o$  para  $Ri = 0,1; 1,0$  e  $10,0$ ;
- Avaliar o efeito de Richardson sobre os valores  $C_{D,mm}$  e  $Nu_{D,mm}$  e as geometrias otimizadas  $(S_T/D)_{oo}$  e a razão  $(S_L/D)_o$  para  $Ri = 0,1; 0,5; 1,0; 5,0$  e  $10,0$ .

### 1.4 DELINEAMENTO DO TEXTO

Para uma melhor compreensão da estrutura textual, o presente trabalho foi dividido da seguinte forma:

- Capítulo 2:

É realizada uma revisão bibliográfica introdutória sobre transferência de calor (sobretudo em escoamentos externos por convecção), Lei *Construtal* e Método Design Construtal.

- Capítulo 3:

É mostrado a descrição do problema físico, as condições de contorno e propriedades do escoamento, assim como detalha a metodologia de aplicação do Design Construtal para este trabalho.

Este capítulo também trata da modelagem matemática do problema de escoamentos incompressíveis, transientes, com transferência de calor por convecção mista no regime laminar em um domínio bidimensional. Mais precisamente são apresentadas as equações de conservação de massa, de movimento e de energia que representam o problema físico. Além

disso, são definidas as condições de contorno e condições iniciais, bem como, as simplificações impostas no presente estudo. Também é demonstrada a aproximação de Boussinesq, para definir a força de empuxo, decorrentes da variação da massa específica com a temperatura (contribuição da convecção natural).

- Capítulo 4:

Trata do modelo numérico do escoamento, assim como de fundamentos do Métodos dos Volumes Finitos (MVF). São apresentados conceitos sobre o tratamento dos termos advectivos das equações de conservação e também da função utilizada: *upwind* de segunda ordem. A questão do acoplamento de pressão-velocidade para problemas de escoamentos incompressíveis é abordada, mostrando ainda o algoritmo utilizado neste trabalho: SIMPLE.

O capítulo também discorre sobre a discretização temporal das equações de conservação, os procedimentos numéricos utilizados, o tipo de malha utilizado, o teste de independência de malha, a verificação do modelo adotado, a especificação dos computadores utilizados e o tempo de duração das simulações.

- Capítulo 5:

São apresentados os resultados e suas discussões, para todas as simulações realizadas.

É feita uma avaliação do efeito dos parâmetros  $S_L/D$  e  $S_T/D$  sobre o coeficiente de arrasto e o número de Nusselt dos cilindros individualmente e do arranjo triangular para diferentes números de Richardson de  $Ri = 0,1, 0,5, 1,0, 5,0$  e  $10,0$ . Também é avaliado o efeito do número de Richardson sobre o  $C_D$  minimizado e  $Nu_D$  maximizado e suas respectivas geometrias ótimas.

- Capítulo 6:

São apresentadas as conclusões a respeito deste trabalho e sugestões para a continuidade do estudo em trabalhos futuros.

- Capítulo 7:

O capítulo 7 contém as referências bibliográficas citadas neste trabalho.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo mostra alguns fundamentos de transferência de calor, além de informações sobre Teoria Construtal e o método Design Construtal.

### 2.1 TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Problemas que envolvem a maximização da transferência de calor em um sistema de aquecimento ou refrigeração são de grande importância em aplicações práticas, destacam-se os difusores de calor, aletas de refrigeração, moldagem de matrizes e de canais de alta condutividade de componentes eletrônicos (Gao et al., 2008).

É interessante entender basicamente alguns conceitos fundamentais de transferência de calor, para melhor compreensão da contribuição do presente trabalho.

#### 2.1.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

A termodinâmica estuda o estado inicial e final de um processo, logo não está interessada nos modos de transferência de calor e na taxa de tempo em que a transformação do escoamento ocorre (Hahn e Ozisik, 2012).

Transferência de calor é energia térmica em trânsito devido a uma diferença de temperaturas no espaço, independente se há um meio material para a energia ser propagada, como na condução e convecção, como sem meio material para se propagar, como na radiação térmica (Incropera et al., 2008).

**Condução:** processo de transferência de calor gerado pelo movimento molecular (aleatório de translação, além de movimentos internos de rotação e vibração das moléculas), suplementado em alguns casos pelo movimento de elétrons livres, através do domínio (sólido, líquido ou gasoso) de uma região de alta temperatura para uma região de baixa temperatura (Kakaç e Yener, 1995). Diferentemente da convecção, neste mecanismo de transferência não se percebe movimento global da matéria em escala macroscópica.

As temperaturas mais elevadas estão associadas a energias moleculares mais elevadas. Quando moléculas vizinhas colidem, uma transferência de energia de moléculas mais enérgicas para as moléculas menos energéticas deve ocorrer. Como já foi dito, a energia deve ser propagada na direção da diminuição de temperatura. Isto é demonstrado na Fig. 2.1, apesar do plano hipotético (tracejado) estar sendo ultrapassado constantemente nas duas direções, devido

ao movimento aleatório das moléculas. As moléculas acima do plano têm mais energia, logo é de se esperar que tenha um crescimento de energia no sentido positivo do eixo  $x$ . Pode-se falar da transferência líquida de energia por movimento molecular aleatório como uma difusão da energia (Incropera et al., 2011).

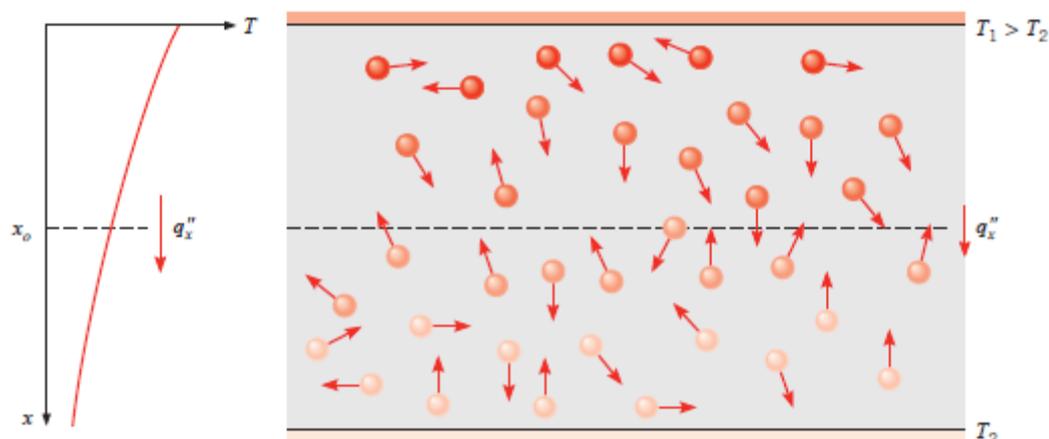


Figura 2.1 – Movimento molecular aleatório gerador do mecanismo de transferência de calor por condução (Fonte: Incropera et al., 2011).

A condução necessita de um meio para se propagar. A níveis microscópicos, a condução em fluidos estacionários é uma consequência de moléculas com temperatura mais alta interagindo e trocando energia com moléculas de temperatura mais baixa. Em um sólido não condutor, o transporte de energia é feito exclusivamente via ondas de retículo (fônons) induzidos por movimento atômico. Se o sólido é um condutor, a transferência de energia está associada ao movimento aleatório dos elétrons livres (Bejan, 2004).

**Radiação Térmica:** é definida como a energia radiante (eletromagnética) emitida por um meio, de temperatura não-nula, sendo realizada somente pela temperatura do meio. A troca por energia radiante entre superfícies ou entre uma região e sua vizinhança é descrita pela lei de Stefan-Boltzmann, que afirma que a energia radiante transmitida é proporcional a diferença na quarta potência das temperaturas das superfícies. A constante de proporcionalidade presente na relação entre a energia radiante e a temperatura é conhecida como constante de Stefan-Boltzmann (Siegel e Howell, 2002).

Considere um sólido com temperatura  $T_s$ , que é maior que a temperatura da sua vizinhança  $T_{sur}$  e que nas redondezas desta vizinhança exista um vácuo, conforme mostra a Fig. 2.2. A presença de vácuo opõe-se à perda de energia por condução ou convecção, porém

é de intuição comum que eventualmente o sólido irá perder temperatura até atingir o equilíbrio térmico com a sua vizinhança. Este resfriamento está associado à redução de energia interna armazenada no sólido e é uma consequência direta da emissão de radiação térmica a partir da superfície (Siegel e Howell, 2002; Incropera et al., 2011).

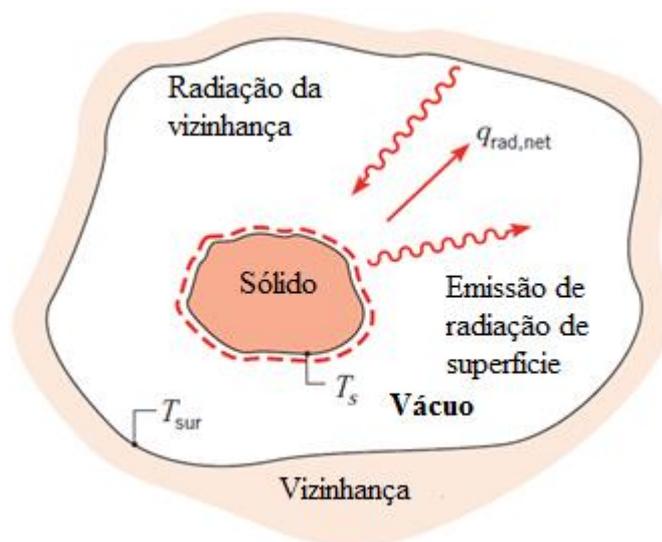


Figura 2.2 – Resfriamento por radiação térmica de um sólido mais quente que a sua vizinhança (Fonte: Incropera et al., 2011).

Independente do estado em que se encontra a matéria, a emissão é atribuída a mudanças nas configurações dos elétrons de átomos ou moléculas constituintes. A energia do campo radiativo é transportada por ondas eletromagnéticas (ou, alternativamente, fótons), ou seja, pode ocorrer no vácuo, sendo neste inclusive mais eficiente (Incropera et al., 2011).

É importante ressaltar que a radiação não faz parte do escopo deste trabalho.

**Convecção:** A convecção é o modo de transferência de energia entre uma superfície sólida e o líquido ou gás adjacente que se encontra em movimento, e que envolve os efeitos combinados de condução (difusão de calor) e de movimento macroscópico de fluido (advecção). Quanto mais rápido o movimento do fluido, maior será a transferência de calor por convecção. Na ausência de qualquer movimento do fluido, a transferência de calor entre uma superfície sólida e o líquido ocorre predominantemente por condução. A presença de escoamentos com elevada quantidade de movimento aumenta a transferência de calor entre a superfície sólida e o fluido, mas também complica a determinação das taxas de transferência de calor, pela dificuldade inerente de determinação da fenomenologia do escoamento turbulento (Cengel e Ghajar, 2015).

A transferência de calor por convecção entre uma superfície e o fluido é descrita pela lei de resfriamento de Newton que afirma que o fluxo de calor é proporcional à diferença de temperatura entre a superfície e o fluido e uma constante de proporcionalidade denominada coeficiente de transferência de calor ou coeficiente de película (Bejan, 2004; Incropera et al., 2011):

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \quad (2.1)$$

onde  $q''$  é o fluxo de calor por convecção ( $\text{W}/\text{m}^2$ ),  $T_s$  (K) é a temperatura de superfície do corpo,  $T_\infty$  (K) é a temperatura do fluido e  $h$  ( $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ) é o coeficiente de transferência de calor, ou coeficiente de película. Este coeficiente depende de condições de camada limite, que por sua vez são dependentes da geometria da superfície e de diversas propriedades do fluido e do escoamento (Cengel e Ghajar, 2015).

Nos estudos de convecção é prática comum adimensionalizar as equações governantes e combinar as variáveis, agrupando-as em números adimensionais para reduzir o total de variáveis. Também é prática comum adimensionalizar o coeficiente de transferência de calor  $h$  com o Número de Nusselt, definido por (Cengel e Ghanjar, 2015):

$$Nu = \frac{hL_c}{k} \quad (2.2)$$

onde  $L_c$  é um comprimento característico (m) e  $k$  é a condutividade térmica do fluido ( $\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$ ).

No que tange a natureza da convecção presente em um escoamento, é possível classificá-la em convecção forçada, natural, mista, por ebulição e por condensação (Incropera et al., 2011), conforme pode-se observar na Fig. 2.3. Por se tratarem de processos onde a energia transferida é a energia latente, os processos de ebulição e condensação não serão abordados neste texto.

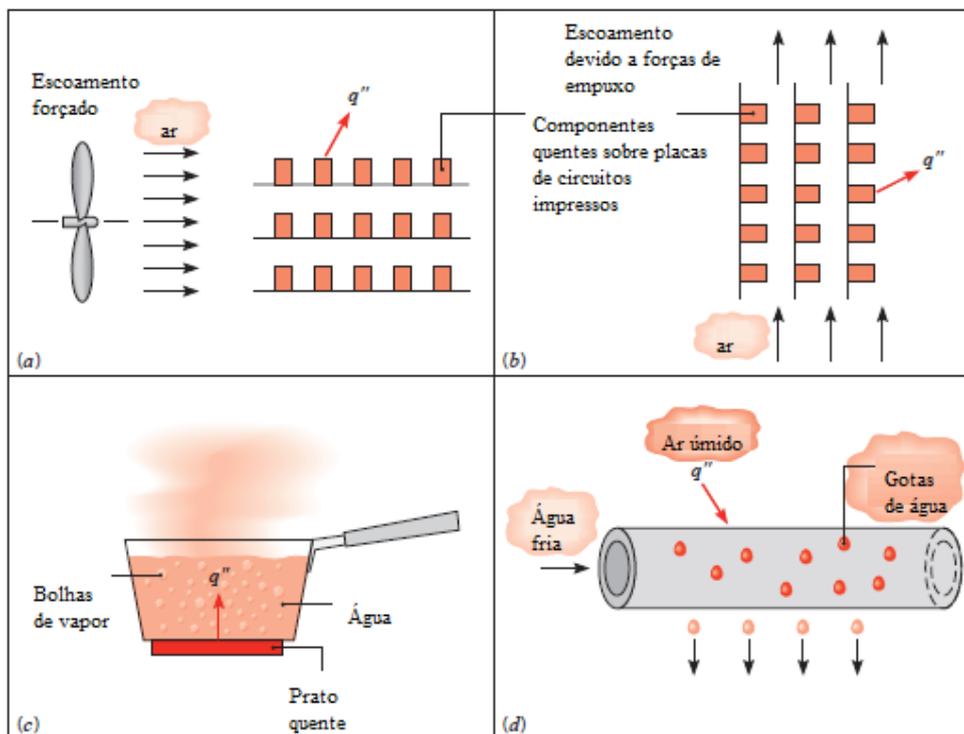


Figura 2.3 – Processo de transferência de calor por convecção. a) convecção forçada. b) convecção natural, c) ebulição e d) condensação (Fonte: Incropera et al., 2011).

A convecção forçada é aquela onde os escoamentos são formados pela presença de um agente externo, como: escoamentos propulsionados por bombas, ventiladores, turbinas, ventos atmosféricos (Kays et al., 2004). A transferência de calor em trocadores de calor tipo feixetubulares, condensadores, geradores de vapor são alguns exemplos onde este tipo de mecanismo é, em geral, predominante. O coeficiente de transferência de calor, nestes casos, é dependente do número de Reynolds ( $Re$ ) e do número de Prandtl ( $Pr$ ), (Bejan, 2004):

$$Re_L = \frac{\rho V L_c}{\mu} \tag{2.3}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \tag{2.4}$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido ( $\text{kg/m}^3$ ),  $V$  a velocidade do escoamento ( $\text{m/s}$ ),  $\mu$  é a viscosidade dinâmica ( $\text{kg/s.m}$ )  $\nu$  é a viscosidade cinemática ( $\text{m}^2/\text{s}$ ) e  $\alpha$  é a difusividade do fluido ( $\text{m}^2/\text{s}$ ).

Já a convecção natural é aquela, onde o movimento do fluido é realizado inteiramente pela ação de uma força de campo (forças de empuxo) que atua em um corpo quando este tem gradientes de massa específica. Geralmente esse gradiente se dá por diferenças de temperatura e a força de empuxo pelo campo gravitacional. Esta força também pode ser centrífuga em equipamentos com rotação de fluidos (rotores) e de Coriolis em movimentos rotacionais de grandes distâncias como dos oceanos (Kays et al., 2004).

As velocidades dos escoamentos com convecção livre são geralmente muito menores do que aquelas associadas com convecção forçada. Consequentemente, as taxas de transferência de calor por convecção natural também são inferiores as obtidas em escoamentos por convecção forçada. Porém, em muitos sistemas que tenham efeitos de transferência de calor mista, a convecção livre fornece a maior resistência à transferência de calor e, portanto, desempenha um papel importante na concepção ou desempenho do sistema (Incropera et al., 2011). Além disso, vários tipos de equipamento de transferência de calor estão concebidos para funcionar em condições onde a convecção natural é dominante em comparação com a convecção forçada, principalmente em princípios de funcionamento que não requeiram o uso de um motor para movimentar o fluido (Cengel e Ghajar, 2015).

Vale destacar que a convecção livre influencia fortemente as temperaturas de operação de geração de energia e dispositivos eletrônicos. Ela desempenha um papel importante em uma vasta gama de aplicações industriais térmicas. Também é importante no estabelecimento de distribuições de temperatura dentro dos edifícios e na determinação das perdas de calor ou cargas de calor para sistemas de aquecimento, ventilação e ar condicionado. Convecção livre distribui os produtos tóxicos da combustão durante incêndios e é relevante para as ciências ambientais, onde ele dirige movimentos oceânicos e atmosféricos, bem como os processos de transferência de calor relacionados (Incropera et al., 2011).

O número de Nusselt, no presente caso, será dependente do número de Rayleigh ( $Ra$ ), que é simplesmente o produto entre o número de Prandtl ( $Pr$ ) e Grashoff ( $Gr$ ), relação das forças de empuxo e viscosas de um fluido (Kays et al., 2004).

$$Ra = Gr_D \cdot Pr \quad (2.5)$$

$$Gr_D = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{\nu^2} \quad (2.6)$$

onde  $g$  é aceleração da gravidade ( $m/s^2$ ),  $\beta$  é o coeficiente de expansão térmica do fluido ( $K^{-1}$ ) e  $D$  é o diâmetro do cilindro, neste caso, um comprimento característico (m).

A convecção mista é o mecanismo que leva em conta as influências das convecções forçada e natural, sendo que a influência da convecção mista pode ser auxiliar (quando a convecção forçada e a natural estão na mesma direção e sentido), transversal (quando a convecção forçada e a natural estão em direções diferentes) ou oposta ao movimento predominante (mesma direção e sentidos opostos) da convecção forçada (Incropera et al., 2011).

Coefficientes de transferência de calor encontrados na convecção forçada são tipicamente muito maiores do que aqueles encontrados em convecção natural, por causa das elevadas velocidades associadas à convecção forçada. Como resultado, tende-se a ignorar a convecção natural em análises de transferência de calor que envolvam a convecção forçada, embora saiba-se que sempre há convecção natural quando existir um campo gravitacional. O erro envolvido em ignorar a convecção natural é insignificante em altas velocidades, mas pode ser considerável em baixas velocidades. Portanto, é desejável ter um critério para avaliar a magnitude relativa de convecção natural, na presença de convecção forçada (Gengel e Ghajar, 2015).

Para um dado fluido, observa-se que o parâmetro  $Gr/Re^2$  representa a importância da convecção natural em relação à convecção forçada. Isto não é surpreendente uma vez que o coeficiente de transferência de calor por convecção é uma forte função do número de Reynolds ( $Re$ ) em convecção forçada e a convecção natural uma forte função do número de Grashoff ( $Gr$ ) (Gengel e Ghajar, 2015). A relação  $Gr/Re^2$ , é definida como o número de Richardson (Oronzio et al., 2003):

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (2.7)$$

Sabe-se que a convecção natural é insignificante quando  $Ri = 0,1$  e a convecção forçada é insignificante quando  $Ri = 10$  e que nenhuma é insignificante quando  $0,1 < Ri < 10$ . Portanto, ambos os mecanismos devem ser considerados nos cálculos de transferência de calor quando  $Gr$  e  $Re^2$  são da mesma ordem de grandeza (Gengel e Ghajar, 2015).

Lembrando que este trabalho apresenta um problema combinado de transferência de calor e mecânica dos fluidos e que avalia o coeficiente de arrasto ( $C_D$ ) dos cilindros, é importante definir o  $C_D$ . Segundo Cengel e Ghanjar (2015), o  $C_D$  é um parâmetro adimensional

característico de cada corpo em relação a um determinado escoamento e quanto mais alto ele for, maior é a resistência que o corpo recebe ao se movimentar sobre um fluido ou que ele exerce sobre o movimento de um fluido.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_f} \quad (2.8)$$

onde  $F_D$  é a força de arrasto (N), e  $A_f$  é a área frontal projetada em um plano normal à direção do escoamento ( $m^2$ ).

## 2.2 LEI CONSTRUTAL

Bejan e Lorente (2008) consideram escoamento como o movimento de uma entidade em relação à outra. A descrição do escoamento é feita através da definição do que é movimentado (massa, conhecimento, energia, fluido), da quantidade que é movimentada (vazão mássica, fluxo de calor) e da localização deste fluxo. Um sistema é considerado vivo (animado ou inanimado) quando há o escoamento de alguma entidade. Caso contrário, é considerado um sistema morto.

O enunciado da Lei Construtal diz que “Para um sistema de tamanho finito de persistir no tempo, deve evoluir de tal modo que proporcione um acesso mais fácil para as correntes impostas que fluem através deste” (Bejan, 1997). De acordo com Lei Construtal, qualquer sistema de fluxo de dimensões finitas para persistir ao longo do tempo deve evoluir sua geometria de forma a maximizar o acesso das correntes internas (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008).

A Lei Construtal é uma definição de vida no sentido mais amplo possível: para estar vivo, um sistema deve ser capaz de fluir e se transformar ao longo do tempo de modo que suas correntes possam fluir mais facilmente através dele. A Lei Construtal estabelece que as mudanças na configuração devem ocorrer numa direção particular no tempo (para modelos que permitem correntes a fluir mais facilmente). A Lei Construtal coloca os conceitos de "design" e "evolução" como uma questão central da física. Isso mostra que os sistemas (animados ou inanimados) encontrados na natureza tem sua forma geométrica construída de forma determinística e não ao acaso (aleatoriamente) (Bejan e Lorente, 2011).

Igualmente importante é o que a Teoria é uma declaração de otimização, maximização, minimização, ou qualquer outra imagem mental de "projeto final" ou "destino. A Lei Construtal é sobre a direção da evolução no tempo, e o fato de que o design na natureza não é estática: é dinâmico, em constante mutação. A evolução nunca termina (Bejan e Lorente, 2011).

Sua aplicabilidade não se dá apenas em questões de engenharia, mas em diversas áreas de estudo (Bejan et al., 2000b; Miguel, 2013; Charles e Bejan, 2009).

### **2.3 MÉTODO DESIGN CONSTRUTAL**

O método empregado para a utilização da Lei Construtal na melhoria das configurações de engenharia, bem como na descrição dos sistemas naturais, é chamado de Design Construtal (Bejan e Lorente, 2008). O Design Construtal é um método empregado para a avaliação de formas geométricas em sistemas submetidos a alguma espécie de fluxo aplicado. Para isto, neste método, o fluxo é maleável e a geometria é obtida a partir de um princípio de maximização do desempenho de todas as variáveis analisadas. Além disso, a geometria deve ser submetida a restrições globais e variada de acordo com seus graus de liberdade (Bejan, 2000).

Para aplicar o Design Construtal na avaliação geométrica de um sistema físico é necessário, basicamente, determinar um objetivo final (uma grandeza a ser otimizada: vazão mássica, potência, energia e etc.), graus de liberdade (parâmetros geométricos que sofrerão variações durante o processo de otimização) e restrições geométricas (parâmetros que são mantidos constantes ao longo do processo de otimização) (Bejan, 2000).

De acordo com o Método Design Construtal, cada sistema em escoamento existe por um propósito (ou objetivo, função). Na natureza o escoamento ocorre sob um largo intervalo de escalas com o propósito de reduzir os gradientes existentes (temperatura, pressão). Este princípio é utilizado para produção de novos projetos em diversas áreas, como por exemplo na eletrônica e em células de combustível (Bejan e Lorente, 2006b). Em engenharia, os fluxos de massa e calor ocorrem pelo mesmo motivo e, através da dissipação mínima de energia, os sistemas reduzem a quantidade de combustível necessária, tornando-os mais eficientes (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008).

O Design Construtal agregou ao estudo de otimização em problemas de engenharia o conhecimento de que a estrutura do escoamento não é assumida em antecipação, mas sim uma consequência. O objetivo da otimização depende das características do problema. Em geral, a Lei Construtal define regras para a estrutura otimizada em cada escala, desde o sistema

elementar (a menor escala) até as maiores construções (escalas de mais alta ordem). As regras são deduzidas, não assumidas. Resultados mostram que essas regras mudam de um nível de escala para outro, conforme o tamanho da complexidade aumenta (Reis, 2006).

A Lei Construtal é empregada em diversas aplicações de engenharia (Gosseling et al., 2004; Beyenne e Peffley, 2009; Hajmohammadi et al., 2013; Hajmohammadi et al. (2014); Gomes, 2014).

### 3. MODELAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo mostra a descrição do problema estudado, o domínio utilizado, o diagrama de otimização e também as hipóteses adotadas nas equações que modelam matematicamente este problema físico.

#### 3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Para o problema deste estudo, foi considerado um escoamento sobre um arranjo triangular de cilindros com o mesmo diâmetro  $D = 0,1$  m. O domínio computacional possui as seguintes dimensões:  $L = 35D = 3,5$  m;  $H = 15D = 1,5$  m;  $L_1 = 8D = 0,8$  m, sendo que o trabalho de Do Carmo e Cemin (2014) apresenta um estudo sobre as dimensões deste domínio. A Figura 3.1 apresenta o domínio do escoamento, onde é possível observar também os graus de liberdade do presente trabalho:  $S_L/D$  e  $S_T/D$ . Com relação ao comportamento fluidodinâmico do escoamento, o mesmo é gerado pela imposição de um perfil de velocidades constante  $V_\infty = 50$  m/s (velocidade na corrente livre) na superfície de entrada e também pela força de campo (direção  $\vec{g}$ ) oriunda da diferença de temperaturas entre os cilindros e o escoamento circundante. As superfícies dos cilindros possuem a condição de contorno de não-deslizamento e impermeabilidade ( $V_w = 0$  m/s) e temperatura prescrita  $T_w = 320$  K. As superfícies inferior e superior possuem uma condição de simetria e a superfície lateral direita possui uma condição de contorno de pressão atmosférica nula  $p = 0$  (manométrica) e fluxo de calor nulo  $q'' = 0$ .

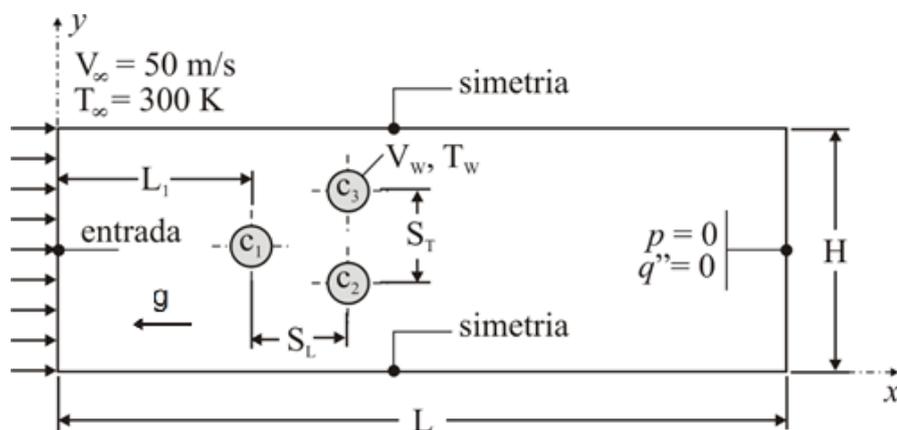


Figura 3.1 – Domínio computacional e condições de contorno.

A convecção natural é causada pela ação do campo gravitacional, que neste trabalho é considerada por uma força de campo (hipótese de Boussinesq). A aceleração do campo gravitacional também é ilustrada na Figura 3.1 e corresponde a  $9,81 \text{ m/s}^2$ .

### 3.2 METODOLOGIA

Para o problema de otimização geométrica é empregado o Método Design Construtal (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008). Para o problema analisado foram definidos como restrições geométricas e físicas do problema:

- 1) A área ocupada pelos três cilindros é a mesma em todos os casos;

$$A_t = A_{c1} + A_{c2} + A_{c3} \quad (3.1)$$

- 2) Restrição física do tamanho do domínio, todas simulações tem o mesmo valor de  $H$  e  $L$ ;

- 3) O espaço ocupado pelo par de cilindros a jusante do primeiro cilindro não pode exceder a altura do domínio computacional utilizado;

$$S_t + D < H \quad (3.2)$$

- 4) A posição do cilindro  $C_1$  (a jusante) é sempre no centro do canal, a coordenada  $y$  do centro do cilindro  $C_1$  é  $H/2$ ;

O procedimento de otimização é dividido em duas etapas, como mostrado na Fig. 3.2. Na primeira etapa, a geometria é otimizada, variando o grau de liberdade  $S_T/D$  e mantendo-se constante o parâmetro  $S_L/D$ . A geometria que apresentar o mais elevado valor do número de Nusselt ( $Nu_D$ ) será ótima para o problema térmico e a que levar a um valor mais baixo para o coeficiente de arrasto ( $C_D$ ) é a geometria ótima para o problema fluidodinâmico. O correspondente parâmetro  $S_T/D$  é, uma vez otimizado,  $(S_T/D)_o$ . Na segunda etapa, o mesmo processo é repetido para vários valores  $S_L/D$ . No presente estudo, são utilizados valores de  $S_L/D = 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5$  e  $5,0$ , e valores de  $S_T/D = 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5$  e  $5,0$ .

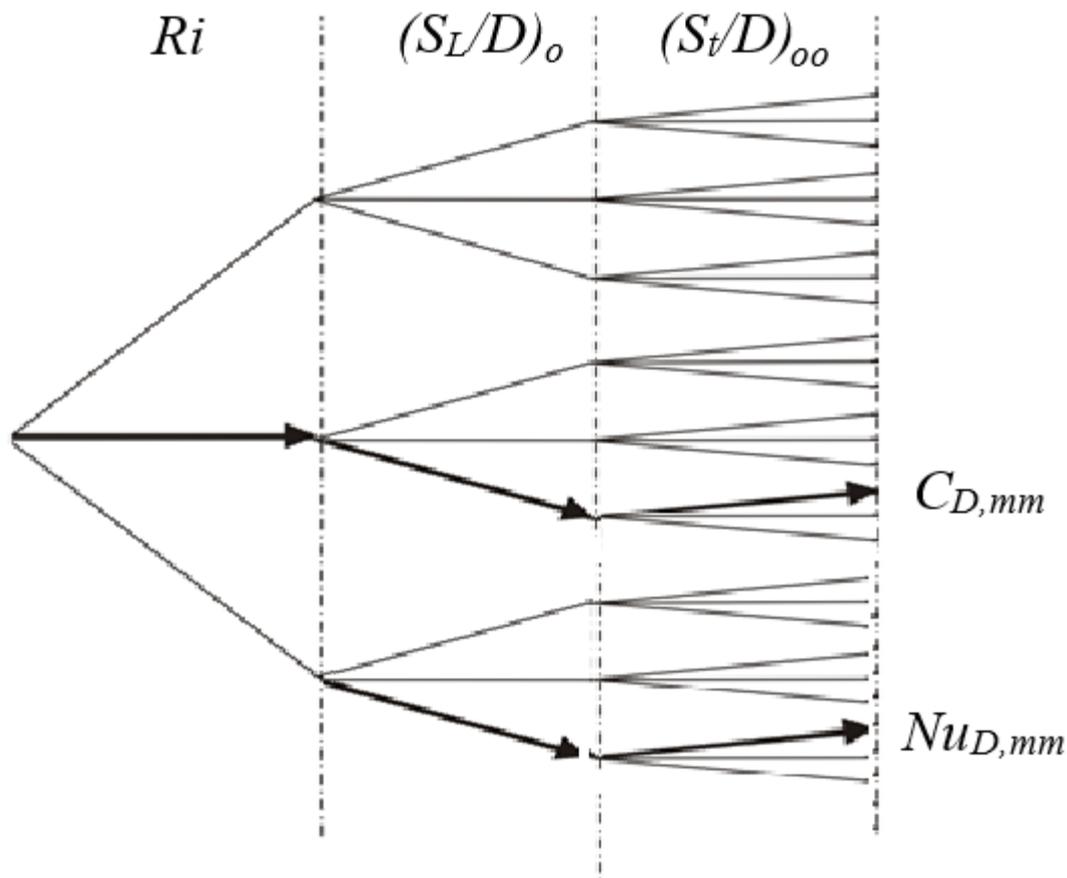


Figura 3.2 – Diagrama de simulações realizadas neste estudo.

Este processo é repetido para cada número de Richardson estudado, neste caso três valores ( $Ri = Gr_D/Re_D^2 = 0,1; 0,5; 1,0; 5,0$  e  $10,0$ ) caracterizando três tipos de escoamento em convecção mista: convecção forçada dominante ( $Ri = 0,1$ ), equilíbrio entre convecção forçada e convecção natural ( $Ri = 1,0$ ), convecção natural dominante ( $Ri = 10,0$ ) e mais dois intermediários ( $Ri = 0,5$  e  $5,0$ ). No total, foram feitas 320 simulações.

Para diminuir o tempo de processamento de cada simulação, foi empregado o princípio da similaridade para a simulação de escoamentos com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$ . A velocidade da corrente livre, as propriedades termofísicas e o passo de tempo a ser empregado nas simulações podem ser visualizados nas Tabelas 3.1 e 3.2.

Tabela 3.1 – Propriedades termofísicas e parâmetros empregados em todos os casos.

Parâmetro	Valores
Número de Reynolds ( $Re_D$ )	100
Número de Prandtl ( $Pr$ )	0,71

<b>Massa específica (kg/m<sup>3</sup>)</b>	1,0
<b>Viscosidade dinâmica (kg/ms)</b>	0,05
<b>Condutividade térmica (W/mK)</b>	1,0
<b>Calor específico (J/(kgK))</b>	14,2
<b>Aceleração gravidade (m/s<sup>2</sup>)</b>	9,81
<b>Velocidade na entrada (m/s)</b>	50,0
<b>Passo de tempo (s)</b>	0,001
<b>Tempo final (s)</b>	2,0

Tabela 3.2 – Configurações e propriedades termofísicas variáveis.

<b>Parâmetro</b>	<b>Ri = 0,1</b>	<b>Ri = 0,5</b>	<b>Ri = 1,0</b>	<b>Ri = 5,0</b>	<b>Ri = 10,0</b>
<b>Coefficiente de expansão térmica (K<sup>-1</sup>)</b>	12,755	6,3775	127,55	63,3775	1275,5
<b>Número de Grashoff (Gr<sub>D</sub>)</b>	1,0×10 <sup>3</sup>	5,0×10 <sup>3</sup>	1,0×10 <sup>4</sup>	5,0×10 <sup>4</sup>	1,0×10 <sup>5</sup>

Nota-se, ainda na Fig. 3.2, que o número de Richardson não é uma variável geométrica, e portanto, não faz parte da aplicação do Design Construtal. O método Design Construtal, associado à busca exaustiva foi realizado para cada número de Richardson.

Será analisada a magnitude do coeficiente local de transferência de calor por convecção e do coeficiente de arrasto para cada um dos cilindros. Também será analisado o efeito do número de Richardson nas características da geometria ótima.

### 3.3 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

As equações diferenciais utilizadas na modelagem matemática de um escoamento newtoniano, incompressível, bi-dimensional, transiente e não-isotérmico são (Eq. 3.3 – 3.5) (Bejan, 2004):

Equação da Conservação da massa:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (3.3)$$

onde:  $x$  representa a coordenada espacial na direção do eixo  $x$ ;  $u$  é a componente da velocidade na direção do eixo  $x$ ;  $v$  é a componente da velocidade na direção  $y$ .

Equação da Conservação da Quantidade de Movimento nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial y} = \frac{\partial(P)}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + f_x \quad (3.4a)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} = \frac{\partial(P)}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + f_y \quad (3.4b)$$

onde  $y$  representa a coordenada espacial na direção do eixo  $y$  (m);  $P$  é a pressão (N/m<sup>2</sup>);  $f_x$  e  $f_y$  são forças de campo por unidade de volume nas direções dos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente (N/m<sup>3</sup>).

Equação da Conservação da Energia:

$$\frac{\partial \rho c_p T}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_p u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c_p v T)}{\partial y} = \frac{\partial^2(kT)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(kT)}{\partial y^2} + \mu \Phi + q''' \quad (3.5)$$

onde:  $T$  é a temperatura (K);  $c_p$  é o calor específico a pressão constante (J/kg.K);  $\Phi$  é uma função de dissipação viscosa e  $q'''$  é o termo fonte de energia, que no caso do presente trabalho é zero.

Para completar a modelagem é necessária a inserção das condições de contorno e condições iniciais, além das equações constitutivas referentes às forças de campo na equação da conservação da quantidade de movimento, Eq. (3.4).

Vale destacar que o acoplamento necessário entre o campo de temperaturas e de velocidades para os escoamentos com convecção mista aumenta o esforço computacional em comparação com casos de convecção forçada, onde este acoplamento não é necessário.

Tendo em vista que a abordagem utilizada neste trabalho consegue prever o comportamento real do escoamento, é possível assumir algumas hipóteses simplificativas sem perda de qualidade na predição dos escoamentos. Dentre elas foi assumido que as propriedades termofísicas serão tratadas como constantes. Essa hipótese também foi utilizada por outros autores em escoamentos não isotérmicos (Silveira Neto et al., 1993; Brito, 2005; Kawamura et al., 2007; Perng e Wu, 2007; Bello-Ochende e Bejan, 2005).

Também é possível verificar a existência de forças de campo em um escoamento induzido pelo empuxo. Estas são decorrentes da variação dos valores da massa específica, que é influenciada pelo campo de temperaturas (Cengel e Ghajar, 2015). As Eqs. (3.4a e 3.4b) podem ser reescritas com o auxílio da forma estendida da aproximação de Boussinesq, que permite que as propriedades do fluido sejam dependentes do estado termodinâmico. As forças de campo serão reescritas conforme:

$$f_i = (p - p_o)g_i \quad (3.6)$$

onde  $g_i$  é a aceleração da gravidade na direção  $i$  (m/s<sup>2</sup>).

A aproximação realizada por Boussinesq pode ser escrita como:

$$p = p_o(1 - \beta(T - T_o)) \quad (3.7)$$

E, substituindo a Eq. (3.7) na Eq. (3.6), obtém-se os termos de força de campo:

$$f_i = -p_o g_i \beta (T - T_o) \quad (3.8)$$

Finalmente, substituindo as forças de campo, Eq. (3.8), nas Eq. (3.4a e 3.4b) tem-se a equação do balanço da quantidade de movimento com os termos de empuxo inseridos:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial y} = -\frac{\partial(P)}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + p_o g_x \beta (T - T_o) \quad (3.9a)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} = \frac{\partial(P)}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + p_o g_y \beta (T - T_o) \quad (3.9b)$$

No que tange à Eq. (3.5), pode-se desconsiderar o termo referente à dissipação viscosa ( $\mu\phi$ ) quando comparado aos demais (variação local, advecção e difusão de energia térmica). Na realidade, somente nos escoamentos sônicos ou no movimento envolvendo altas velocidades de óleos lubrificantes é necessária a inserção do termo de dissipação viscosa (Bejan, 2004).

Consequentemente, a equação da energia, Eq. (3.5), fica resumida a:

$$\frac{\partial \rho c_p T}{\partial t} + \frac{\partial (\rho c_p u T)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho c_p v T)}{\partial y} = \frac{\partial^2 (kT)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (kT)}{\partial y^2} \quad (3.10)$$

Voltando à hipótese de incompressibilidade, é possível verificar que a massa específica pode ser extraída dos termos derivados, visto que a mesma possui uma variação muito pouco significativa e, portanto, considerada nula (Schlichting, 1979). Deve ser observado também que a hipótese de incompressibilidade é válida para escoamentos com baixos números de Mach ( $Ma < 0.3$ ), ou seja, velocidades nos escoamentos bem inferiores à velocidade do som.

## 4. MODELAGEM NUMÉRICA

### 4.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE MÉTODO NUMÉRICO

De acordo com Maliska (2004) a tarefa do método numérico é resolver uma ou mais equações diferenciais, substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvam a função incógnita. Uma vez que se está resolvendo um sistema algébrico de equações, ao invés de um conjunto de equações diferenciais, a solução passa a ser obtida para um número discreto de pontos ao longo do domínio e não mais em um nível infinitesimal.

No âmbito da transferência de calor por convecção, os métodos tradicionais para a solução numérica das equações diferenciais que governam o problema são os Métodos das Diferenças Finitas (MDF), de Elementos Finitos (MEF) e Volumes Finitos (MVF) (Maliska, 2004).

O MDF foi pioneiro na área de mecânica dos fluidos, sendo o mesmo empregado de maneira unânime até a década de 60. Algumas vantagens de sua aplicação consistem na simplicidade de programação, mínima exigência de memória computacional e baixo tempo de processamento. Entretanto, o mesmo apresenta dificuldades na simulação de geometrias complexas e na imposição de condições de contorno mais complexas (Chung, 2002).

O MEF teve origem na década de 50 com aplicações na área estrutural, em problemas de elasticidade (Zienkiewicz et al., 2005). A sua aplicação na mecânica dos fluidos somente foi possível no início da década de 70 quando se empregaram metodologias para o tratamento dos termos advectivos não lineares, como o uso de métodos de estabilização e funções de interpolação adequadas. As principais vantagens da utilização deste método com relação aos demais são a maior facilidade de simulação de escoamentos em geometrias complexas e a possibilidade de imposição de condições de contorno não convencionais. No entanto, de acordo com Braun (2007), o MEF tem a desvantagem de necessitar maior quantidade de memória computacional e tempo de processamento e, de acordo com Maliska (2004), o método carece de meios de tratar os termos advectivos de problemas com advecção forte.

O MVF foi originalmente desenvolvido para a solução de problemas advectivo-dominantes. Este método, da mesma forma que o MDF, também apresentava inicialmente limitações referentes ao uso de coordenadas ortogonais. Porém, o uso de coordenadas generalizadas tornou possível a obtenção de soluções qualificadas para escoamentos em domínios complexos (Maliska, 2004; Patankar, 1980; Vesteeg e Malalasekera, 1995).

Em geral, o MVF e o MDF são confundidos em função da semelhança das duas metodologias para algumas situações (Maliska, 2004). No entanto, o MDF consiste na substituição do operador diferencial pelo seu correspondente numérico, enquanto o MVF realiza um balanço da propriedade para cada volume elementar de forma a obter a correspondente equação aproximada. Uma vez que o MVF é obtido a partir de um balanço de propriedades, o mesmo é naturalmente conservativo, ao contrário dos outros dois métodos aqui discutidos (MDF e MEF). Em função desta característica, é possível, mesmo para malhas bastante grosseiras, avaliar se um código que emprega o MVF atende ao princípio de conservação de qualquer propriedade. Fato que não ocorre para os demais métodos, que requerem malhas refinadas para tal avaliação (Maliska, 2004; Versteeg e Malalasekera, 1995).

No contexto dos softwares comerciais, o MVF tem sido a metodologia mais empregada para a construção dos códigos CFD disponíveis, principalmente naqueles com maior penetração industrial (Maliska, 2004). Entre eles é possível citar o código comercial FLUENT<sup>®</sup>, que é empregado neste estudo.

## 4.2. O MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

Com o intuito de simplificar a apresentação do modelo numérico as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia para escoamentos incompressíveis, transientes e com transferência de calor por convecção são definidas na forma geral apresentada por Versteeg e Malalasekera (2004):

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u}\varphi) = \text{div}(\Gamma.\text{grad}\varphi) + S\varphi \quad (4.1)$$

onde:  $\varphi$  é o escalar que está sendo transportado,  $\mathbf{u}$  vetor do campo de velocidades,  $\Gamma$  é o coeficiente de difusão e  $S\varphi$  é o termo fonte ou sumidouro por unidade de volume ( $\text{W}/\text{m}^3$ ).

O primeiro termo da Eq. 4.1 representa a taxa de variação prazo e é zero para fluxos estáveis. Para prever problemas transitórios é necessário manter esse termo no processo de discretização. A integração de volumes finitos da Eq. (4.1) em um volume de controle (CV) deve ser aumentada com uma maior integração ao longo de um intervalo de tempo finito  $\Delta t$ . Ao substituir as integrais de volume dos termos convectivos e difusivos com integrais de

superfície, usando o Teorema de Gauss, e alterar a ordem de integração do termo taxa de variação obtêm-se a seguinte equação (Versteeg e Malalasekera, 2004):

$$\int_{CV} \int_t^{t+\Delta t} \left( \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial x} \right) dv + \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_A (\mathbf{n}(\rho\phi u)) dA \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_A (\mathbf{n}(\Gamma \cdot \text{grad}\phi)) dA \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} S_\phi dV dt \quad (4.2)$$

onde  $\mathbf{n}$  é o vetor unitário à superfície do volume de controle e  $dA$  é a magnitude do elemento de área da superfície de controle.

A Eq. (4.2) é empregada para cada volume de controle do domínio computacional. Um exemplo de um volume de controle bidimensional é apresentado na Figura 4.1.

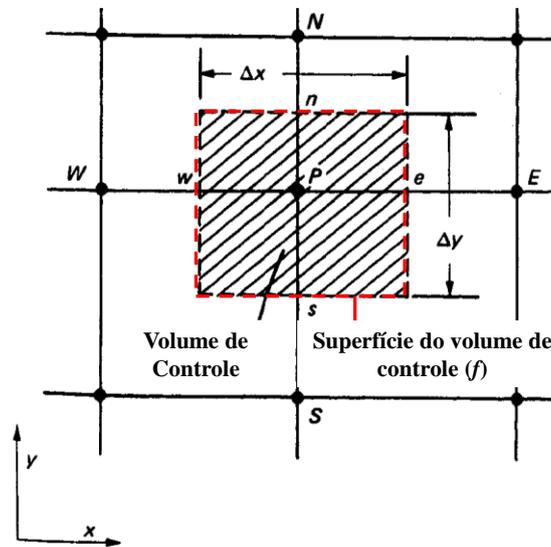


Figura 4.1 – Volume de controle empregado no MVF para um domínio bidimensional (Adaptado de Patankar, 1980).

A discretização da Eq. (4.2) para um volume de controle qualquer envolvendo suas faces é dada por (FLUENT, 2007):

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} V + \sum_f^{nf} \mathbf{n}_f (\rho_f a_f \phi_f A_f) = \sum_f^{nf} \mathbf{n}_f (\Gamma_\phi \nabla \phi_f A_f) + S_\phi V$$

(4.3)

onde:  $n_f$  é o número das faces que compõem o volume de controle,  $\varphi_f$  é a variável obtida na face  $f$ ,  $\mathbf{u}_f$  é o campo de velocidades obtido na face  $f$ ,  $A_f$  é a área da face  $f$  e  $\mathbf{n}_f$  é o vetor unitário normal à face  $f$ .

Na Figura 4.1 as faces do volume de controle bidimensional são representadas pela linha vermelha tracejada. É possível observar neste caso que  $f$  pode representar qualquer uma das faces: leste (E), oeste (W), norte (N) ou sul (S). O primeiro termo da esquerda da Eq. (4.3) representa o termo transiente, sendo necessário fazer alguma consideração quanto à revolução das variáveis das células vizinhas em função do tempo. No presente trabalho foi empregado um esquema de avanço temporal implícito de segunda ordem, mais informações sobre as discretizações temporais podem ser encontradas em Maliska (2004) e Versteeg e Malalasekera (2004).

A equação discretizada do transporte escalar, Eq. (4.3), é usada para obter as variáveis escalares desconhecidas  $\varphi$  no centro da célula  $P$  ( $\varphi_p$ ) assim como os valores das incógnitas nas células vizinhas,  $\varphi_E$ ,  $\varphi_W$ ,  $\varphi_N$  e  $\varphi_S$  (para um domínio bidimensional). Apesar da não linearidade desta equação com respeito às variáveis das células vizinhas, é possível escrevê-la na seguinte forma linear:

$$a_p \varphi_p = \sum_{nb} n_f (a_{nb} \varphi_{nb}) + b \quad (4.4)$$

Na Eq. (4.4), o subíndice  $nb$  refere-se às células vizinhas,  $a_p$  é o coeficiente principal,  $a_{nb}$  são os coeficientes das células vizinhas (E, W, N e S) e  $b$  contabiliza o termo fonte e o produto entre o coeficiente e a variável escalar no ponto  $P$  no passo de tempo anterior. De acordo com Savicki (2007) os coeficientes  $a_p$  e  $b$  mudam de acordo com a função de interpolação usada (upwind, power-law, QUICK entre outros) e também pode variar de acordo com a linearização do termo fonte de cada equação.

### 4.2.1 TRATAMENTO DOS TERMOS ADVECTIVOS DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

Com relação à estabilidade dos métodos para escoamentos advectivo-dominantes, a discretização por diferenças finitas centrais para o tratamento dos termos advectivos produzem soluções que sofrem a ação de oscilações numéricas nos campos de velocidades, pressão e temperaturas. Estas oscilações podem ser reduzidas empregando um maior refinamento de malha. No entanto, não é possível empregar este tipo de refinamento a problemas reais devido ao elevado esforço computacional oriundo deste refinamento (Maliska, 2004). Em função disso, foram desenvolvidas técnicas para abordagem deste problema.

No âmbito do MVF, as oscilações numéricas geradas estão relacionadas à negatividade dos coeficientes dos termos advectivos das equações de conservação, que ocorre quando é utilizada uma discretização por diferenças finitas centrais (não satisfação do critério de Scarborough). Uma forma de evitar isso é através do emprego de outra aproximação para os termos advectivos nas faces dos volumes de controle (Maliska, 2004; Patankar, 1980).

Uma das primeiras formas de tratamento foi a partir do esquema de advecção *upwind*. Neste esquema a direção do escoamento é levada em consideração para a realização do cálculo do valor de uma determinada variável (velocidade, temperatura) na face do volume finito. Além disso, a positividade dos coeficientes dos termos advectivos é sempre garantida, sendo geradas soluções numéricas ausentes de oscilações numéricas (*wiggles*). Outra vantagem da função de interpolação *upwind* é a simplicidade de sua aplicação em programas CFD. Vale destacar que este esquema pode conduzir a resultados inadequados para discretização de primeira ordem (falsa difusão) (Maliska, 2004; Versteeg e Malalasekera, 1995). Outra função de interpolação empregada é a exponencial, que é obtida a partir da solução exata do problema unidimensional de advecção/difusão (Spalding, 1972). Uma dificuldade com o esquema exponencial é a baixa performance computacional. Posteriormente, Patankar (1980) propôs um esquema de advecção denominado *power-law*. De acordo com Versteeg e Malalasekera (1995) este esquema possui equivalência matemática com a função exponencial, porém é mais rápida para ser computada. Na função *power-law* a difusão é ajustada para zero quando o número de Peclet ( $Pe$ ) de malha excede 10. Se  $0 < Pe < 10$  o fluxo é avaliado pelo uso de uma expressão polinomial.

#### 4.2.1.1. ESQUEMA DE ADVECCÃO UPWIND

No esquema de advecção *upwind* de primeira ordem, o valor de  $\varphi_f$  na interface é igual ao valor da célula que está a montante da face (Patankar, 1980). Por exemplo, se a velocidade principal do escoamento ocorre na direção  $x$ , conforme ilustra a Figura 4.2, a variável  $\varphi_e$  (na face leste) será dada por:

$$\begin{aligned}\varphi_e &= \varphi_P & \text{se } F_e = (\rho v_1) > 0 \\ \varphi_e &= \varphi_E & \text{se } F_e = (\rho v_1) < 0\end{aligned}\quad (4.5)$$

O valor das variáveis nas outras faces, neste caso  $\varphi_f = \varphi_w$ , são definidas de forma similar.

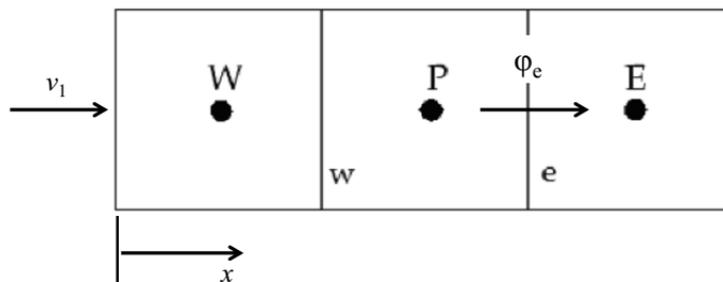


Figura 4.2 – Obtenção de  $\varphi_f$  em uma face do volume de controle usando o esquema *upwind*.

Em função do amortecimento numérico existente para o esquema *upwind* de primeira ordem foi empregado aqui o esquema *upwind* de segunda ordem (SOU, do inglês: *Second Order Upwind*). Para este esquema é necessário levar em consideração um maior número de células (vizinhas às células adjacentes), sendo as quantidades nas faces das células computadas por meio da abordagem da reconstrução linear multidimensional (do inglês: *multidimensional linear reconstruction approach*) (Barth e Jespersen, 1989). Nesta abordagem, a precisão de segunda ordem pode ser obtida interpolando  $\varphi_f$  através de uma expansão de Taylor da solução  $n$  em torno do volume de controle central.

$$a\varphi_{f,SOU} = c_p + (\nabla \varphi \cdot \mathbf{r})_{up} \quad (4.6)$$

onde  $\varphi_P$  e  $\nabla\varphi_P$  são os valores da célula central e seu gradiente no volume de controle que está a montante da face relativa à direção do escoamento, e  $r$  é o vetor deslocamento que liga o centro da célula a montante à face do volume de controle ( $r$  no escoamento da Fig.4.3). A Fig. 4.3 também ilustra que o esquema pode ser empregado mesmo para malhas não estruturadas. O gradiente de  $\varphi$  no ponto  $P$ ,  $\nabla\varphi_P$  (Fig. 4.3) é estabelecido através do teorema de Green-Gauss, que é descrito na seguinte forma discretizada:

$$\nabla\varphi_P = \frac{1}{V} \sum_f \bar{\varphi}_f \vec{A} \tag{4.7}$$

onde  $V$  é o volume da célula  $P$  e o vetor  $\vec{A}_f$  é a área na face. O valor na face  $\bar{\varphi}_f$  é definido como a média aritmética dos valores dos centros dos volumes de controle vizinhos à face (Fig. 4.3):

$$\bar{\varphi}_f = \frac{\varphi_P + \varphi_E}{2} \tag{4.8}$$

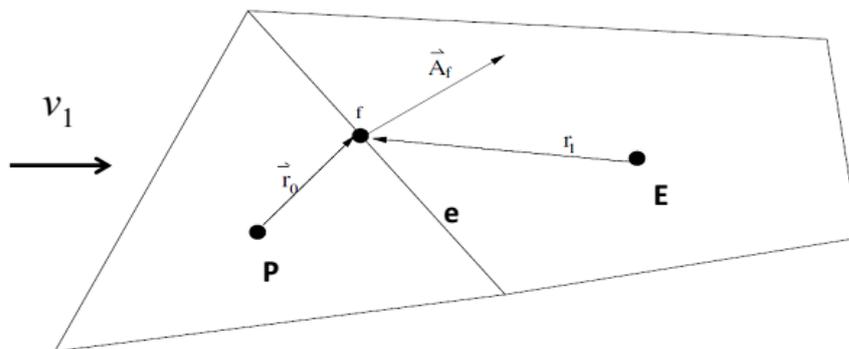


Figura 4.3 – Definição das variáveis  $\varphi$  empregando o esquema *upwind* de segunda ordem.

#### 4.2.2. ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE

Com relação à variação temporal das variáveis primárias, os campos de velocidade e temperatura podem ser avançados no tempo empregando-se as equações de conservação da quantidade de movimento e energia, respectivamente. No entanto, na solução de escoamentos

incompressíveis a pressão não possui uma equação própria para seu avanço no tempo e a equação de conservação de massa, por sua vez, não serve de equação evolutiva para nenhuma variável, sendo apenas uma restrição que deve ser obedecida pelo campo de velocidades (Maliska, 2004). Vale destacar que, independente da metodologia empregada (MEF, MDF ou MVF), dificuldades numéricas associadas à simulação de escoamentos incompressíveis têm sido relatadas na literatura (Kawahara e Hirano, 1983).

Com o objetivo de superar tais dificuldades alguns métodos como a solução da Equação de Poisson e o Método da Pseudo-compressibilidade têm sido propostos na literatura (Kawahara e Hirano, 1983; Reddy e Gartling, 1994; Zienkiewicz et al., 2005) e empregados na simulação de escoamentos isotérmicos (Petry e Awruch, 2006) e com transferência de calor (Dos Santos et al., 2011).

Para o MVF, métodos de acoplamento pressão-velocidade têm sido empregados para o tratamento dos escoamentos incompressíveis. Nestes métodos, a equação da conservação de massa é transformada de forma a ter um termo de pressão presente (Maliska, 2004). Um dos métodos de acoplamento pressão-velocidade mais conhecidos é o SIMPLE (do inglês: *Semi Implicit Linked Equations*), que foi desenvolvido por Patankar e Spalding (1972). Posteriormente, foram criados métodos derivados do SIMPLE como o SIMPLER (SIMPLE-Revisado), SIMPLEC, (SIMPLE-Consistente) e o PISO (Patanekar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 1995). No presente trabalho é empregado o algoritmo SIMPLE para abordagem deste problema.

#### 4.2.2.1 ALGORITMO SIMPLE

O acrônimo SIMPLE significa, *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations* e é um método iterativo para equações acopladas. O algoritmo foi originalmente apresentado por Patankar e Spalding (1972) e é essencialmente um procedimento iterativo de estimativa e correção do valor de pressão (Versteeg e Malalasekera, 2004).

Por uma questão de simplicidade neste estudo são apenas apresentados os principais passos utilizados, descritos no trabalho de Savicki (2007) e Dos Santos (2011), para a obtenção dos campos de velocidade e pressão empregando o algoritmo SIMPLE:

- 1) Estima-se um campo arbitrário de pressão  $p^*$ .

2) Resolvem-se as equações para as velocidades (domínio 3D):

$$a_e v_{1e}^* = \sum a_{nb} v_{1e}^* + b + (p_p^* - p_E^*) A_e \quad (4.9)$$

$$a_n v_{2n}^* = \sum a_{nb} v_{2n}^* + b + (p_p^* - p_N^*) A_n \quad (4.10)$$

$$a_t v_{et}^* = \sum a_{nb} v_{et}^* + b + (p_p^* - p_T^*) A_t \quad (4.11)$$

onde:  $A_e = \Delta y \Delta z$ ,  $A_n = \Delta x \Delta z$ ,  $A_t = \Delta x \Delta y$ . Os coeficientes  $a_e$ ,  $a_n$ ,  $a_t$ ,  $a_{nb}$  e  $b$  mudam de acordo com a função de interpolação utilizada (*upwind*, *power-law*, etc). Vale destacar também que os campos de velocidades são avaliados nas faces do volume de controle, enquanto a pressão é avaliada no centro dos volumes de controle. Caso o campo de velocidades e pressões fossem definidas no mesmo ponto (nas faces, por exemplo) a influência da pressão não seria adequadamente representada nas equações discretizadas da conservação da quantidade de movimento. Em função disso é usada uma malha escalonada para os componentes de velocidade (Versteeg e Malalasekera, 1995).

3) Resolve-se a equação para a correção da pressão  $p'$ :

$$a_t p_p' = a_E p_E' + a_B p_B' + a_W p_W' + a_N p_N' + a_S p_S' + a_T p_T' + b \quad (4.12)$$

4) Resolve-se a equação da pressão:

$$p = p^* + p' \quad (4.13)$$

5) Calcula-se  $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$  a partir das equações:

$$v_{1e} = v_{1e}^* + d_e (p_p' - p_E') \quad (4.14)$$

$$v_{2n} = v_{2n}^* + d_{2n} (p_p' - p_{2N}') \quad (4.15)$$

$$v_{3t} = v_{3t}^* + d_t (p_p' - p_T') \quad (4.16)$$

onde  $d_e = A_e/a_e$ ,  $d_n = A_n/a_n$ ,  $d_t = A_t/a_t$ .

6) Usa-se  $p'$  como uma nova aproximação para  $p^*$  e aplica-se o processo iterativo entre os passos 2 e 6, até que a solução convergida seja alcançada.

Uma maior discussão a respeito dos esquemas empregados para o acoplamento pressão-velocidade, especialmente o método SIMPLE, é apresentada na literatura de referência (Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 2004; Maliska, 2004).

### 4.2.3. DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

Para a análise de problemas transientes é necessário empregar algum esquema de integração no tempo, que podem ser classificados em implícitos, semi-implícitos e explícitos. Os esquemas implícitos são incondicionalmente estáveis e permitem um maior passo de tempo com relação aos demais. No entanto, para domínios de grande dimensão há uma grande dificuldade para o armazenamento na memória principal das matrizes completas do sistema, gerando um maior tempo de processamento para obtenção dos resultados da simulação (Reddy e Gartling, 1994). Por outro lado, os esquemas explícitos ocupam pouco espaço na memória central. Contudo, estes esquemas apresentam fortes restrições de estabilidade numérica, limitando o passo de tempo a ser adotado (Gresho e Sani, 1999)

Uma expressão genérica para a evolução temporal da variável  $\varphi$  é dada por (Versteeg e Malalasekera, 2004; FLUENT, 2007):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = F(\varphi) \quad (4.17)$$

Na Eq. (4.17), a função  $F$  contém os termos advectivos, difusivos e fonte das equações de conservação da quantidade de movimento e energia, cuja discretização espacial foi apresentada nas secções anteriores.

Para o esquema de integração implícito de segunda ordem e o esquema de diferenças atrasadas de Newton, para uma explicação detalhada ver Hidelbrand (1987), a função  $F$  para o

passo de tempo  $n + 1$ ,  $F(\varphi_{n+1})$ , é obtida a partir de séries de Taylor e pode ser escrita por (Rezende, 2009):

$$F(\varphi) = \frac{3\varphi^{n+1} - 4\varphi^n + \varphi^{n-1}}{2\Delta t} \quad (4.18)$$

onde  $\Delta t$  é o passo de tempo empregado na solução (s),  $n$  representa os valores das variáveis no passo de tempo atual ( $t$ ),  $n + 1$  representa os valores das variáveis no próximo passo de tempo ( $t + \Delta t$ ) e  $n - 1$  representa os valores das variáveis no passo de tempo anterior ( $t - \Delta t$ ). Vale destacar que o passo de tempo anterior só é requerido devido à discretização temporal ser de segunda ordem.

### 4.3 PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS

Primeiramente, vale lembrar que para a simulação dos escoamentos laminares com transferência de calor por convecção, as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas usando um código comercial de dinâmica dos fluidos computacional (CFD – do inglês: *Computational Fluid Dynamics*) baseado no método dos volumes finitos (FLUENT, 2007). Em todas as simulações a discretização espacial é realizada com volumes quadriláteros. Para todas as simulações foi considerada uma discretização temporal implícita de segunda ordem. Além disso, o acoplamento pressão velocidade foi realizado com o método SIMPLE.

Com relação à convergência da solução numérica, no software FLUENT (FLUENT, 2007) o resíduo normalizado da equação do transporte, Eq. (4.4), é definido através da seguinte expressão:

$$R = \frac{\sum_{células} [\sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb}] + b - a_p \varphi_p}{\sum_{nb} [a_p \varphi_p]} \quad (4.19)$$

Na Eq. (4.19)  $\sum_{células}$  significa que o valor entre colchetes está sendo somado para todos os volumes de controle.

No presente estudo, as soluções foram consideradas convergidas quando os resíduos para a equação da conservação de massa, quantidade de movimento e energia, nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , foram menores que  $R_{\text{massa}} < 10^{-6}$ ,  $R_{\text{qtd.mov}} < 10^{-6}$  e  $R_{\text{energia}} < 10^{-8}$ , respectivamente.

Todas as simulações foram realizadas usando computadores com 2 processadores Intel DualCore de 3.60 GHz de *clock* e 24.0 Gb de memória RAM. Para melhorar o tempo de processamento das simulações foi empregada a técnica de processamento paralelo MPI (do inglês: *Message Passing Interface*) disponibilizada pelo software FLUENT (FLUENT, 2007). O tempo de processamento para cada simulação foi de aproximadamente  $7.20 \times 10^2$  s.

#### 4.4 TESTE DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA

Realizou-se o teste de independência de malha, a fim de determinar qual o número de volumes finitos necessários para que a malha não gere influência sobre os resultados do estudo. Além disso, este teste contribui para a redução do tempo de simulação. Teste de malha adaptado do trabalho de Razeera e Cardoso (2013).

A malha é considerada independente quando o desvio relativo entre as médias dos coeficientes de troca térmica dos cilindros  $(h_1 + h_2 + h_3)/3 = h_D$ , for menor do que 0,5%, calculados pela Eq. 4.20:

$$\text{Desvio}(\%) = 100x \frac{\bar{h}_D^j - \bar{h}_D^{j+1}}{\bar{h}_D} < 0,5\% \quad (4.20)$$

Conforme a Tabela 4.2 foram investigadas as seguintes malhas com 11200, 24000, 47604, 63386 e 148396 volumes finitos. Para todas as malhas é empregado o mesmo passo de tempo  $\Delta t = 1 \times 10^{-3}$  s.

Após a realização do teste verificou-se que a malha considerada independente é a que possui 67878 volumes, apresentando um desvio de 0,4651%. Na Figura 4.4 apresenta-se a curva que demonstra a tendência de estabilização da malha conforme ocorre o aumento do número de volumes.

Para fins ilustrativos, é apresentado na Fig. 4.5 a malha empregada para  $S_T/D = 5,0$  e  $S_L/D = 2,5$ .

Para verificar o modelo computacional, a malha independente foi adotada e os resultados obtidos a partir dela foram comparadas com algumas correlações encontradas na literatura.

Tabela 4.1 – Teste de independência de malha para  $Re_D = 100$ ;  $Pr = 0,71$ ;  $S_T/D = 5,0$  e  $S_L/D = 2,5$ .

Nº Volumes	$h_1$	$h_2$	$h_3$	Média	Desvio	Desvio (%)
<b>12967</b>	55,0742	57,1428	56,8918	56.17578	0.0188	1.8800
<b>23095</b>	55,2199	56,8524	56,6108	55.12135	0.0372	3.7154
<b>46180</b>	53.4398	54,6590	54,5424	53.07335	0.0074	0.7360
<b>67878</b>	53,6715	54,9174	54,9279	52.68272	0.0047	0.4651
<b>106966</b>	53,3570	54,5603	54,5652	52.43767	-	-

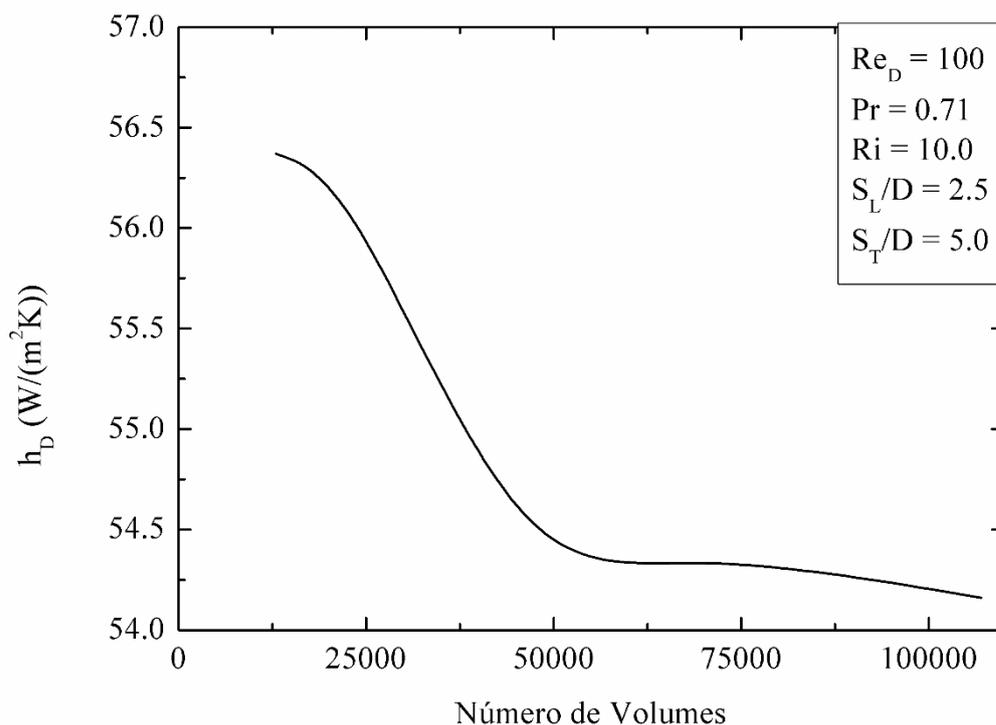


Figura 4.4 – Teste de independência de malha.

Foram utilizadas duas simulações, sendo uma com  $Ri = 0,1$  (predominância de convecção forçada),  $S_T/D = 5,0$  e  $S_L/D = 2,5$  para comparações com valores de convecção

forçada encontrados na literatura e a outra com  $Ri = 10,0$  (predominância de convecção natural)  $S_T/D = 5,0$  e  $S_L/D = 5,0$  para comparações com estudos de convecção natural.

A primeira foi a correlação empírica de Hilpert (1933), para um escoamento cruzado laminar sobre um cilindro circular por convecção forçada. Tal correlação é definida por:

$$\overline{Nu}_D = C \cdot Re_D^m \cdot Pr^{1/3} \quad (4.21)$$

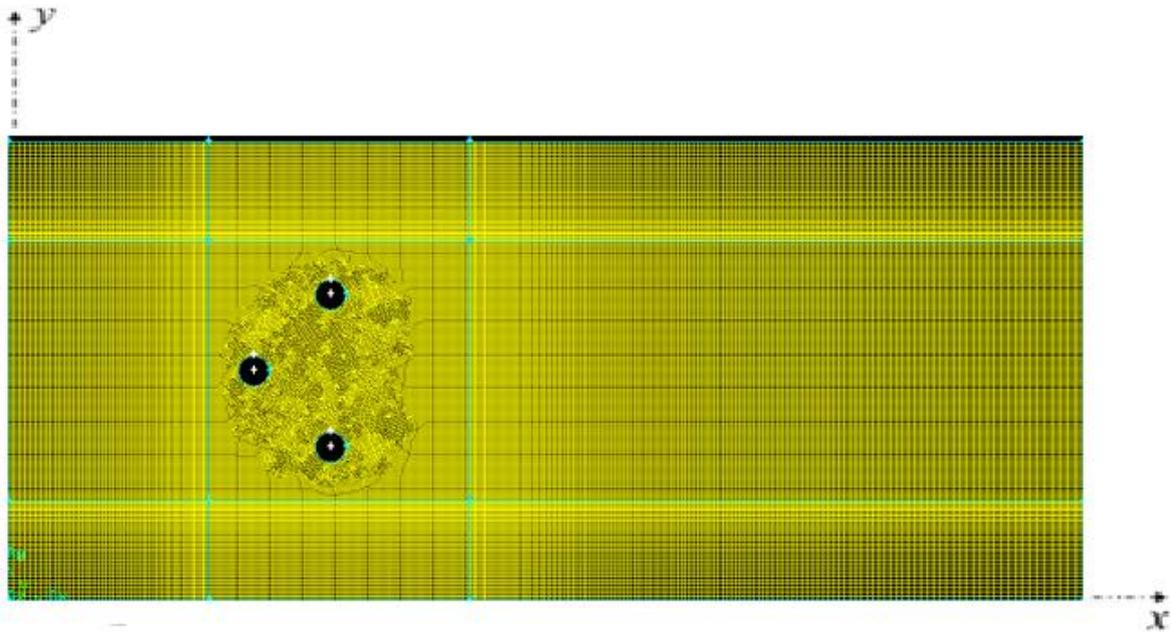


Figura 4.5 – Malha computacional gerada no software GAMBIT.

onde: para  $Re_D = 100$  tem-se  $C = 0,683$  e  $m = 0,466$ . Para o caso considerado obtém-se um número de Nusselt médio de:

$$\overline{Nu}_D = 5,21$$

A outra correlação utilizada foi a de Churchill e Bernstein (1977), de novo para convecção forçada sobre um cilindro circular, dada por:

$$\overline{Nu}_D = 0,3 + \frac{0,62 \cdot Re_D^{1/2} \cdot Pr^{1/3}}{k[a + (\frac{0,4}{Pr})^{2/3}]^{1/4}} + [1 + (\frac{Re_D}{282000})^{5/8}]^{4/5} \quad (4.22)$$

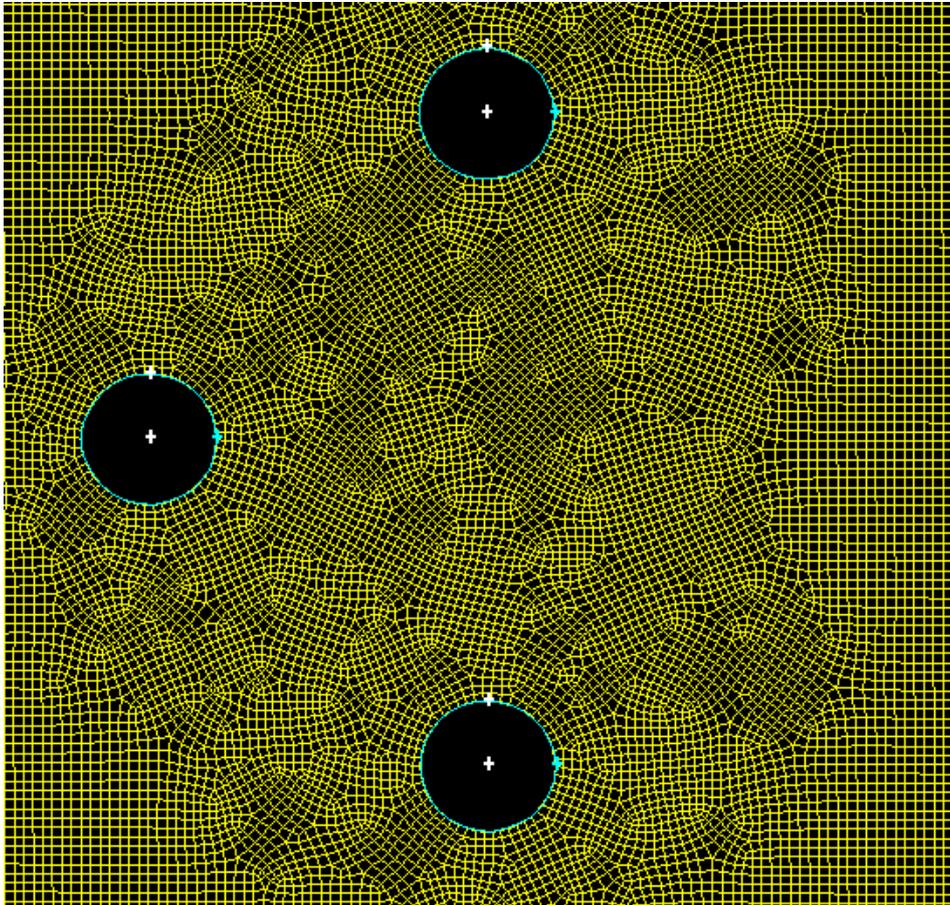


Figura 4.6 – Malha computacional aproximada na região dos cilindros.

A partir dessa correlação, obtém-se para um caso de convecção forçada a  $Re_D = 100$  e  $Pr = 0,71$  o seguinte número de Nusselt médio no cilindro:

$$\overline{Nu}_D = 5,18$$

Com os valores do trabalho numérico, utilizou-se a Eq. (4.23) para calcular o  $\overline{Nu}_D$ ,

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h} \cdot D}{k} \quad (4.23)$$

onde:  $\bar{h} = 52,6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ,  $D = 0,1 \text{ m}$ ,  $k = 1 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ . logo:

$$\overline{Nu}_D = 5,26$$

Também foram utilizadas correlações para o caso de convecção natural predominante. Para o caso de convecção natural, foi utilizada a malha de  $S_T/D = 5,0$  e  $S_L/D = 5,0$  e com  $Ri = 10,0$ , fazendo-se a velocidade do escoamento na superfície de entrada ser zero (diferente dos casos avaliados que era de 50 m/s), para que chegasse mais perto de uma convecção natural pura sobre um cilindro (cilindro a montante no domínio deste trabalho).

Para a obtenção do número de Nusselt para um escoamento laminar por convecção natural sobre um cilindro, emprega-se a correlação experimental de Rice (1923), que é definida por:

$$\overline{Nu}_D = 0,97(Gr_D \cdot Pr)^{0,203} \quad (4.24)$$

Para um caso com  $Gr_D = 10^5$  ( $Ri = 10,0$ ) e  $Pr = 0,71$  o número de Nusselt médio no cilindro é dado por:

$$\overline{Nu}_D = 7,83$$

A outra correlação foi feita por Churchill e Chu, (1975), baseada em outros trabalhos de convecção natural sobre cilindros e placas horizontais e é definida por:

$$\overline{Nu}_D = 0,36 + 0,518 \left( \frac{Gr_D \cdot Pr}{1 + \left( \frac{0,559}{Pr} \right)^{9/16}} \right)^{1/4} \quad (4.25)$$

Para o mesmo caso com  $Gr_D = 10^5$  e  $Pr = 0,71$  o Nusselt médio é dado por:

$$\overline{Nu}_D = 7,34$$

Utilizando agora os valores dessa nova simulação para a convecção natural, encontrou-se:

$$\overline{Nu}_D = 7,49$$

Assim, foi observado uma concordância entre o resultado obtido simulações numéricas com os resultados obtidos pelas correlações encontradas na literatura, visto que os desvios encontrados foram de 0,95% para a correlação de Hilpert (1933) e de 1,54% para a correlação de Churchill e Bernstein (1977) considerando-se convecção forçada e 6,25% para Rice (1923), 2,00% para Churchill e Chu (1975) considerando-se convecção natural, verificando assim o modelo computacional e permitindo o prosseguimento do trabalho.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo trata dos resultados do trabalho, assim como as discussões sobre as curvas geradas com os resultados das simulações. É realizada uma análise para  $Ri = 0,1; 0,5; 1,0; 5,0$  e  $10,0$  avaliando seu efeito sobre os coeficientes de arrasto e número de Nusselt, bem como as respectivas geometrias que levam a estes valores ótimos. Os casos de  $Ri < 1,0$  representam escoamentos onde a convecção forçada é dominante, enquanto os casos com  $Ri > 1,0$  representam escoamentos dominados pela convecção mista.

Em Zdravkovich 1987 foi realizada uma revisão de uma série de investigações relativas à interferência mútua entre dois cilindros paralelos em um escoamento cruzado. Ele classificou a interferência em três categorias, conforme mostra a Fig. 5.1. A primeira é chamada de interferência de proximidade, que ocorre quando os dois cilindros estão suficientemente próximos uns dos outros. A segunda categoria é a interferência de esteira (*wake*), a qual ocorre quando o cilindro a jusante está parcialmente, ou totalmente submerso na esteira do cilindro a montante. A terceira categoria é uma soma dos dois efeitos proximidade + *wake*.

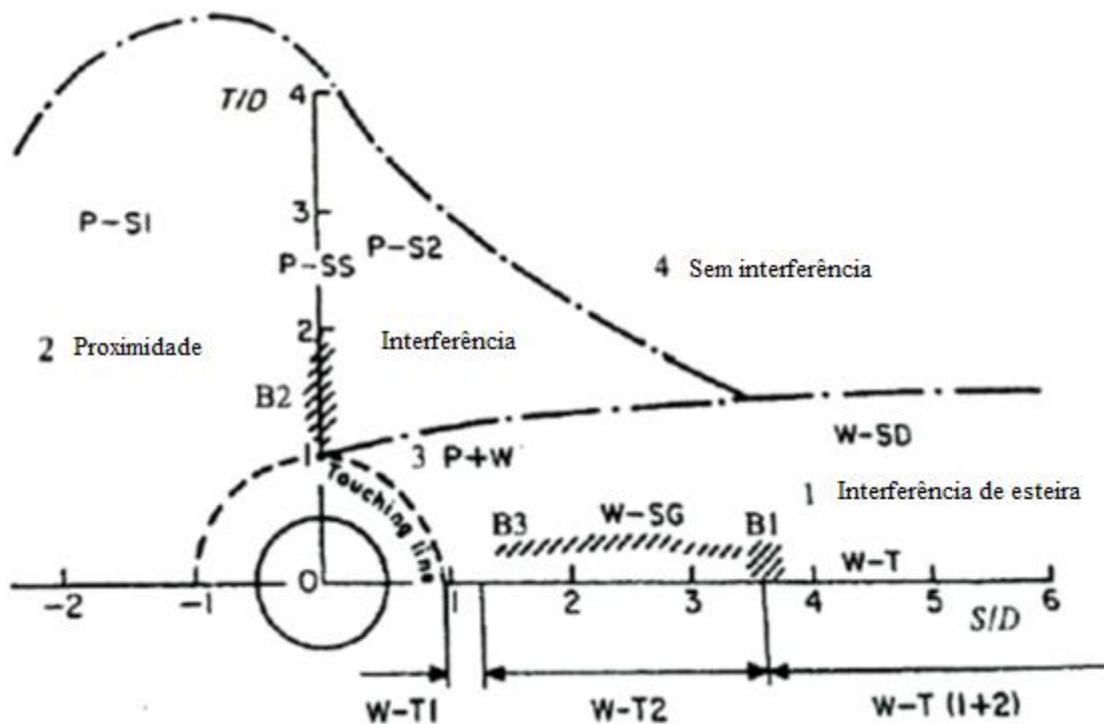


Figura 5.1 – Região de interferência entre cilindros, retirado de Zdravkovich (1987).

Segundo Zdravkovich, (1987) a diferença principal entre a categoria de proximidade é que a formação das esteiras de vórtices entre os dois cilindros é afetada pela interferência de um cilindro para com o outro cilindro. Já quando a interferência é de esteira, apenas a formação de vórtices do cilindro a jusante é afetada. Outro comportamento também visto neste estudo, é que quando os cilindros estão suficientemente próximos, eles agem como um só, um “corpo rombudo”.

Mais recentemente, Tatsuno et al. (1998) estudaram os efeitos de interferência entre três cilindros dispostos de forma equidistante em um fluxo uniforme. Os resultados mostram que os efeitos de interferência de fluxo entre os três cilindros são de grande impacto nos resultados quando as lacunas de espaçamento são suficientemente pequenos e os efeitos de interferência decaem com o aumento da distância de lacuna entre os cilindros.

Outro comportamento observado em Tatsuno et al. (1998) foi que os cilindros do par de cilindros alinhado a jusante do escoamento ( $C_2$  e  $C_3$ ), exercem forças atrativas entre eles e que os coeficientes de arrasto aumentam com o aumento da distância entre os cilindros.

No trabalho de Gu e Sun (2000), os autores chamaram de 4 zonas afetadas em relação ao distanciamento entre os cilindros, além disso mostraram que são fortemente dependentes das condições iniciais do escoamento, dificultando assim a proposição de distâncias ótimas para diferentes casos.

Os resultados desse trabalho estão de acordo com os comportamentos encontrados na literatura, e por facilidade, tratamos os efeitos da proximidade de cilindro de acordo com as camadas limites de velocidade e temperatura.

### 5.1. ANÁLISE PARA RICHARDSON = 0,1

A Figura 5.2 mostra o efeito da razão de  $S_T/D$  no coeficiente de arrasto médio dos três cilindros ou coeficiente de arrasto do arranjo ( $C_D$ ) para  $Ri = 0,1$  (escoamento dominado pela convecção forçada) e diferentes valores de  $S_L/D$ . Mais precisamente, são simulados 8 diferentes valores de  $S_L/D$  na faixa  $1,5 \leq S_L/D \leq 5,0$  com incremento de 0,5. Em geral, a figura mostra que o coeficiente de arrasto aumenta à medida que o passo transversal também aumenta para todas as distâncias horizontais (passo longitudinal).

Os valores do coeficiente de arrasto têm um crescimento mais acentuado para as menores razões de  $S_T/D$ , ou seja,  $S_T/D \leq 2,5$ . Com o crescimento da razão  $S_T/D$  ocorre uma diminuição do crescimento de  $C_D$  nas razões intermediárias até sua estabilização para as

maiores razões de  $S_T/D$ . Esse comportamento é mais evidente para as razões de  $S_L/D = 4,5$  e  $5,0$ . Por outro lado, as razões  $S_L/D = 1,5$  e  $2,0$  continuam crescendo seu valor de coeficiente de arrasto para todo o range de razões  $S_T/D$ , ou seja, não há uma região de estabilização sensível.

O motivo para que os valores do coeficiente de arrasto estabilizem para razões mais altas de  $S_L/D$  em razões  $S_T/D$  acima de  $2,5$ , é que a posição dos cilindros a jusante deixa de ter influência na zona de baixa pressão após o cilindro 1. Além disso, para razões acima de  $S_T/D = 2,5$  o efeito da influência dos cilindros deixa de ser devido à “influência de esteira” e passa a ser “influência de proximidade”.

O caso ótimo para o problema fluidodinâmico e  $Ri = 0,1$  foi de  $C_{D,mm} = 1,251$  para  $(S_T/D)_{oo} = 1,5$  e  $(S_L/D)_o = 3,0$  e o pior caso foi de  $C_D = 1,651$  para  $S_T/D = 1,5$  e  $S_L/D = 5,0$ . A aplicação do Design Construtal permitiu uma melhora de  $24,22\%$  do pior para o melhor caso.

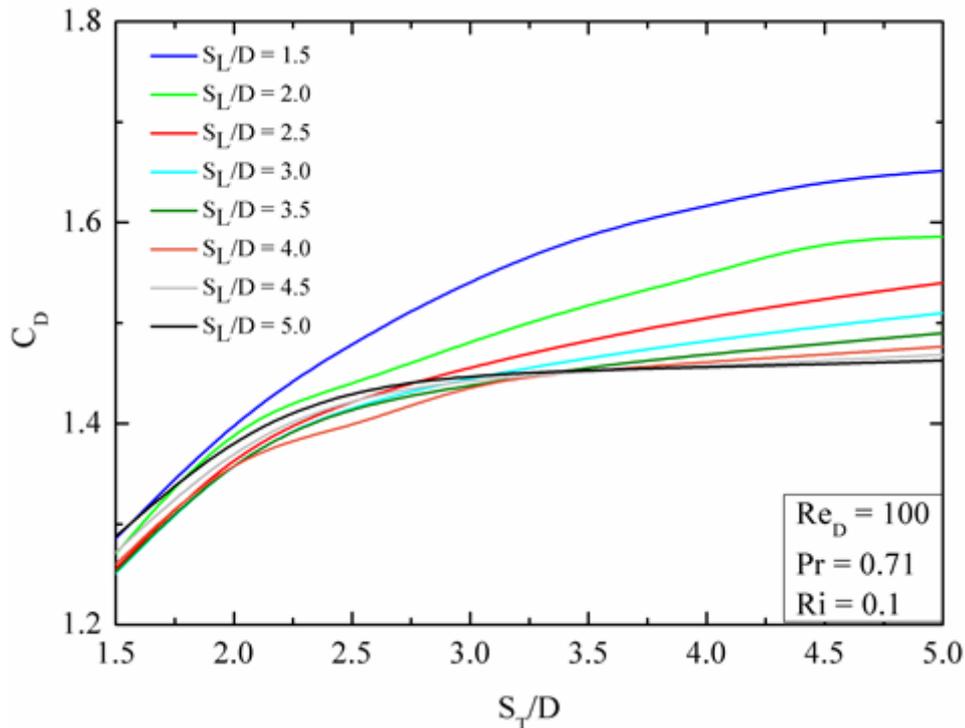


Figura 5.2 – Efeito do parâmetro  $S_T/D$  para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 0,1$  no coeficiente de arrasto do arranjo ( $C_D$ ) para cada passo longitudinal.

A Figura 5.3 mostra o efeito do parâmetro  $S_L/D$  no coeficiente de arrasto uma vez minimizado  $C_{D,m}$  e sobre o parâmetro  $(S_T/D)_o$  uma vez otimizado, para  $Ri = 0,1$ . Pode ser observado que a magnitude de  $C_{D,m}$  é praticamente insensível com a variação da distância horizontal entre os cilindros (passo longitudinal) e que a geometria ótima  $(S_T/D)_o$  é constante e igual a  $1,5$ . Apesar da pequena variação, observa-se que a geometria duas vezes otimizada é

obtida para  $(S_L/D)_o = 3,0$  e  $(S_T/D)_{oo} = 1,5$ , que é justamente uma região onde as interferências de esteira de vórtices e proximidade de cilindros deixam de ter efeito sobre o coeficiente de arrasto (para casos com convecção forçada) e passam para uma região onde deixa-se de ter influência de uma camada limite sobre a outra ou de escoamento de fenda entre os cilindros.

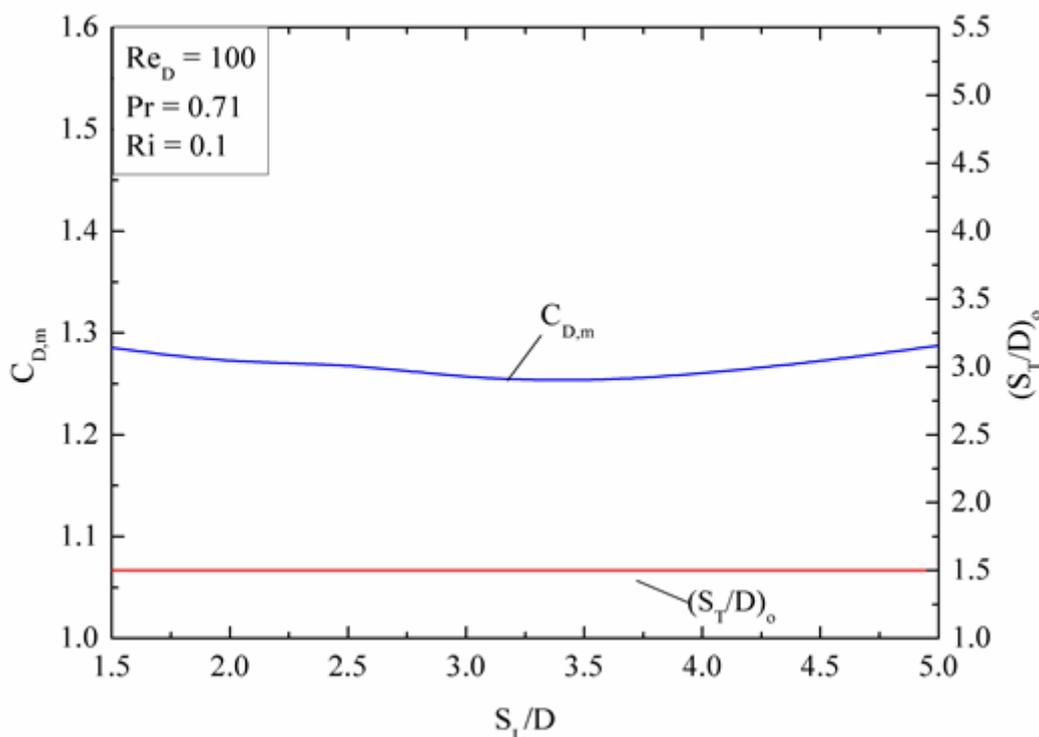


Figura 5.3 – Efeito do parâmetro  $S_L/D$  sobre o coeficiente de arrasto uma vez minimizado  $C_{D,m}$  e respectiva geometria ótima  $(S_T/D)_o$  para um escoamento a  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 0,1$ .

A Figura 5.4 mostra o efeito da razão de  $S_T/D$  sobre número de Nusselt médio dos três cilindros ( $Nu_D$ ) para  $Ri = 0,1$  (fluxo dominante com convecção forçada) para todos os diferentes valores de  $S_L/D$  investigados. Nota-se que o número de Nusselt aumenta para todos os valores de  $S_L/D$  para os magnitudes de  $S_T/D \leq 2,5$ . Após essa faixa, há uma estabilização do número de Nusselt para os maiores valores de  $S_T/D$ . Além disso, o valor de Nusselt varia pouco com a distância entre o par de cilindros a jusante do primeiro cilindro.

Este comportamento diferenciado para as diferentes regiões de  $S_T/D > 2,5$  e  $S_T/D < 2,5$  se dá pelo fato de que quando os cilindros estão suficientemente próximos, eles apresentam um efeito de corpo rombudo, isto é, comportam-se como um único corpo e suas camadas limites estão juntas, formando uma única pluma ascendente. Esse comportamento pode ser claramente observado na Fig. 5.5(a) que ilustra o campo de temperaturas para o caso com  $S_L/D = 1,5$  e

$S_T/D = 2,0$ . Quando  $S_T/D = 3,0$ , pode ser observado dois escoamentos de fenda entre o cilindro a montante e os dois cilindros a jusante no escoamento. A Figura 5.4 (b) ilustra o campo de temperaturas para essa situação. Conforme há crescimento da razão  $S_T/D$  para os maiores valores avaliados, há uma tendência de não ocorrer mais interferência entre as camadas limite geradas nos diferentes cilindros e as mesmas acabam se comportando como para um cilindro isoladamente.

O caso ótimo para o problema térmico e  $Ri = 0,1$  foi de  $Nu_{D,m} = 5,543$  para  $(S_T/D)_{oo} = 5,0$  e  $(S_L/D)_o = 1,5$  e o pior caso foi de  $Nu_D = 4,274$  para  $S_T/D = 1,5$  e  $S_L/D = 2,5$ . A aplicação do Design Construtal forneceu uma melhora de 22,90 % do pior para o melhor caso.

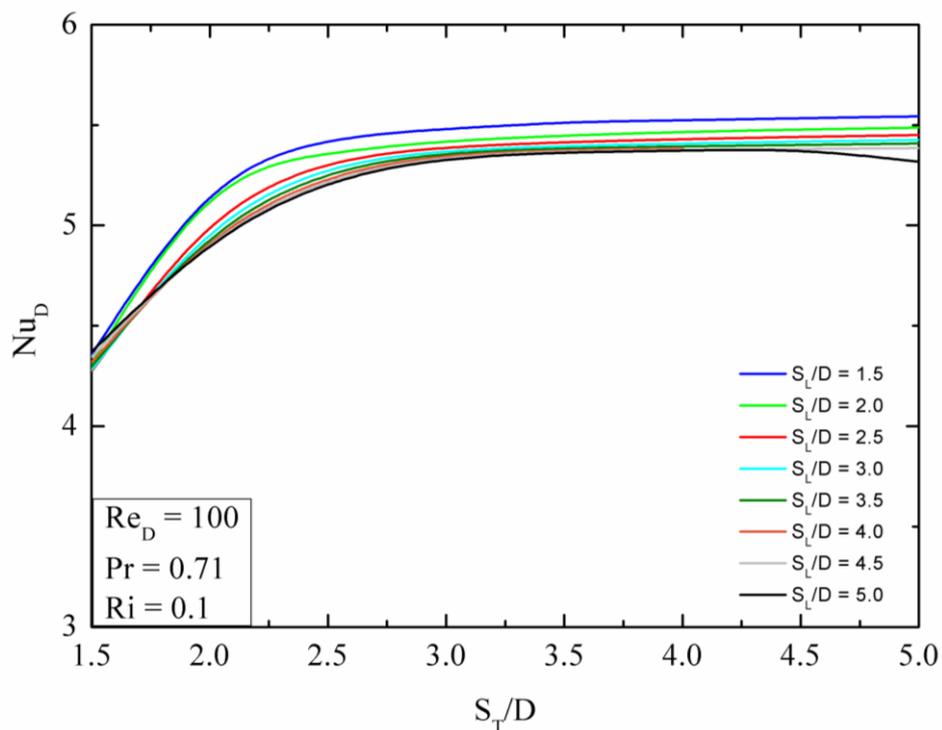


Figura 5.4 – Efeito do parâmetro  $S_T/D$  sobre o número de Nusselt médio dos três cilindros ( $Nu_D$ ) para diferentes razões de  $S_L/D$  em um escoamento a  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 0,1$ .

Os resultados ótimos obtidos na Fig. 5.4 são sumarizados e apresentados na Fig. 5.6. Mais precisamente, a Fig. 5.6 mostra o efeito do parâmetro  $S_L/D$  sobre o número de Nusselt uma vez minimizado  $Nu_{D,m}$  e sobre o parâmetro  $(S_T/D)_o$  uma vez otimizado, para  $Ri = 0,1$ . Pode ser observado que o valor máximo de  $Nu_{D,m}$  tem um leve decréscimo com o aumento de  $S_L/D$  e que a geometria  $(S_T/D)_o$  é insensível à variação de  $S_L/D$ . A geometria ótima foi obtida para  $(S_L/D)_o = 1,5$  e  $(S_T/D)_{oo} = 5,0$ , ou seja, quando os cilindros estão mais afastados na direção transversal e mais próximos na direção longitudinal. Através desses resultados é possível

observar que a formação da fenda entre os cilindros é benéfica para o aumento do número de Nusselt. Por outro lado, a aproximação demasiada dos cilindros faz com que os cilindros se comportem como um corpo rombudo e o aquecimento do cilindro a montante é carregado para os cilindros posteriores, reduzindo bastante esse número de Nusselt.

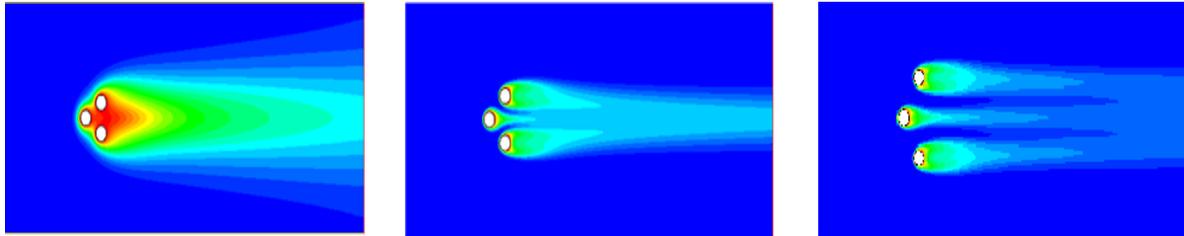


Figura 5.5 – Campo de temperaturas para um escoamento no regime permanente para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 0,1$  para  $S_L/D = 1,5$  e diferentes  $S_T/D$ : a)  $S_T/D = 2,0$ ; b)  $S_T/D = 3,0$ ; c)  $(S_T/D)_o = 5,0$ .

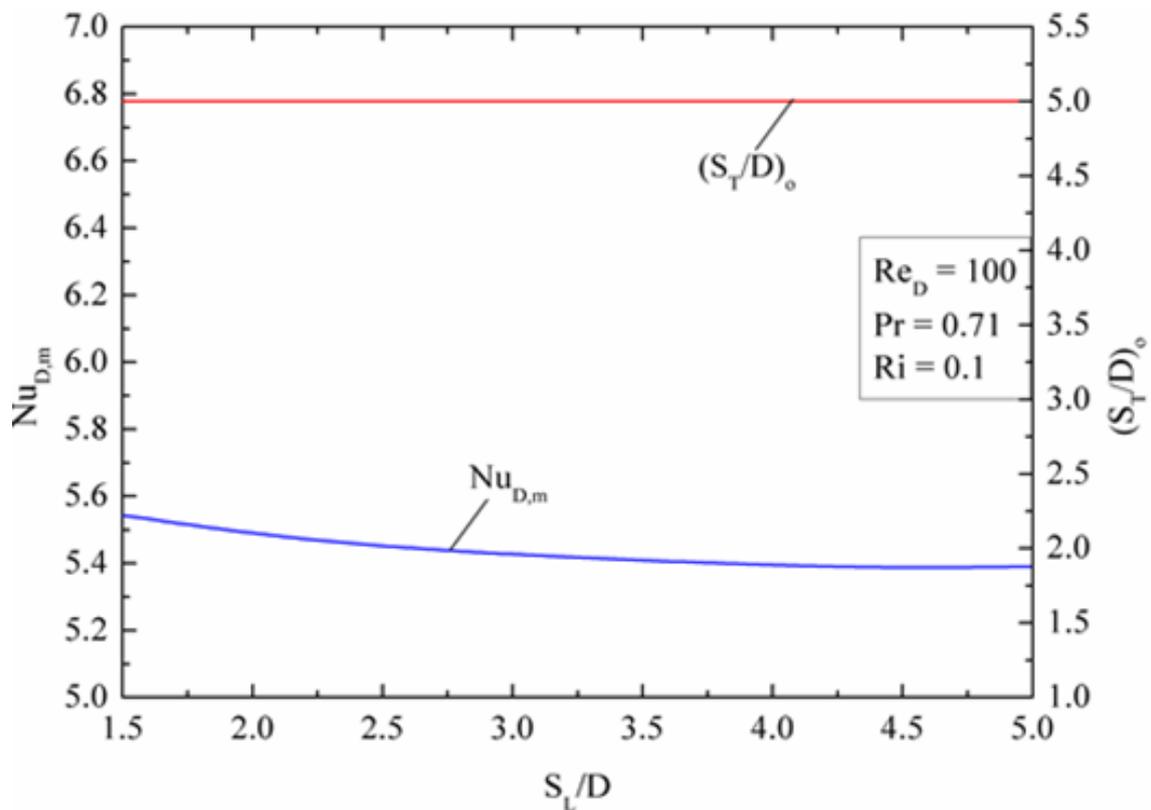


Figura 5.6 – Efeito do parâmetro  $S_L/D$  sobre o coeficiente de arrasto do arranjo uma vez minimizado ( $C_{D,m}$ ) e respectiva geometria ótima  $(S_T/D)_o$  para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 0,1$ .

## 5.2 ANÁLISE PARA NÚMERO DE RICHARDSON = 1,0

A Figura 5.7 mostra o efeito da razão de  $S_T/D$  sobre o coeficiente de arrasto médio dos três cilindros ( $C_D$ ) para  $Ri = 1,0$  (convecção forçada e natural com influência similar) para os diferentes valores de  $S_L/D$  avaliados no presente trabalho. A figura mostra que o coeficiente de arrasto aumentou para todos os casos com o aumento de Richardson, o que era esperado uma vez que a força motriz devido a convecção natural está sendo adicionada à força motriz devido a convecção forçada (que é mantida constante em todos os casos). Do ponto de vista matemático é uma força de campo adicionada a um escoamento com convecção forçada. Dessa forma, esta força aumenta com o aumento do número de Grashoff.

O coeficiente de arrasto tem um comportamento diferente para as razões de  $S_T/D < 3,0$ , onde a magnitude de  $C_D$  diminui de maneira sensível e os valores estabilizam para razões maiores de  $S_T/D$  (mais precisamente para  $S_T/D > 3,0$ ). Nota-se também que para a região de  $S_T/D < 3,0$ , os valores mais baixos de  $S_L/D$  levam ao melhor rendimento fluidodinâmico e nas regiões onde  $S_T/D > 3,0$ , o melhor desempenho fluidodinâmico se dá nas razões mais altas de  $S_L/D$ . Vale destacar também que, ao contrário do que foi observado para  $Ri = 0,1$ , o  $C_{D,m}$  passa a ser obtido para as maiores razões de  $S_T/D$ ,  $(S_T/D)_o$ , com exceção dos casos  $S_L/D = 1,5$  e  $2,0$  onde razões intermediárias ótimas de  $S_T/D$  foram obtidas.

O motivo é que para as razões baixas de  $S_L/D$  os cilindros a jusante estão escondidos atrás do cilindro 1 ( $C_1$  – vide Fig. 3.1), além de estarem muito próximos. Isso muda o gradiente de pressão entre as regiões anteriores e posteriores ao par de cilindros  $C_2$  e  $C_3$ , como pode ser visto na Fig. 5.8. A exceção para este comportamento é o caso de  $S_L/D = 1,5$ , onde para todas as razões  $S_L/T$ , o campo de pressões não consegue desenvolver uma zona de pressão mais alta suficientemente grande antes do par de cilindros a jusante do escoamento, conforme pode ser observado na Fig. 5.9.

O caso ótimo para o problema fluidodinâmico e  $Ri = 1,0$  foi de  $C_{D,mm} = 1,993$  para  $(S_T/D)_{oo} = 5,0$  e  $(S_L/D)_o = 5,0$  e o pior caso foi de  $C_D = 2,670$  para  $S_T/D = 1,5$  e  $S_L/D = 5,0$ . A aplicação do Design Construtal permitiu uma melhora de 25,35 % do pior para o melhor caso.

Percebe-se que o comportamento fluidodinâmico de  $Ri = 1,0$  é o oposto do caso de  $Ri = 0,1$ . O mecanismo motriz é outro, já que a convecção natural passa a fazer efeito, logo os casos ótimos e os efeitos da geometria no comportamento do escoamento são outros.

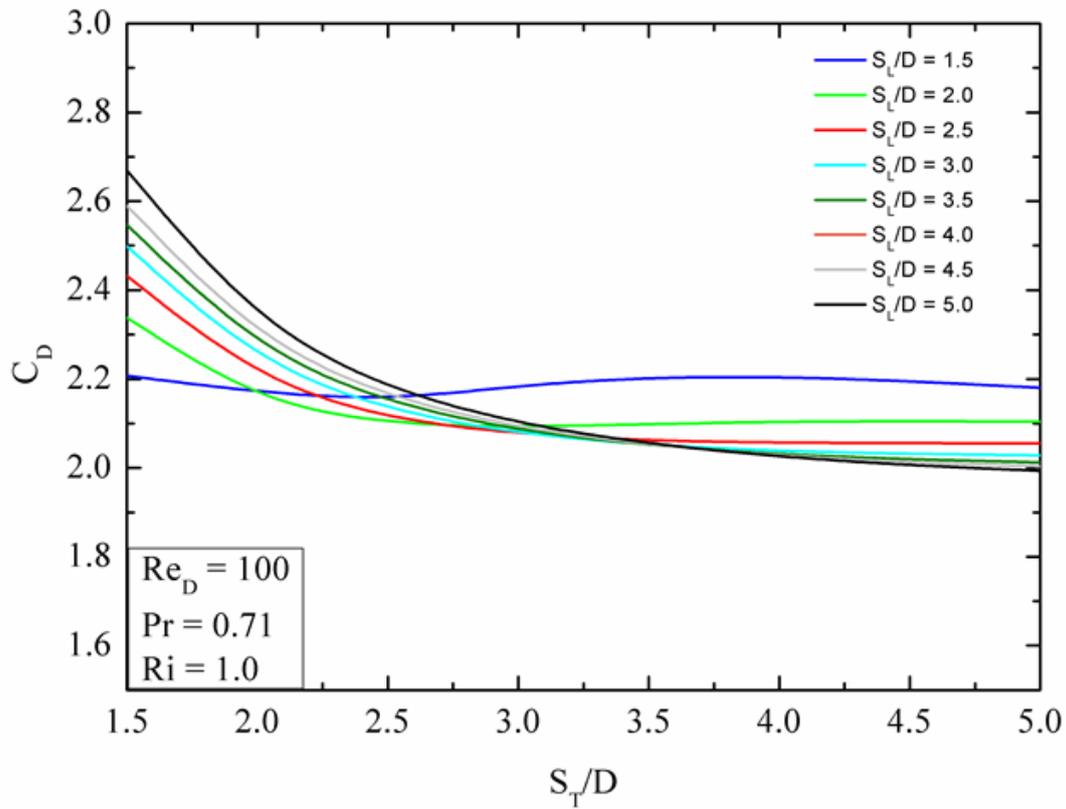


Figura 5.7 – Efeito do parâmetro  $S_T/D$  sobre o coeficiente de arrasto médio dos três cilindros ( $C_D$ ) para diferentes razões de  $S_L/D$  para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 1,0$ .

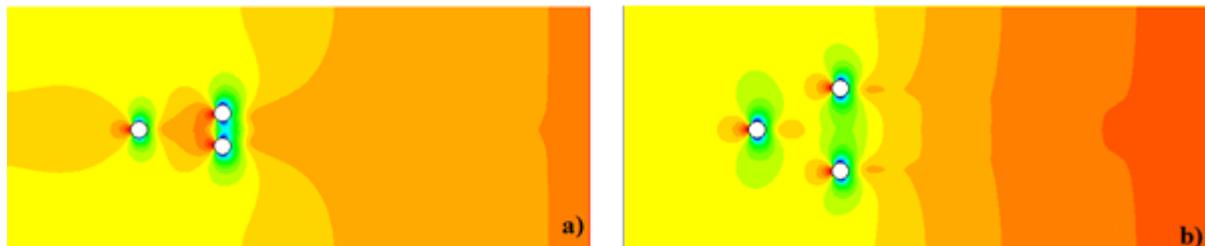


Figura 5.8 – Campo de pressões para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 1,0$  para um  $S_L/D = 5,0$  e: a)  $S_T/D = 1,5$  e b)  $S_T/D = 4,0$ .

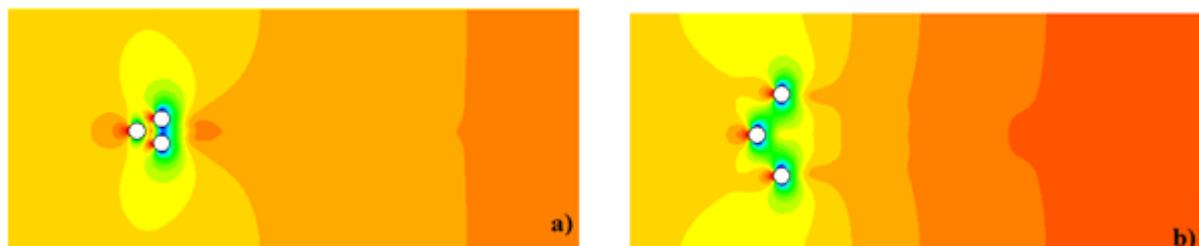


Figura 5.9 – Campo de pressões para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 1,0$  para um  $S_L/D = 1,5$  e: a)  $S_T/D = 1,5$  e b)  $S_T/D = 5,0$ .

A Figura 5.10 mostra o efeito do parâmetro  $S_L/D$  no coeficiente de arrasto uma vez minimizado ( $C_{D,m}$ ) e sobre o parâmetro  $(S_T/D)_o$  uma vez otimizado, para  $Ri = 1,0$ . Pode ser observado que o valor de  $C_{D,m}$  apresenta um leve decréscimo com o aumento da razão  $S_L/D$ , tendo seu valor mínimo em  $S_L/D = 5,0$ . Com relação ao efeito de  $S_L/D$  sobre a geometria ótima  $(S_T/D)_o$  observa-se um aumento de  $S_L/D$  até  $S_L/D = 2,5$  e depois uma estabilização da geometria ótima em  $(S_T/D)_o = 5,0$ . Em comparação com o caso  $Ri = 0,1$  (Fig. 5.3) é possível observar que não há mais um enrijecimento da razão ótima  $(S_T/D)_o$  para todas as faixas de  $S_L/D$  estudadas. Dessa forma, os resultados mostram que a mudança do número de Richardson causa não somente uma mudança na magnitude de  $(S_T/D)_o$  mas no efeito de  $S_L/D$  sobre  $(S_T/D)_o$ . De forma geral, esses resultados recomendam que o projeto térmico de trocadores de calor devem possuir diferentes geometrias para diferentes faixas de operações do escoamento e possui forte dependência do número de Richardson.

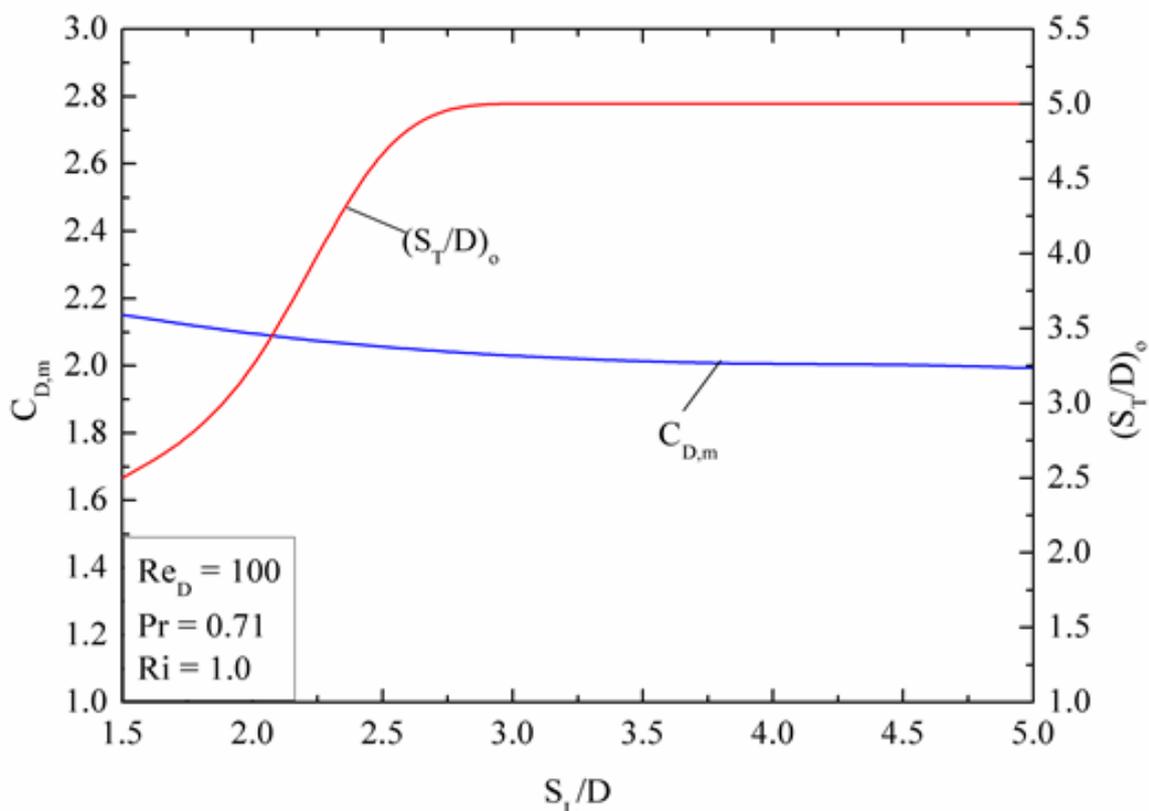


Figura 5.10 – Efeito do parâmetro  $S_L/D$  sobre o coeficiente de arrasto do arranjo uma vez minimizado ( $C_{D,m}$ ) e respectiva geometria ótima  $(S_T/D)_o$  para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 1,0$ .

A Figura 5.11 mostra o efeito da razão de  $S_T/D$  no número de Nusselt médio dos três cilindros ( $Nu_D$ ) para  $Ri = 1,0$  (convecção forçada e natural com igual influência) para todos os valores de  $S_L/D$  investigados no presente trabalho. A figura mostra que a magnitude do número de Nusselt aumentou para todos os casos com o aumento de Richardson, o que era esperado devido à associação do mecanismo de convecção natural.

A Figura 5.11 demonstra que o efeito da razão  $S_T/D$  sobre o número de Nusselt se dá de maneira semelhante ao caso  $Ri = 0,1$ , os valores de  $Nu_D$  aumentam com  $S_T/D$  até ocorrer uma não interferência das camadas limites, vide Fig. 5.12, depois disso ocorre uma suave diminuição. Também pode-se observar que os melhores rendimentos térmicos se dão em razões intermediárias, pois o design mais efetivo procura a mínima distância entre os cilindros que separe as camadas limites térmicas a fim de evitar uma queda na quantidade de movimento entre os cilindros.

O caso ótimo para o problema térmico e  $Ri = 1,0$  foi de  $Nu_{D,mm} = 6,270$  para  $(S_T/D)_{oo} = 2,5$  e  $(S_L/D)_o = 1,5$  e o pior caso foi de  $Nu_D = 5,721$  para  $S_T/D = 2,0$  e  $S_L/D = 1,5$ . A aplicação do Design Construtal permitiu uma melhora de 8,756 % do pior para o melhor caso.

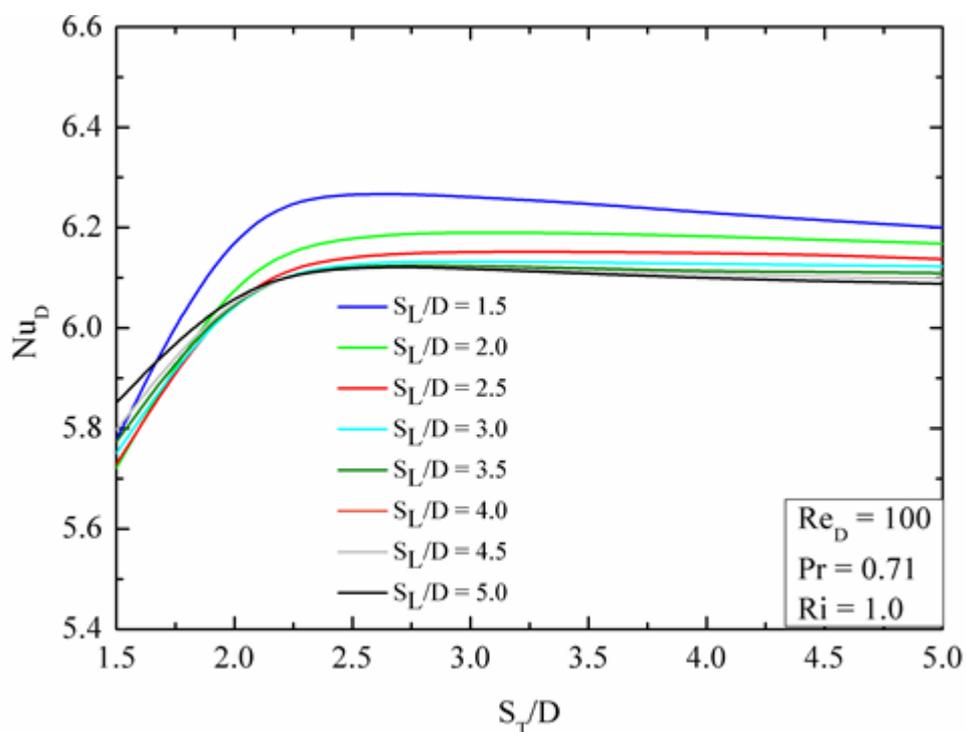


Figura 5.11 – Efeito do parâmetro  $S_T/D$  sobre o número de Nusselt médio dos três cilindros ( $Nu_D$ ) para diferentes razões de  $S_L/D$  e um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 1,0$ .

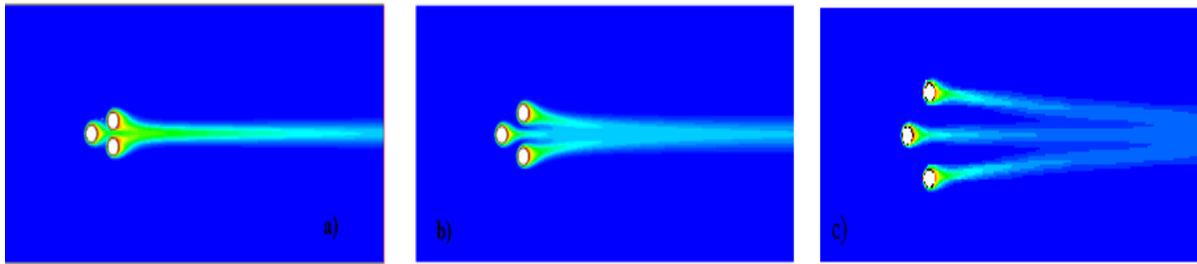


Figura 5.12 – Campo de temperaturas para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 1,0$  para um  $S_L/D = 2,0$  e: a)  $S_T/D = 1,5$ ; b)  $S_T/D = 2,5$  e c)  $S_T/D = 5,0$ .

Os casos ótimos obtidos na Fig. 5.13 para cada razão  $S_L/D$  são sumarizados e apresentados na Fig. 5.12. Mais precisamente a Fig. 5.12 mostra o efeito do parâmetro  $S_L/D$  no número de Nusselt uma vez minimizado ( $Nu_{D,m}$ ) e sobre o parâmetro  $(S_T/D)_o$  uma vez otimizado, para  $Ri = 1,0$ . Pode ser observado que o valor ótimo de  $Nu_{D,m}$  tem um leve decréscimo com o aumento de  $S_L/D$  e que a geometria  $(S_T/D)_o$ , diferentemente de  $Ri = 0,1$ , não é insensível à variação de  $S_L/D$ . O valor de  $(S_T/D)_o$ , começa igual a 2,5, depois tem um ponto de máximo local intermediário e depois volta a estabilizar em 2,5.

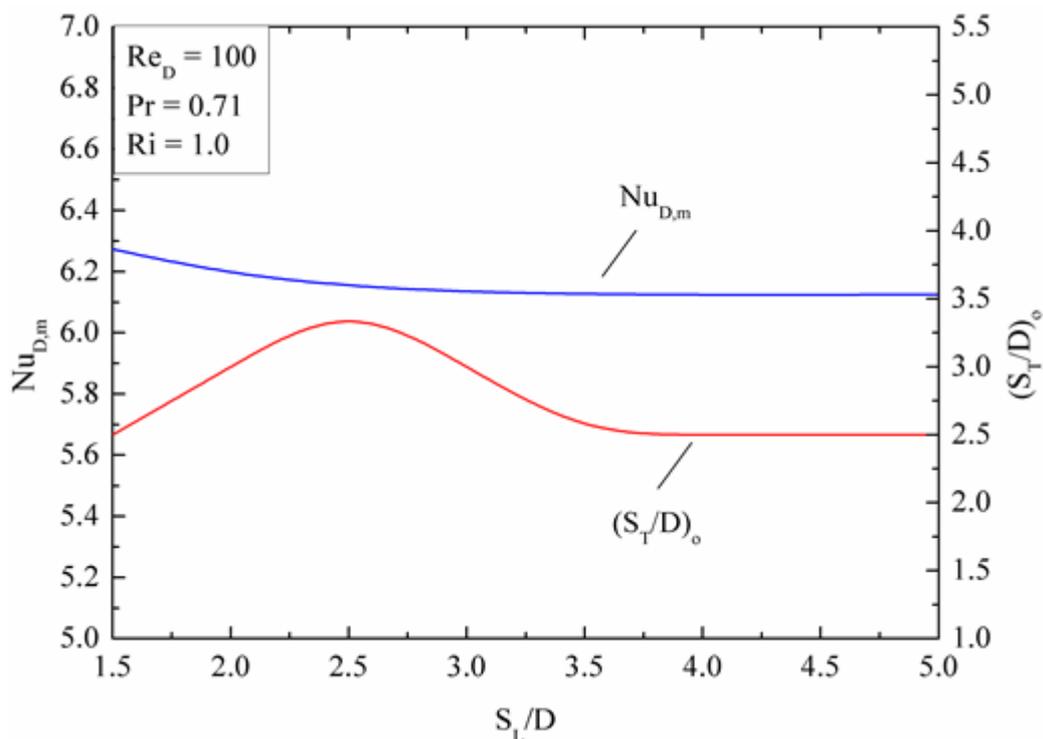


Figura 5.13 – Efeito do parâmetro  $S_L/D$  para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 1,0$  no número de Nusselt do arranjo uma vez minimizado ( $Nu_{D,m}$ ) e sobre o parâmetro  $(S_T/D)_o$  uma vez otimizado.

### 5.1.3 ANÁLISE PARA NÚMERO DE RICHARDSON = 10.0

A Figura 5.14 mostra o efeito da razão de  $S_T/D$  no coeficiente de arrasto médio dos três cilindros ( $C_D$ ) para  $Ri = 10,0$  (convecção natural dominante) em todos os valores de  $S_L/D$ . Em geral, as magnitudes dos coeficientes de arrasto para todos os cilindros ( $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ ) aumentam em comparação com o caso de  $Ri = 0,1$  e  $1,0$ , como era esperado.

A Figura 5.14 também ilustra que o efeito da  $S_T/D$  é bastante diferente daqueles para os casos com  $Ri = 0,1$  e semelhante ao comportamento para  $Ri = 1,0$ . Os valores de  $C_D$  tem o seu valor máximo para  $S_T/D = 1,5$  e o seu valor ótimo (mínimo)  $S_T/D = 5,0$ , exatamente o oposto do que ocorre no caso de  $Ri = 0,1$ . Para a predominância de convecção natural, o comportamento de separação das camadas limites também acontece para valores de  $S_T/D$  em torno de 2,5 e neste caso melhoram o rendimento do problema fluidodinâmico.

De maneira geral, percebe-se que a magnitude do coeficiente de arrasto diminui com o aumento do valor de  $S_L/D$  para valores de  $S_T/D \geq 2,5$  e tem o comportamento oposto para valores de  $S_T/D < 2,5$ .

O caso ótimo para o problema fluidodinâmico e  $Ri = 10,0$  foi de  $C_{D,mm} = 4,685$  para  $(S_T/D)_{oo} = 5,0$  e  $(S_L/D)_o = 5,0$  e o pior caso foi de  $C_D = 7,001$  para  $S_T/D = 1,5$  e  $S_L/D = 5,0$ . A aplicação do Design Construtal conduziu uma melhora de 33,07 % do pior para o melhor caso. É importante notar que a melhoria para o segundo pior caso,  $C_D = 5,621$  para  $S_T/D = 2,0$  e  $S_L/D = 5,0$  foi de 16,33%.

Os resultados ótimos obtidos na Fig. 5.14 são apresentados na Fig. 5.15. A Figura 5.15 mostra o efeito do parâmetro  $S_L/D$  no coeficiente de arrasto uma vez minimizado ( $C_{D,m}$ ) e sobre o parâmetro  $(S_T/D)_o$  uma vez otimizado, para  $Ri = 10,0$ . Pode ser observado que o valor ótimo de  $C_{D,m}$  cai rapidamente até  $S_L/D = 2,5$  e depois começa a diminuir levemente até a maior razão de  $S_L/D$ , tendo seu valor mínimo em  $S_L/D = 5,0$ . O comportamento é semelhante ao obtido para  $Ri = 1,0$ , contudo a variação é maior pois a magnitude do  $C_D$ , de uma forma geral, também é maior. Com relação ao efeito de  $S_L/D$  sobre a geometria ótima  $(S_T/D)_o$  nota-se uma insensibilidade desta razão com relação àquela. A razão  $(S_T/D)_o = 5,0$  para todas as razões de  $S_L/D$  estudadas.

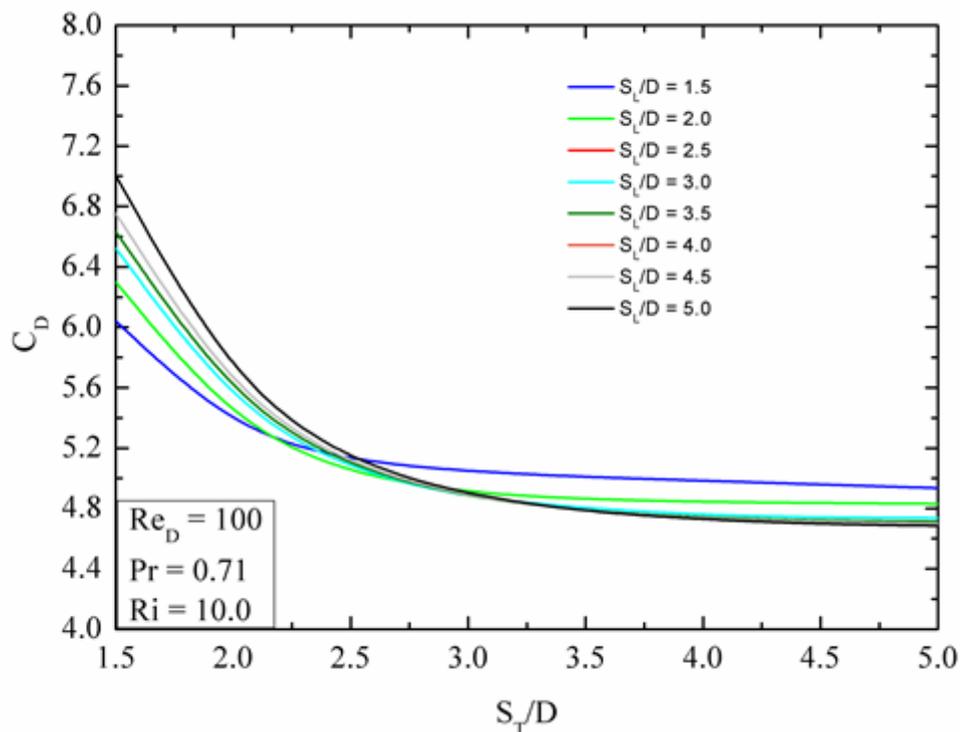


Figura 5.14 – Efeito do parâmetro  $S_T/D$  sobre o coeficiente de arrasto médio dos três cilindros ( $C_D$ ) para diferentes razões de  $S_L/D$  para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 10,0$ .

No que diz respeito ao número de Nusselt ( $Nu_D$ ), como era esperado, a associação com convecção natural com um maior número de Grashoff conduz à uma taxa de transferência de calor mais intensa em todos os cilindros. Observa-se também na Fig 5.16 que o efeito de  $S_T/D$  é muito diferente da observada no caso de  $Ri = 0,1$ . Neste caso ( $Ri = 10,0$ ), são observadas razões ótimas intermédias para cada cilindro, o que não foi obtido em casos onde a convecção natural é dominante. Neste caso, para razões mais baixas de  $S_T/D$  até o ponto ótimo, há interferência entre as camadas limite térmicas de cada cilindro, dificultando a troca de calor entre os cilindros e o escoamento circundante. Na extremidade superior (além do ponto ótimo), o desempenho térmico também é minimizado devido à diminuição da quantidade de movimento entre os cilindros. Pode-se dizer que o design do escoamento procura a menor distância entre os cilindros que não tenha superposição entre as camadas limites térmicas e que ao mesmo tempo possua maior quantidade de movimento.

De maneira geral, percebe-se que a magnitude do número de Nusselt diminui com o aumento do valor de  $S_L/D$ .

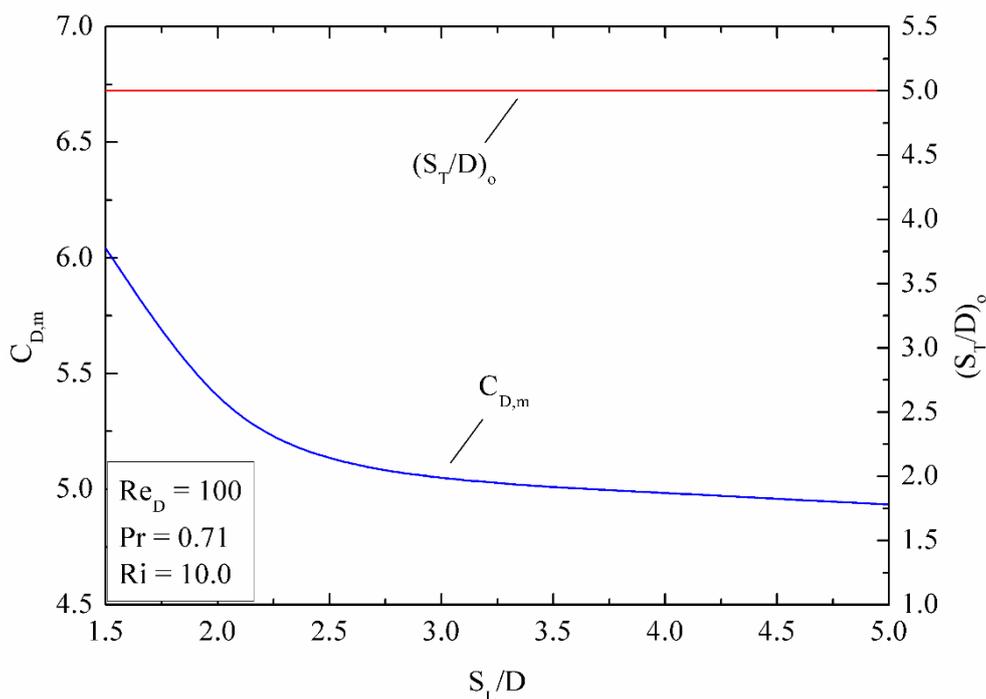


Figura 5.15 – Efeito do parâmetro  $S_L/D$  para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 10,0$  no coeficiente de arrasto do arranjo uma vez minimizado ( $C_{D,m}$ ) e sobre o parâmetro  $(S_T/D)_o$  uma vez otimizado.

O caso ótimo para o problema térmico e  $Ri = 10,0$  foi de  $Nu_{D,mm} = 9,084$  para  $(S_T/D)_{oo} = 2,5$  e  $(S_L/D)_o = 1,5$  e o pior caso foi de  $Nu_D = 8,864$  para  $S_T/D = 2,5$  e  $S_L/D = 5,0$ . A aplicação do Design Construtal permitiu uma melhora de 2,4 % do pior para o melhor caso.

A Figura 5.17 mostra o efeito do parâmetro  $S_L/D$  no número de Nusselt uma vez minimizado ( $Nu_{D,m}$ ) e sobre o parâmetro  $(S_T/D)_o$  uma vez otimizado, para  $Ri = 10,0$ . Pode ser observado que o valor ótimo de  $Nu_{D,m}$  tem um decréscimo com o aumento de  $S_L/D$  e que a geometria  $(S_T/D)_o$  oscila para valores intermediários de  $S_L/D$  e estabiliza em 2,0 a partir de  $S_L/D = 3,5$ .

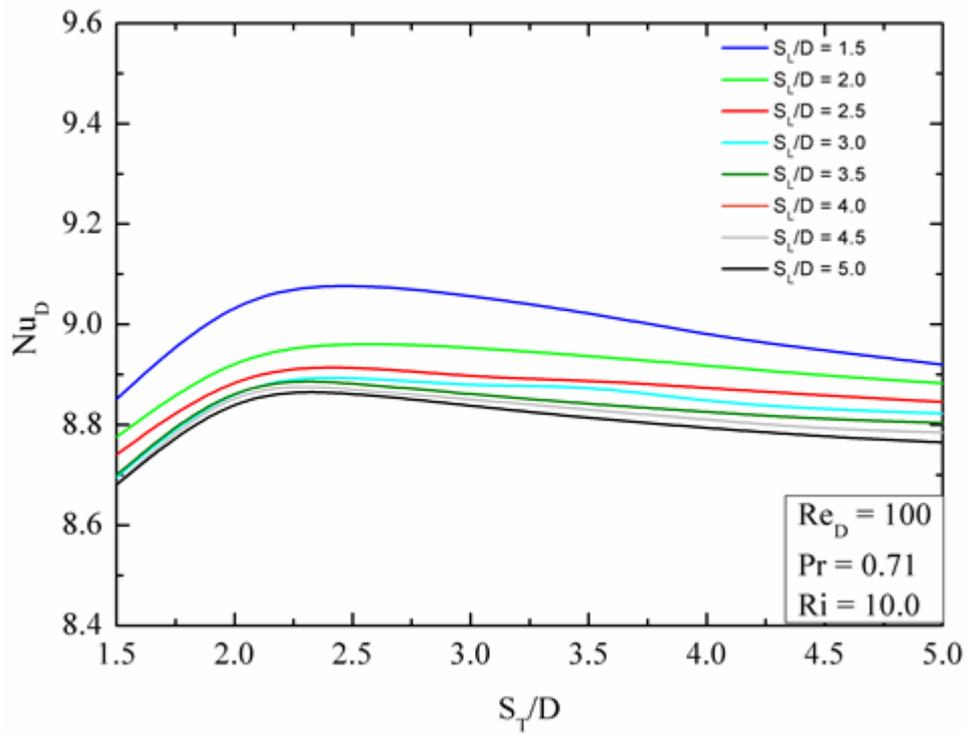


Figura 5.16 – Efeito do parâmetro  $S_T/D$  em um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 10,0$  no número de Nusselt médio ( $Nu_D$ ) para cada cilindro em todos os valores de  $S_T/D$ .

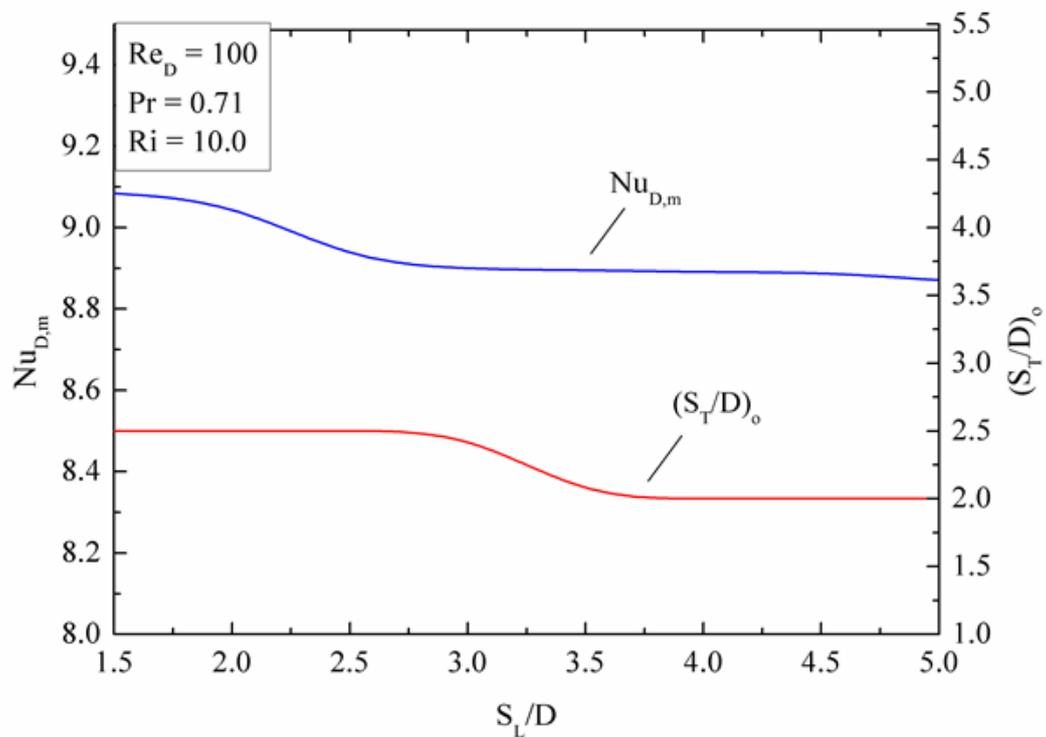


Figura 5.17 – Efeito do parâmetro  $S_L/D$  para um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  e  $Ri = 10,0$  no número de Nusselt do arranjo uma vez minimizado ( $Nu_{D,m}$ ) e sobre o parâmetro  $(S_T/D)_o$  uma vez otimizado.

## 5.4 INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE RICHARDSON NO ESCOAMENTO

Nesta seção é demonstrado o efeito da variação do número de Richardson sobre os parâmetros analisados, coeficiente de arrasto e número de Nusselt, bem como sobre as geometrias ótimas para o problema multi-objetivo.

A Figura 5.18 mostra o efeito do número de Richardson ( $Ri = 0,1; 1,0$  e  $10,0$ ) sobre o coeficiente de arrasto médio do arranjo, para 3 valores de  $S_L/D$ . Não foram plotados todos os valores de  $S_L/D$  por motivos de clareza visual. Para valores absolutos, a razão ótima para o problema fluidodinâmico é  $S_L/D = 5,0$ .

Quanto ao efeito do número de Richardson, percebe-se que as magnitudes dos valores cresceram com a imposição da força de campo da convecção natural, aumento do número de Richardson, o que já era esperado.

Para as simulações de  $Ri = 10,0$ , percebe-se que a razão  $S_L/D = 5,0$  obteve as menores magnitudes para o  $C_D$  em todas as razões  $S_L/D$  estudadas. Além disso, pode se notar uma mudança na preferência do design para razões de  $S_T/D < 2,5$ , já que nestes casos obtém-se a razão ótima de  $S_L/D = 1,5$ . Além disto, o coeficiente de arrasto diminui com o aumento de  $S_T/D$ . Para as simulações de  $Ri = 1,0$ , o coeficiente de arrasto médio  $C_D$  apresenta um comportamento mais estável, sendo que é o caso onde a geometria  $S_L/D$  apresenta comportamento diferente das outras, principalmente para  $S_L/D = 1,5$ , onde o  $C_D$  flutua ao longo de  $S_T/D$ . De maneira geral, o ( $C_D$ ) diminui com o aumento de  $S_L/D$  e  $S_T/D$ . Para as simulações de  $Ri = 0,1$ , o coeficiente de arrasto médio ( $C_D$ ) aumenta com o  $S_T/D$  e  $S_L/D$ . Os valores ótimos foram de  $S_T/D = S_L/D = 1,5$ .

A Fig. 5.19 mostra o efeito do número de Richardson ( $0,1; 1,0$  e  $10,0$ ) sobre o número de Nusselt médio do arranjo, para 3 valores de  $S_L/D$ . Para valores absolutos, a razão ótima para o problema térmico é  $S_L/D = 2,5$ .

Para o número de Nusselt, as magnitudes aumentam da mesma forma, para  $Ri = 0,1$  o melhor valor para o rendimento térmico se dá na maior razão  $S_T/D$  e para os casos de  $Ri = 1,0$  e  $10,0$  os melhores valores para o rendimento térmico se dão com razões intermediárias de  $S_T/D$ .

Quanto ao efeito do número de Richardson, assim como para o coeficiente de arrasto, as magnitudes dos números de Nusselt também aumentaram com o aumento de Richardson.

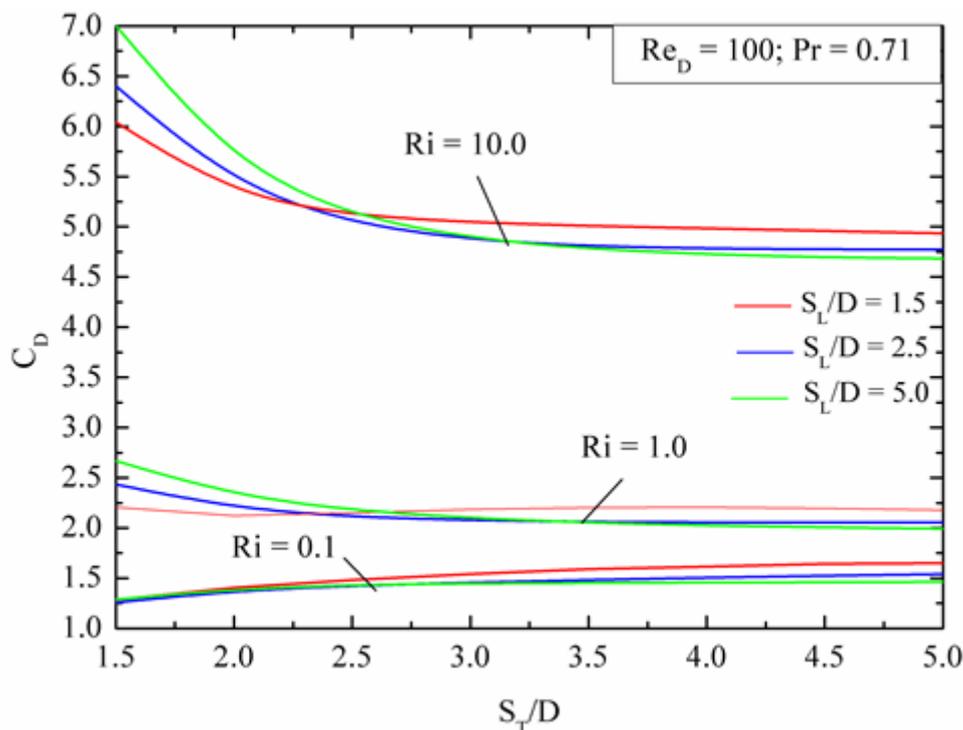


Figura 5.18 – Efeito do número de Richardson ( $Ri$ ) em um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  para o coeficiente de arrasto do arranjo ( $C_D$ ).

Para as simulações de  $Ri = 10,0$ , percebe-se que a razão  $S_T/D$  possui menor influência sobre as magnitudes do  $Nu_D$  em comparação com os casos de  $Ri = 0,1$  e  $1,0$ . Para  $Ri = 10,0$  a geometria ótima é observada para razões intermediárias de  $S_L/D = 2,5$  e  $S_T/D = 2,5$ . Para as simulações de  $Ri = 1,0$ , o número de Nusselt também tem valores máximos intermediários para razões  $S_T/D$  por volta de  $2,5$ , sendo que o crescimento é elevado para  $S_T/D$  de  $1,5$  até  $2,5$  e depois o valor tem um declínio pouco sensível até às maiores razões de  $S_T/D$ . Esse declínio para as maiores faixas de  $S_T/D$  em comparação com o máximo intermediário é mais intenso para  $Ri = 10,0$  do que para  $Ri = 1,0$ . Para as simulações de  $Ri = 0,1$ , o número de Nusselt médio  $Nu_D$  aumenta com o  $S_T/D$ . Apesar dos valores praticamente estabilizarem para valores de  $S_T/D$  maiores que  $2,5$ , o valor ótimo foi encontrado em  $S_L/D = 2,5$  e  $S_T/D = 5,0$ . De uma forma geral, os resultados mostram uma forte variação do efeito de  $S_T/D$  sobre o número de  $Nu_D$  quando o tipo de mecanismo que movimenta o escoamento é alterado.

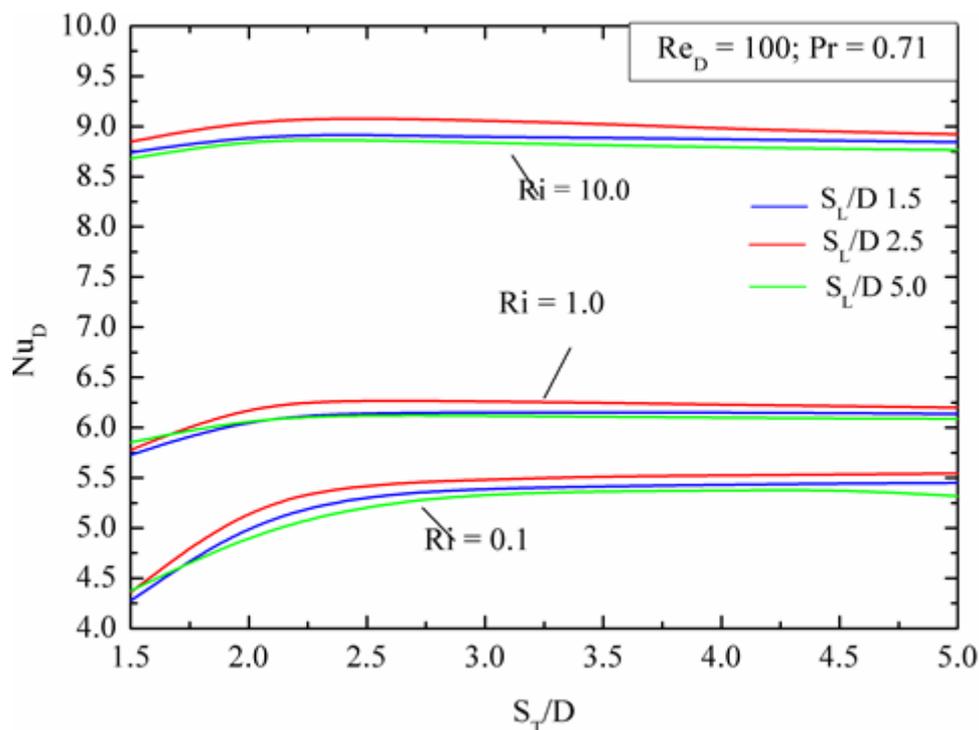


Figura 5.19 – Efeito do número de Richardson ( $Ri$ ) em um escoamento com  $Re_D = 100$ ,  $Pr = 0,71$  para o número de Nusselt médio do arranjo  $Nu_D$ .

A Fig. 5.20 mostra o efeito do  $Ri$  sobre o coeficiente de arrasto uma vez minimizado  $C_{D,m}$  para todos os casos de  $S_L/D$ .

Nota-se que para todo o espectro de de  $Ri$ , a inclinação do aumento de  $C_{D,m}$  com o aumento de  $Ri$  é o mesmo para todas as geometrias analisadas.

A Figura 5.21 mostra o efeito do número de Richardson sobre a geometria ótima que minimiza uma vez o coeficiente de arrasto médio ( $C_{D,m}$ ) para as diferentes razões de  $S_L/D$  estudadas. De maneira geral, conforme vai crescendo a distância longitudinal, o design prefere distâncias transversais cada vez maiores. No que diz respeito a geometria uma vez otimizada ( $S_T/D)_o$  que minimiza o coeficiente de arrasto, nota-se que para  $Ri = 0,1$  (convecção forçada dominante) as simulações apresentam o melhor rendimento para  $S_T/D$  de 1,5, o que é condizente com o encontrado no trabalho de Galarça et al. (2013) para escoamentos com convecção totalmente forçada (muito semelhantes à  $Ri = 0,1$ ). Para  $Ri = 10,0$  (e também 5,0), o melhor rendimento se dá com o  $S_T/D$  de 5,0 também para todos os valores de  $S_L/D$ , o que pode ser definido como um comportamento esperado para escoamentos com convecção natural dominante. A mudança se dá para os casos de convecção mista ( $Ri = 1,0$ ), onde para  $S_L/D$  de 1,5 o melhor rendimento fluidodinâmico ocorre no valor de  $(S_T/D)_o = 2,5$  enquanto que nos casos de  $S_L/D$  maiores que 2,5 as razões ótimas são para  $(S_T/D)_o$  de 5,0. É o caso onde as

variações de geometria causam o maior impacto nos parâmetros do escoamento. Isto ocorre por causa do grande efeito da distância longitudinal sobre o efeito da zona de baixa pressão atrás do cilindro frontal ( $C_1$ ), para  $Ri = 0,1$ .

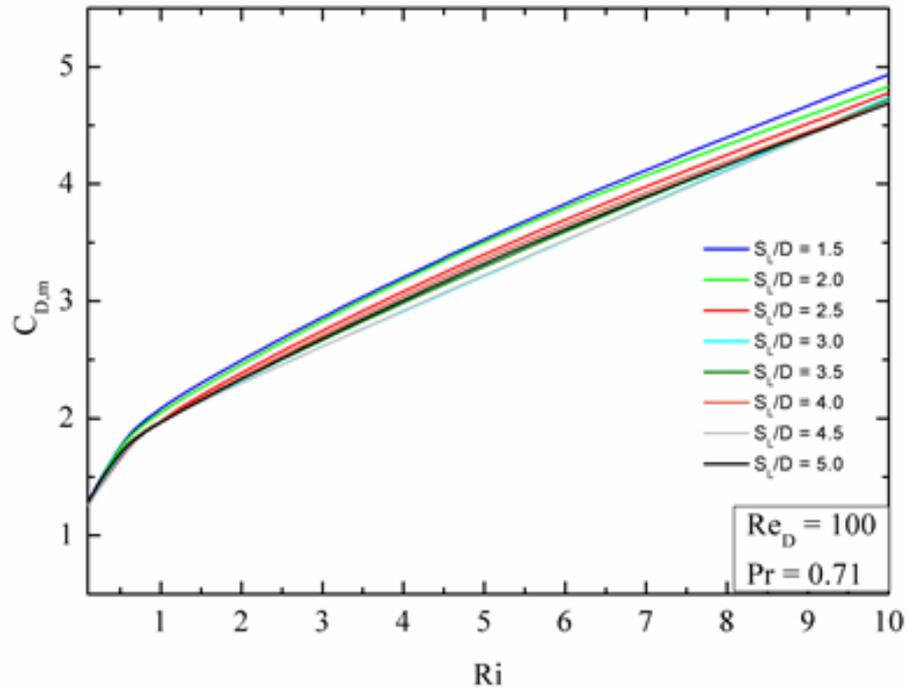


Figura 5.20 – Efeito do  $Ri$  sobre o coeficiente de arrasto uma vez minimizado  $C_{D,m}$  para todos os casos de  $S_L/D$ .

A Figura 5.22 mostra o efeito do número de Richardson sobre o coeficiente de arrasto duas vezes minimizado  $C_{D,mm}$  e sobre as geometrias uma vez otimizada  $(S_L/D)_o$  e duas vezes otimizada  $(S_T/D)_{oo}$ . Os mesmos resultados obtidos e apresentados para os números de Richardson  $Ri = 0,1, 1,0$  e  $10,0$  foram repetidos para os números de Richardson  $Ri = 0,5$  e  $5,0$  para ter um melhor detalhamento do efeito do  $Ri$  sobre os parâmetros acima destacados.

Pode ser observado na Fig. 5.22 que o coeficiente de arrasto mínimo aumenta de maneira bastante sensível de  $Ri = 0,1$  até  $1,0$  e depois aumenta linearmente de  $Ri = 1,0$  até  $10,0$ . Nota-se que as geometrias otimizadas  $(S_L/D)_o$  e  $(S_T/D)_{oo}$  apresentam praticamente o mesmo comportamento, com um crescimento acentuado na faixa  $0,1 \leq Ri \leq 1,0$ , quando o escoamento deixa de ser dominado pela convecção forçada e passa a ocorrer um equilíbrio entre a convecção forçada e natural. Após esse intervalo, o crescimento de  $(S_L/D)_o$  e  $(S_T/D)_{oo}$  é suavizado entre  $1,0 \leq Ri \leq 5,0$  e depois tornam-se insensíveis às variações de  $Ri$ , estabilizando em  $(S_L/D)_o = (S_T/D)_{oo} = 5,0$ .

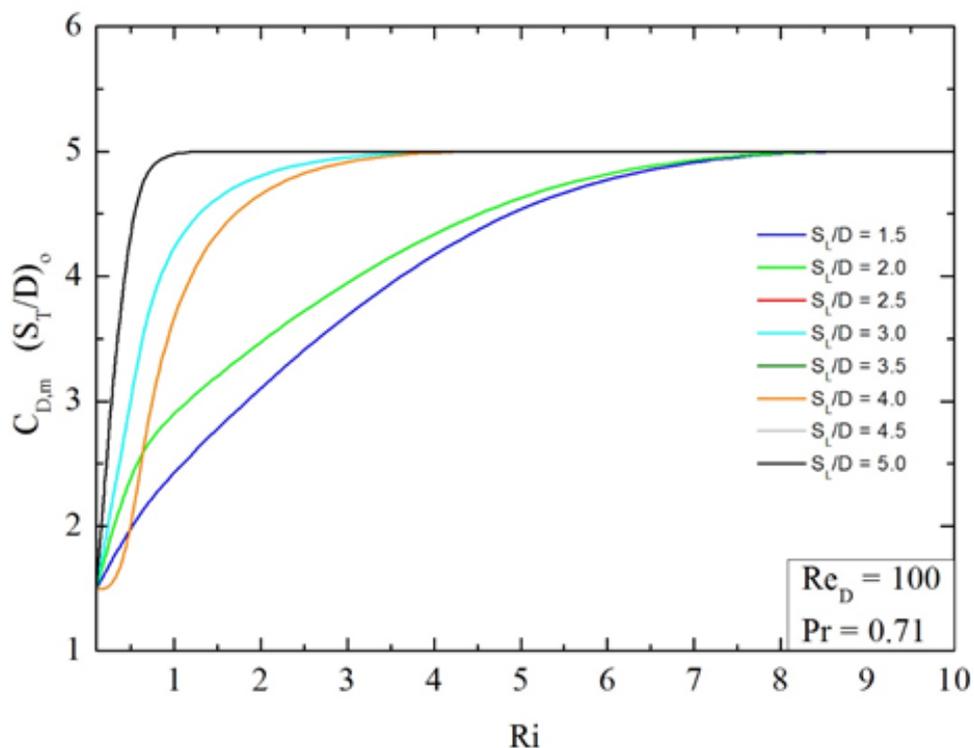


Figura 5.21 – Efeito do  $Ri$  sobre a geometria ótima  $(S_T/D)_o$  que minimiza o  $C_{D,m}$  para todos os casos de  $S_L/D$ .

A Figura 5.22 mostra o efeito do número de Richardson sobre o coeficiente de arrasto duas vezes minimizado  $C_{D,mm}$  e sobre as geometrias uma vez otimizada  $(S_L/D)_o$  e duas vezes otimizada  $(S_T/D)_{oo}$ . Os mesmos resultados obtidos e apresentados para os números de Richardson  $Ri = 0,1, 1,0$  e  $10,0$  foram repetidos para os números de Richardson  $Ri = 0,5$  e  $5,0$  para ter um melhor detalhamento do efeito do  $Ri$  sobre os parâmetros acima destacados.

Pode ser observado na Fig. 5.22 que o coeficiente de arrasto mínimo aumenta de maneira bastante sensível de  $Ri = 0,1$  até  $1,0$  e depois aumenta linearmente de  $Ri = 1,0$  até  $10,0$ . Nota-se que o as geometrias otimizadas  $(S_L/D)_o$  e  $(S_T/D)_{oo}$  apresentam praticamente o mesmo comportamento, com um crescimento acentuado na faixa  $0,1 \leq Ri \leq 1,0$ , quando o escoamento deixa de ser dominado pela convecção forçada e passa a ocorrer um equilíbrio entre a convecção forçada e natural. Após esse intervalo, o crescimento de  $(S_L/D)_o$  e  $(S_T/D)_{oo}$  é suavizado entre  $1,0 \leq Ri \leq 5,0$  e depois tornam-se insensíveis à variações de  $Ri$ , estabilizando em  $(S_L/D)_o = (S_T/D)_{oo} = 5,0$ .

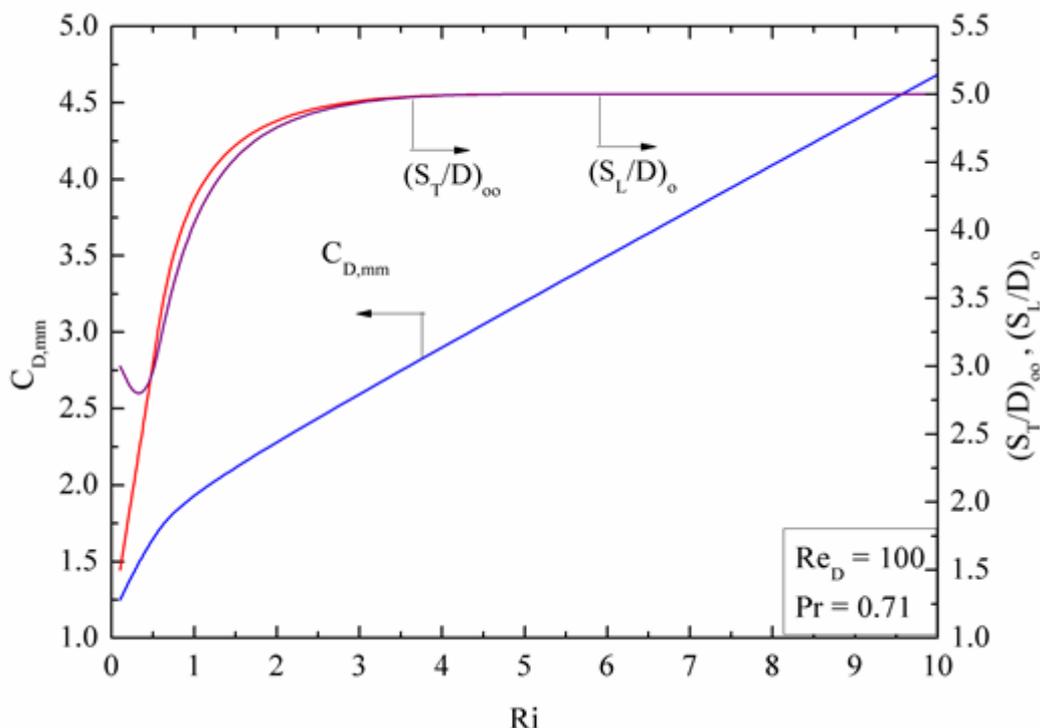


Figura 5.22 – Efeito do  $Ri$  sobre a geometria uma vez otimizada  $(S_L/D)_o$ , a geometria duas vezes otimizada  $(S_T/D)_{oo}$  que levam ao coeficiente de arrasto duas vezes minimizado  $C_{D,mm}$  para  $Ri = 0,1; 0,5; 1,0; 5,0$  e  $10,0$ .

A Fig. 5.23 mostra o efeito do  $Ri$  sobre o número de Nusselt uma vez maximizado  $Nu_{D,m}$  para todos os casos de  $S_L/D$ .

Nota-se que para todo o espectro de de  $Ri$ , a inclinação do aumento de  $Nu_{D,m}$  com o aumento de  $Ri$  é o mesmo para todas as geometrias analisadas.

Com relação ao problema térmico, a Fig. 5.24 mostra o efeito do número de Richardson sobre a razão  $(S_T/D)_o$  que maximiza uma vez o número de Nusselt ( $Nu_{D,m}$ ). Para o número de Nusselt, nas simulações de  $Ri = 0,1$  os maiores rendimentos de troca térmica se dão para razões  $(S_T/D)_o = 5,0$  para todos os  $S_L/D$ , comportamento este também condizente com o encontrado no trabalho de Galarça et al. (2013). Para  $Ri = 10,0$ , as razões ótimas são intermediárias, obtendo-se  $(S_T/D)_o = 2,5$  no intervalo  $1,5 \leq S_L/D \leq 4,0$  e  $(S_T/D)_o = 2,0$  no intervalo  $4,5 \leq S_L/D \leq 5,0$ . É observado que o escoamento procura as menores distâncias entre os cilindros de forma a não causar a superposição das camadas limite térmicas. Para  $Ri = 1,0$ , os melhores rendimentos continuam sendo intermediários e altamente variáveis com a variação de  $S_L/D$ .

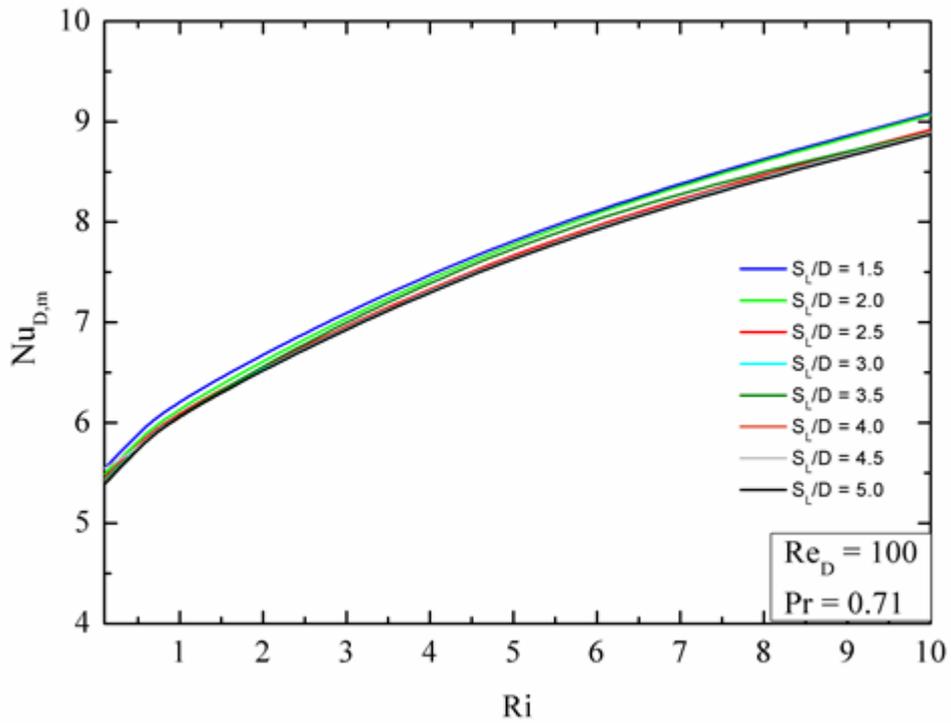


Figura 5.23 – Efeito do  $Ri$  sobre o número de Nusselt uma vez maximizado  $Nu_{D,m}$  para todos os casos de  $S_l/D$ .

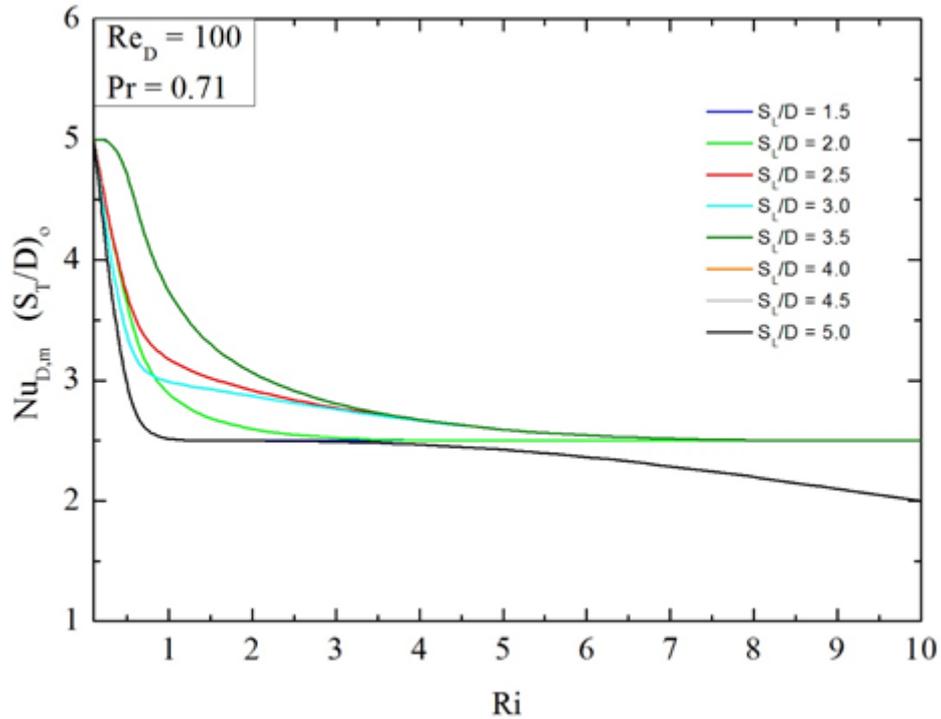


Figura 5.24 – Efeito do  $Ri$  sobre a geometria ótima  $(S_l/D)_o$  que maximiza o  $Nu_{D,m}$  para todos os casos de  $S_l/D$ .

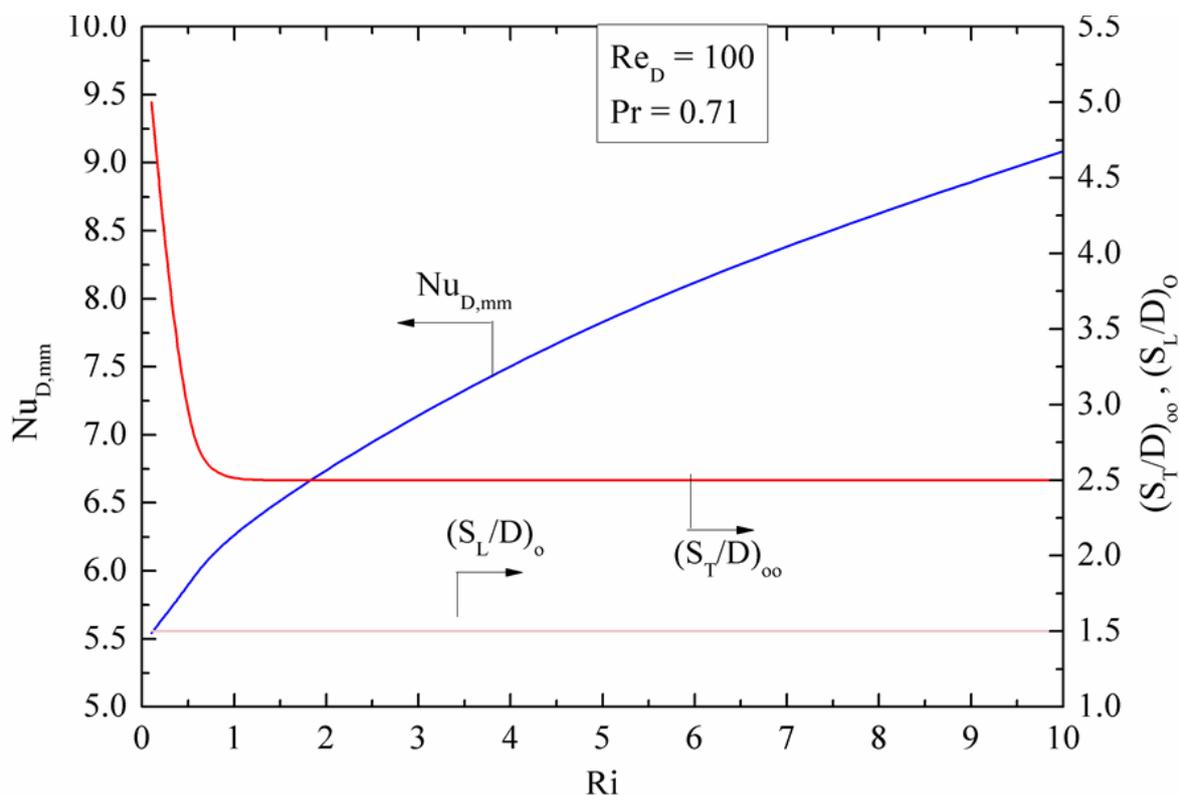


Figura 5.25 – Efeito do  $Ri$  sobre a geometria uma vez otimizada  $(S_L/D)_o$ , a geometria duas vezes otimizada  $(S_T/D)_{oo}$  que levam ao número de Nusselt duas vezes maximizado  $Nu_{D,mm}$  para  $Ri = 0,1; 0,5; 1,0; 5,0$  e  $10,0$ .

### 5.5 ANÁLISE DO PROBLEMA MULTI-OBJETIVO

Considerando os dois objetivos do trabalho, minimizar a resistência aerodinâmica (coeficiente de arrasto) e maximizar a troca térmica (número de Nusselt, as geometrias são comparadas com os dois objetivos simultaneamente. Para três diferentes números de Richardson (0,1; 1,0 e 10,0) os resultados são plotados em um gráfico de  $C_D \times 1/Nu_D$ , sendo que as melhores geometrias se aproximam da origem. É importante ressaltar que as zonas ótimas fluidodinâmicas e térmicas servem apenas para ilustrar onde estariam os melhores pontos geometrias) em relação aquele objetivo, pois são dependentes das escalas escolhidas para os eixos  $x$  e  $y$ .

Para o primeiro caso, sendo  $Ri = 0,1$  (predominância convecção forçada) e lembrando que para o problema fluidodinâmico o design favorecido era de maior proximidade dos cilindros, enquanto que o problema térmico favorecia as razões mais afastadas, era de se esperar que as geometrias otimizadas para dois objetivos fossem com distâncias intermediárias, como

pode ser visto na Fig. 5.26, sendo as geometrias otimizadas para apenas um objetivo ( $C_{D,mm}$  e  $Nu_{D,mm}$ ) não recomendáveis..

O gráfico se divide em 3 regiões, que mostram que as geometrias que levam aos valores duas vezes otimizadas para um único objetivo podem não ser as mesmas que levam aos melhores valores para o problema multi-objetivo. Nota-se que os valores estão praticamente divididos entre a região ótima térmica e a região ótima e que os valores de  $S_L/D = 5,0$ , são a exceção e estão todos na região fluidodinâmica.

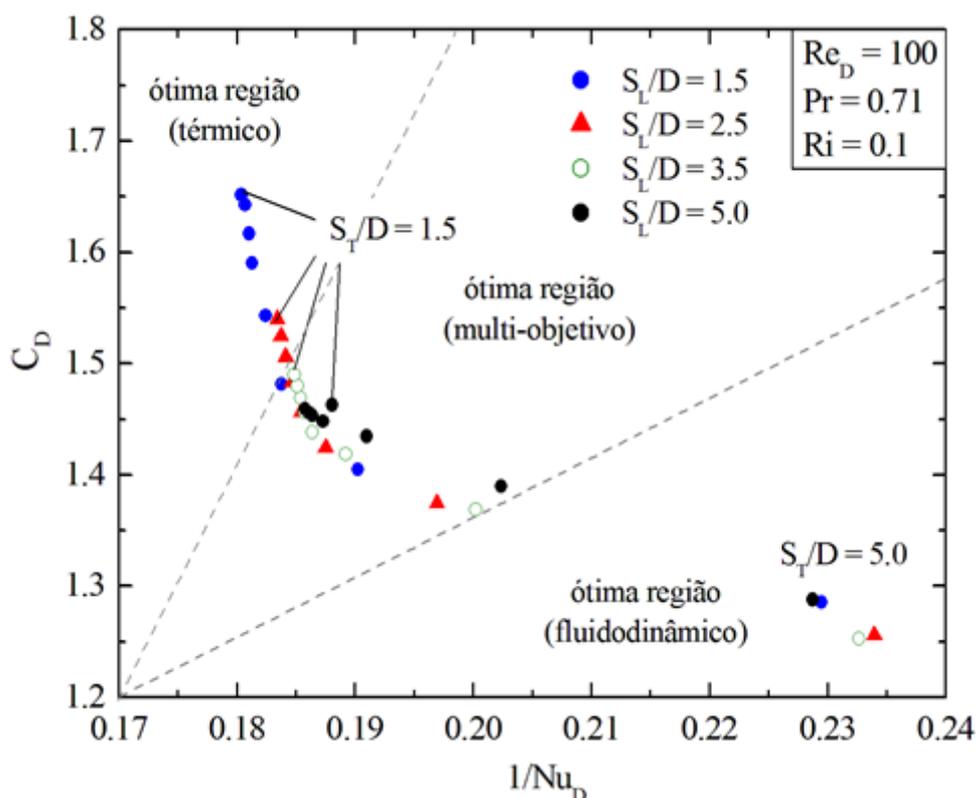


Figura 5.26 – Geometrias analisadas quanto ao problema multi-objetivo para  $Ri = 0,1$ .

Nota-se que diversas geometrias podem ser consideradas no intervalo “ótimo”, sendo que os mesmos valores de  $S_L/D$ , por exemplo  $S_L/D = 1,5$  e  $5,0$  na Fig. 5.26, pode levar a valores nas três regiões.

Analisando o caso de  $Ri = 1,0$ , caso de convecção totalmente mista, percebe-se que o gráfico já se desenha diferente do caso de  $Ri = 0,1$ . A variação menor do número de Nusselt concentrou diversas geometrias na mesma região do gráfico e agora não tem uma geometria que traga um desempenho térmico elevado para uma resistência aerodinâmica baixa.

Percebe-se que todos os valores de  $S_T/D = 5,0$  estão na região ótima multi-objetiva, mas um pouco afastados da origem. Já os pontos com os valores de  $S_T/D = 1,5$ , estão bastante afastados da origem, com valores próximos à ou dentro da região de ótimo rendimento térmico. Em relação aos valores de  $S_L/D$ , apresentam vários valores próximos, sendo que em determinadas faixas apresentam poucas variações com a mudança da distância transversal (distância vertical entre os dois cilindros a jusante).

Apesar de pouca diferença entre os valores de  $S_L/D = 1,5$ , neste caso está mais fácil de indicar um valor ótimo, quer seria de  $S_L/D = 1,5$  e  $S_T/D = 2,5$ .

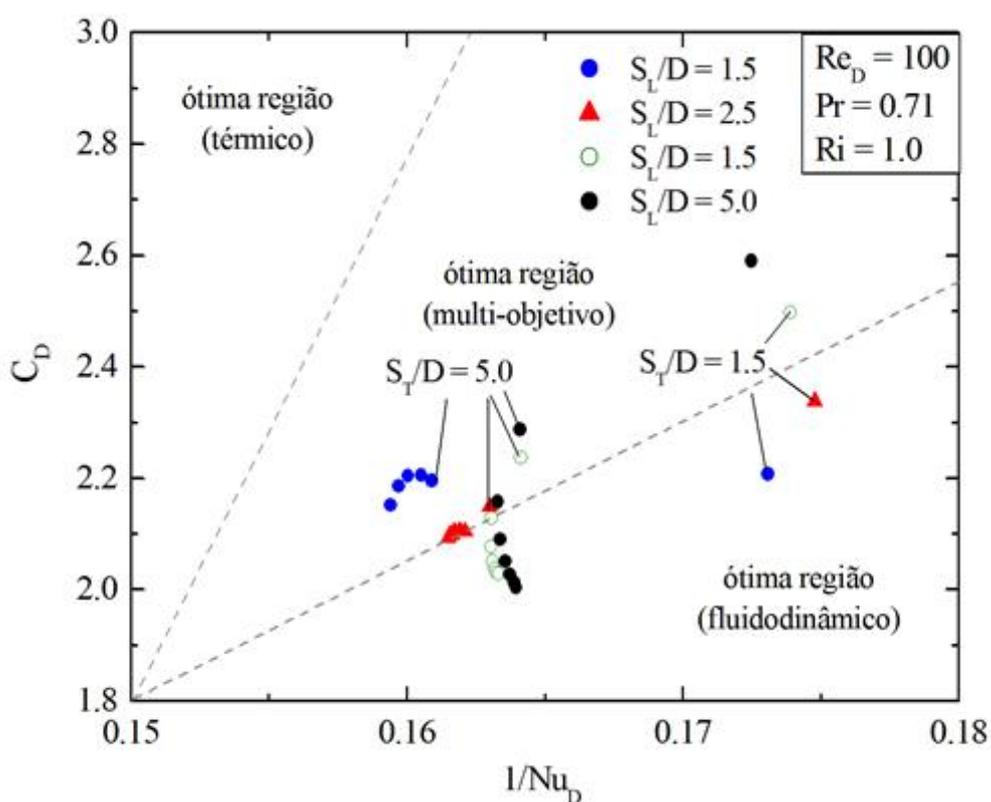


Figura 5.27 – Geometrias analisadas quanto ao problema multi-objetivo para  $Ri = 1,0$ .

Por fim, o caso de  $Ri = 10$  (predominância de convecção natural), mostra que o comportamento é ainda mais distante de  $Ri = 0,1$ , e mantém a tendência apresentada em  $Ri = 0,1$  de jogar as geometrias para a ótima região fluidodinâmica. Agora praticamente todas as razões  $S_L/D$  não apresentam geometrias na ótima região multi-objetiva, com exceção de  $S_L/D = 1,5$  e, para outros valores de  $S_L/D$ ,  $S_T/D = 1,5$ .

O valor mais próximo da superfície é a geometria de  $S_L/D = 1,5$  e  $S_T/D = 2,5$ .

Com o aumento do número de Richardson, especificamente nos casos de  $Ri$  maiores que 1,0, percebe-se que os valores recomendados para o problema multi-objetivo são os mesmos que o problema térmico. Isso se deve pelo fato de que, com o aumento do  $Ri$ , o mecanismo motriz é dominado pela diferença de temperaturas. O que leva a uma maior influência na camada-limite térmica em comparação com a fluidodinâmica.

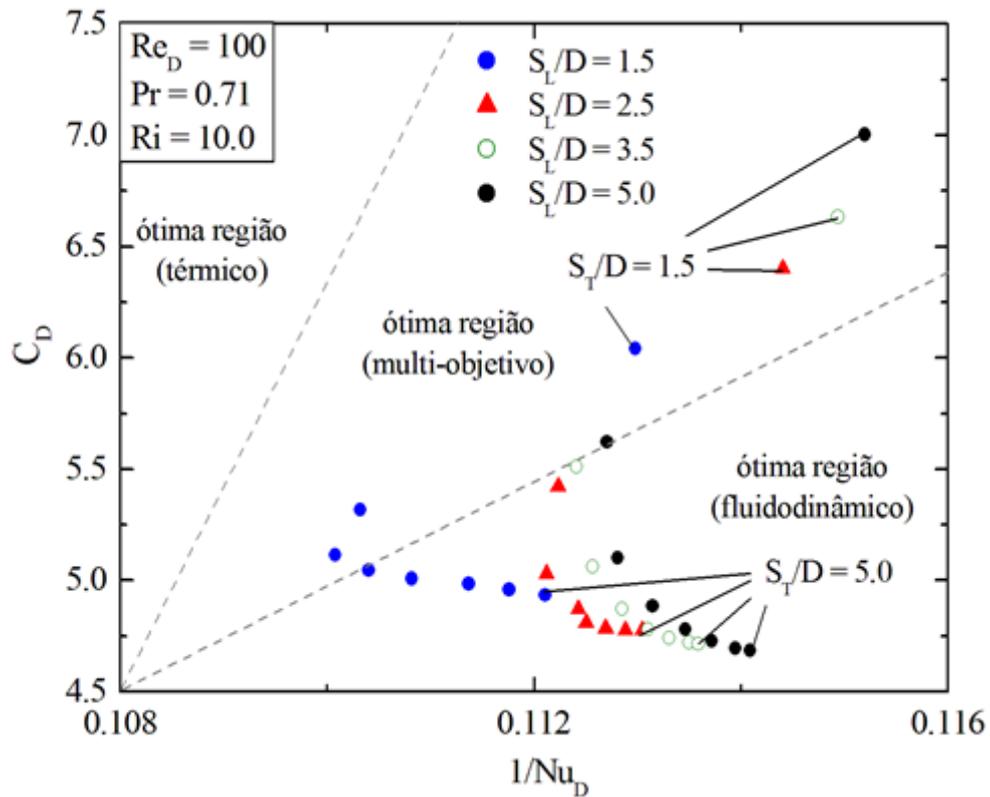


Figura 5.28 – Geometrias analisadas quanto ao problema multi-objetivo para  $Ri = 10,0$ .

## 6. CONCLUSÕES

Um estudo numérico foi conduzido para avaliar o efeito do número de Richardson em um escoamento laminar com convecção mista sobre um arranjo triangular de cilindros, empregando Design Construtal. As simulações foram realizadas para números de Reynolds e Prandtl de  $Re_D = 100$  e  $Pr = 0,71$ , respectivamente, avaliando cinco diferentes números de  $Ri = 0,1; 0,5; 1,0; 5,0$  e  $10,0$ . As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas utilizando o método dos volumes finitos (MVF). Para a sua aplicação foi utilizado o software FLUENT. O principal objetivo foi avaliar a influência de  $Ri$  nas geometrias ótimas de  $S_T/D$  (razão entre o passo transversal e o diâmetro dos cilindros) e  $S_L/D$  (razão entre o passo longitudinal do cilindro a montante e os cilindros a jusante e o diâmetro dos cilindros) no coeficiente de arrasto ( $C_D$ ) e no número de Nusselt ( $Nu_D$ ) entre os cilindros e o escoamento circundante. O problema que está sendo estudado possui dois graus de liberdade  $S_T/D$  e  $S_L/D$ . Assim buscou-se também obter as geometrias ótimas,  $(S_L/D)_o$  e  $(S_T/D)_{oo}$ , que conduziu ao  $C_D$  duas vezes minimizado ( $C_{D,mm}$ ) e  $Nu_D$  duas vezes maximizado ( $Nu_{D,mm}$ ) para cada número de Richardson, ou seja, um problema multiobjetivo.

Os resultados mostraram que o aumento do número de Richardson levou a um crescimento das magnitudes do coeficiente de arrasto ( $C_D$ ) e do número de Nusselt ( $Nu_D$ ), conforme esperado, visto que o aumento do número de Richardson representa a adição de uma força de campo por convecção natural a um escoamento por convecção forçada que se mantém constante em todos os casos. Além disso, houve uma mudança significativa no comportamento das camadas limites térmicas e de velocidades com a variação do número de  $Ri$ , que alterou o efeito da razão  $S_T/D$  sobre  $C_D$  e  $Nu_D$  para as diferentes razões de  $S_L/D$  estudadas.

Para os resultados do problema fluidodinâmico, a tabela 6.1 mostra que houve um crescimento do impacto de uma otimização utilizando Construtal Design conforme se aumenta o número de Richardson. A exceção apenas de  $Ri = 0,1$  até  $0,5$ . Também mostra que a geometria com o melhor rendimento fluidodinâmico enrijece em  $S_L/D$  e  $(S_T/D)_{oo} = 5,0$  e  $(S_L/D)_o = 5,0$  para números de Richardson maiores que  $0,5$ .

Já para os resultados do problema térmico, a tabela 6.2 demonstra que houve um decréscimo do impacto de uma otimização utilizando Construtal Design para um aumento de Richardson. Isso se explica pela diminuição na espessura das camadas limite térmicas. Também mostra que a geometria com o melhor rendimento fluidodinâmico enrijece em  $S_L/D$  e  $(S_T/D)_{oo} = 1,5$  e  $(S_L/D)_o = 2,5$  para números de Richardson maiores que  $0,5$ .

Tabela 6.1 – Tabela dos resultados para o problema fluidodinâmico.

<b>Richardson</b>	<b><i>Cd,mm</i></b>	<b><math>(S_L/D)_o</math></b>	<b><math>(S_T/D)_{oo}</math></b>	<b>Melhoria</b>
<b>0,1</b>	1,251	3,0	1,5	24,22%
<b>0,5</b>	1,746	5,0	5,0	22,35%
<b>1,0</b>	1,993	5,0	5,0	25,35%
<b>5,0</b>	3,387	5,0	5,0	30,95%
<b>10,0</b>	4,685	5,0	5,0	33,07%

Tabela 6.2 – Tabela dos resultados para o problema térmico.

<b>Richardson</b>	<b>Nu,mm</b>	<b><math>(S_L/D)_o</math></b>	<b><math>(S_T/D)_{oo}</math></b>	<b>Melhoria</b>
<b>0,1</b>	5,543	1,5	5,0	22,90%
<b>0,5</b>	5,889	1,5	2,5	12,48%
<b>1,0</b>	6,270	1,5	2,5	8,756%
<b>5,0</b>	7,956	1,5	2,5	4,65%
<b>10,0</b>	9,084	1,5	2,5	2,4%

Apesar dos valores otimizados serem os mesmos, o comportamento do escoamento e dos efeitos das razões geométricas estudadas sobre os coeficientes de arrasto e números de Nusselt são diferentes, sobretudo nas razões  $S_T/D$  e  $S_L/D$  intermediárias, em comparação com o caso de  $Ri = 1,0$ .

Para o problema fluidodinâmico, as geometrias  $(S_T/D)_{oo}$  e  $(S_L/D)_o$  são influenciadas do mesmo jeito com a variação de  $Ri$ , com uma grande influência nos valores para  $Ri$  menores do que 1 e depois estabilizam em  $(S_L/D)_o = (S_T/D)_{oo} = 5,0$  para valores de  $Ri$  maiores que 1.

Para o problema térmico, a geometria  $(S_T/D)_{oo}$  é insensível à variação de  $Ri$ , estando sempre constante e igual a 1,5. Já para  $(S_L/D)_o$  há uma abrupta diminuição para de  $Ri$  de 0 até 1 e depois a geometria estabiliza em  $(S_L/D)_o = 2,5$ .

Para o problema multi-objetivo, as geometrias de  $Ri = 0,1$  apresentaram vários valores próximos a origem e dentro do intervalo de região ótima, sendo que os valores ótimos para apenas um objetivo não são recomendados. Em  $Ri = 1,0$ , as geometrias já estão mais próximas à região ótima do problema fluidodinâmico e a geometria ótima é a mesma para o problema térmico. O mesmo acontece em  $Ri = 10,0$ , sendo que quase todas as geometrias estão situadas na área ótima fluidodinâmica.

Só tem sentido comparar os desempenhos das geometrias dentro de um determinado número de Richardson, já que esta geometria ótima adapta-se ao mecanismo motriz aplicado ao arranjo de cilindros.

Assim, ficam como sugestões para seguimento deste trabalho:

- Realizar um estudo com os mesmos parâmetros, porém com um arranjo triangular invertido (dois cilindros frontais e um posterior);
- Realizar um estudo parecido com arranjos contendo cilindros adicionais;
- Fazer simulações com outros Reynolds (ainda no regime laminar) e Prandtl, para avaliar o efeito desses parâmetros nas geometrias ótimas.
- Extrapolar esta malha para 3 dimensões e fazer um estudo de escoamento sob regime turbulento.
- Avaliar um arranjo triangular com cilindros de diferentes diâmetros, porém com a mesma área total.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alam, M. M. and Zhou, Y.. Strouhal Numbers, Forces and Flow Structures around Two tandem cylinders of different diameters. **Journal of Fluids and Structures**, v. 24, pp. 505-526, 2007.

Barth, T. J., Jespersen, D., 1989. “The Design and Application of *Upwind* Schemes on Unstructured Meshes”, **Technical Report AIAA-89-0366, AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting**, Reno, Nevada, 1989.

Bejan A, Lorente S, Lee J. Unifying Construtal theory of tree roots, canopies and forests. **Journal of Theoretical Biology**; vol 254: pp.529–40, 2008.

Bejan, A.. Construtal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. **International Journal Heat Mass Transfer**, vol. 40, pp. 799–816, 1997.

Bejan, A. . *Shape and Structure, from Engineering to Nature*. Cambridge University Press, Cambridge, UK; 2000.

Bejan, A., “Convection Heat Transfer”, John Wiley, Durham, USA, 2004.

Bejan, A., **Shape and Structure, from Engineering to Nature**. Cambridge University Press, Cambridge, UK; 2000.

Bejan, A.; Badescu, V.; De Vos, A. Construtal theory of economics structure generation in space and time, **Energy Conversion Management**, v. 41, p. 1429–1451, 2000.

Bejan, A.; Lorente, S. . *Design with Construtal Theory*, John Wiley, New Jersey, 2008.

Bejan, A.; Lorente, S. . **The Construtal law and the evolution of design in Nature**. *Physics of life: Reviews*, vol. 8, número 3, pp. 209–240, 2011.

Bejan, A.; Merks, G. W. *Construtal Theory of Social Dynamics*, John Wiley, Durham, 2007.

Bejan, A.; Zane, J. P. . *Design in Nature*. Doubleday, New York, 1st Ed, 2012.

Bello-Ochende, T. and Bejan, A., Construtal Multi-Scale Cylinders with Natural Convection. **Int. Journal. Heat Mass Transfer**, 48, pp.: 4300 – 4306; 2005.

Bello-Ochende, T., L. Liebenberg, J.P. Meyer., Construtal cooling channels for micro-channel heat sinks. *Int. Journal Heat Mass Transfer*, 50, pp.: 4141-4150, 2007a.

Bello-Ochende, T., Lienbenberg, L., Malan, A. G., Bejan, A. and Meyer, J. P., Construtal conjugate heat transfer in three-dimensional cooling channels. **J. Enhanc. Heat Transf.**, 14, pp.: 279 – 293; 2007b.

Bello-Ochende, T., Lienbenberg, L., Malan, A. G., Bejan, A. and Meyer, J. P., Construtal ducts with wrinkled entrances. **Int. J. Heat Mass Transfer**, 52, pp.: 3628 – 3633; 2009.

Bello-Ochende, T., Meyer, J. P. and Ogunronbi, O. I., Construtal Multiscale Cylinders Rotating in Cross-Flow. **Int. J. Heat Mass Transfer**, 54, pp.: 2568 – 2577; 2011.

Beyene, A.; Peffley, J. . “Construtal Theory, Adaptive Motion, and Their Theoretical Application to Low-Speed Turbine Design”. **Journal of Energy Engineering**. Vol. 135, pp.112-118, 2009.

Braun, A. L.. “Simulação numérica na engenharia do vento incluindo efeitos de interação fluido-estrutura”, 2007, Porto Alegre, Brasil, 2007 - Tese de Doutorado.

Brito, R.F., Guimarães, P.M., Silveira Neto, A., Menon, G.J., 2005. “Large-Eddy Simulation of Air Flow Within a Square Enclosure with a Partially Heated Bottom Surface and Cooled Walls”. Proceedings of COBEM 2005, Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, Ouro Preto, MG.

Çengel, Y. A.; Ghajar, A. J. .Heat and mass transfer: fundamentals & applications. McGraw-Hill, 2015.

Charles, J. D; Bejan, A. The evolution of speed, size and shape in modern athletics. **Journal of Experimental Biology**, v. 2012, p. 2419-2425, 2009.

Chung, T. J.. Computational Fluid Dynamics. Cambridge Uni. Press, 2002.

Churchill, S. W.; Chu, H. H. S.. Correlating equations for laminar and turbulent free convection. **Int. J. Heat Mass Transf** – pp . 1323-1320, 1975.

Churchill, S. W.; Bernstein, M. ."A Correlating Equation for Forced Convection From Gases and Liquids to a Circular Cylinder in Crossflow". **J. Heat Transfer, Trans. ASME** 99: 300–306, doi:10.1115/1.3450685, 1977.

Do Carmo, M. D. e Cemin, R. Otimização geométrica de um arranjo triangular de cilindros em escoamento com convecção mista. Furg, 2014.

Dos Santos, E. D. Análise de escoamentos não-isotérmicos, incompressíveis, utilizando simulação de grandes escalas e o método de elementos finitos, 2007, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil, Dissertação de Mestrado.

Dos Santos, E. D., Piccoli, G. L., França, F. H. R., Petry, A. P.. Analysis of Mixed Convection in Transient Laminar and Turbulent Flows in Driven Cavities. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Vol. 54, pp. 4585 – 4595, 2011.

FLUENT 6.4. “User’s Guide”. Fluent Inc, 2007.

Galarça, M. M.; Cardoso, F. R.; Razera, A. L.; Acunha Jr, I. C.; Isoldi, L. A.; Porte, A. F.; Rocha, L. A. O.; dos Santos, E. D.. Otimização geométrica de um arranjo triangular de cilindros submetido a escoamento laminar com convecção forçada. *Scientia Plena*, Vol. 10, Num. 10, 2013.

Gao, T.; Zhang, W. H.; Zhu, J. H.; Xu, Y. J.; Bassir, D. H. Topology optimization of heat conduction problem involving design-dependent heat load effect, **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 44, p. 805–813, 2008.

Gomes, M. N. . Modelagem computacional e aplicação de Design Construtal para análise numérica da geometria de dispositivos conversores de energia das ondas do mar em energia elétrica do tipo coluna de água oscilante. UFRGS, 2014.

Gosselin, L.; Bejan, A.; Lorente, S.. Combined ‘heat flow and strength’ optimization of geometry: mechanical structures most resistant to thermal attack. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, pp.3477–3489, 2004.

Gresho, P. M., Sani, R. L., “Incompressible Flow and the Finite Element Method. Advection-diffusion and Isothermal Laminar Flow”, Sussex, UK: John Wiley & Sons Ltda, 1999.

Gu Z.; Sun T. Classifications of flow pattern on three circular cylinders in equilateral-triangular arrangements. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics** 89-pp.553–568, 2001.

Hahn, D. W.; Ozisik, M., N. . Heat Conduction, Wiley, 3rd Ed, 2012.

Hajmohammadi, M. R.; Eskandari, H.; Saffar-Avval, M.; Campo, A. A new configuration of bend tubes for compound optimization of heat and fluid flow. *Energy* 62. 418e424. 2013.

Hajmohammadi, M. R.; Joneydi Shariatzadeh, O.; Moulod, M.; Nourazar, S. S.. Phi and Psi shaped conductive routes for improved cooling in a heat generating piece. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 77, p. 66–74, mar. 2014a.

Hesselgreaves, J. E..Compact heat exchangers : selection, design and operation. Pergamon, England, 2001.

Hidelbrand, F. B. Introduction to numerical analysis. Dover Publications, 2ed, 1987.

Hilpert, F. Studien zur Systematik der Trichostomaceen. *Beih. Bot. Centralbl.* 50(2):n585-706, 1933.

Incropera, F. P. et al. “Introduction to Heat Transfer”, 6° ed. John Wiley and Sons, Denver, 2011.

Ji, T.H.; Kim, S.Y.; Hyun, J.M. Transient mixed convection in an enclosure driven by sliding. **Lid, Heat Mass Transfer**, 43, 2007.

Kakaç, S., Yener, Y.. “Convective Heat Transfer”, CRC Press, Boca Raton, USA, 1995.

Kawahara, M.; Hirano, H.. “A Finite Element Method for High Reynolds Number Viscous Fluid Flow Using Two Step Explicit Scheme”. **Int. J. Numer. Meth. Fluids**, vol. 3, pp. 137

Kawamura, F.; Seki, Y.; Iwamoto, K.; Kawamura, H.. “DNS of heat transfer in turbulent and transitional channel flow obstructed by rectangular prisms”. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, 2007.

Kays, W.; Crawford, M.; Weigand, B. Convective Heat and Mass Transfer, 4th Ed, McGraw-Hill Professional, 2004.

Kim YS, Lorente S, Bejan A. Distribution of size in steam turbine power plants. **Int J Energy Res** ;33:989–98, 2009.

Kim, Y., Lorente, S., Bejan, A.. Construtal Multi-Tube Configuration for Natural and Forced Convection in Cross-Flow. **Int. J. Heat Mass Transfer**, 53, pp.: 5121 – 5128; 2010.

Maliska, C. R., “Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional”, Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2ª Ed, 2004.

Meinders, E. R., Hanjalic, K.. Vortex Structure and Heat Transfer in Turbulent Flow over a Wall-Mounted Matrix of Cubes. **Int. J. Heat Fluid Flow**, 20, pp.: 255 – 267; 1999.

Miguel, A. F.. Construtal pattern formation in stony corals, bacterial colonies and plant roots under different hydrodynamics conditions. **Journal of Theoretical Biology**, Volume 242, Issue 4, 21, pp. 954-961, 2006

Miguel, A. F. The emergence of design in pedestrian dynamics: Locomotion, self-organization, walking paths and Construtal law. **Physics of Life Reviews**, v. 10, n. 2, p. 168–190, 2013.

Oronzio, M.; Nardini, S.; Khanafer, K.; Vafai, K.. Effect of heated wall position on mixed convection in a channel with an open cavity. Taylor & Francis, Part A, 43, pp: 259–282, 2003.

Patankar, S.V. “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, McGraw-Hill, New York, USA, 1980.

Perng, S.; Wu, H.. “Buoyancy-aided/opposed convection heat transfer for unsteady turbulent flow across a square cylinder in a vertical channel”, **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 50, pp. 3701 – 3717, 2007.

Petry, A. P.; Awruch, A. M., “Large eddy simulation of three-dimensional flows by finite element method”, *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.*, Vol. 28, pp. 224 – 232, 2006.

Patankar, S. V., Spalding, D. B., 1972.. “A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows”. **Int. J. Heat Mass Transfer**, Vol. 15, p. 1787, 2006.

Rajani, B. N., Kandasamy, A., Majumdar, S.. Numerical Simulation of Laminar Flow Past a Circular Cylinder. **Appl. Math. Model**, 33, pp.: 1228-47; 2009.

Reddy, J.N., Gartling, D.K., “The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics”, CRC, Boca Raton, Florida,USA, 1994.

Reis, A. H.. "Construtal Theory: from engineering to physics, and how flow systems develop shape and structure". **Applied Mechanics Reviews**, Vol. 59, 2006.

Reis, A. H. Construtal Theory – Complex flow structures in engineering and in Nature, *Proceedings III Conferência Nacional em Mecânica de Fluidos, Termodinâmica e Energia – MEFTE*, p. 1–17, 2009.

Rezende, A. L. T., “Análise numérica da bolha de separação do escoamento turbulento sobre placa plana fina inclinada”, 2009, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, Tese de Doutorado.

Rice, C.. Free and forced convection of heat in gases and liquids. **Trans Am Inst Electr Eng**, vol 42, pp :653–701, 1923.

Rocha, L. A. O., Gomes, M. N., Porte, A. F., Galarça, M. M., Acunha Jr, I.C., da Silva, F. M. V., Isoldi, L. A. and Dos Santos, E. D., Construtal Design of Turbulent Forced Convective Flows over a Pair of Circular cylinders. **In: Construtal Law Conference, Nanjing. Proceedings of Construtal Law Conference**, 2013. v. 1. p. 174-184; 2013.

Savicki, D. L.. “Análise numérica tridimensional e investigação experimental do comportamento térmico e hidrodinâmico de reservatórios térmicos cilíndricos”, 2007, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Schlichting, H., 1979, “Boundary-layer Theory”, McGraw-Hill, New York.

Sha, R. K, Sekulic, D. P.. *Fundamentals of Heat Exchanger Design*. Pergamon, England. John Wiley & Sons, USA, 2001.

Siegel, R., Howell, J. R., “Thermal Radiation Heat Transfer” Taylor & Francis, 4th edition, New York, 2002.

Silva, A. K., Bejan, A.. Construtal Multi-Scale Structure for Maximal Heat Transfer Density in Natural Convection. **Int. J. Heat Fluid Flow**, 26, pp.: 34 – 44; 2005.

Silveira Neto, A., Grand, D., Métais, O. e Lesieur, M. “A Numerical Investigation of the Coherent Vortices in Turbulence Behind a Backward-Facing Step”, **J. Fluid Mech.**, vol. 256, pp. 1-25, 1993.

Song, C. –J., Chang, K. –S., Heat Transfer and Interactive Buoyant Vortex Shedding by a Pair of Circular Cylinders in Transverse Arrangement. **Int. J. Heat Mass Transfer**, 34, pp.: 1347 – 1354; 1991.

Spalding, D. B., “A novel finite-difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives”, **Int. J. Numer. Methods Eng.**, Vol. 4, pp. 551-559, 1972.

Summer, D., Two Circular Cylinders in Cross-Flow: a Review. **J. Fluid Struct.**, 26, pp.: 849 – 899; 2010.

Tatsuno M., Amamoto H., Ishi K. Effects of interference among three equidistantly arranged cylinders in a uniform flow. **Fluid Dyn. Res.** 22 pp. 297–315, 1998.

Versteeg, H. K., Malalasekera, W., “An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method”, 1st Ed, Longman, England, 2007.

Versteeg, H. K., Malalasekera, W., “An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method”, 1st Ed, Longman, England, 2004.

Zienkiewicz, O.C. Taylor, R.L., Nithiarasu, P., “The Finite Element Method for Fluid Dynamics”, 6th Ed., Butterworth-Heinemann, Oxford, 2005.