

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE – FURG**  
**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA OCEÂNICA**

**ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE ESTRUTURAS PORTUÁRIAS  
REFORÇADAS COM COMPÓSITOS DE FIBRAS DE CARBONO**

LEANDRO CANDIDO DE LEMOS PINHEIRO

Dissertação apresentada à Comissão de Curso de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica da Universidade Federal do Rio Grande, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador: Mauro de Vasconcellos Real, Dr. Eng. Civil

Rio Grande, novembro de 2013.

Dedico este trabalho ao meu pai  
Jose Mario Pinheiro.

## **AGRADECIMENTOS**

Na vida, só se conquista algo por completo, quando no fim da jornada temos a capacidade de reconhecer o quanto algumas pessoas foram importantes para que pudéssemos conquistar o objetivo desejado.

Assim sendo, começo com um agradecimento mais do que especial ao professor Mauro de Vasconcellos Real pela atenção e paciência dispensada ao longo destes quase dois anos e pela busca incessante de soluções aos problemas que se apresentaram.

Agradeço a todas as pessoas, familiares ou não, que fizeram parte desta jornada ao meu lado. Em especial, agradeço ao meu pai Jose Mario Pinheiro, a minha namorada Alexia Saldo Pinheiro, ao meu irmão Leonardo de Lemos, a minha cunhada Gabriela Ortiz Prado e ao meu amigo Prof. Fábio Costa Magalhães, principais responsáveis pela pessoa e profissional que sou hoje.

Agradeço também a Universidade Federal do Rio Grande (FURG), na figura do Prof. José Antônio Scotti Fontoura, Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, pelo apoio incondicional na realização deste trabalho, assim como a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

## RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo para a análise da confiabilidade de vigas de concreto armado reforçadas, localizadas em ambientes marítimos, onde o processo de deterioração se dá de forma mais agressiva. Este modelo foi desenvolvido a partir da utilização conjunta do método de simulação de Monte Carlo e do método trilinear para a determinação da capacidade resistente das vigas. Foi escolhida, para a análise da confiabilidade, uma viga localizada no terminal de containers TECON da cidade de Rio Grande - RS. Desta forma, foi considerado que as armaduras tracionadas de flexão sofreram reduções de 25%, 33% e 50% na sua área da seção transversal, sendo, então, feita uma análise da segurança estrutural remanescente. Para o projeto de recuperação da viga danificada, estão apresentados os procedimentos do *Bulletin 14* da *fédération internationale du béton (fib)* para o dimensionamento de sistemas de reforço com material compósito colado externamente à estrutura. Assim, a confiabilidade da viga recuperada pôde ser estimada e comparada à confiabilidade da viga original. Buscando uma análise da influência da carga acidental na confiabilidade, todas as simulações foram realizadas considerando um coeficiente de variação da carga acidental de 10%, 15% e 20%. As análises probabilísticas através do método de simulação de Monte Carlo usando modelo trilinear simplificado mostraram que a viga estudada em sua forma original apresentava um bom nível de segurança. Entretanto, danos nas armaduras tracionadas de flexão fizeram com que a confiabilidade caísse para níveis inaceitáveis. Como solução, o projeto de recuperação estrutural de acordo com o *Bulletin 14* da *fib* fez com que a confiabilidade da viga recuperada fosse reestabelecida em parte quando comparada com a viga original. Mesmo sendo recuperado apenas em parte, o valor do índice de confiabilidade da viga recuperada ficou acima de valores mínimos de referência.

Palavras-chave: reforço estrutural, vigas de concreto armado, compósitos de PRFC, confiabilidade estrutural, modelo trilinear.

## ABSTRACT

The objective of this work is to present a model for reliability analysis of RC beams rehabilitated, located in marine environments, where the process of deterioration is more aggressive. This model was developed through the simultaneous utilization of the Monte Carlo method and trilinear method for the determination of the strength of the beams. It was chosen for the reliability analysis, a beam located in the container terminal TECON located in Rio Grande - RS. Thus, it was considered that a reduction of the steel reinforcement area of 25%, 33% and 50% had occurred. The procedures for strengthening systems design with externally bonded carbon fiber reinforced polymers (fib, Bulletin 14) were employed for the rehabilitation of the damaged RC beams. Thus, the reliability of the RC beam rehabilitated for flexure could be evaluated and compared to that of the damaged and undamaged RC beam. In order to examine the influence of variable loads in the reliability, all simulations have been performed considering a coefficient of variation of the variable load 10%, 15% and 20%. The probabilistic analysis through the Monte Carlo method using a trilinear method showed that the beam studied in its original form had a good level of security. However, the damage in the internal steel reinforcement can lead to an unacceptable reliability level. As a solution, the design of structural recovery according to the *Bulletin 14* reestablished partly the reliability of the recovered beam compared with the original beam. Even though only partly recovered, the value of the reliability index of the beam was recovered above minimum values of the reference.

Keywords: structural strengthening, RC beams, CFRP composites, structural reliability, trilinear method.

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE SÍMBOLOS.....</b>	<b>9</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS .....</b>	<b>15</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>16</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>17</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>21</b>
<b>2. MATERIAIS COMPÓSITOS NO REFORÇO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO .....</b>	<b>27</b>
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	27
2.2 MATERIAIS COMPÓSITOS.....	28
2.2.1 Definição .....	28
2.2.2 Histórico.....	29
2.2.3 Componentes.....	30
2.2.4 Propriedades Físicas e Mecânicas .....	31
2.3 POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS DE CARBONO.....	33
2.3.1 Fibras de carbono .....	33
2.3.2 Matrizes.....	34
2.3.3 Aplicação do reforço .....	35
2.3.4 Vantagens e desvantagens dos reforços com PRFC.....	39
2.4 PROJETO DE REFORÇO À FLEXÃO COM PRF BASEADO NAS RECOMENDAÇÕES DO <i>FIB BULLETIN 14</i> .....	40
<b>3. MODELO TRILINEAR PARA DETERMINAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS.....</b>	<b>45</b>
3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	45
3.2 MÉTODO PARA A DETERMINAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES .....	46

3.2.1 Modelo de viga proposto.....	46
3.2.2 Estádio I.....	47
3.2.3 Estádio II .....	52
3.2.4 Estádio III.....	54
3.3 DETERMINAÇÃO DO DESLOCAMENTO VERTICAL MÁXIMO.....	57
3.4 VALIDAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO.....	59
3.4.1 Método de validação .....	59
3.4.2 Vigas ensaiadas por BEBER (1999) .....	59
3.4.3 Vigas ensaiadas por ZARNIC ET AL. (1999) .....	65
3.4.4 Vigas ensaiadas por ARDUINI ET AL. (1997) .....	67
3.5 CONCLUSÕES.....	69
<b>4. CONFIABILIDADE NA ANÁLISE ESTRUTURAL .....</b>	<b>70</b>
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	70
4.2 O MÉTODO DE MONTE CARLO.....	74
4.3 GERAÇÃO ALEATÓRIAS DAS VARIÁVEIS .....	76
4.3.1 Propriedades mecânicas do concreto.....	76
4.3.2 Propriedades mecânicas da armadura .....	77
4.3.3 Propriedades mecânicas do reforço.....	77
4.3.4 Propriedades mecânicas da interface.....	78
4.3.5 Carga permanente.....	78
4.3.6 Carga variável .....	79
4.4 ANÁLISES ESTATÍSTICAS .....	80
4.5 VERIFICAÇÃO DO PROGRAMA.....	81
4.5.1 Viga V1 .....	83
4.5.2 Viga V2 .....	85
4.5.3 Viga V3 .....	86

<b>5. ESTUDO PROBABILÍSTICO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM PRFC, LOCALIZADAS EM AMBIENTE MARÍTIMO.....</b>	<b>89</b>
5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	89
5.2 DESCRIÇÃO DA VIGA EM ESTUDO.....	90
5.3 DESCRIÇÃO DO CARREGAMENTO APLICADO À VIGA .....	94
5.4 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS .....	97
5.4.1 Viga com composição de carregamento CC1 .....	98
5.4.2 Viga com composição de carregamento CC2 .....	106
5.4.3 Viga com composição de carregamento CC3 .....	111
5.4.4 Influência do coeficiente de variação da carga variável na confiabilidade.....	117
<b>6. CONCLUSÕES .....</b>	<b>120</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>125</b>

# LISTA DE SÍMBOLOS

## LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

$A$  – área da seção transversal do material;

$A_f$  – área da seção transversal do reforço;

$A_{sc}$  – área da seção transversal do aço comprimido;

$A_{st}$  – área da seção transversal do aço tracionado;

CC – composição de carregamento;

$E$  – módulo de elasticidade;

$E_c$  – módulo de elasticidade do concreto;

$E_{cm}$  – módulo de elasticidade médio do concreto;

$E_f$  – módulo de elasticidade do reforço;

$E_m$  – módulo de elasticidade médio;

$E_s$  – módulo de elasticidade do aço;

$G$  – carga permanente;

$G_m$  – média da carga permanente;

$I_o$  – momento de inércia da seção fissurada;

$I_c$  – momento de inércia;

$K_I$  – rigidez à flexão no Estádio I;

$K_{II}$  – rigidez à flexão no Estádio II;

$L$  – comprimento;

$L_a$  – comprimento do vão de cisalhamento;

$L_{anc}$  – comprimento de ancoragem;

$L_e$  – comprimento de ancoragem efetivo;

$L_g$  – comprimento do vão onde ainda não ocorreu a fissuração do concreto;

$L_y$  – comprimento do vão onde ainda não ocorreu o escoamento do aço tracionado;

$M$  – momento fletor, margem de segurança;

$M_o$  – momento de serviço sem coeficiente de majoração;

$M_{cc}$  – momento fletor do concreto comprimido;

$M_{cr}$  – momento fletor de fissuração do concreto;

$M_{ct}$  – momento fletor do concreto tracionado;

$M_f$  – momento fletor do reforço;

$M_g$  – momento solicitante permanente;

$M_{Gk}$  – momento solicitante permanente característico;

$M_{Gm}$  – momento solicitante permanente médio;

$M_q$  – momento solicitante variável;

$M_{Qk}$  – momento solicitante variável característico;

$M_{Qm}$  – momento solicitante variável;

$M_{Rd}$  – momento de ruptura de cálculo;

$M_{Rm}$  – momento de ruptura médio;

$M_s$  – momento solicitante total;

$M_{Sm}$  – momento solicitante total médio;

$M_{sc}$  – momento fletor do aço comprimido;

$M_{st}$  – momento fletor do aço tracionado;

$M_u$  – momento último;

$M_y$  – momento de escoamento do aço;

$M_I$  – momento fletor no Estádio I;

$P$  – carga;

$P_f$  – probabilidade de falha;

$Q$  – carga variável;

$Q_m$  – valor médio da carga variável;

$R$  – resistência;

$R_{cc}$  – força resultante no concreto comprimido;

$R_{ct}$  – força resultante no concreto tracionado;

$R_f$  – força resultante no reforço;

$R_{sc}$  – força resultante no aço comprimido;

$R_{st}$  – força resultante no aço tracionado;

$S$  – carga solicitante;

$V_f$  – coeficiente de variação da resistência;

$V_{Mg}$  – coeficiente de variação do momento solicitante permanente;

$V_{Mq}$  – coeficiente de variação do momento solicitante variável;

$V_R$  – coeficiente de variação do momento de ruptura;

$Z$  – distância entre o ponto de aplicação da força e o ponto em que se deseja saber o momento fletor;

#### LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

$b$  – largura;

$b_f$  – largura do reforço;

$d$  – profundidade da armadura inferior;

$d'$  – profundidade da armadura superior;

$d_f$  – profundidade do reforço;

$f$  – resistência do material;

$f_{ck}$  – resistência à compressão característica do concreto;

$f_{cm}$  – resistência à compressão média do concreto;

$f_{ctm}$  – resistência à tração média do concreto;

$f_f$  – tensão de ruptura do reforço;

$f_{fm}$  – tensão de ruptura média do reforço;

$f_k$  – resistência característica;

$f_m$  – resistência média;

$f_y$  – resistência ao escoamento do aço;

$f_{yd}$  – resistência à tração de cálculo do aço;

$f_{ym}$  – resistência média à tração do aço;

$h$  – altura;

$k$  – parâmetro de forma da distribuição de Weibull;

$m$  – variável aleatória de distribuição de probabilidade normal padronizada para a margem de segurança, com média zero e desvio padrão unitário;

$n$  – quantidade de simulações, elementos, etc;

$t_f$  – espessura do reforço;

$u$  – número aleatório de distribuição uniforme entre 0 e 1;

$w$  – valor mínimo característico;

$x$  – profundidade da linha neutra;

$x_o$  – profundidade da linha neutra considerando a seção fissurada;

$x_a$  – profundidade da linha neutra parcial;

$x_f$  – profundidade da linha neutra final;

$x_i$  – profundidade da linha neutra inicial;

$x_I$  – profundidade da linha neutra no Estádio I;

$x_{II}$  – profundidade da linha neutra no Estádio II;

$x_{III}$  – profundidade da linha neutra no Estádio III;

$y$  – distância entre o centroide do material e a posição da linha neutra;

$z_1, z_2, z_3, z_4$  – variável aleatória gaussiana, de média zero e desvio padrão unitário;

## LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

$\Gamma$  – função gamma;

$\Phi$  – função de probabilidade acumulada da variável normal padrão  $m$ ;

## LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

$\alpha$  - parâmetro inerente a expressão de determinação da carga variável;

$\beta$  – índice de confiabilidade;

$\beta_0$  – parâmetro inerente a expressão de determinação da carga variável;

$\beta_L$  – fator que relaciona os comprimentos de ancoragem;

$\beta_p$  – coeficiente de largura de reforço à flexão;

$\gamma_f$  – coeficiente de majoração do reforço;

$\delta_{fc}$  – coeficiente de variação da resistência à compressão do concreto;

$\delta_{ff}$  – coeficiente de variação da tensão de ruptura do reforço;

$\delta_{fy}$  – coeficiente de variação da resistência ao escoamento do aço;

$\delta_G$  – coeficiente de variação da carga permanente;

$\delta_{máx,I}$  – flecha máxima no Estádio I;

$\delta_{máx,II}$  – flecha máxima no Estádio II;

$\delta_{máx,III}$  – flecha máxima no Estádio III;

$\delta_x$  – coeficiente de variação de uma variável X;

$\delta_{\sigma_f,max}$  – coeficiente de variação da tensão de descolamento do reforço;

$\varepsilon$  – deformação;

$\varepsilon_c$  – deformação no concreto;

$\varepsilon_o$  – deformação no concreto na fibra de maior tração;

$\varepsilon_{co}$  – deformação no concreto na fibra mais comprimida;

$\varepsilon_{cc}$  – deformação no concreto comprimido;

$\varepsilon_{ct}$  – deformação no concreto tracionado;

$\varepsilon_{cu}$  – deformação última do concreto;

$\varepsilon_f$  – deformação no reforço;

$\varepsilon_{f,max}$  – deformação de descolamento do reforço;

$\varepsilon_{fud}$  – deformação última de cálculo do reforço;

$\varepsilon_{fuk}$  – deformação última característica do reforço;

$\varepsilon_{sc}, \varepsilon_{s2}$  – deformação no aço comprimido;

$\varepsilon_{st}, \varepsilon_{s1}$  – deformação no aço tracionado;

$\varepsilon_y$  – deformação de escoamento do aço;

$\mu_M$  – valor esperado da margem de segurança;

$\mu_R$  – valor esperado da carga de ruptura;

$\mu_S$  – valor esperado da carga total;

$\mu_x$  – valor esperado de uma variável X;

$\sigma$  – tensão;

$\sigma_{cc}$  – tensão no concreto comprimido;

$\sigma_{ct}$  – tensão no concreto tracionado;

$\sigma_f$  – tensão no reforço, desvio padrão da resistência;

$\sigma_{f,max}$  – tensão de descolamento do reforço;

$\sigma_{f,max(média)}$  – tensão de descolamento do reforço média;

$\sigma_M$  – desvio padrão da margem de segurança;

$\sigma_Q$  – desvio padrão da carga variável;

$\sigma_R$  – desvio padrão da carga de ruptura;

$\sigma_S$  – desvio padrão da carga total;

$\sigma_{sc}$  – tensão no aço comprimido;

$\sigma_{st}$  – tensão no aço tracionado;

$\sigma_x$  – desvio padrão de uma variável X;

$\tau_{bu}$  – tensão última de aderência;

$\phi$  – curvatura;

$\phi_a$  – curvatura correspondente ao carregamento aplicado;

$\phi_{cr}$  – curvatura de fissuração do concreto;

$\phi_{f,max}$  – curvatura de descolamento do reforço;

$\phi_u$  – curvatura última da viga;

$\phi_u'$  – curvatura última da viga sem o reforço;

$\phi_y$  – curvatura de escoamento do aço tracionado;

$\phi_I$  – curvatura correspondente ao Estádio I;

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

ELU – estado limite último;

PAN – poliacrilonitrila;

PRF – polímeros reforçados com fibras;

PRFC – polímeros reforçados com fibras de carbono;

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Variação dos modos de ruptura de PRF em função da capacidade de deformação e volume de fibras. ....	31
Tabela 3.1 – Propriedades dos materiais consideradas por BEBER (1999). ....	60
Tabela 3.2 – Denominação dos protótipos. ....	61
Tabela 3.3 – Cargas de rupturas, em kN, das vigas ensaiadas por BEBER (1999). ....	64
Tabela 3.4 – Propriedades dos materiais consideradas por ZARNIC ET AL. (1999). ....	65
Tabela 3.5 – Cargas de ruptura das vigas ensaiadas por ZARNIC ET. AL. (1999). ....	67
Tabela 3.6 – Propriedades dos materiais consideradas por ARDUINI ET AL. (1997). ....	68
Tabela 3.7 – Cargas de ruptura das vigas ensaiadas por ARDUINI ET AL. (1997). ....	68
Tabela 4.1 – Vigas ensaiadas por PALIGA (2008).....	82
Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas dos materiais utilizados no projeto das vigas.....	82
Tabela 4.3 – Composição do carregamento aplicado às vigas V1, V2 e V3. ....	83
Tabela 4.4 – Comparações de resultados para viga V1.....	84
Tabela 4.5 – Comparações de resultados para viga V2.....	86
Tabela 4.6 – Comparações de resultados para viga V3.....	87
Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas dos materiais utilizados no projeto e análise da viga... 93	93
Tabela 5.2 – Áreas de aço e reforço para os diferentes níveis de dano da armadura de flexão. .....	93
Tabela 5.3 – Composição do carregamento aplicado à viga em estudo.....	94
Tabela 5.4 – Análise probabilística da viga com CC1. ....	103
Tabela 5.5 – Análise probabilística da viga com CC2. ....	110
Tabela 5.6 – Análise probabilística da viga com CC3. ....	116

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Polo Naval de Rio Grande. ....	21
Figura 1.2 – Processo de deterioração de armaduras no ambiente marítimo. ....	22
Figura 1.3 – Localização da cidade de Rio Grande – RS. ....	25
Figura 1.4 – Localização do TECON Rio Grande – RS. ....	25
Figura 2.1 – Microscopia eletrônica de uma liga de alumínio (2014) reforçada com partículas angulares de carboneto de silício. ....	30
Figura 2.2 – Preparação da superfície. ....	36
Figura 2.3 – Superfície impregnada. ....	36
Figura 2.4 – Aplicação da resina epóxi. ....	37
Figura 2.5 – Aplicação do PRFC. ....	37
Figura 2.6 – Aplicação da resina epóxi no PRFC. ....	38
Figura 2.7 – Superfície acabada. ....	38
Figura 2.8 - Características da seção fissurada. ....	41
Figura 2.9 – Análise da seção no ELU: (a) geometria, (b) distribuição de deformações e (c) distribuição de tensões. ....	42
Figura 3.1 – Modelo de viga proposto. ....	46
Figura 3.2 – Fluxograma: determinação do estado limite no Estádio I. ....	47
Figura 3.3 – Distribuição das deformações de cada material. ....	48
Figura 3.4 – Distribuição das tensões de cada material no Estádio I. ....	49
Figura 3.5 – Distribuição das forças resultantes no Estádio I. ....	50
Figura 3.6 – Fluxograma: determinação do estado limite das vigas no Estádio II. ....	53
Figura 3.7 – Fluxograma: determinação do estado limite das vigas no Estádio III. ....	54
Figura 3.8 – Distribuição de tensões e forças resultantes no Estádio III. ....	57
Figura 3.9 – Modelo de carregamento da viga considerado por CHARKAS ET AL. (2002). ....	58
Figura 3.10 – Protótipo de viga ensaiada por BEBER (1999). ....	60
Figura 3.11 – Esquema dos ensaios feitos por BEBER (1999). ....	61
Figura 3.12 – Comparação de resultados para uma das vigas testemunho. ....	62
Figura 3.13 – Comparação de resultados para vigas com 1 camada de reforço. ....	62
Figura 3.14 – Comparação de resultados para vigas com 4 camadas de reforço. ....	63
Figura 3.15 – Comparação de resultados para vigas com 7 camadas de reforço. ....	63
Figura 3.16 – Comparação de resultados para vigas com 10 camadas de reforço. ....	64

Figura 3.17 – Vigas ensaiadas por ZARNIC ET AL. (1999).....	66
Figura 3.18 – Comparação de resultados: vigas ensaiadas por ZARNIC ET AL. (1999). ....	66
Figura 3.19 – Vigas ensaiadas por ARDUINI ET AL. (1997).....	67
Figura 3.20 – Comparação de resultados: vigas ensaiadas por ARDUINI ET AL. (1997). ....	68
Figura 4.1 – Funções densidade de probabilidade de R e S. ....	71
Figura 4.2 – Distribuição da margem de segurança. ....	73
Figura 4.3 – Fluxograma: esquema de funcionamento do método de Monte Carlo. ....	75
Figura 4.4 – Esquema de funcionamento do Teste de Kolmogorov-Smirnov. ....	81
Figura 4.5 – Detalhamento das vigas ensaiadas por PALIGA (2008). ....	82
Figura 4.6 – Convergência de $\beta$ para a viga V1. ....	83
Figura 4.7 – Comparação de resultados do índice de confiabilidade $\beta$ para a viga V1. ....	84
Figura 4.8 – Convergência de $\beta$ para a viga V2. ....	85
Figura 4.9 – Comparação de resultados do índice de confiabilidade $\beta$ para a viga V2. ....	85
Figura 4.10 – Convergência de $\beta$ para a viga V3. ....	87
Figura 4.11 – Comparação de resultados do índice de confiabilidade $\beta$ para a viga V3. ....	88
Figura 5.1 – Cais localizado no TECON Rio Grande: (a) sem ampliação e (b) ampliação.....	91
Figura 5.2 – Disposição das vigas da estrutura de ampliação do cais do TECON Rio Grande. .....	91
Figura 5.3 – Representação da viga analisada.....	92
Figura 5.4 – Representação simplificada da viga em análise.....	92
Figura 5.5 – Momento permanente e variável: composição de carregamento CC1.....	95
Figura 5.6 – Momento solicitante total: composição de carregamento CC1. ....	95
Figura 5.7 – Momento permanente e variável: composição de carregamento CC2.....	96
Figura 5.8 – Momento solicitante total: composição de carregamento CC2. ....	96
Figura 5.9 – Momento permanente e variável: composição de carregamento CC3.....	97
Figura 5.10 – Momento solicitante total: composição de carregamento CC3. ....	97
Figura 5.11 – Convergência estatística do momento de ruptura: viga original.....	99
Figura 5.12 – Convergência estatística do coeficiente de variação do momento de ruptura: viga original.....	99
Figura 5.13 – Margem de segurança: viga com CC1 e com 25% de dano. ....	100
Figura 5.14 – Gráfico de probabilidade normal: viga com CC1 e com 25% de dano. ....	100
Figura 5.15 – Representação do problema $M_R - M_S$ em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC1 e com 25% de dano. ....	101

Figura 5.16 – Representação do problema $M_R - M_S$ em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC1 e com 33% de dano. ....	102
Figura 5.17 – Representação do problema $M_R - M_S$ em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC1 e com 50% de dano. ....	102
Figura 5.18 – Variação do momento médio de ruptura com o dano. ....	104
Figura 5.19 – Variação do coeficiente de variação do momento de ruptura com o dano. ....	104
Figura 5.20 – Variação do índice de confiabilidade com o dano: viga com CC1. ....	105
Figura 5.21 – Variação da probabilidade de falha com o dano: viga com CC1. ....	105
Figura 5.22 – Representação do problema $M_R - M_S$ em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC2 e com 25% de dano. ....	106
Figura 5.23 – Representação do problema $M_R - M_S$ em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC2 e com 33% de dano. ....	107
Figura 5.24 – Representação do problema $M_R - M_S$ em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC2 e com 50% de dano. ....	107
Figura 5.25 – Convergência estatística do momento de ruptura: viga recuperada do dano de 50%. ....	108
Figura 5.26 – Convergência estatística do coeficiente de variação do momento de ruptura: viga recuperada do dano de 50%. ....	108
Figura 5.27 – Margem de segurança: viga com CC2 e recuperada do dano de 50%. ....	109
Figura 5.28 – Gráfico de probabilidade normal: viga com CC2 e recuperada do dano de 50%. ....	109
Figura 5.29 – Variação do índice de confiabilidade com o dano: viga com CC2. ....	110
Figura 5.30 – Variação da probabilidade de falha com o dano: viga com CC2. ....	111
Figura 5.31 – Margem de segurança: viga original e com CC3. ....	112
Figura 5.32 – Gráfico de probabilidade normal: viga original e com CC3. ....	112
Figura 5.33 – Convergência estatística do momento de ruptura: viga recuperada do dano de 33%. ....	113
Figura 5.34 – Convergência estatística do coeficiente de variação do momento de ruptura: viga recuperada do dano de 33%. ....	113
Figura 5.35 – Representação do problema $M_R - M_S$ em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC3 e com 25% de dano. ....	114
Figura 5.36 – Representação do problema $M_R - M_S$ em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC3 e com 33% de dano. ....	115

Figura 5.37 – Representação do problema $M_R - M_S$ em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC3 e com 50% de dano. ....	115
Figura 5.38 – Variação do índice de confiabilidade com o dano: viga com CC3.....	116
Figura 5.39 – Variação da probabilidade de falha com o dano: viga com CC3.....	117
Figura 5.40 – Comparação da função densidade de probabilidade do momento solicitante total para as diferentes composições de carregamento.....	118
Figura 5.41 – Variação do índice de confiabilidade com as diferentes configurações de carregamento. ....	119
Figura 5.42 – Variação da probabilidade de falha com as diferentes configurações de carregamento. ....	119

# 1. INTRODUÇÃO

A construção civil vem tendo, nos últimos anos, um papel de destaque no cenário brasileiro. O recente aquecimento da economia brasileira, fez com que a demanda por infraestrutura aumentasse de maneira abrupta. O crescimento da engenharia como um todo, e sua conseqüente valorização, proporcionam maior atenção por parte das pessoas e entidades envolvidas diretamente com o tema, buscando novos métodos construtivos, materiais alternativos e tudo o que possa tornar a construção mais eficiente em relação a tempo, custo e qualidade.

Visto que a indústria naval é uma das maiores responsáveis pelo momento próspero no Brasil, é normal que o investimento em infraestrutura nesta área seja consideravelmente alto. De acordo com o jornal O Globo<sup>[30]</sup>, só no estado do Rio de Janeiro, são esperados investimentos de R\$ 15,4 bilhões no biênio 2012/2014 na indústria naval, sendo que aproximadamente 38% do total, cerca de R\$ 5,9 bilhões, serão destinados exclusivamente à construção e modernização de estaleiros.

Já segundo o SINAVAL<sup>[12]</sup> (Sindicato Nacional da Indústria da Construção e Reparação Naval e Offshore) estão em implantação nove novos estaleiros nos estados de Pernambuco, Bahia, Espírito Santo, Rio de Janeiro, São Paulo, Santa Catarina e Rio Grande do Sul. Com isto o setor atinge seu estágio de consolidação com investimentos de aproximadamente R\$ 8,7 bilhões, aumentando assim a capacidade de processamento de aço dos atuais 560 mil toneladas / ano para 950 mil toneladas /ano.

A Figura 1.1 mostra o polo naval da cidade de Rio Grande.



Figura 1.1 – Polo Naval de Rio Grande.

FONTE: GOOGLE®

Devido aos altos valores envolvidos no cenário atual da indústria naval, a busca por materiais e métodos alternativos visando o aumento da segurança e durabilidade das estruturas, diminuindo assim os riscos de perdas materiais e financeiras, é constante. Um bom exemplo disto são as estruturas de concreto armado que, quando expostas a ambientes marítimos, tendem a ser mais suscetíveis à deterioração, afetando assim a base da infraestrutura dos polos navais.

Em ambientes marinhos, as estruturas de concreto estão sujeitas a corrosão pela penetração externa de íons cloreto no concreto de cobertura. Esta penetração ocorre devido a constante presença de névoa salina na atmosfera, a qual é a condição mais característica do ataque de cloretos neste ambiente. Além desta condição de exposição, destaca-se o contato direto do concreto com a água do mar e suas ondas e respingos. Perante essas condições de exposição, o ambiente marinho é classificado na NBR 6118 (2007) como de agressividade forte e muito forte às estruturas de concreto armado. (PANOSSIAN e ARAUJO, 2010)

Segundo HELENE (1986), aproximadamente 20% da massa de cimento Portland comum hidratado é constituído de hidróxido de cálcio e outros álcalis, garantindo uma alcalinidade que mantém o pH da solução no interior do concreto endurecido superior a 12. Desta forma, se não houver presença de cloretos, o filme passivante que envolve o aço é considerado estável, protegendo assim o aço contra a corrosão. Caso o pH tenha um valor abaixo de 11,5, a passividade do aço poderá ser desfeita, ficando este sujeito ao processo de corrosão quando da penetração de íons cloretos.

A Figura 1.2 mostra o processo de deterioração de armaduras de estruturas localizadas em um ambiente marítimo.



Figura 1.2 – Processo de deterioração de armaduras no ambiente marítimo.

FONTE: PANOSSIAN E ARAUJO, 2010

Percebe-se, portanto, o quão agressivo o ambiente marítimo pode ser às estruturas de concreto armado, e o quão onerosa pode ser para a indústria naval a deterioração destas estruturas. Desta maneira torna-se essencial a busca por materiais e técnicas de construção alternativas visando uma maior durabilidade e um menor custo na construção e manutenção da infraestrutura dos polos navais.

Em relação à busca de materiais e processos construtivos alternativos pode-se destacar o reforço de vigas de concreto armado a partir de materiais compósitos. Um bom exemplo é o Polímero Reforçado com Fibras de Carbono (PRFC). Finas camadas deste compósito coladas na face inferior de vigas pode proporcionar para esta viga um aumento considerável de sua resistência à flexão. Esta técnica permite que se reforce uma viga que está sujeita a uma carga maior para a qual foi projetada, que se recupere a capacidade de carga de vigas que sofreram corrosão em parte da armadura, entre outras finalidades.

Segundo BEBER (2003), dentre todos os tipos de compósitos, aqueles construídos com fibras têm atraído a atenção de muitos pesquisadores envolvidos em aplicações estruturais. Como a forma fibrosa da maioria dos materiais é inerentemente mais resistente do que o mesmo material em sua forma a granel, a utilização de fibras torna-se muito interessante sob o ponto de vista estrutural. O método mais eficiente encontrado consiste em combinar um material fibroso de alta resistência à tração e alto módulo de elasticidade com um material de baixo módulo e baixa resistência.

Realizando-se simplesmente uma comparação de pesos e quantidades de material necessárias para obter-se um mesmo incremento de capacidade dentre três modalidades de reforço (argamassa de alto desempenho, chapa de aço colada e lâminas de fibra de carbono), pode-se claramente identificar inúmeras vantagens do sistema de reforço com lâminas de fibra de carbono: facilidade e rapidez de instalação, melhor desempenho, durabilidade, reforço não-intrusivo, entre outras. (ROBERY e INNES, 1997)

Porém, um dos problemas encontrados no Brasil relativo ao uso destes materiais, reside no fato de que não existe uma norma nacional que contemple o dimensionamento de estruturas de concreto armado reforçadas com polímeros reforçados com fibras. Sendo assim, os engenheiros têm utilizado as recomendações do *ACI – Committee 440* (ACI 440.2R, 2002) e do *bulletin 14* (fib, 2001). Ambos baseiam-se no princípio da compatibilidade de deformações, no equilíbrio interno de forças e no controle do modo de falha do elemento

reforçado. Este princípio foi adotado também no dimensionamento das vigas estudadas neste trabalho.

Partindo dos princípios citados anteriormente é possível se determinar a capacidade resistente de vigas reforçadas a partir das características da estrutura e de algumas propriedades dos materiais que compõe estas vigas. Porém, é sabido que tanto as propriedades mecânicas dos materiais quanto as características geométricas, apresentam variações nos seus valores devido a algumas incertezas no momento de fabricação destes materiais e no momento da construção. Portanto, estes valores geralmente são considerados como variáveis aleatórias que possuem um determinado valor médio, uma medida de dispersão e uma distribuição de probabilidade.

Assim sendo, como destaca PALIGA (2008), a resposta da estrutura a um determinado carregamento é, na verdade, uma função de diversas variáveis aleatórias, que afetam o seu desempenho. Desta forma, a própria resposta da estrutura será também uma variável aleatória. Deslocamentos, deformações, tensões e esforços solicitantes são, portanto, variáveis aleatórias.

Portanto, embora uma análise feita com base nas propriedades médias dos materiais e nas dimensões nominais da construção produza uma boa estimativa do seu comportamento, a variabilidade das propriedades dos materiais componentes e das características geométricas das vigas pode ter um efeito considerável na confiabilidade destas estruturas.

Em linhas gerais, o conceito de confiabilidade pode ser definido como a probabilidade de um produto funcionar da maneira como foi projetado dentro de condições específicas e por um período de tempo determinado. Adaptando este conceito a proposta deste trabalho, confiabilidade é a probabilidade dos valores das resistências das vigas estudadas serem maiores que os valores dos carregamentos aplicados.

Uma maneira de se determinar a confiabilidade de estruturas é a utilização do método de simulação de Monte Carlo. Em primeiro lugar, as variabilidades dos principais parâmetros que influenciam no comportamento da estrutura devem ser representadas através de distribuições de probabilidade matematicamente definidas. Em segundo lugar, deve-se dispor de um modelo matemático que relacione os principais parâmetros do comportamento da estrutura com o seu desempenho sob determinado carregamento. Visto a relativa simplicidade deste método, ele será o utilizado no presente trabalho.

O objetivo principal deste trabalho é analisar a confiabilidade de uma viga de concreto armado em sua configuração original, considerando danos da armadura longitudinal inferior de 25%, 33% e 50% e recuperada dos respectivos danos. Esta viga está localizada em um ambiente marítimo na cidade de Rio Grande – RS, mais especificamente no terminal de containers TECON.

Conforme mostra a Figura 1.3 e a Figura 1.4 a cidade de Rio Grande, assim como o terminal de containers, estão localizados às margens da Laguna dos Patos, próximo ao encontro entre esta e o Oceano Atlântico. Desta maneira as estruturas de concreto armado localizadas nesta área estão sujeitas a influência de um ambiente marítimo, estando assim mais suscetíveis à deterioração por corrosão da armadura. Este fato foi o principal motivador da elaboração deste trabalho.



Figura 1.3 – Localização da cidade de Rio Grande – RS.

FONTE: GOOGLE®



Figura 1.4 – Localização do TECON Rio Grande – RS.

FONTE: GOOGLE®

Com relação à organização, o presente trabalho foi elaborado em 6 capítulos, sendo este o primeiro.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica acerca dos materiais compósitos, sendo abordadas questões como o histórico e os componentes destes materiais. Dentro disto, é dada especial atenção aos polímeros reforçados com fibras de carbono, bem como suas propriedades, formas de aplicação, modos e ruptura e dimensionamento.

Para se determinar a confiabilidade de uma viga, primeiramente é necessário determinar a sua capacidade resistente. Em relação a isto, no Capítulo 3 é desenvolvido e apresentado um método capaz de determinar esta característica relativa às vigas. É válido ressaltar que o método proposto é um modelo simplificado, porém a análise de sua validade é apresentada no mesmo capítulo a partir de comparações com resultados obtidos por modelos propostos por outros autores.

No Capítulo 4 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre a determinação da confiabilidade na análise de estruturas. São abordados os principais métodos para a avaliação da confiabilidade e o método que será utilizado na determinação do grau de segurança obtido no projeto das vigas estudadas neste trabalho.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos no estudo sobre a confiabilidade da viga de concreto armado original, após, considerando diferentes níveis de dano nas suas armaduras tracionadas de flexão, e por fim, considerando a viga recuperada através da colagem de material compósito.

Finalmente, as conclusões formuladas durante o período de elaboração deste trabalho são mostradas no Capítulo 6.

## **2. MATERIAIS COMPÓSITOS NO REFORÇO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

### **2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

É comum que, com o passar dos anos, as edificações sofram mudanças em seu regime de utilização, seja através de um aumento do nível de carregamento ou resultante de alterações em sua geometria. Além de modificações, o envelhecimento natural e/ou a deterioração resultante de um ataque químico ou físico, alteram as condições iniciais consideradas na época do projeto. Não é raro, ainda, que as estruturas quando construídas apresentem diferenças em relação ao projeto original. Ademais, podem haver falhas intrínsecas que foram geradas pela adoção de hipóteses inadequadas nas fases de planejamento e projeto. Finalmente, materiais e componentes industrializados de baixa qualidade podem ser incorporados durante a sua execução (CAMPAGNOLO et al., 1999).

De acordo com BEBER (2003), o concreto armado, por ser um dos materiais mais importantes da engenharia estrutural, tem merecido atenção especial por parte dos pesquisadores da área em anos recentes. O desenvolvimento da tecnologia do concreto e o avanço das respectivas técnicas de cálculo e de construção, em conjunto com a implementação de ferramentas computacionais sofisticadas capazes de estimar de forma complexa o comportamento do concreto e do aço, vêm permitindo a utilização de elementos progressivamente mais esbeltos. Embora otimizadas sob o ponto de vista estrutural e econômico, estas estruturas são mais sensíveis a eventuais defeitos nos materiais, na execução ou no cálculo, podendo gerar situações de risco. As estruturas de concreto armado de hoje, são, portanto, mais susceptíveis a apresentar um quadro patológico do que as mais antigas, as quais eram dimensionadas com uma margem de segurança superior e dispunham de uma certa reserva de capacidade resistente para suportar a ação de agentes agressivos, mecânicos e/ou químicos.

Desta maneira, cada vez mais buscam-se alternativas que permitam agregar maior resistência e durabilidade às estruturas de concreto armado, tanto em projetos de construção quanto em projetos de reparos e manutenções. No que tange ao reforço à flexão de vigas de concreto armado, a colagem de chapas de aço na face inferior destas vigas apresenta-se como

uma alternativa possível. Porém devido a alguns inconvenientes, como seu peso próprio elevado e a ocorrência de corrosão com o passar do tempo, as chapas de aço vem sendo substituídas por materiais compósitos.

## **2.2 MATERIAIS COMPÓSITOS**

### **2.2.1 Definição**

Segundo HULL e CLYNE (1996), materiais compósitos são aqueles compostos de no mínimo dois outros materiais. Esta composição, na maioria dos casos, se da entre um material forte e rígido, geralmente de forma alongada, e um material mais suave. Já para CHUNG (2010), materiais compósitos são aqueles materiais multifásicos obtidos através de uma combinação artificial de diferentes materiais que, tem por objetivo, atingir uma determinada propriedade que, isoladamente, cada material componente do compósito não atingiria.

Na verdade, não existe uma definição universalmente aceita para materiais compósitos. O problema reside em que nível é feita esta definição. No contexto do presente estudo, materiais compósitos são definidos em termos macro-estruturais (matrizes, partículas, fibras, etc.), onde o compósito é uma combinação macroscópica de dois ou mais materiais distintos, possuindo uma interface distinta entre si. O primeiro destes materiais é o reforço, e o segundo uma matriz de resina polimérica. Além da forma dos componentes, deve-se incluir duas outras características: (i) os componentes são quase sempre quimicamente distintos, e (ii) são essencialmente insolúveis entre si.

Além disto, cabe salientar que os sistemas poliméricos podem ser miscíveis ou imiscíveis. Nos sistemas miscíveis, as misturas são unifásicas; há compatibilidade total entre os componentes dentro de certos limites de composição e temperatura. Nos sistemas imiscíveis, as misturas apresentam mais de uma fase; pode ocorrer compatibilidade interfacial ou incompatibilidade total entre as fases. Quando há compatibilidade interfacial, todos os componentes da mistura podem ser poliméricos ou não. Em qualquer desses casos, sempre que há um componente matricial e um estrutural, o sistema constitui um compósito.

### 2.2.2 Histórico

A utilização de materiais compósitos não é uma prática recente. Segundo MATTHEWS e RAWLINGS (1999), um compósito é um material que tem dois ou mais constituintes ou fases e, assim sendo, pode-se classificar como materiais compósitos os tijolos feitos de lama e reforçados com palha utilizados pelas antigas civilizações.

Já segundo BEBER (1999), os materiais compósitos plásticos utilizados antes do século XX eram baseados em produtos resinosos naturais como piche, caseína e albumina. As primeiras resinas laminares sintéticas foram produzidas por Berzelius em 1847. Estas resinas foram precursoras das resinas fenólicas introduzidas no início da década. Pequenas quantidades de papel e tecido impregnados com resina fenólica formando lâminas foram utilizadas por várias décadas, mas o verdadeiro início da era dos compósitos plásticos aconteceu com a produção de poliéster insaturado reforçado com fibra de vidro.

Outro material muito antigo, e também largamente utilizado atualmente, que pode ser considerado compósito é o concreto armado. Composto por um material aglomerante, agregados e água, o concreto tem sua origem nos impérios egípcio e romano. Já o concreto armado é atribuído a Lambot, francês que construiu, em meados do século XIX, um pequeno barco em concreto armado, exibido em uma feira de exposição em Paris, no ano de 1850, sendo patentado em 1855. No entanto, foi Joseph Monier que, em 1867, fez o primeiro uso prático do concreto armado.

Nos últimos 40 anos, tem havido um rápido aumento na produção de materiais compósitos sintéticos, fibras finas incorporadas em vários plásticos (polímeros). Previsões sugerem que a demanda por materiais compósitos vai continuar a aumentar de forma constante trazendo uma contribuição mais significativa. O estímulo para esta rápida expansão ao longo das últimas décadas foi o desenvolvimento no Reino Unido de fibras de carbono e nos EUA de fibras de boro no início de 1960. Estas novas fibras, que têm altas constantes elásticas, deram um aumento significativo da rigidez dos materiais compósitos tornando possível uma ampla gama de aplicações. Um dos principais fatores foi a elevada relação capacidade de carga-peso que estes materiais possuem. (MATTHEWS e RAWLINGS, 1999)

### 2.2.3 Componentes

Compósitos podem ser construídos a partir da combinação de dois ou mais materiais. Estes materiais podem ser metálicos, orgânicos ou inorgânicos e embora as combinações possíveis sejam virtualmente ilimitadas, as formas dos componentes são mais restritas. As formas de componentes mais usadas são fibras, partículas, lâminas, flocos, “fillers” e matrizes. A matriz é o corpo do compósito; serve para unir os macro-componentes e dar forma ao compósito. As fibras, partículas, lâminas, flocos e fillers são os componentes estruturais e determinam a estrutura interna do compósito.

A Figura 2.1 mostra uma microscopia de um material compósito.

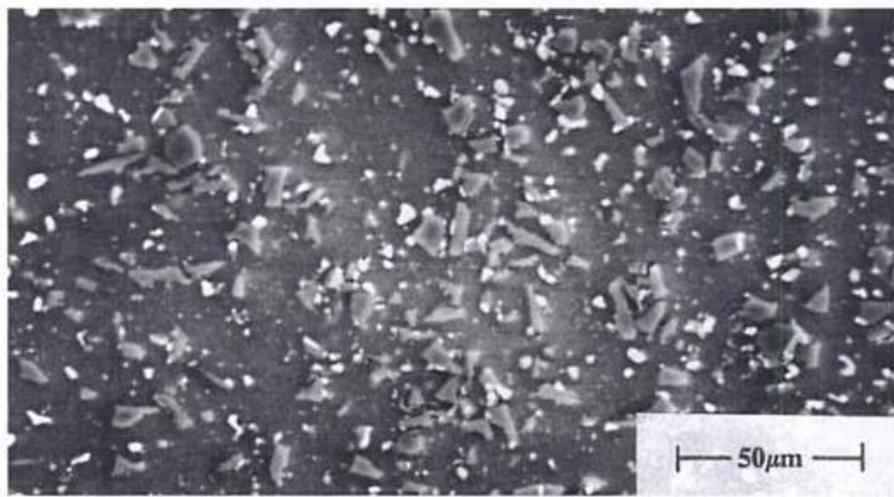


Figura 2.1 – Microscopia eletrônica de uma liga de alumínio (2014) reforçada com partículas angulares de carboneto de silício.

FONTE: MATTHEWS E RAWLINGS (1999)

Atualmente os compósitos constituídos por fibras estão se destacando no que tange ao reforço de estruturas de concreto armado. Isto se explica porque a forma fibrosa de um material é, geralmente, mais resistente que sua forma a granel. No que diz respeito à eficiência, a combinação de um material fibroso de alta resistência à tração e alto módulo de elasticidade com um material de baixo módulo e baixa resistência é a ideal. Assim, quando uma carga é aplicada em um compósito fibroso, constituído por uma matriz de baixo módulo de elasticidade reforçada com fibras de alta resistência e módulo, o fluxo plástico da matriz, sob tensão, transfere a carga para as fibras. Isto resulta em um material de alta resistência e alto módulo, o que determina a rigidez e a resistência do compósito.

Segundo BEBER (1999), muitas fibras cristalinas e amorfas podem ser usadas, incluindo-se o vidro, carbono e boro, além das fibras produzidas a partir de polímeros sintéticos. Construir fibras envolve alinhar as moléculas do material. A alta resistência à tração está associada à melhoria da atração intermolecular resultante deste alinhamento. Fibras poliméricas são fabricadas a partir de polímeros cuja composição química e geometria são basicamente cristalinas e cujas forças intermoleculares são fortes. As fibras de vidro, carbono e Kevlar® (aramida - ARomatic polyAMID) são utilizadas em conjunto com polímeros como poliéster, éster vinílico e epóxi.

## 2.2.4 Propriedades Físicas e Mecânicas

As propriedades físicas e mecânicas do reforço são as características de maior importância na avaliação de sua utilização no reforço estrutural. Propriedades como resistência à tração, resistência à compressão, módulo de elasticidade e durabilidade são algumas das características mais relevantes a se levar em consideração em um projeto de reforço utilizando compósitos.

De acordo com o Consórcio ISIS (2003), a resistência à tração de um polímero reforçado com fibras é largamente dependente das deformações últimas da fibra e da matriz. A Tabela 2.1 descreve como a variação da porcentagem de fibras afeta os modos de ruptura em PRF com índices de deformação máximas diferentes.

Tabela 2.1 – Variação dos modos de ruptura de PRF em função da capacidade de deformação e volume de fibras.

<i>Deformação última</i>	<i>Porcentagem em volume de fibras</i>	<i>Modo de ruptura</i>
Deformação última da matriz é menor que a deformação última das fibras	Pequena (< 10%)	O modo de falha do PRF é governado pela matriz.
	Grande (> 60%)	As fibras suportam a maioria das cargas e a falha da matriz não é crítica. Na falha da matriz, cargas são transferidas para as fibras que continuam a suportar o carregamento até sua deformação última ser atingida.
Deformação última da matriz é maior que a deformação última das fibras	Pequena (< 10%)	Falha nas fibras não implica em ruptura imediata do PRF.
	Grande (> 60%)	Quando as fibras começam a falhar, a transferência de carga das fibras para a matriz é grande e o PRF falha.

FONTE: GARCEZ (2007)

De acordo com GARCEZ (2007), quando submetidos à tração, os PRF não apresentam escoamento antes da ruptura. O comportamento à tração de polímeros reforçados com apenas um tipo de fibra é caracterizado por uma relação tensão *versus* deformação elástico-linear, até a ruptura, que ocorre de forma brusca e pode ser catastrófica. O comportamento elástico-linear pode ser alterado quando os PRF são fabricados com coquetéis de fibras com características diferentes.

Em geral os compósitos reforçados com fibras são utilizados no reforço à tração de estruturas. Porém em alguns casos podem ser submetidos a tensões de compressão, especialmente quando ocorrem redistribuições de cargas na estrutura ou quando a mesma está submetida a carregamentos cíclicos. O modo de falha de uma estrutura reforçada submetida a tração depende do tipo de fibra, porcentagem em volume de fibras, tipo de resina, impregnação das fibras pela matriz e aderência entre fibra e matriz.

Em relação ao módulo de elasticidade, na direção das fibras, de um PRF unidirecional, este pode ser expresso em termos dos módulos de elasticidade dos seus componentes e de suas respectivas porcentagens em volume. Já o módulo de elasticidade na direção perpendicular às fibras é, geralmente, muito baixo. (GARCEZ, 2007)

Já em relação à durabilidade, UOMOTO (2001) ressalta que a exposição dos PRF a certas condições ambientais adversas pode afetar sua durabilidade. Tanto as fibras quanto a matriz polimérica e a interface fibra-matriz podem se degradar quando expostas a condições ambientais agressivas. Como as fibras governam a maioria das propriedades mecânicas dos PRF, se a deterioração atingir somente a matriz, os compósitos podem, ainda, resistir por algum tempo à maioria das solicitações. Entretanto, se o adesivo for atacado e deteriorado de tal forma que as fibras se soltem da superfície do PRF, pode ocorrer o comprometimento da resistência do compósito.

KARBHARI (2001) afirma que devido a isto, as normas internacionais adotam fatores de redução bastante conservadores para levar em conta a redução da tensão de tração devido a cargas constantes e ações do meio ambiente.

## 2.3 POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS DE CARBONO

### 2.3.1 Fibras de carbono

Às margens do findar do Século XIX, mais precisamente em dezembro de 1879, o norte-americano Thomas Edison mostrava publicamente pela primeira vez a sua mais recente invenção, a lâmpada incandescente. A partir da decomposição térmica de algodão, Edison obteve os filamentos que necessitava para fazer sua lâmpada funcionar e estes filamentos podem ser considerados fibras de carbono. Estes são os primeiros registros da utilização deste material.

O carbono é um elemento químico, e sua forma mais estável, à temperatura ambiente, é o carbono cristalizado, ou grafite. As fibras de carbono são compostas de uma mistura de carbono nas formas amorfa e cristalina. Estas fibras são produzidas através de um processo de carbonização ou pirólise de um filamento orgânico a temperaturas que variam entre 1000 °C e 3000 °C. O processo envolve uma série de tratamentos: estabilização, carbonização, grafitação e tratamento superficial. (GARCEZ, 2007)

Segundo BEBER (1999) as fibras de carbono podem ser divididas em 3 gerações. A primeira geração com alta resistência e alto módulo, foram fabricadas a partir do rayon. Sua fabricação consiste em esticar as fibras em várias vezes o seu comprimento original sob temperaturas acima de 2800 °C. O alto custo deste processo e a incerteza quanto à fácil obtenção de matéria-prima, o rayon, tornou este tipo de fibra obsoleta.

Já a segunda geração de fibras de carbono é fabricada a partir de fibras sintéticas de poliácridonitrila (PAN) e alcançou o domínio do mercado através da combinação de baixo custo de produção e boas propriedades físicas. Ao mesmo tempo em que é transformada em fios, as fibras são esticadas para que as cadeias moleculares se alinhem paralelamente ao eixo das fibras. A PAN é então aquecida até 250 °C em um ambiente de oxigênio onde absorve energia e ganha em resistência. A carbonização da fibra começa quando o polímero, sem tensão, é aquecido em uma atmosfera inerte. Quanto maior a energia de aquecimento fornecida ao filamento de carbono, mais alta será a sua rigidez.

A terceira geração de fibras de carbono é baseada no piche como matéria-prima. O piche é uma mistura isotrópica de grandes compostos aromáticos. As fibras de piche têm pouca ou nenhuma orientação preferencial e, portanto, baixa resistência e módulo. O piche é uma matéria-prima muito barata quando comparada com o rayon e PAN. Fibras de carbono com alta resistência e módulo são obtidas a partir de piche que tenha sido primeiramente convertido em cristal líquido.

Segundo HANCOX E MAYER (1994), existem mais de 100 tipos de fibras de carbono disponíveis para utilização em PRF. Além das aplicações na engenharia civil, as fibras de carbono têm inúmeras outras aplicações na indústria aeroespacial e automotiva, assim como em barcos, bicicletas e equipamentos esportivos, onde elevada resistência à tração, aliada a baixo peso, são requisitos fundamentais.

### **2.3.2 Matrizes**

Simplificadamente, matrizes são os materiais que tem por função envolver as fibras de um material compósito. Também chamadas de resinas impregnantes ou, simplesmente, resina, quando formada por um polímero de elevado peso molecular, as matrizes poliméricas podem ser agrupadas em duas categorias, de acordo com sua resposta mecânica a temperaturas elevadas: termofixos e termoplásticos.

De acordo com HULL E CLYNE (1996), em relação aos polímeros termofixos, as resinas mais utilizadas são epoxi, poliéster insaturado e o éster de vinilo. Estes cobrem uma classe muito vasta de produtos químicos e uma ampla gama de propriedades físicas e mecânicas pode ser obtida. Em polímeros termofixos, a resina líquida é convertida num sólido rígido por reticulação química, o que leva à formação de uma rede tridimensional firmemente interligada. As propriedades mecânicas dependem das unidades moleculares que constituem a rede e do comprimento e densidade das ligações cruzadas. Este comprimento é determinado pelos produtos químicos iniciais utilizados e a densidade é função do controle dos processos de ligação cruzada durante o processo de cura.

Ao contrário dos polímeros termofixos, os termoplásticos não são reticulados. Eles derivam a sua resistência e rigidez das propriedades inerentes às unidades de monômero e o peso molecular muito elevado. Isso garante que, em materiais termoplásticos amorfos, há uma concentração elevada de complicações molecular, que atuam como ligações cruzadas, e que,

em materiais semicristalinos existe um elevado grau de ordem molecular e alinhamento. O aquecimento de materiais amorfos desfaz o emaranhado e uma mudança de um sólido rígido a um líquido viscoso. Em materiais cristalinos o aquecimento resulta na fusão da fase cristalina para se obter um líquido viscoso amorfo. Ambos os polímeros amorfos e semicristalinos podem ter propriedades anisotrópicas, em função das condições durante a solidificação. Em polímeros amorfos isto é devido ao alinhamento molecular que ocorre durante o fluxo de material fundido no molde ou, posteriormente, durante a deformação plástica. Da mesma forma, em polímeros cristalinos, as unidades cristalinas lamelares podem desenvolver uma orientação preferencial, devido, por exemplo, a nucleação não uniforme nas superfícies de fibras, ou no material fundido que flui, e crescimento preferencial em algumas direções devido aos gradientes de temperatura na massa fundida.

Propriedades como a resistência a tração específica e o módulo de elasticidade específico da matriz são importantes para a determinação das características do material compósito. Pela regra das misturas, o módulo de elasticidade de um material compósito é obtido pela soma dos módulos de elasticidade da matriz e da fibra multiplicados pelas respectivas porcentagens em volume de cada material. Como um PRF é formado tipicamente por 30% de matriz e 70% de fibras, a matriz não contribuirá significativamente para o módulo de elasticidade do compósito, uma vez que os valores da porcentagem em volume e do módulo de elasticidade das fibras são muito mais elevados que os da matriz. (GARCEZ, 2007)

### **2.3.3 Aplicação do reforço**

Apesar de não se necessitar de mão de obra especializada para realizar a aplicação do polímero reforçado com fibra de carbono, devem-se ter alguns cuidados especiais em relação à preparação da superfície que receberá o reforço.

Conforme mostra a Figura 2.2, o primeiro cuidado a se ter é garantir o desgaste, geralmente com a utilização de disco diamantado, da superfície que receberá o reforço, isto é, retirar a nata de cimento superficial e limpar a superfície, garantindo uma melhor aderência do compósito ao concreto. Além disto, eventuais imperfeições devem ser corrigidas antes da aplicação do reforço, evitando, assim, que uma possível concentração de tensões em pontos

localizados possa vir a prejudicar a ação do compósito, que pode ser arrancado do elemento reforçado a partir destes pontos.



Figura 2.2 – Preparação da superfície.

FONTE: BEBER (1999)

De acordo com MACHADO (2006), não é recomendável que o PRFC seja aplicado em substratos de concreto com resistência à compressão inferior a 14 MPa. Já o guia de dimensionamento ACI 440.2R-02 (2002), recomenda que este tipo de reforço não seja utilizado em substratos de concreto com resistência à tração inferior a 1,4 MPa e resistência à compressão inferior a 17 MPa.

Estando regularizada a superfície, esta deve receber uma camada de adesivo de baixa viscosidade que penetre nos poros e consolide o substrato, conforme mostra a Figura 2.3.



Figura 2.3 – Superfície impregnada.

FONTE: BEBER (1999)

Após a impregnação da superfície faz-se a aplicação da resina epóxi, conforme mostra a Figura 2.4.



Figura 2.4 – Aplicação da resina epóxi.

FONTE: BEBER (1999)

Após a aplicação da resina epóxi, aplica-se o PRFC, cuidando para não deixar ar aprisionado, conforme mostra a Figura 2.5.

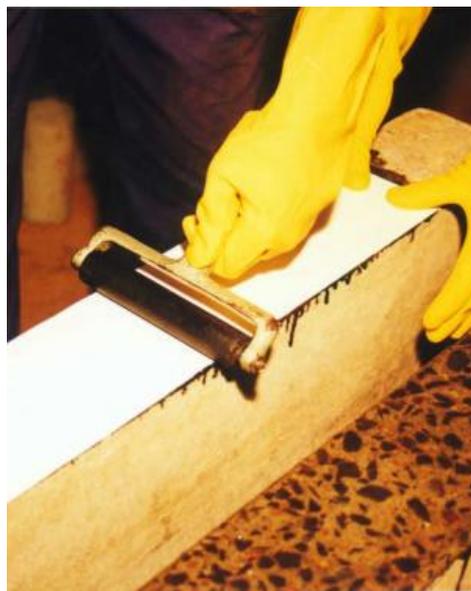


Figura 2.5 – Aplicação do PRFC.

FONTE: BEBER (1999)

Após o posicionamento do reforço no elemento estrutural, retira-se o papel protetor e aplica-se uma camada fina de adesivo, para cobrir a superfície reforçada, conforme mostra a Figura 2.6 e a Figura 2.7.

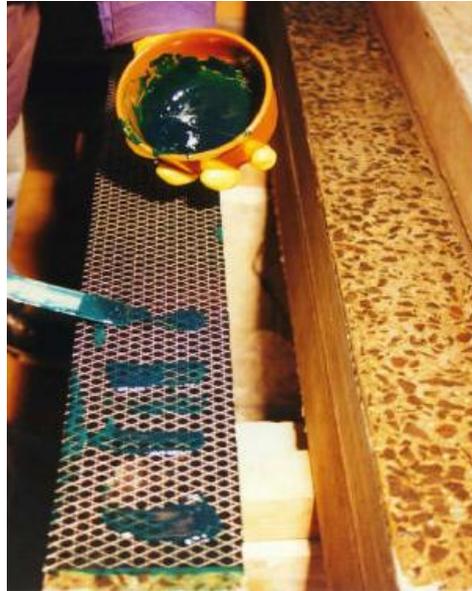


Figura 2.6 – Aplicação da resina epóxi no PRFC.

FONTE: BEBER (1999)



Figura 2.7 – Superfície acabada.

FONTE: BEBER (1999)

De acordo com BEBER (1999), o tempo de cura da resina e consequentemente do reforço, depende das condições climáticas, temperatura e umidade. Este período, salvo condições extremas, não ultrapassa os 7 dias. Depois de terminado o período de cura, a superfície reforçada pode receber reboco, proteção contra fogo ou pintura de qualquer natureza.

#### **2.3.4 Vantagens e desvantagens dos reforços com PRFC**

A utilização de polímeros reforçados com fibras de carbono no reforço de estruturas apresenta algumas vantagens em relação a outros materiais como, por exemplo, as chapas de aço.

Devido ao baixo peso dos componentes, sua flexibilidade e facilidade de manuseio, as lâminas de fibra de carbono podem ser aplicadas em espaços restritos. Na maioria dos casos não existe a necessidade de isolamento da obra, caso haja, este é bastante reduzido quando comparado ao que acontece em reformas e recuperações devido a vibrações, barulho, sujeira, etc. Além disso, a mão-de-obra utilizada é, essencialmente, sem especialização.

Outros fatores interessantes a se destacar são a não há necessidade de proteção contra corrosão, a barreira contra ataques de cloretos formada pelo adesivo e a possibilidade de aplicação de qualquer pintura no reforço. Além disso, a aplicação deste tipo de reforço em elementos de concreto armado não oferece qualquer risco de enfraquecimento ou dano para a estrutura porque se trata de um processo não intrusivo, ou seja, não há a necessidade de ancoragens com parafusos ou qualquer outro sistema.

Segundo BEBER (2003), no sistema de reforço com chapas de aço coladas, por exemplo, existe a necessidade de preparação da superfície que irá receber a chapa através do apicoamento de toda a nata de cimento que existe na superfície do elemento de concreto. Este procedimento, de forma contraditória, poderá provocar danos ao elemento reforçado. No sistema de reforço com lâminas de fibra de carbono, necessita-se apenas que a camada de nata de cimento seja removida com lixa, politriz, jato de areia ou jato de água.

BEBER (2003) ressalta ainda que por apresentar uma baixa relação peso próprio/resistência, a aplicação deste tipo de reforço não afeta significativamente o carregamento sobre as fundações, além de ser mínimo o aumento das seções reforçadas.

Como desvantagens podem-se citar, por exemplo, a falta de normas brasileiras que regem os procedimentos de projeto e aplicação deste tipo de reforço e muitas vezes o alto custo inicial do material. EMMONS ET. AL. (1998) cita ainda como desvantagens a necessidade de proteção ao fogo e radiação (raios ultra violeta). Entretanto, não deve ser considerada como um obstáculo para o desenvolvimento destas técnicas.

Nota-se que todas as vantagens proporcionadas por esta técnica, aliadas ao grande incremento de resistência à flexão, faz com que se busquem opções para minimizar as desvantagens, tornando o reforço de estruturas com polímeros reforçados com fibras de carbono uma alternativa muito atraente.

## **2.4 PROJETO DE REFORÇO À FLEXÃO COM PRF BASEADO NAS RECOMENDAÇÕES DO *FIB BULLETIN 14***

Visto que no Brasil ainda não se dispõe de uma norma específica relativa ao dimensionamento e execução de reforço de estruturas à base de materiais compósitos, tende-se a buscar normas internacionais que orientem estes procedimentos. De acordo com FORTES ET AL. (2002), os engenheiros têm utilizado as recomendações dos fabricantes, do *ACI – Committee 440* (ACI 440.2R, 2002) e *do bulletin 14* (fib, 2001). Contudo, os manuais dos fabricantes e os códigos têm sofrido modificações constantes, na tentativa de acompanhar o avanço do conhecimento.

A *International Federation for Structural Concrete fib – Fédération Internationale Du Béton* – criada a partir da união do CEB e FIP em 1998, publicou em 2001 um relatório técnico no qual são apresentadas recomendações para o projeto de reforço com uso de materiais compósitos à base de fibras (PRF) colados externamente à estrutura, para a prática de execução e controle de qualidade. Este relatório técnico recebeu o nome de “Externally bonded FRP reinforcement for RC structures - Bulletin 14” desenvolvido pelo Task Group 9.3 FRP (Fibre Reinforced Polymer) reinforcement for concrete structures. Este grupo é formado por aproximadamente 60 membros, representando a maioria das universidades europeias, institutos de pesquisa e indústrias que trabalham para o avanço deste campo de pesquisa de materiais compósitos usados para a recuperação e reforço de estruturas de concreto. Também membros do Canadá, Japão e USA formam este grupo de pesquisa. (PALIGA, 2008)

Para o dimensionamento do reforço deve-se levar em consideração o efeito do carregamento aplicado à estrutura antes da aplicação do reforço. Para tanto, deve-se determinar a deformação no concreto na fibra de maior tração ( $\epsilon_o$ ). Na Figura 2.8 estão representadas as características da seção fissurada.

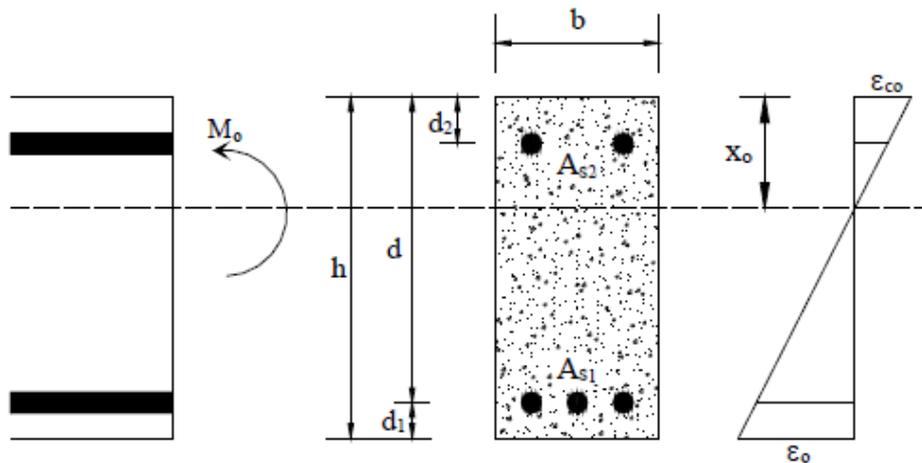


Figura 2.8 – Características da seção fissurada.

FONTE: PALIGA (2008)

Baseado no princípio da homogeneização da seção com diferentes materiais, a profundidade da linha neutra ( $x_o$ ) pode ser obtida a partir da expressão (2.1).

$$\frac{1}{2}x_o^2 + \left(\frac{E_s}{E_c} - 1\right) A_{s2}(x_o - d_2) = \frac{E_s}{E_c} A_{s1}(d - x_o) \quad (2.1)$$

Na expressão (2.1),  $E_c$  e  $E_s$  são, respectivamente, o módulo de elasticidade do concreto e do aço.

A deformação no concreto na fibra de maior tração ( $\epsilon_o$ ) pode ser obtida a partir da expressão (2.2).

$$\epsilon_o = \epsilon_{co} \frac{h - x_o}{x_o} \quad (2.2)$$

Na expressão (2.2),  $\epsilon_{co}$  é a deformação no concreto na fibra mais comprimida que pode ser obtida a partir da expressão (2.3).

$$\epsilon_{co} = \frac{M_o x_o}{E_c I_o} \quad (2.3)$$

Na expressão (2.3),  $M_o$  é o momento de serviço sem coeficiente de majoração e  $I_o$  é o momento de inércia da seção homogeneizada que pode ser obtido a partir da expressão (2.4).

$$I_o = \frac{bx_o^3}{3} + \left(\frac{E_s}{E_c} - 1\right) A_{s2}(x_o - d_2)^2 + \frac{E_s}{E_c} A_{s1}(d - x_o)^2 \quad (2.4)$$

Após a determinação da deformação no concreto na fibra de maior tração, pode-se partir para a análise da seção no estado limite último (ELU). Para a determinação da área de reforço a ser adotada, deve-se primeiramente calcular a profundidade da linha neutra considerando-se a compatibilidade de deformações e o equilíbrio interno de forças, apresentadas na Figura 2.9.

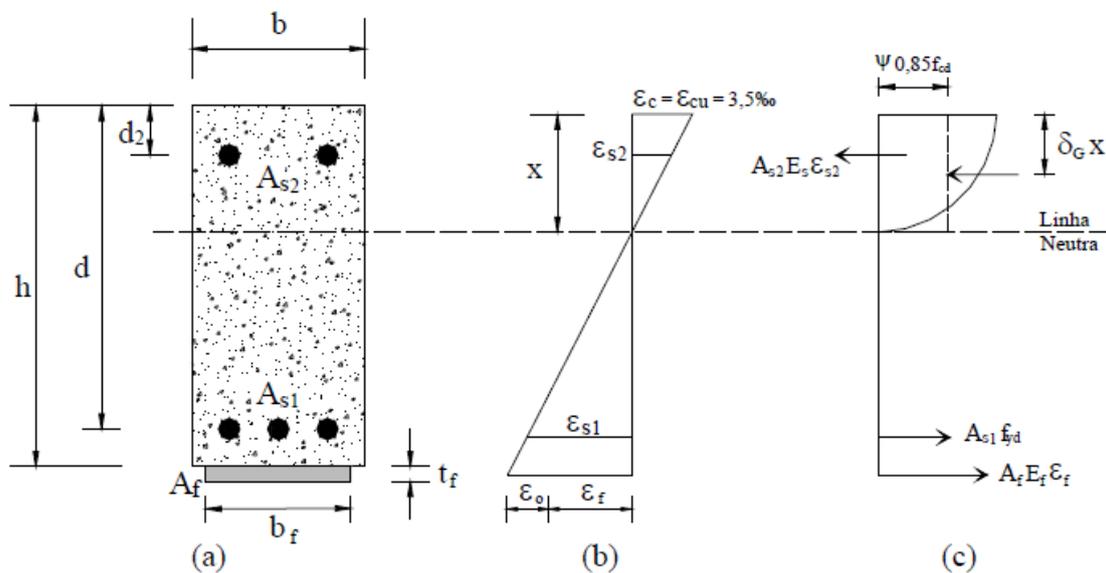


Figura 2.9 – Análise da seção no ELU: (a) geometria, (b) distribuição de deformações e (c) distribuição de tensões.

FONTE: PALIGA (2008)

Para o cálculo da profundidade da linha neutra ( $x$ ) é usada a expressão (2.5).

$$0,85\psi f_{cd}bx + A_{s2}E_s\varepsilon_{s2} = A_{s1}f_{yd} + A_fE_f\varepsilon_f \quad (2.5)$$

Na expressão (2.5),  $\psi = 0,8$ ,  $\varepsilon_{s2}$  e  $\varepsilon_f$  são, respectivamente, a deformação no aço comprimido e no reforço e podem ser obtidas a partir das expressões (2.6) e (2.7)

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{cu} \frac{x - d_2}{x}, \text{ onde } E_s\varepsilon_{s2} \leq f_{yd} \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{cu} \frac{h - x}{x} - \varepsilon_o \quad (2.7)$$

Nas expressões (2.6) e (2.7),  $\varepsilon_{cu}$  é a deformação última do concreto.

A área de reforço a ser utilizada é obtida a partir da resolução da expressão (2.8).

$$M_{Rd} = A_{s1} f_{yd} (d - \delta_G x) + A_f E_f \varepsilon_f (h - \delta_G x) + A_{s2} E_s \varepsilon_{s2} (\delta_G x - d_2) \quad (2.8)$$

Na expressão (2.8),  $M_{Rd}$  é o momento de ruptura de cálculo e  $\delta_G = 0,4$ .

Para as expressões apresentadas acima serem válidas, as hipóteses admitidas nas expressões (2.9) e (2.10) devem ser verificadas.

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu} \frac{d - x}{x} \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{cu} \frac{h - x}{x} - \varepsilon_o \leq \varepsilon_{fud} \quad (2.10)$$

Nas expressões (2.9) e (2.10),  $\varepsilon_{s1}$  é a deformação no aço tracionado,  $f_{yd}$  é a tensão de escoamento de cálculo do aço e  $\varepsilon_{fud}$  é a deformação última de cálculo do reforço que pode ser obtida a partir da expressão (2.11).

$$\varepsilon_{fud} = \frac{\varepsilon_{fuk}}{\gamma_f} \quad (2.11)$$

Na expressão (2.11),  $\varepsilon_{fuk}$  e  $\gamma_f$  são, respectivamente, a deformação última característica e o coeficiente de majoração do reforço. Para o reforço em fibra de carbono, pode-se adotar para este coeficiente valores de 1,20, para locais de fácil aplicação do reforço, e 1,35 para locais que dificultem a aplicação do reforço.

O modo de ruptura envolvendo escoamento da armadura de tração seguido da ruptura do PRF é teoricamente possível. Entretanto, é provável que o descolamento prematuro preceda a ruptura do PRF, e conseqüentemente, este mecanismo não será atingido. A análise para este mecanismo de ruptura é feita segundo os princípios adotados para o caso de ruptura escoamento da armadura/esmagamento do concreto. Assim, as expressões (2.5) e (2.8) são ainda aplicáveis, com as seguintes modificações:  $\varepsilon_{cu}$  é substituído por  $\varepsilon_c$ ;  $\varepsilon_f$  é substituída por  $\varepsilon_{fud}$ ; e  $\psi$ ,  $\delta_G$ , são calculados pelos conjuntos de expressões (2.12) e (2.13).

$$\left| \begin{array}{l} \psi = 1000\varepsilon_c \left( 0,5 - \frac{1000}{12} \varepsilon_c \right) \text{ para } \varepsilon_c \leq 0,002 \\ \psi = 1 - \frac{2}{3000\varepsilon_c} \text{ para } 0,002 \leq \varepsilon_c \leq 0,0035 \end{array} \right. \quad (2.12)$$

$$\left| \begin{array}{l} \delta_G = \frac{8 - 1000\varepsilon_c}{4(6 - 1000\varepsilon_c)} \text{ para } \varepsilon_c \leq 0,002 \\ \delta_G = \frac{1000\varepsilon_c(3000\varepsilon_c - 4) + 2}{2000\varepsilon_c(3000\varepsilon_c - 2)} \text{ para } 0,002 \leq \varepsilon_c \leq 0,0035 \end{array} \right. \quad (2.13)$$

### **3. MODELO TRILINEAR PARA DETERMINAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS**

#### **3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Visto que o objetivo principal do trabalho é a determinação da confiabilidade de vigas de concreto armado reforçadas com PRFC e esta avaliação se dá a partir de inúmeras comparações entre a capacidade resistente da viga e carregamentos aplicados sobre esta, a utilização de processos simplificados garante uma resposta mais rápida. Assim sendo, o objetivo deste capítulo é estabelecer um método simplificado capaz de determinar a capacidade resistente de vigas de concreto armado reforçadas.

Determinar a capacidade resistente de uma viga consiste basicamente em determinar o seu momento de ruptura, ou seja, o seu estado limite último. Um estado limite último pode ser atingido por ruptura de uma ou mais partes da estrutura ou por instabilidade do equilíbrio. A ruptura pode ocorrer por esmagamento do concreto ou por uma deformação plástica excessiva das armaduras (esta última sendo uma ruptura convencional). (ARAÚJO, 2003)

Porém, apenas a determinação do momento de ruptura da estrutura, não é o bastante neste caso. Para que seja possível a validação deste método simplificado, são necessárias comparações com resultados obtidos por métodos já validados. Estas comparações se dão, entre outras maneiras, através de gráficos *carga x deslocamento vertical (flechas)*. Para a determinação das flechas, foram utilizadas equações contidas em GARCEZ (2007) e, para que isso fosse possível, foi necessária a determinação dos estados limites em cada Estádio.

De acordo com Araújo (2003), no projeto de estruturas usuais de concreto armado, são considerados o estado limite de deformações excessivas e o estado limite de abertura de fissuras. Baseado nisso, o Estádio I está compreendido entre o início do carregamento e o momento de fissuração do concreto, enquanto o Estádio II está compreendido entre o momento de fissuração do concreto e o momento de escoamento do aço e o Estádio III está compreendido entre o momento de escoamento do aço e o momento de ruptura da estrutura.

Assim, o procedimento adotado para a obtenção do método de determinação da capacidade resistente das vigas estudadas foi a análise do equilíbrio de tensões em suas seções transversais. Portanto, o primeiro passo foi estabelecer uma viga-modelo e a seguir determinar todas as expressões que caracterizam as tensões que cada material pode absorver.

A partir destas expressões, determinaram-se, através de um processo direto, as equações que regem a posição da linha neutra para o Estádio I, a curvatura e o momento fletor de fissuração do concreto. Posteriormente determinaram-se, também através de um processo direto, as expressões que regem a posição da linha neutra para o Estádio II, a curvatura e o momento fletor de escoamento do aço tracionado. E por fim, determinaram-se através de um processo iterativo, as expressões que regem a posição da linha neutra para o Estádio III, a curvatura e o momento fletor último da viga.

Como exposto anteriormente, a validação do modelo trilinear foi analisada a partir de comparações entre resultados numéricos e diagramas *carga x flecha* obtidos através do método proposto e resultados obtidos por outros autores.

### 3.2 MÉTODO PARA A DETERMINAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES

#### 3.2.1 Modelo de viga proposto

O modelo trilinear foi determinado a partir do modelo de viga mostrado na Figura 3.1.

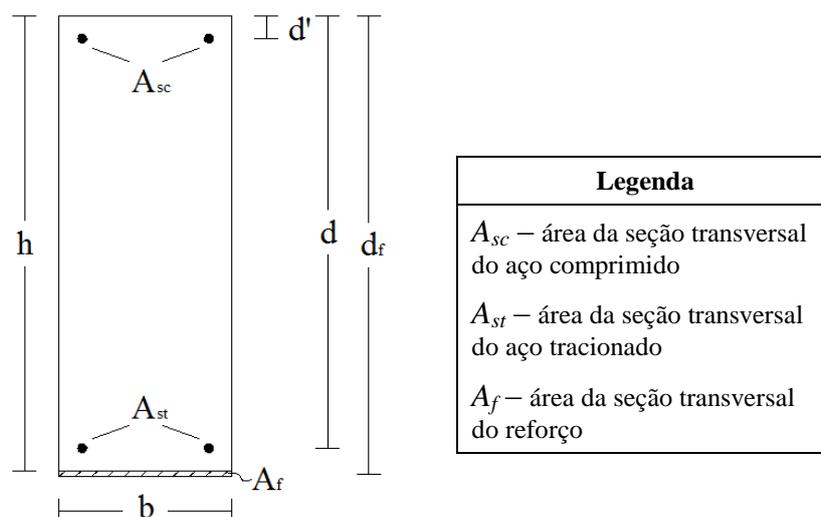


Figura 3.1 – Modelo de viga proposto.

Para vigas com características diferentes das apresentadas na Figura 3.1, como por exemplo, um maior número de camadas de armadura, o modelo deverá ser adaptado.

### 3.2.2 Estádio I

O Estádio I está compreendido entre o início do carregamento e a fissuração do concreto. Portanto, seu estado limite é determinado pelo momento fletor de fissuração do concreto e a curvatura de fissuração do concreto. Para determinar as expressões que regem o estado limite da viga no Estádio I, adota-se o procedimento apresentado na Figura 3.2.

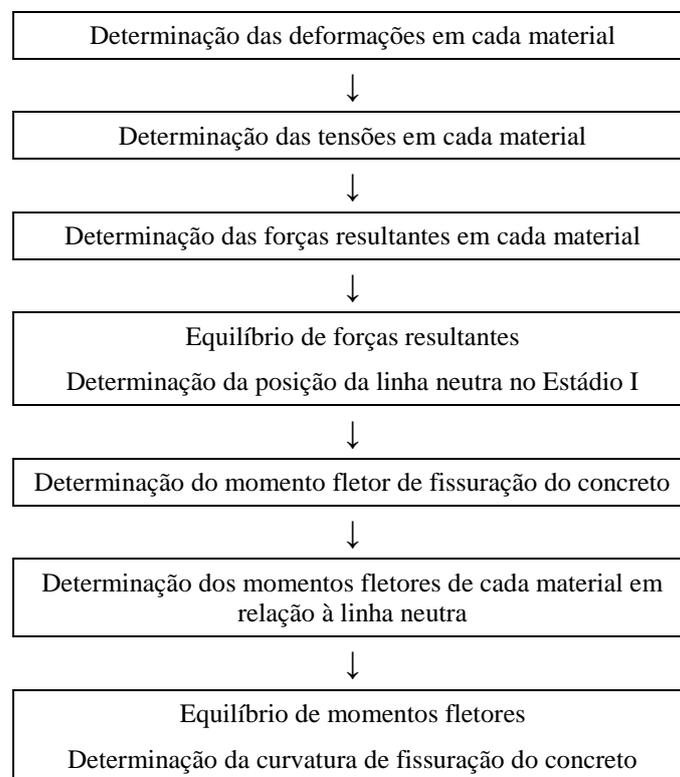


Figura 3.2 – Fluxograma: determinação do estado limite no Estádio I.

A distribuição das deformações de cada material está representada na Figura 3.3. Genericamente, a deformação ( $\varepsilon$ ) pode ser obtida a partir da expressão (3.1).

$$\varepsilon = \phi \cdot y \quad (3.1)$$

Na expressão (3.1),  $\phi$  é a curvatura e  $y$  é distância entre o centroide do material e a posição da linha neutra.

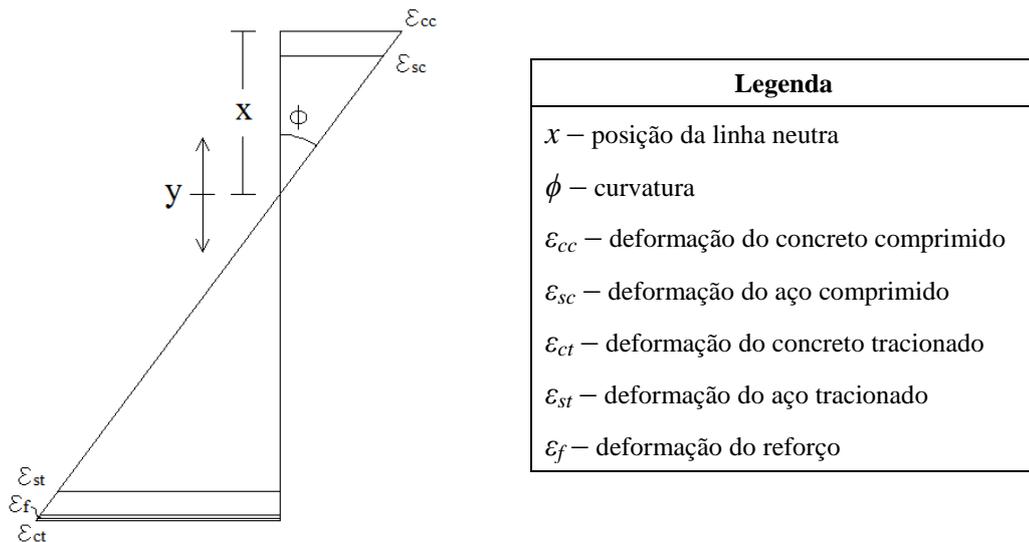


Figura 3.3 – Distribuição das deformações de cada material.

A partir da expressão (3.1) e da Figura 3.3, pode-se determinar as expressões que regem a deformação de cada material, conforme mostra o conjunto de expressões (3.2).

$$\begin{cases} \epsilon_{cc} = \phi \cdot x \\ \epsilon_{sc} = \phi \cdot (x - d') \\ \epsilon_{ct} = \phi \cdot (h - x) \\ \epsilon_{st} = \phi \cdot (d - x) \\ \epsilon_f = \phi \cdot (d_f - x) \end{cases} \quad (3.2)$$

A distribuição das tensões de cada material está representada na Figura 3.4. Genericamente, a tensão ( $\sigma$ ) pode ser obtida a partir da expressão (3.3).

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (3.3)$$

Na expressão (3.3),  $E$  é o módulo de elasticidade do material.

A partir da expressão (3.3), pode-se determinar as expressões que regem a tensão de cada material, conforme mostra o conjunto de expressões (3.4).

$$\begin{cases} \sigma_{cc} = E_c \cdot \epsilon_{cc} \\ \sigma_{sc} = E_s \cdot \epsilon_{sc} \\ \sigma_{ct} = E_c \cdot \epsilon_{ct} \\ \sigma_{st} = E_s \cdot \epsilon_{st} \\ \sigma_f = E_f \cdot \epsilon_f \end{cases} \quad (3.4)$$

No conjunto de expressões (3.4),  $E_c$ ,  $E_s$  e  $E_f$  são, respectivamente, o módulo de elasticidade do concreto, do aço e do reforço.

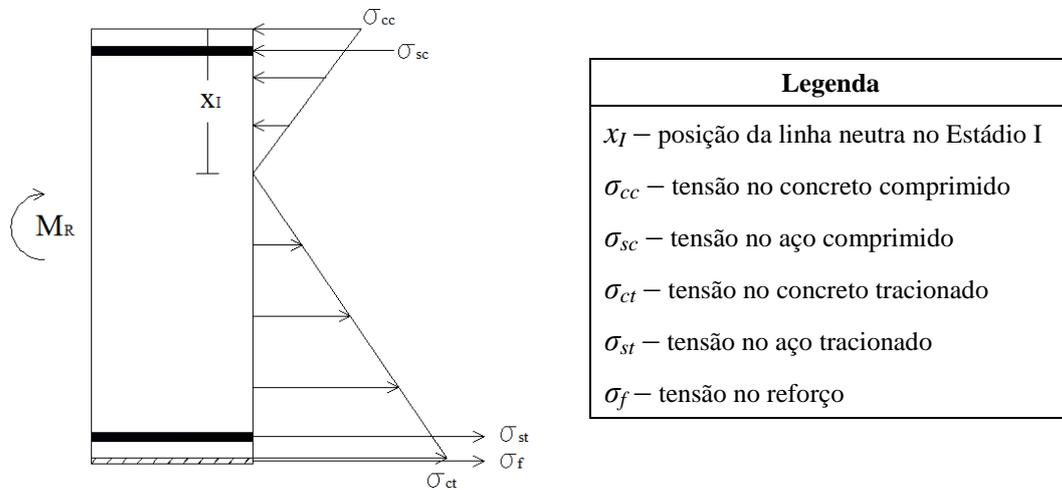


Figura 3.4 – Distribuição das tensões de cada material no Estádio I.

De acordo com o CEB (1990), caso não seja conhecido o valor do módulo de elasticidade do concreto, este pode ser obtido a partir da expressão (3.5).

$$E_c = 0,85.21500. \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad (3.5)$$

Na expressão (3.5),  $f_{cm}$  é a resistência à compressão média do concreto.

De acordo com o mesmo CEB (1990),  $f_{cm}$  pode ser obtido a partir da expressão (3.6).

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (3.6)$$

Na expressão (3.6),  $f_{ck}$  é a resistência à compressão característica do concreto.

A distribuição de forças resultantes de cada material no Estádio I está apresentada na Figura 3.5. Genericamente, a força resultante ( $R$ ) pode ser obtida a partir da expressão (3.7).

$$R = \int_A \sigma. dA \quad (3.7)$$

Na expressão (3.7),  $A$  é a área da seção transversal do material.

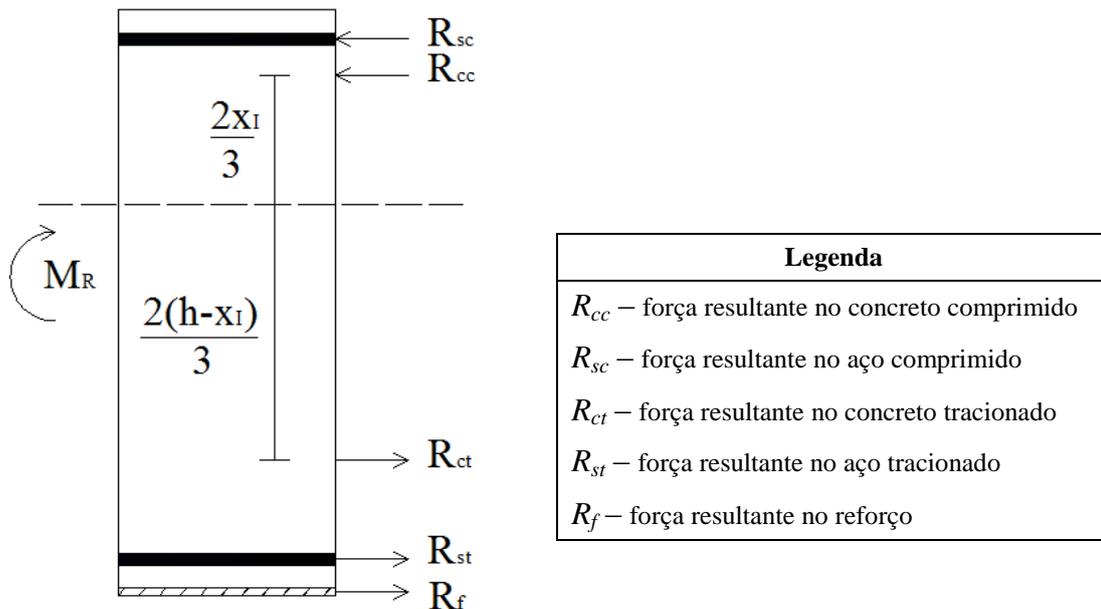


Figura 3.5 – Distribuição das forças resultantes no Estádio I.

A partir da expressão (3.7) e da Figura 3.5, pode-se determinar as expressões que regem a força resultante de cada material, no Estádio I, conforme mostra o conjunto de expressões (3.8).

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{cc} = \sigma_{cc} \cdot \frac{b \cdot x}{2} \\ R_{sc} = \sigma_{sc} \cdot A_{sc} \\ R_{ct} = \sigma_{ct} \cdot \frac{b \cdot (h - x)}{2} \\ R_{st} = \sigma_{st} \cdot A_{st} \\ R_f = \sigma_f \cdot A_f \end{array} \right. \quad (3.8)$$

A expressão que rege a posição da linha neutra no Estádio I pode ser obtida a partir do equilíbrio de forças resultantes, conforme mostra a expressão (3.9).

$$R_{cc} + R_{sc} - R_{ct} - R_{st} - R_f = 0 \quad (3.9)$$

A partir das expressões obtidas anteriormente, determinou-se a expressão que rege a posição da linha neutra no Estádio I ( $x_I$ ), conforme mostra a expressão (3.10).

$$x_I = \frac{(b \cdot E_c \cdot h^2 / 2) + (A_{sc} \cdot d' + A_{st} \cdot d) \cdot E_s + A_f \cdot d_f \cdot E_f}{b \cdot E_c \cdot h + (A_{st} + A_{sc}) \cdot E_s + A_f \cdot E_f} \quad (3.10)$$

O momento de fissuração do concreto ( $M_{cr}$ ) pode ser obtido pela expressão (3.11).

$$M_{cr} = \frac{I_c \cdot f_{ctm}}{(h - x_I)} \quad (3.11)$$

Na expressão (3.11),  $f_{ctm}$  é a resistência à tração média do concreto e  $I_c$  é o momento de inércia da viga que pode ser obtido a partir da expressão (3.12).

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (3.12)$$

Segundo o CEB (1990), a resistência à tração média do concreto pode ser determinada a partir da expressão (3.13).

$$f_{ctm} = 1,40 \left( \frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \quad (3.13)$$

Genericamente, o momento fletor ( $M$ ), de um material em relação à posição da linha neutra pode ser obtido a partir da expressão (3.14).

$$M = R \cdot Z \quad (3.14)$$

Na expressão (3.14),  $Z$  é a distância entre o ponto de aplicação da força resultante e o ponto em que se deseja saber o momento fletor.

A partir da expressão (3.14) e da Figura 3.5, pode-se determinar as expressões que regem o momento fletor de cada material em relação à posição da linha neutra, no Estádio I, conforme mostra o conjunto de expressões (3.15).

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{cc} = \frac{2 \cdot x_I}{3} \cdot R_{cc} \\ M_{sc} = (x_I - d') \cdot R_{sc} \\ M_{ct} = \frac{2 \cdot (h - x_I)}{3} \cdot R_{ct} \\ M_{st} = (d - x_I) \cdot R_{st} \\ M_f = (d_f - x_I) \cdot R_f \end{array} \right. \quad (3.15)$$

No conjunto de expressões (3.15),  $M_{cc}$ ,  $M_{sc}$ ,  $M_{ct}$ ,  $M_{st}$  e  $M_f$  são, respectivamente, o momento fletor do concreto comprimido, do aço comprimido, do concreto tracionado, do aço tracionado e do reforço.

O equilíbrio de momentos fletores em relação à linha neutra no Estádio I está apresentado na expressão (3.16).

$$M_I = M_{cc} + M_{sc} + M_{ct} + M_{st} + M_f \quad (3.16)$$

Na expressão (3.16),  $M_I$  representa um momento fletor no Estádio I.

A partir das expressões obtidas anteriormente, determinou-se a expressão que rege a curvatura correspondente ao Estádio I ( $\phi_I$ ), conforme mostra a expressão (3.17).

$$\phi_I = \frac{M_I}{K_I} \quad (3.17)$$

Na expressão (3.17),  $K_I$  é a rigidez à flexão da viga no Estádio I que pode ser obtida a partir da expressão (3.18).

$$K_I = [bE_c h + (A_{sc} + A_{st})E_s + E_f A_f] x_I^2 - 2 \left[ \frac{bE_c h^2}{2} + (A_{sc} d' + A_{st} d) E_s + E_f d_f A_f \right] x_I + \frac{bE_c h^3}{3} + (A_{sc} d'^2 + A_{st} d^2) E_s + E_f d_f^2 A_f \quad (3.18)$$

Utilizando-se a expressão (3.17) e, considerando o momento de fissuração do concreto, determinou-se a expressão que rege a curvatura de fissuração do concreto ( $\phi_{cr}$ ), conforme mostra a expressão (3.19).

$$\phi_{cr} = \frac{M_{cr}}{K_I} \quad (3.19)$$

### 3.2.3 Estádio II

O Estádio II está compreendido entre a fissuração do concreto e o escoamento do aço. Portanto, seu estado limite é determinado pelo momento fletor de escoamento do aço e a curvatura de escoamento do aço. Para determinar as expressões que regem o estado limite da viga no Estádio II, adota-se o procedimento apresentado na Figura 3.6.

Em relação às deformações, tensões e forças resultantes no Estádio II, estas são semelhantes as do Estádio I, desprezando-se apenas a tensão proveniente do concreto tracionado ( $\sigma_{ct} = 0$ ). Assim, a posição da linha neutra no Estádio II, é determinada de forma idêntica ao Estádio I.

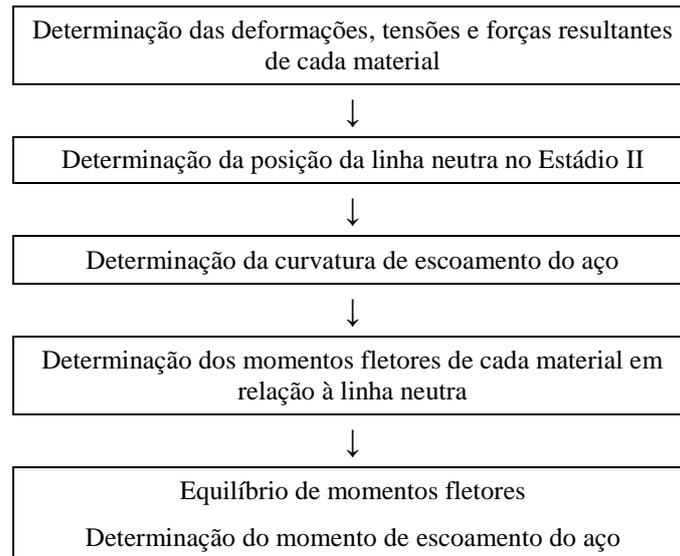


Figura 3.6 – Fluxograma: determinação do estado limite das vigas no Estádio II.

A posição da linha neutra no Estádio II ( $x_{II}$ ) pode ser obtida pela expressão (3.20).

$$x_{II} = \frac{\sqrt{2A_f b E_c E_f d_f + (A_{sc} + A_{st})^2 E_s^2 + [(A_{st} + A_{sc}) A_f E_f + (A_{st} d + A_{sc} d') b E_c] 2E_s + A_f^2 E_f^2 - (A_{st} + A_{sc}) E_s - A_f E_f}}{b E_c} \quad (3.20)$$

A curvatura de escoamento do aço ( $\phi_y$ ) pode ser obtida conforme a expressão (3.21).

$$\phi_y = \frac{f_y / E_s}{(d - x_{II})} \quad (3.21)$$

Na expressão (3.21),  $f_y$  é a resistência ao escoamento do aço.

O momento de escoamento do aço ( $M_y$ ) pode ser obtido a partir da expressão (3.22).

$$M_y = \phi_y \cdot K_{II} \quad (3.22)$$

Na expressão (3.22),  $K_{II}$  é a rigidez à flexão da viga no Estádio II que pode ser obtido a partir da expressão (3.23).

$$K_{II} = \frac{b E_c}{3} x_{II}^3 + [(A_{sc} + A_{st}) E_s + A_f E_f] x_{II}^2 - 2[(A_{sc} d' + A_{st} d) E_s + d_f A_f E_f] x_{II} + (A_{sc} d'^2 + A_{st} d^2) E_s + d_f^2 A_f E_f \quad (3.23)$$

### 3.2.4 Estádio III

O Estádio III está compreendido entre o escoamento do aço e o colapso da estrutura. Portanto, seu estado limite é determinado pelo momento fletor último e a curvatura última. Para determinar as expressões que regem o estado limite da viga no Estádio III, adota-se um processo iterativo, como mostrado na Figura 3.7.

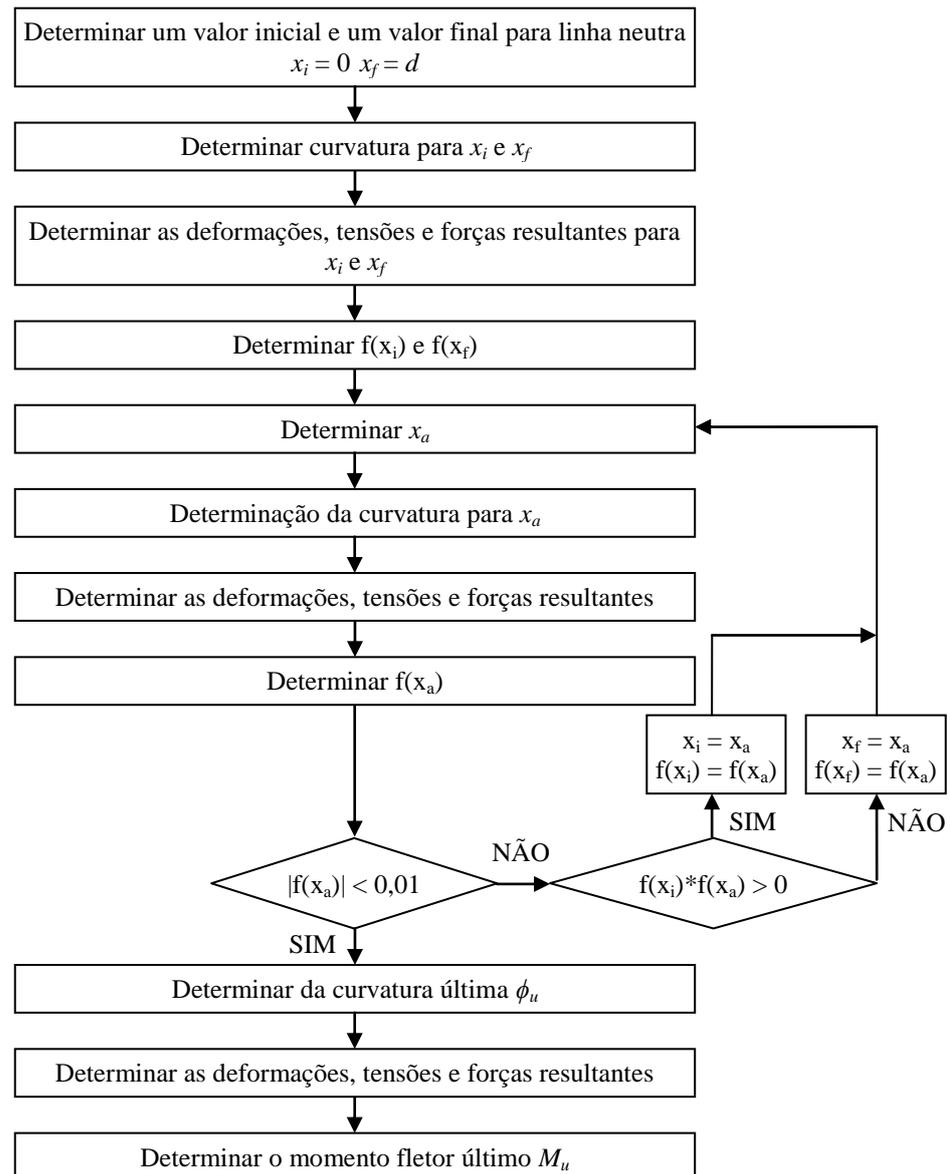


Figura 3.7 – Fluxograma: determinação do estado limite das vigas no Estádio III.

Para que se possa determinar a curvatura no Estádio III, primeiramente se faz necessária a determinação do valor de curvatura em que ocorre o descolamento do reforço.

Para isto, determina-se a tensão de descolamento do reforço ( $\sigma_{f,Max}$ ), conforme mostra a expressão (3.24).

$$\sigma_{f,max} = 0,1956 \cdot \beta_p \cdot \beta_L \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot \sqrt{f_{ck}}}{t_f}} \quad \left[ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right] \quad (3.24)$$

Na expressão (3.24),  $t_f$  é a espessura do reforço,  $\beta_L$  é um fator que relaciona os comprimentos de ancoragem e  $\beta_p$  é um coeficiente de largura de reforço à flexão que pode ser determinado a partir da expressão (3.25).

$$\beta_p = \frac{\sqrt{2 - \frac{b_f}{b}}}{\sqrt{1 + \frac{b_f}{b}}} \quad (3.25)$$

Na expressão (3.25),  $b_f$  é a largura do reforço.

O fator  $\beta_L$  pode ser determinado a partir do conjunto de expressões (3.26).

$$\left| \begin{array}{l} \beta_L = 1 \rightarrow L_{anc} \geq L_e \\ \beta_L = \text{sen} \left[ \frac{\pi \cdot L_{anc}}{2 \cdot L_e} \right] \rightarrow L_{anc} < L_e \end{array} \right. \quad (3.26)$$

No conjunto de expressões (3.26),  $L_{anc}$  é o comprimento de ancoragem e  $L_e$  é o comprimento de ancoragem efetivo que pode ser determinado a partir da expressão (3.27).

$$L_e = 0,5623 \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_{ck}}}} \quad [\text{cm}] \quad (3.27)$$

Já o comprimento de ancoragem ( $L_{anc}$ ) pode ser determinado pela expressão (3.28).

$$L_{anc} = \frac{f_f t_f}{\tau_{bu}} \quad (3.28)$$

Na expressão (3.28),  $f_f$  é a tensão de ruptura do reforço e  $\tau_{bu}$  é a tensão última de aderência do reforço que pode ser determinado a partir da expressão (3.29).

$$\tau_{bu} = 0,21 f_{cm}^{2/3} \quad (3.29)$$

Determinada a tensão de descolamento do reforço pela expressão (3.24), pode-se determinar, a partir da expressão (3.3), a deformação de descolamento do reforço ( $\epsilon_{f,max}$ ). Posteriormente, pode-se determinar a partir da expressão (3.1), a curvatura de descolamento do reforço ( $\phi_{f,max}$ ).

Para determinar a curvatura última da viga, primeiramente deve-se determinar a curvatura última da viga sem reforço ( $\phi_u'$ ), conforme mostrado no conjunto de expressões (3.30).

$$\left| \begin{array}{l} \phi_u' = \frac{10\text{‰}}{d-x} \rightarrow \text{Domínio 2} \\ \phi_u' = \frac{3,5\text{‰}}{x} \rightarrow \text{Domínios 3 e 4} \end{array} \right. \quad (3.30)$$

O domínio de ruptura pode ser determinado a partir do conjunto de expressões (3.31).

$$\left| \begin{array}{l} \text{Domínio 2} \rightarrow 0 \leq \frac{x}{d} \leq 0,259 \\ \text{Domínio 3} \rightarrow 0,259 < \frac{x}{d} \leq \frac{3,5\text{‰}}{3,5\text{‰} + \epsilon_y} \\ \text{Domínio 4} \rightarrow \frac{3,5\text{‰}}{3,5\text{‰} + \epsilon_y} < \frac{x}{d} \leq 1,00 \end{array} \right. \quad (3.31)$$

Na expressão (3.31),  $\epsilon_y$  é a deformação de escoamento do aço.

Portanto, para garantir que a estrutura não entrará em colapso enquanto estiver dentro das condições de projeto, a curvatura última da viga ( $\phi_u$ ) é igual ao menor valor entre  $\phi_u'$  e  $\phi_{f,Max}$ .

De acordo com o fluxograma da Figura 3.7, o próximo passo é a determinação da tensão e da força resultante em cada material. Estas distribuições no Estádio III estão apresentadas na Figura 3.8. Já a função  $f(x)$  está apresentada na expressão (3.32).

$$f(x) = R_{cc} + R_{sc} - R_{st} - R_f \quad (3.32)$$

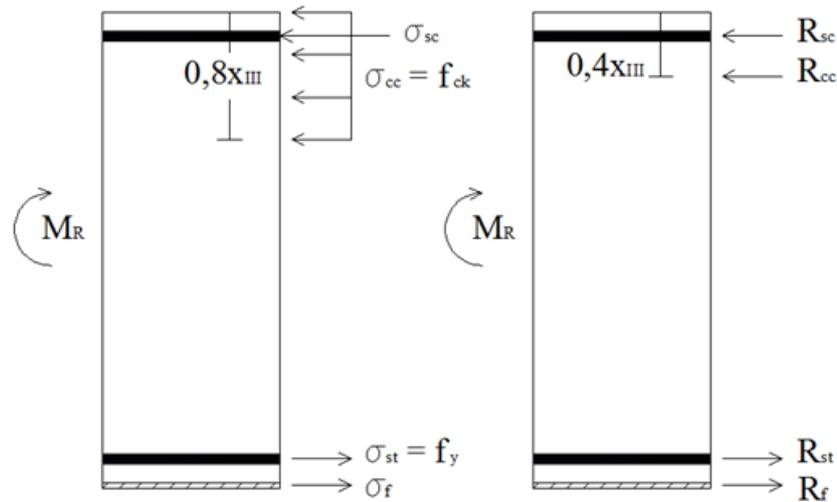


Figura 3.8 – Distribuição de tensões e forças resultantes no Estádio III.

A posição parcial da linha neutra ( $x_a$ ) pode ser determinada pela expressão (3.33).

$$x_a = \frac{[x_i \cdot f(x_f)] - [x_f \cdot f(x_i)]}{f(x_f) - f(x_i)} \quad (3.33)$$

Na expressão (3.33),  $x_i$  e  $x_f$  são, respectivamente, a posição inicial e final da linha neutra; e  $f(x_i)$  e  $f(x_f)$  são funções destas posições.

Seguindo o fluxograma da Figura 3.7, determina-se a posição da linha neutra para o Estádio III ( $x_{III}$ ) e a curvatura última da viga ( $\phi_u$ ). Após isto, pode-se determinar o momento último da viga ( $M_u$ ) a partir da expressão (3.34).

$$M_u = (0,4x_{III} - d')R_{sc} + (d - 0,4x_{III})R_{st} + (d_f - 0,4x_{III})R_f \quad (3.34)$$

Determinado o momento último da viga, pode-se determinar sua capacidade de carga a partir da distribuição do carregamento.

### 3.3 DETERMINAÇÃO DO DESLOCAMENTO VERTICAL MÁXIMO

Neste trabalho, a determinação da flecha máxima no centro da viga será útil para que se possam elaborar os diagramas carga *versus* deslocamento vertical. Estes, posteriormente, serão comparados a resultados obtidos por outros autores. A partir destas comparações, poderá ser analisada a validação do modelo proposto por este trabalho para a determinação da capacidade resistente de vigas de concreto armado reforçadas.

Em relação à determinação da flecha máxima, CHARKAS ET AL. (2002) apresentam um procedimento que considera a distribuição de rigidez nos três estádios do diagrama momento *versus* curvatura. Para tanto, considera como a fissuração afeta a rigidez da seção de concreto ao longo do comprimento da viga. No processo de cálculo, estabelece valores de  $L_g$  e  $L_y$ , que localizam os trechos onde o concreto não se encontra fissurado (junto aos apoios) e o trecho onde os momentos atuantes não causam o escoamento do aço. (GARCEZ, 2007)

Os conceitos citados anteriormente estão ilustrados na Figura 3.9, que mostra a distribuição destes valores para uma viga de concreto armado reforçada, simplesmente apoiada e submetida à flexão em quatro pontos, sendo  $L_a$  o valor do vão de cisalhamento.

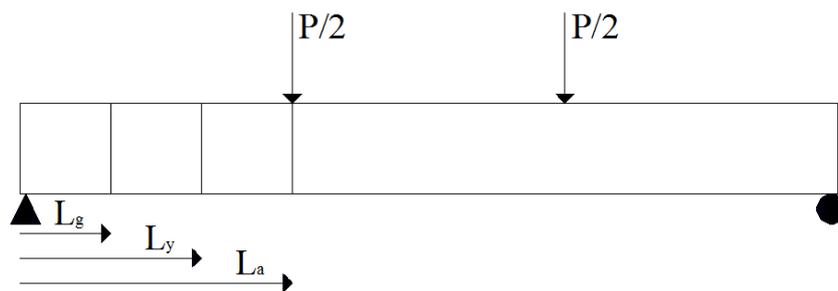


Figura 3.9 – Modelo de carregamento da viga considerado por CHARKAS ET AL. (2002).

A flecha máxima no Estádio I ( $\delta_{máx,I}$ ) pode ser determinada pela expressão (3.35).

$$\delta_{máx,I} = \frac{\phi_a}{24} (3L^2 - 4L_a^2) \quad (3.35)$$

Na expressão (3.35),  $\phi_a$  é a curvatura correspondente ao carregamento aplicado e  $L$  é o comprimento da viga.

A flecha máxima no Estádio II ( $\delta_{máx,II}$ ) pode ser determinada pela expressão (3.36).

$$\delta_{máx,II} = \delta_{máx,I} + \frac{(L_g + L_a)}{6} (\phi_{cr} L_a - \phi_a L_g) \quad (3.36)$$

Na expressão (3.36),  $L_g$  é o comprimento do vão onde ainda não ocorreu a fissuração do concreto, podendo este ser determinado a partir da expressão (3.37).

$$L_g = \frac{2M_{cr}}{P} \quad (3.37)$$

Na expressão (3.37),  $P$  é carga aplicada na viga.

A flecha máxima no Estádio III ( $\delta_{máx,III}$ ) pode ser determinada pela expressão (3.38).

$$\delta_{máx,III} = \delta_{máx,I} + \frac{L_y}{6} [\phi_{cr}(L_y + L_g) - \phi_a(L_y + L_a)] + \frac{\phi_y(L_a - L_g)(L_a + L_y + L_g)}{6} \quad (3.38)$$

Na expressão (3.38),  $L_y$  é o comprimento do vão onde ainda não ocorreu o escoamento do aço, podendo este ser determinado a partir da expressão.

$$L_y = \frac{2M_y}{P} \quad (3.39)$$

Portanto, a partir das expressões supracitadas pode-se determinar o deslocamento vertical no centro da viga para determinados valores de carga. Feito isto, torna-se possível a confecção dos gráficos deslocamento vertical *versus* carga.

### 3.4 VALIDAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

#### 3.4.1 Método de validação

Uma maneira lógica e eficaz de se analisar a validade de um modelo é fazendo-se uma comparação entre os resultados gerados através deste método e resultados gerados através de métodos reconhecidamente validados.

Portanto, no âmbito deste trabalho, a validação do modelo trilinear proposto foi analisada por intermédio de comparações entre resultados obtidos por este modelo e resultados, teóricos e experimentais, obtidos por diversos pesquisadores. Estes resultados estão apresentados numericamente e em forma de gráficos.

#### 3.4.2 Vigas ensaiadas por BEBER (1999)

Para avaliar o desempenho dos reforços executados com lâminas de fibra de carbono, BEBER (1999) escolheu protótipos de vigas de concreto armado com as mesmas características daqueles utilizados por CAMPAGNOLO ET AL. (1997), “Estudo teórico-experimental sobre vigas de concreto armado reforçadas”.

Estas vigas possuem seção transversal de 12 x 25 cm e comprimento de 250 cm. A armadura longitudinal inferior é composta por duas barras de aço CA-50A, com 10 mm de diâmetro, o que corresponde a uma área de aço tracionado igual a 1,57 cm<sup>2</sup>. Superiormente, a armadura é composta por duas barras de aço CA-60B, com diâmetro de 6 mm, correspondente a uma área de aço comprimido de 0,57 cm<sup>2</sup>. A armadura possui um cobrimento de 1,5 cm. O detalhamento do protótipo é apresentado na Figura 3.10.

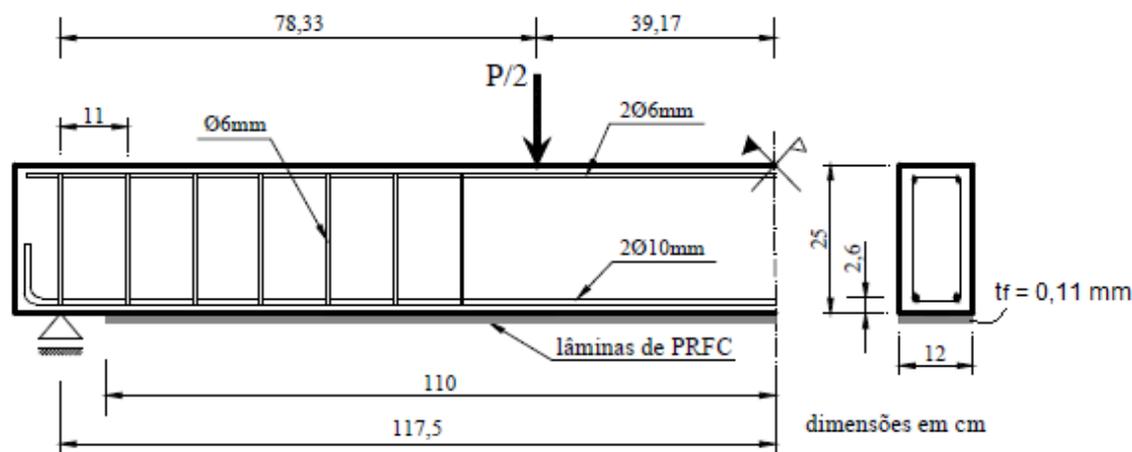


Figura 3.10 – Protótipo de viga ensaiada por BEBER (1999).

FONTE: PALIGA (2008).

Já os parâmetros adotados para caracterizar os materiais componentes das vigas estão apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Propriedades dos materiais consideradas por BEBER (1999).

<i>Materiais</i>	$f_m$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$E$ (kN/cm <sup>2</sup> )
Concreto	3,358	3219,6
Armadura $\phi$ 10mm	56,5	21000
Armadura $\phi$ 6mm	73,8	21000
PRFC	340	23000

No estudo experimental, o autor executou 10 protótipos, conforme mostrado na Tabela 3.2. Como as curvas (carga *versus* deslocamento vertical) para protótipos de mesma quantidade de camadas de reforço apresentam ótima proximidade, apenas uma delas foi considerada nas comparações.

Tabela 3.2 – Denominação dos protótipos.

<i>Protótipo</i>	<i>Denominação</i>
VT1 – VT2	Vigas testemunho
VR3 – VR4	Vigas com 1 camada de reforço
VR5 – VR6	Vigas com 4 camadas de reforço
VR7 – VR8	Vigas com 7 camadas de reforço
VR9 – VR10	Vigas com 10 camadas de reforço

Na Figura 3.11 está representado o esquema de ensaio das vigas.

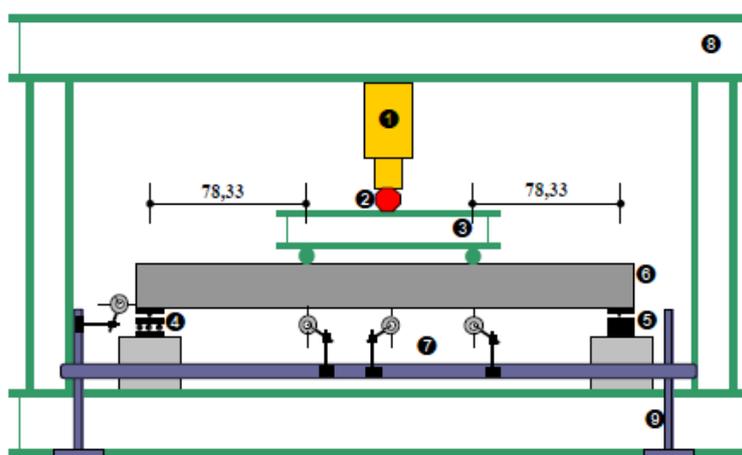


Figura 3.11 – Esquema dos ensaios feitos por BEBER (1999).

FONTE: BEBER (1999).

Portanto, a partir das características físicas, das propriedades mecânicas dos materiais componentes das vigas e do modelo proposto neste trabalho, obtiveram-se os diagramas carga *versus* deslocamento vertical para os protótipos da Tabela 3.2.

Na Figura 3.12, onde está apresentado o gráfico comparativo para a viga sem reforço, percebe-se uma ótima conformidade entre os resultados obtidos a partir do modelo proposto neste trabalho e os resultados experimentais obtidos por BEBER (1999). Confirmando a ótima aproximação, a carga de ruptura pelo método simplificado é de 47,5 kN, enquanto que experimentalmente foi 47,4 kN e 47,0 kN.

Já na Figura 3.13, onde estão apresentadas as comparações considerando a viga com 1 camada de reforço, os resultados obtidos a partir do modelo simplificado têm uma ótima concordância, na maior parte da curva, com os resultados teóricos obtidos pelo autor. A diferença entre a carga de ruptura para os dois modelos teóricos é de 1,01%. No Estádio III a curva tende a se aproximar dos resultados experimentais.

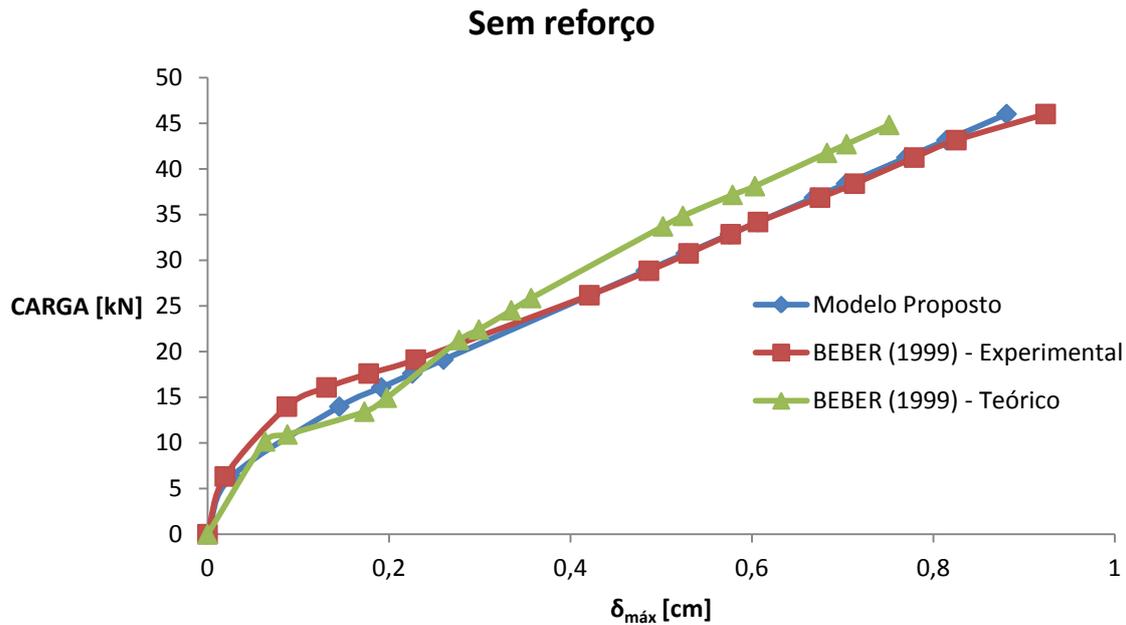


Figura 3.12 – Comparação de resultados para uma das vigas testemunho.

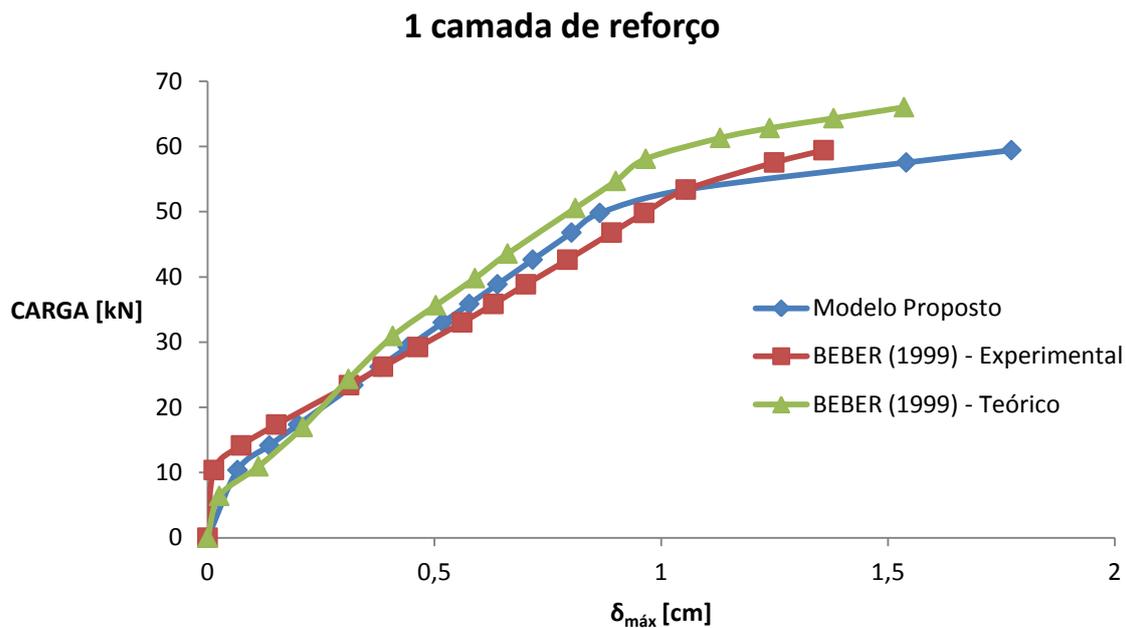


Figura 3.13 – Comparação de resultados para vigas com 1 camada de reforço.

Na Figura 3.14, onde está apresentada a comparação para a viga com 4 camadas de reforço, apesar da curva referente aos resultados obtidos pelo modelo proposto apresentar ótima concordância com a curva relativa aos resultados teóricos obtidos por BEBER (1999), a diferença para carga de ruptura experimental (em torno de 101,0 kN) é menor que a diferença em relação a carga de ruptura teórico obtido pelo autor (120,8 kN).

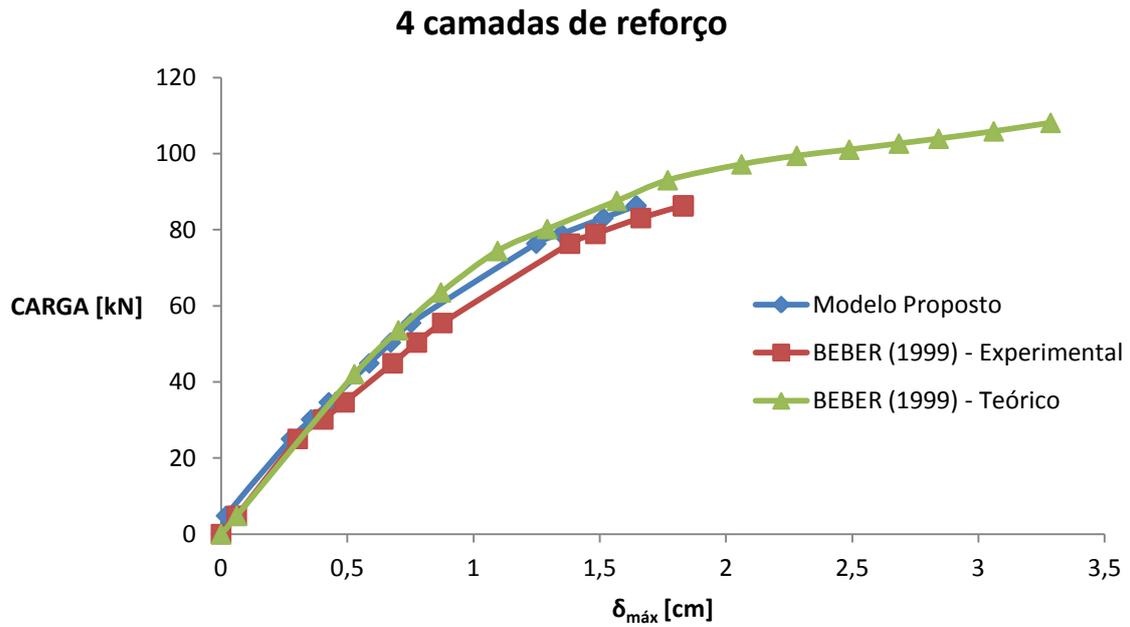


Figura 3.14 – Comparação de resultados para vigas com 4 camadas de reforço

Na Figura 3.15 e na Figura 3.16, que representam os resultados para a vigas com 7 e 10 camadas de reforço, respectivamente, os resultados obtidos a partir dos modelos teóricos apresentam ótima aproximação com os resultados experimentais.

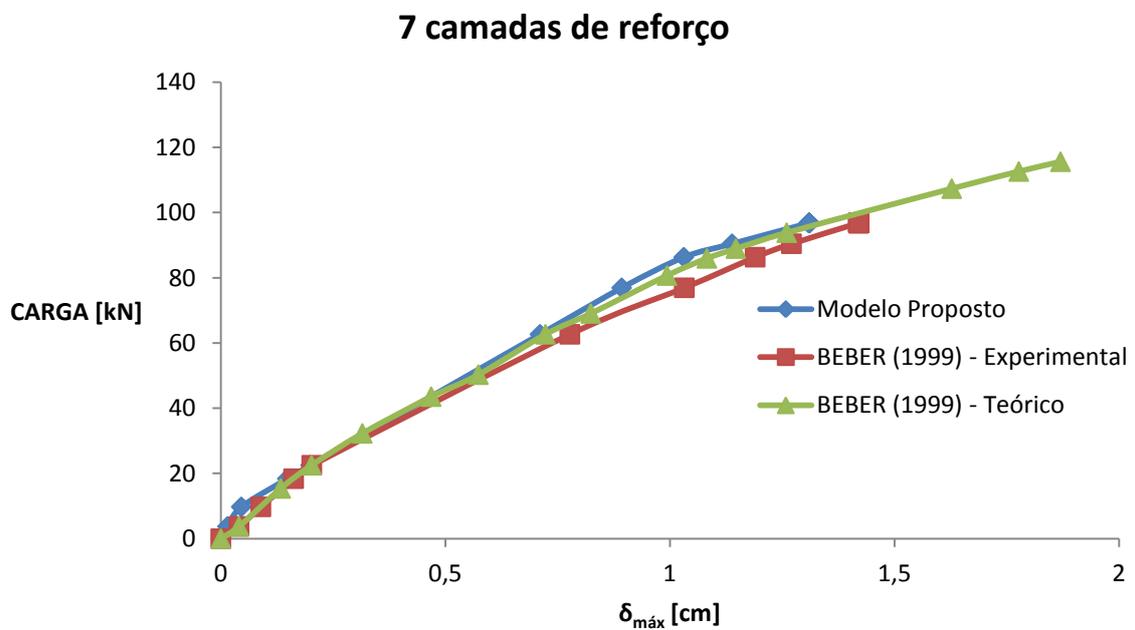


Figura 3.15 – Comparação de resultados para vigas com 7 camadas de reforço.

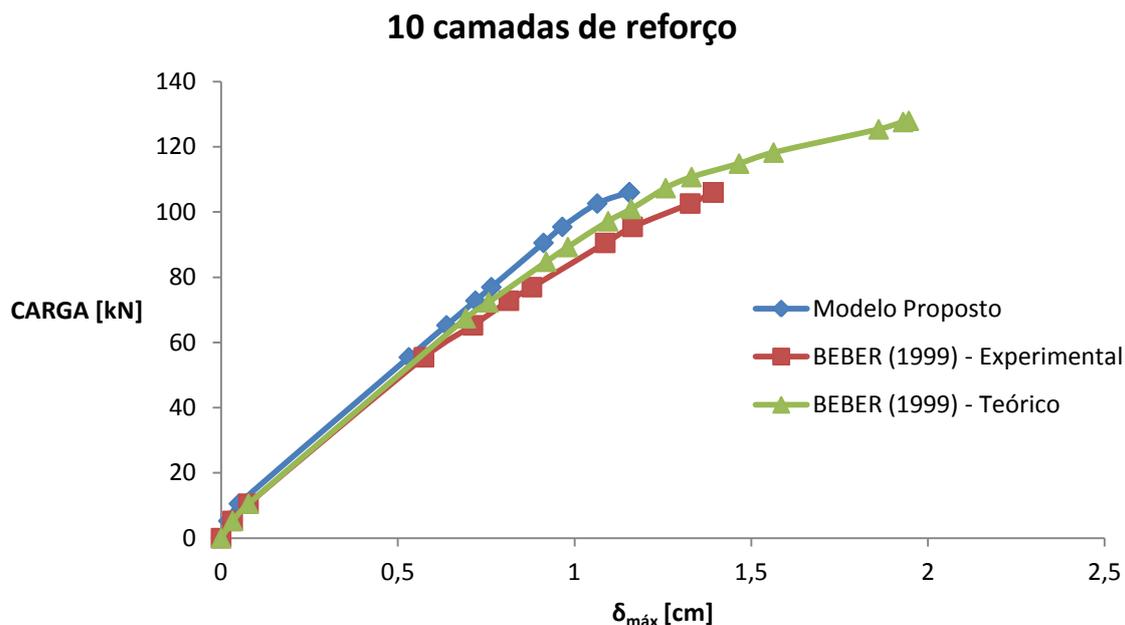


Figura 3.16 – Comparação de resultados para vigas com 10 camadas de reforço.

Na Tabela 3.3, estão apresentados os resultados das cargas de ruptura das vigas ensaiadas por BEBER (1999).

Tabela 3.3 – Cargas de rupturas, em kN, das vigas ensaiadas por BEBER (1999).

Camadas de reforço	Protótipo	BEBER (1999) - experimental	Modelo Trilinear		BEBER (1999) - teórico	
		Carga de ruptura	Carga de ruptura	Diferença [%]	Carga de ruptura	Diferença [%]
Sem reforço	VT1	47,4	47,5	0,21	46,4	-2,11
	VT2	47,0		1,06		-1,28
1 camada	VR3	65,2	67,2	3,07	66,5	1,99
	VR4	62,0		8,39		7,26
4 camadas	VR5	102,2	86,7	-15,17	120,8	18,20
	VR6	100,6		-13,82		20,08
7 camadas	VR7	124,2	98,5	-20,69	122,2	-1,61
	VR8	124,0		-20,56		-1,45
10 camadas	VR9	129,6	107,6	-16,98	121,9	-5,94
	VR10	137,0		-21,46		-11,02

Percebe-se, analisando a Tabela 3.3, que as maiores diferenças apresentam-se nas vigas com mais camadas de reforço. Isto se deve, principalmente, pela diferença entre os métodos de determinação da tensão de descolamento do reforço dos modelos. No método adotado no presente trabalho, a espessura do reforço afeta significativamente o valor da tensão de descolamento, enquanto que, no método adotado em BEBER (1999) esta característica não é tão relevante.

Porém, mesmo com tal discrepância, a média da diferença de valores para carga de ruptura, obtidos pelo método simplificado e pelo autor, gira em torno de 10% a favor da segurança. Este valor pode ser considerado satisfatório visto a complexidade de cada método.

Em uma análise geral, pode-se considerar que os resultados obtidos a partir do método proposto neste trabalho têm uma proximidade considerável aos resultados obtidos por BEBER (1999), tanto no que diz respeito aos diagramas quanto nas cargas de ruptura das vigas.

### 3.4.3 Vigas ensaiadas por ZARNIC ET AL. (1999)

Em PALIGA (2008) estão expostas diversas comparações entre resultados obtidos pelo próprio autor e resultados contidos em outras bibliografias, para vigas e lajes de concreto armado reforçadas com PRFC e chapas de aço. Considerando o foco do presente trabalho, apenas os resultados referentes ao reforço de vigas de concreto armado com PRFC foram comparados.

Na Universidade de Ljubljana, na Eslovênia, foram feitos ensaios experimentais com vigas em concreto armado de diferentes seções transversais, reforçadas com diferentes materiais (PRFC ou chapa de aço) e carregadas até a ruptura. Os resultados desse estudo estão apresentados em ZARNIC ET AL. (1999), e serviram como parâmetro de comparação para os resultados numéricos obtidos por APRILE ET AL. (2001). Em PALIGA (2008) estão apresentados os resultados obtidos por ZARNIC ET AL. (1999), APRILE ET AL. (2001) e pelo próprio autor.

Na Tabela 3.4 estão apresentadas as propriedades dos materiais que compõe as vigas ensaiadas por ZARNIC ET AL. (1999).

Tabela 3.4 – Propriedades dos materiais consideradas por ZARNIC ET AL. (1999).

<i>Materiais</i>	$f_m$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$E$ (kN/cm <sup>2</sup> )
Concreto	2,5	2700
Aço	46	21000
PRFC	240	15000

Na Figura 3.17 está apresentado o detalhamento das vigas ensaiadas por ZARNIC ET AL. (1999).

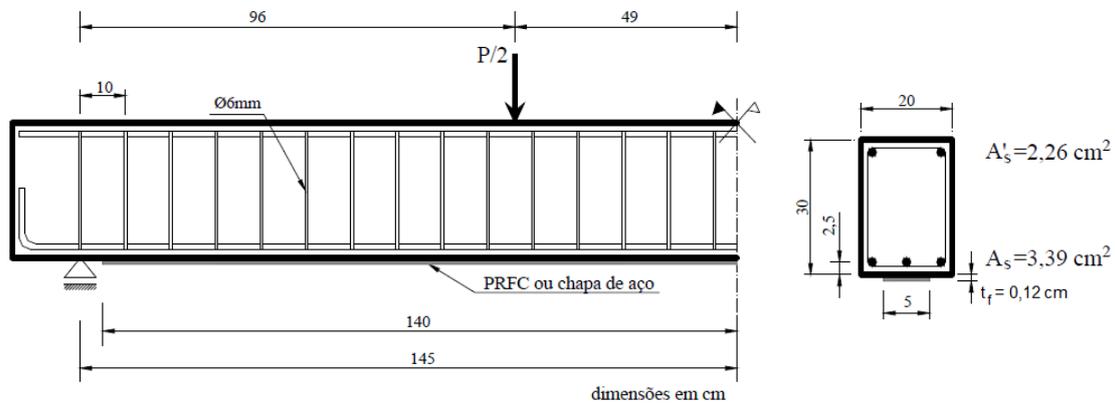


Figura 3.17 – Vigas ensaiadas por ZARNIC ET AL. (1999).

FONTE: PALIGA (2008).

A comparação de resultados obtidos para a viga ensaiada por ZARNIC ET AL. (1999), está apresenta na Figura 3.18.

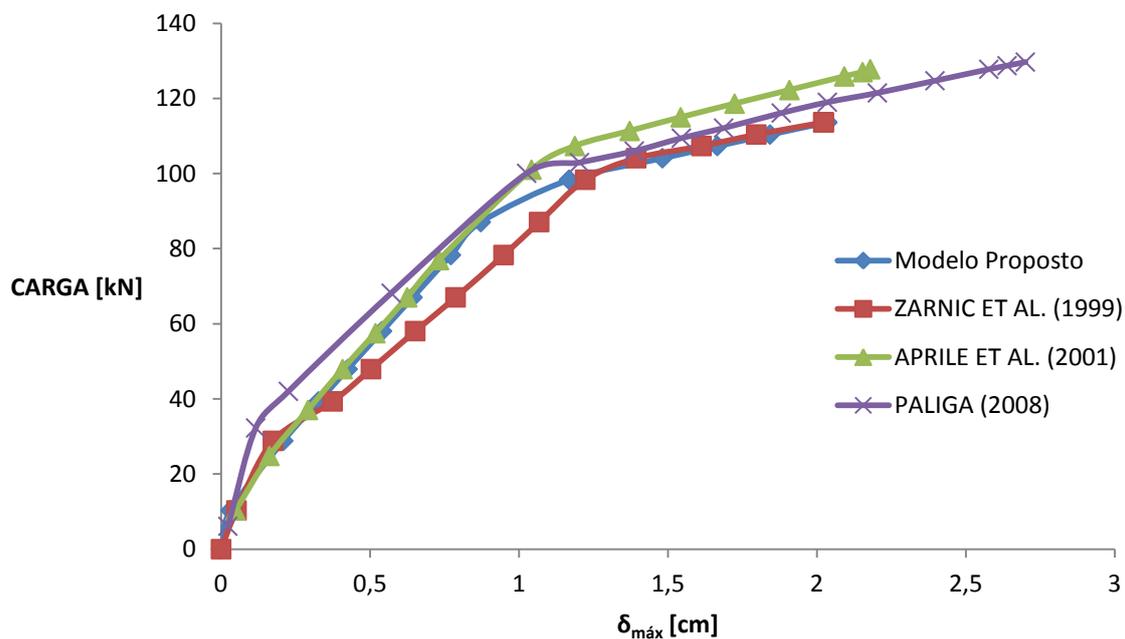


Figura 3.18 – Comparação de resultados: vigas ensaiadas por ZARNIC ET AL. (1999).

Percebe-se na Figura 3.18 que a curva gerada a partir dos resultados obtidos a partir do método simplificado, se mantém alinhada com a curva gerada pelos resultados obtidos por APRILE ET AL. (2001) até o ponto de escoamento do aço. A partir do Estádio III a curva tende a ficar mais próxima dos resultados obtidos por ZARNIC ET AL. (1999).

Já na Tabela 3.5, onde estão apresentados os valores das cargas de ruptura das vigas ensaiadas, percebe-se que a carga de ruptura obtida a partir do modelo trilinear apresenta ótima concordância com a carga de ruptura obtida experimentalmente por ZARNIC ET AL. (1999). A diferença entre os dois modelos foi de apenas 0,52%, enquanto que, os resultados obtidos a partir dos outros dois modelos teóricos apresentaram diferenças acima de 10%.

Tabela 3.5 – Cargas de ruptura das vigas ensaiadas por ZARNIC ET. AL. (1999).

<i>Modelo</i>	<i>Carga de ruptura [kN]</i>	<i>Diferença [%]</i>
ZARNIC ET AL. (1999) - experimental	116,2	-
Modelo Trilinear	116,8	0,52
APRILE ET AL. (2001) - teórico	127,9	10,07
PALIGA (2008) - teórico	131,25	12,95

### 3.4.4 Vigas ensaiadas por ARDUINI ET AL. (1997)

Em PALIGA (2008) também estão apresentados resultados, teóricos e experimentais, obtidos por ARDUINI ET AL. (1997). Na Figura 3.19 está apresentado o detalhamento destas vigas.

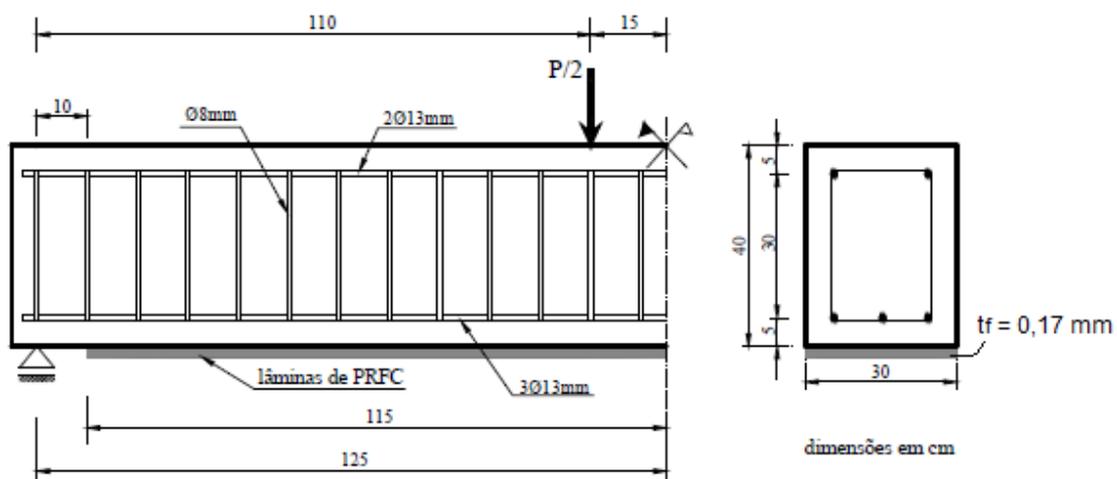


Figura 3.19 – Vigas ensaiadas por ARDUINI ET AL. (1997).

FONTE: PALIGA (2008).

Na Tabela 3.6 estão apresentadas as propriedades dos materiais que compõe as vigas ensaiadas por ARDUINI ET AL. (1997).

Tabela 3.6 – Propriedades dos materiais consideradas por ARDUINI ET AL. (1997).

<i>Materiais</i>	$f_m$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$E$ (kN/cm <sup>2</sup> )
Concreto	3,0	2600
Aço	34,0	20000
PRFC	300	40000

A comparação de resultados obtidos para a viga ensaiada por ARDUINI ET AL. (1997), está apresenta na Figura 3.20.

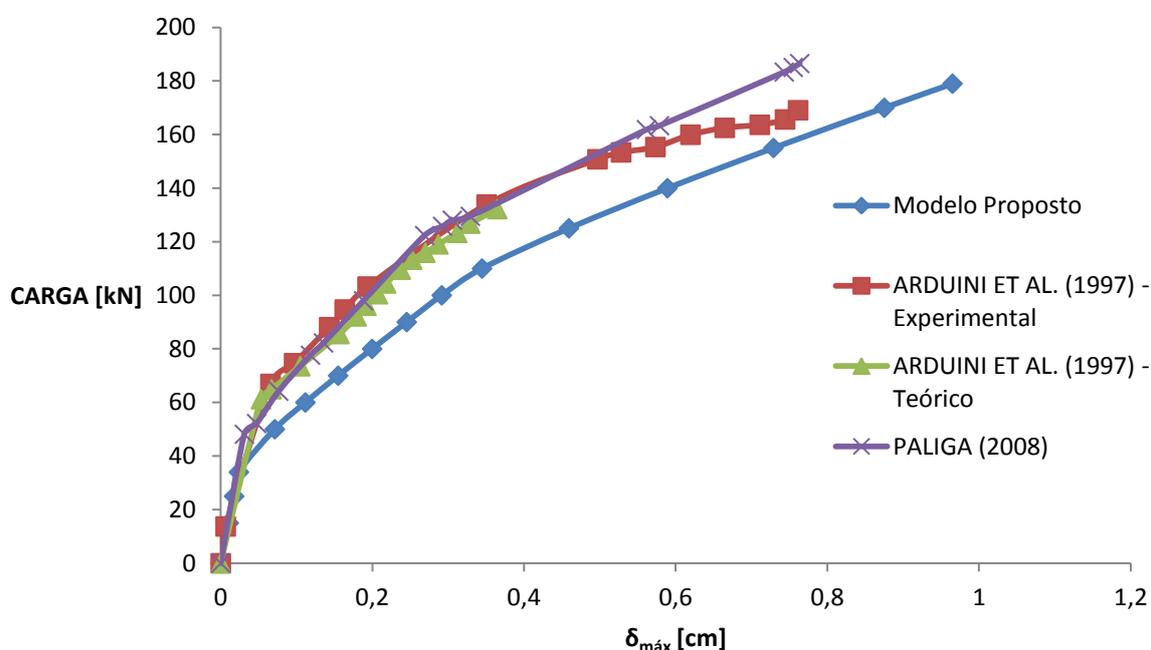


Figura 3.20 – Comparação de resultados: vigas ensaiadas por ARDUINI ET AL. (1997).

Na Tabela 3.7 estão apresentados os valores das cargas de ruptura das vigas ensaiadas por ARDUINI ET AL. (1997).

Tabela 3.7 – Cargas de ruptura das vigas ensaiadas por ARDUINI ET AL. (1997).

<i>Modelo</i>	<i>Carga de ruptura [kN]</i>	<i>Diferença [%]</i>
ARDUINI (1997) - experimental	169,0	-
Modelo Trilinear	179,1	5,98
ARDUINI (1997) - teórico	148,0	12,43
PALIGA (2008) - teórico	185,75	9,91

Percebe-se, analisando a Figura 3.20, que a curva relativa aos resultados obtidos pelo modelo proposto por este trabalho apresentam uma aproximação razoável com os resultados, teóricos e experimentais, obtidos por ARDUINI ET AL. (1997) e por PALIGA (2008). Em relação à carga de ruptura, a diferença entre o resultado experimental e o obtido através do modelo trilinear é de aproximadamente 6%, enquanto que para os demais modelos teóricos esta diferença fica acima de 9,9%.

### 3.5 CONCLUSÕES

Feitas as devidas comparações, pode-se concluir que todos os resultados apresentam, no mínimo, boa concordância, o que nos permite validar o modelo proposto por este trabalho. As pequenas diferenças de resultados se devem aos diferentes modelos de cálculos e até incertezas nos valores das propriedades dos materiais e geometria da estrutura. Em se tratando de concreto, nenhum resultado será muito exato, isto porque o concreto não é um material homogêneo. Portanto, o fato de se conseguir obter resultados tão aproximados em diferentes métodos, é alentador e dá margem para a realização de novos estudos para que, cada vez mais, se possa entender este material tão importante no mundo.

Depois de validado, este modelo simplificado poderá ser empregado na análise da confiabilidade de vigas reforçadas com materiais compósitos através do Método de Monte Carlo. Isto se justifica, pois o tempo de processamento com o modelo trilinear tende a ser menor que o necessário quando se utiliza um método mais complexo como o método dos elementos finitos. É importante frisar que os resultados obtidos com o modelo simplificado ficaram bastante próximos daqueles obtidos por PALIGA (2008) através do método dos elementos finitos. Estes resultados estão apresentados no capítulo 5.

## 4. CONFIABILIDADE NA ANÁLISE ESTRUTURAL

### 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para que se possa considerar uma estrutura em condições de utilização e minimamente qualificada, requisitos, como estética, segurança, bom desempenho em serviço e durabilidade devem ser atendidos. Existe, claro, estruturas em que são fixadas condições específicas, como a exigência de resistência ao fogo, à explosão, ao impacto ou às ações sísmicas, ao isolamento térmico ou acústico, entre outros. Porém, estas condições não são inerentes a todas as estruturas, e sim, variam de acordo com a sua utilização.

Quando algum dos requisitos básicos não é atendido, considera-se que um estado limite foi alcançado. Se a condição não atendida fizer com que a estrutura se torne inutilizável, ou seja, a estrutura entrou em colapso ou qualquer outra forma de ruína estrutural, diz-se que foi atingido o seu *Estado Limite Último*. Caso contrário, não havendo entrado em colapso, mas sim, havendo deficiência de utilização da estrutura, diz-se que esta atingiu o seu *Estado Limite de Utilização (ou de serviço)*.

A análise da confiabilidade de uma estrutura remete a garantia de segurança que esta apresenta. Portanto, em linhas gerais, o que se busca quando da análise da confiabilidade de uma estrutura, é qual o nível de segurança que se tem, de que esta não atingirá o seu estado limite último.

Conforme mostrado em Araújo (2003), atualmente a segurança estrutural é obtida através da introdução de coeficientes de ponderação e, por isso, esse método de projeto é denominado *método dos coeficientes parciais de segurança*. Neste método, as resistências dos materiais e as ações são definidas a partir de suas distribuições de probabilidades, ou seja, são consideradas variáveis aleatórias. Entretanto, algumas questões são tratadas de uma maneira determinística. Por exemplo, nenhuma referência é feita às variações das resistências dos materiais no domínio da estrutura, ou seja, consideram-se as mesmas resistências em todos os pontos da estrutura. Da mesma forma, as condições de vinculação e as posições das cargas são consideradas determinísticas. Assim, as seções críticas são fixadas *a priori*. Observa-se, assim, que o método dos coeficientes parciais é um método *semiprobabilístico*.

Visto que a resposta estática de uma estrutura é, na verdade, uma função de várias variáveis aleatórias (carregamento, propriedades dos materiais e geometria), cujas distribuições de probabilidade são conhecidas ou podem ser estimadas, a adoção do método dos coeficientes parciais de segurança, apesar de ser conveniente do ponto de vista prático, não é suficiente para que se tenha uma ideia clara a respeito do nível de segurança obtido no projeto. Conforme mostra a Figura 4.1, há uma região em que a carga solicitante ( $S$ ) supera a resistência ( $R$ ) da estrutura, havendo a possibilidade de ruptura.

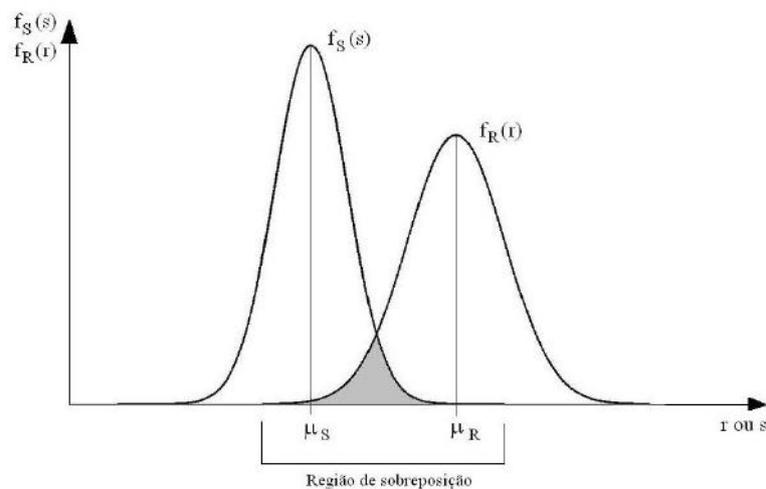


Figura 4.1 – Funções densidade de probabilidade de R e S.

FONTE: PALIGA (2008)

PALIGA (2008) destaca que com o maior conhecimento teórico e experimental das estruturas e o avanço das aplicações de controle de qualidade do setor industrial, os conceitos de segurança progrediram para o âmbito estocástico, trocando o conceito determinístico de coeficiente de segurança pelo de qualidade aleatória, ou seja, o de confiabilidade. A determinação de um *índice de confiabilidade*, que se dá através de uma análise probabilística, tem como objetivo determinar o efeito da dispersão dos parâmetros de projeto no seu comportamento final, tornando-se, desta maneira, uma ferramenta de análise da confiabilidade alcançada no projeto de uma estrutura.

Segundo ANG e TANG (1984), para a definição do índice de confiabilidade ( $\beta$ ) é necessário definir-se uma função de estado limite, conforme mostra a expressão (4.1).

$$M = R - S \quad (4.1)$$

Na expressão (4.1),  $M$  é a margem de segurança.

Uma vez conhecidas as distribuições de probabilidade de  $R$  e  $S$ , é possível determinar a distribuição de probabilidade da margem de segurança. Se as distribuições de probabilidade de  $R$  e  $S$  forem normais, tem-se que o valor esperado da margem de segurança ( $\mu_M$ ), será dado conforme a expressão (4.2):

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (4.2)$$

Na expressão (4.2),  $\mu_R$  e  $\mu_S$  são, respectivamente, o valor esperado da resistência e da carga solicitante.

Já o desvio padrão da margem de segurança ( $\sigma_M$ ), para  $R$  e  $S$  estatisticamente independentes, será obtido através da expressão (4.3).

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.3)$$

Na expressão (4.3),  $\sigma_R$  e  $\sigma_S$  são, respectivamente, o desvio padrão da resistência e da carga solicitante.

É possível ainda definir uma variável aleatória ( $m$ ) de distribuição de probabilidade normal padronizada para a margem de segurança, com média zero e desvio padrão unitário através da expressão (4.4).

$$m = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad (4.4)$$

O início da região de falha ou ruptura ocorre quando a margem de segurança ( $M$ ) anula-se. Assim, a partir da expressão (4.4), tem-se:

$$m = -\frac{\mu_M}{\sigma_M}$$

A distância deste ponto até o valor médio de  $m$ , ou seja,  $m=0$ , tomada em valor absoluto, é um indicativo do grau de segurança contra a falha ou ruína da estrutura, e é designada pelo índice de confiabilidade ( $\beta$ ), dado a partir da expressão (4.5).

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (4.5)$$

A probabilidade de falha ( $P_f$ ) para uma estrutura que possua uma margem de segurança com distribuição normal padronizada, está ilustrada na Figura 4.2 e pode ser determinada a partir da expressão (4.6).

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (4.6)$$

Na expressão (4.6),  $\Phi$  é a função de probabilidade acumulada da variável normal padrão  $m$ .

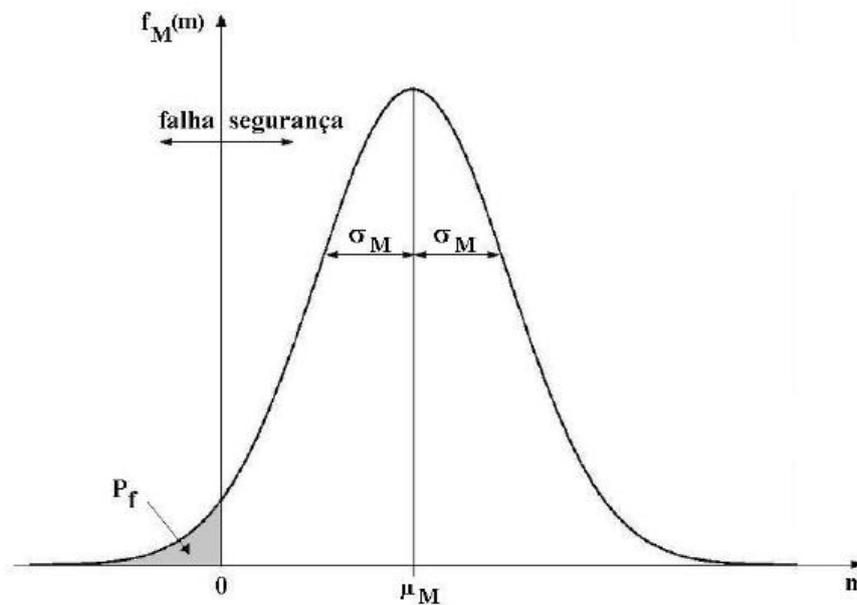


Figura 4.2 – Distribuição da margem de segurança.

FONTE: PALIGA (2008)

Conclui-se, então, que quanto maior o índice de confiabilidade de uma estrutura, em relação a certo estado limite, menor será a probabilidade de falha em relação a este estado limite. Este parâmetro é útil, portanto, para se comparar o nível de segurança atingido no projeto de diversas estruturas com relação a um determinado estado limite. Tendo em vista o risco e o vulto do dano que uma determinada falha pode representar, deve-se estabelecer maior ou menor exigência em termos de confiabilidade. (PALIGA, 2008)

## 4.2 O MÉTODO DE MONTE CARLO

O nome Monte Carlo foi aplicado a uma classe de métodos matemáticos utilizados pela primeira vez por cientistas que trabalharam no desenvolvimento de armas nucleares em Los Alamos em 1940. Hoje em dia, os números aleatórios são usados de várias maneiras associados com computadores. Estes incluem, por exemplo, jogos de computador e de geração de dados sintéticos para teste. Estas são, evidentemente, interessantes, mas não se pode considerar Monte Carlo, uma vez que não produzem resultados numéricos. A definição de um método de Monte Carlo seria aquele que envolve a utilização deliberada de números aleatórios em um cálculo que tem a estrutura de um processo estocástico. Por processo estocástico, queremos dizer uma sequência de estados cuja evolução é determinada por eventos aleatórios. Em um computador, são gerados por um algoritmo determinístico que gera uma sequência de números pseudo-aleatórios, que imita as propriedades de números aleatórios geração de variáveis aleatórias. (KALOS E WHITLOCK, 2009)

Para propósitos de engenharia, o método de Monte Carlo pode ser utilizado para estudar o desempenho e/ou a resposta de um sistema. Conhecidos os valores dos parâmetros do sistema (ou variáveis de projeto) e as distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias, o processo de simulação fornece uma medida específica do desempenho, ou resposta. Através de repetidas simulações, a sensibilidade da resposta do sistema a variações nos parâmetros de entrada pode ser examinada ou estimada. Com este procedimento, as simulações podem ser usadas para avaliar alternativas ou determinar situações ótimas de projeto.

Em síntese, portanto, de acordo com REAL (2000), o princípio do método de Monte Carlo é desenvolver um modelo analítico, baseado em um programa de computador, capaz de reproduzir o comportamento do sistema. Sendo, um ou mais parâmetros do sistema, variáveis aleatórias, a análise do sistema é realizada várias vezes. Cada análise (chamada de ciclo de simulação ou tentativa) é baseada em um conjunto de parâmetros de entrada do sistema, obtidos de forma aleatória, de acordo com as distribuições de probabilidade que lhes foram atribuídas. Como resultado, diversas previsões de comportamento do sistema são obtidas. Então, métodos estatísticos são empregados para determinar os momentos e os tipos de distribuição de probabilidade das variáveis da resposta, que representam o comportamento do sistema.

Na Figura 4.3 está apresentado um esquema de funcionamento do método de Monte Carlo.

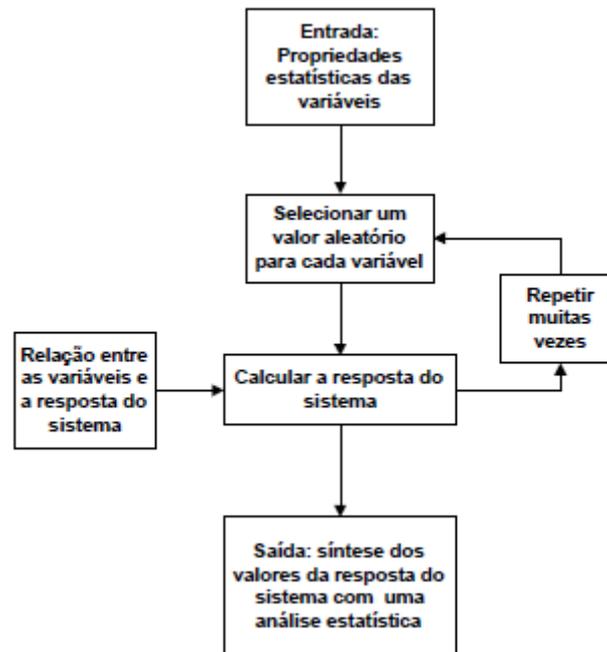


Figura 4.3 – Fluxograma: esquema de funcionamento do método de Monte Carlo.

FONTE: REAL (2000)

No âmbito do presente trabalho, os parâmetros de entrada do sistema são: a geometria da estrutura (comprimento, altura e espessura), aí incluídas as condições cinemáticas de contorno e a disposição da armadura; as propriedades mecânicas dos materiais (concreto, aço e reforço) e, finalmente, as características do carregamento, ou seja, o módulo, a direção, o sentido e a forma de distribuição das cargas aplicadas sobre a estrutura. Alguns destes parâmetros são determinísticos e outros são gerados de forma aleatória a partir de seus valores estatísticos e de expressões apresentadas na seção seguinte.

Ao passo que estes parâmetros de entrada vão sendo gerados aleatoriamente, o sistema vai calculando as saídas, e este procedimento repete-se muitas vezes. Neste trabalho, fazem parte deste sistema, o modelo trilinear proposto no capítulo anterior para a determinação da capacidade resistente de vigas de concreto armado reforçadas, a determinação do carregamento e a determinação da margem de segurança, conforme mostrado na expressão (4.1).

Após a realização das simulações, é possível determinar-se para um parâmetro da resposta previamente escolhido, cujos valores obtidos durante as  $n$  simulações são armazenados, o valor esperado (média), o desvio padrão, o coeficiente de variação, a convergência do valor esperado e do desvio padrão com o aumento do tamanho da amostra, o intervalo de confiança com uma certa probabilidade de ocorrência, além de outras características estatísticas da resposta. (REAL, 2000)

### 4.3 GERAÇÃO ALEATÓRIAS DAS VARIÁVEIS

#### 4.3.1 Propriedades mecânicas do concreto

Estabelecida qual a resistência média à compressão do concreto ( $f_{cm}$ ), a resistência média à tração ( $f_{ct}$ ) e o módulo de deformação longitudinal médio ( $E_{cm}$ ) podem ser obtidos através das expressões recomendadas pelo Código Modelo CEB-FIP 1990 (CEB, 1993).

Após determinar os valores médios das propriedades mecânicas do concreto, podem-se determinar  $f_{ck}$ ,  $f_{ct}$  e  $E_c$ . Estas propriedades, porém, são três variáveis aleatórias correlacionadas entre si. Portanto, é necessário um modelo de geração de variáveis aleatórias que leve em consideração a correlação existente entre estas três variáveis.

Contudo, ao utilizar o modelo trilinear, são dispensáveis os valores de  $f_{ct}$  e  $E_c$  para a determinação da carga de ruptura. Portanto, a distribuição de  $f_c$  é modelada através de uma variável aleatória de distribuição normal, de valor esperado  $f_{cm}$  e coeficiente de variação  $\delta_{fc}$ , conforme mostrado na expressão (4.7).

$$f_{ck} = f_{cm}(1 + z_1 \delta_{fc}) \quad (4.7)$$

Na expressão (4.7),  $z_1$  é uma variável aleatória gaussiana, de média zero e desvio padrão unitário.

### 4.3.2 Propriedades mecânicas da armadura

A distribuição da tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) é modelada através de uma variável aleatória de distribuição normal, de valor esperado  $f_{ym}$  e coeficiente de variação  $\delta_{fy}$ , a partir da expressão (4.8).

$$f_y = f_{ym}(1 + z_2\delta_{fy}) \quad (4.8)$$

Na expressão (4.8),  $z_2$  é uma variável aleatória gaussiana, de média zero e desvio padrão unitário.

A dispersão do módulo de deformação longitudinal do aço ( $E_s$ ) é pequena, portanto, o seu valor foi considerado determinístico.

### 4.3.3 Propriedades mecânicas do reforço

De acordo com PLEVRIS ET AL. (1995), normalmente, recomenda-se para representar a tensão de ruptura do reforço ( $f_f$ ) uma distribuição de probabilidade de valores extremos do tipo III (Weibull), e o módulo de deformação longitudinal ( $E_f$ ) é usualmente considerado como determinístico.

Baseado no método da transformada inversa aplicado à função de probabilidade acumulada para uma variável aleatória  $x$ , com distribuição de probabilidade de valores extremos mínimos do tipo III, proposto por MELCHERS (1987), PALIGA (2008) apresenta uma expressão capaz de obter os valores da tensão de ruptura do reforço com distribuição Weibull de probabilidade, conforme mostra a expressão (4.9).

$$f_f = w[-\ln(1 - u)]^{1/k} \quad (4.9)$$

Na expressão (4.9),  $w$  é o valor mínimo característico,  $u$  é um número aleatório de distribuição uniforme entre 0 e 1 e  $k$  é o parâmetro de forma da distribuição.

Segundo MELCHERS (1987), o parâmetro de forma ( $k$ ) pode ser determinado a partir da expressão (4.10).

$$k = \delta_{ff}^{-1,09} \quad (4.10)$$

Na expressão (4.10),  $\delta_{ff}$  é o coeficiente de variação da tensão de ruptura do reforço.

Finalmente, o parâmetro  $w$  pode ser obtido a partir da expressão (4.11).

$$w = \frac{f_{fm}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)} \quad (4.11)$$

Na expressão (4.11),  $f_{fm}$  é o valor médio da tensão de ruptura do reforço e  $\Gamma$  é a função gamma.

#### 4.3.4 Propriedades mecânicas da interface

Na falta de maiores dados experimentais, foi adotada uma distribuição normal de probabilidade para tensão de descolamento do reforço ( $\sigma_{f,máx}$ ), e esta pode ser determinada a partir da expressão (4.12).

$$\sigma_{f,máx} = \sigma_{f,máx(média)}(1 + z_3\delta_{\sigma_{f,máx}}) \quad (4.12)$$

Na expressão (4.12),  $\sigma_{f,máx(média)}$  e  $\delta_{\sigma_{f,máx}}$  são, respectivamente, a média e o coeficiente de variação da tensão de descolamento do reforço. A variável  $z_3$  é uma variável aleatória gaussiana, de média zero e desvio padrão unitário.

#### 4.3.5 Carga permanente

De acordo com GALAMBOS ET AL. (1982), para a carga permanente ( $G$ ) pode-se considerar uma distribuição normal de probabilidade, com valor médio 5% maior que o seu valor característico e coeficiente de variação de 10%. Conhecidos estes parâmetros, pode-se obter valores aleatórios para a carga permanente a partir da expressão (4.13).

$$G = G_m(1 + z_4\delta_G) \quad (4.13)$$

Na expressão (4.13),  $G_m$  e  $\delta_G$  são, respectivamente, a média e o coeficiente de variação da carga permanente. A variável  $z_4$  é uma variável aleatória gaussiana, de média zero e desvio padrão unitário.

### 4.3.6 Carga variável

GALAMBOS ET AL. (1982) admitem, também, que a carga variável ( $Q$ ) obedece a uma distribuição de valores extremos máximos do tipo I (Gumbel), possuindo um coeficiente de variação de 25%, e que seu valor médio seja igual ao seu valor característico.

Baseado no método da transformada inversa aplicado à função de probabilidade acumulada para uma variável aleatória  $X$ , com distribuição de probabilidade de valores extremos máximos do tipo I, proposto por MELCHERS (1987), PALIGA (2008) apresenta uma expressão capaz de obter os valores da carga variável com distribuição Gumbel de probabilidade, conforme mostra a expressão (4.14).

$$Q = \beta_0 - \frac{1}{\alpha} \ln \left[ \ln \left( \frac{1}{u} \right) \right] \quad (4.14)$$

Na expressão (4.14),  $u$  é um número aleatório de distribuição uniforme entre 0 e 1.  $\beta_0$  e  $\alpha$  são parâmetros inerentes da distribuição de Gumbel.

O parâmetro  $\alpha$  da distribuição pode ser calculado a partir da expressão (4.15).

$$\alpha = \frac{\pi}{\sigma_Q \sqrt{6}} \quad (4.15)$$

Na expressão (4.15),  $\sigma_Q$  é o desvio padrão da carga variável.

O parâmetro  $\beta_0$  da distribuição pode ser calculado a partir da expressão (4.16).

$$\beta_0 = Q_m - \frac{0,577215665}{\alpha} \quad (4.16)$$

Na expressão (4.16),  $Q_m$  é o valor médio da carga variável.

#### 4.4 ANÁLISES ESTATÍSTICAS

Após a realização de  $n$  simulações de Monte Carlo, tem-se à disposição um conjunto de dados representando a variabilidade dos parâmetros da resposta da estrutura. Assim sendo, cada parâmetro da resposta pode ser agora tratado como uma variável aleatória, da qual se conhece uma amostra de  $n$  componentes. Mediante uma análise estatística desta amostra, torna-se possível caracterizar os principais momentos e o tipo de distribuição de probabilidade desta variável aleatória. (REAL, 2000)

Abaixo seguem algumas características estatísticas de uma dada variável aleatória da resposta da estrutura, que podem ser determinadas após a realização de  $n$  simulações de Monte Carlo.

Uma estimativa da média da variável aleatória  $X$  ( $\mu_x$ ), obtida a partir da amostra com  $n$  elementos, pode ser determinada a partir da expressão (4.17).

$$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.17)$$

A estimativa do desvio padrão da variável aleatória  $X$  ( $\sigma_x$ ), calculada a partir da amostra, pode ser determinada a partir da expressão (4.18).

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} \quad (4.18)$$

Uma vez obtidas estimativas da média e do desvio padrão de  $X$ , seu coeficiente de variação ( $\delta_x$ ) pode ser estimado a partir da expressão (4.19).

$$\delta_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (4.19)$$

Calculadas as estatísticas acima, é possível, através do Teste de  $\chi$ -quadrado ou do Teste de Kolmogorov-Smirnov, determinar se a distribuição de probabilidade da variável aleatória ajusta-se à distribuição normal de probabilidade. A Figura 4.4 apresenta um esquema de funcionamento do Teste de Kolmogorov-Smirnov.

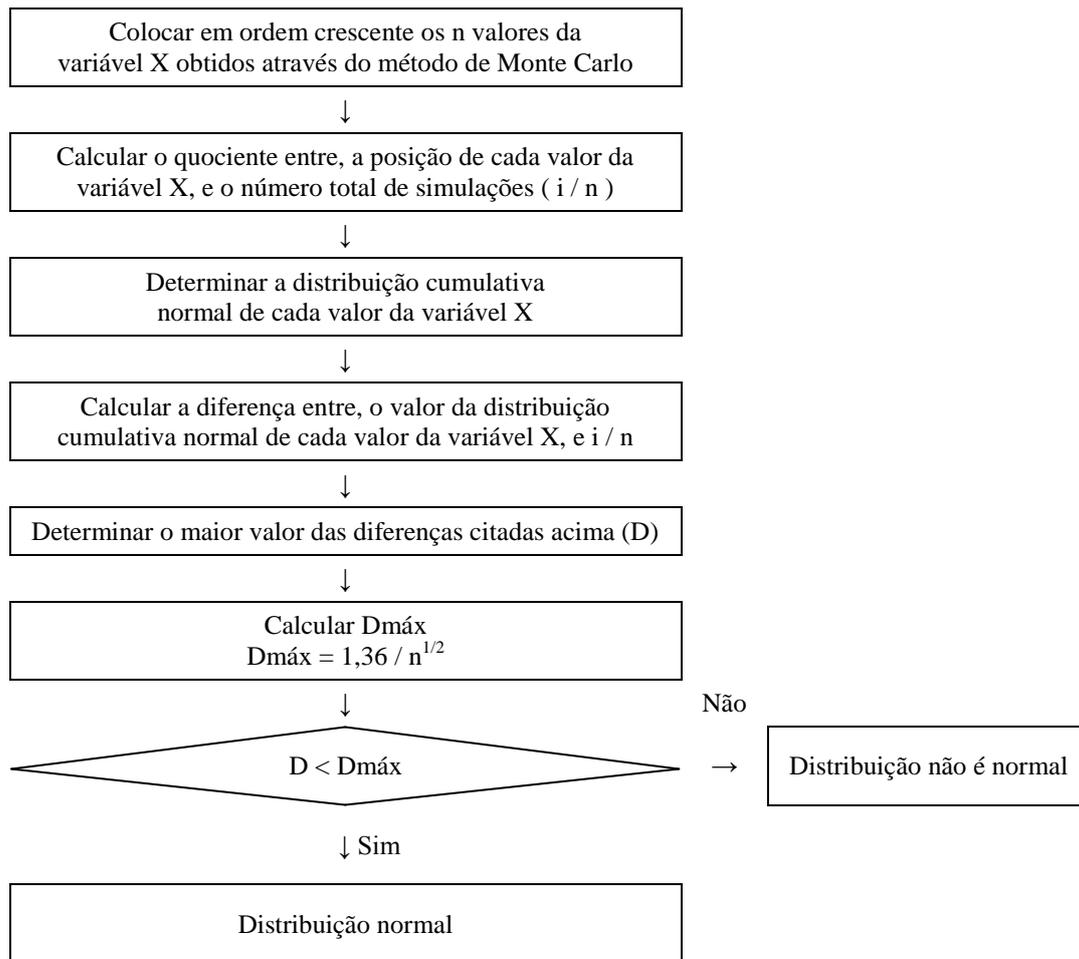


Figura 4.4 – Esquema de funcionamento do Teste de Kolmogorov-Smirnov.

Concluindo, REAL (2000) destaca que as estimativas das propriedades de uma variável aleatória  $X$ , calculadas a partir de uma amostra com  $n$  elementos, serão tanto mais precisas quanto maior for o número  $n$  de componentes da amostra. Portanto, é conveniente verificar a convergência dos momentos da variável aleatória na medida em que o tamanho da amostra ( $n$ ) cresce, para que se tenha a certeza de que o número de simulações realizadas é o suficiente.

#### 4.5 VERIFICAÇÃO DO PROGRAMA

A verificação do método de Monte Carlo aplicado juntamente com o modelo trilinear de determinação da capacidade resistente de vigas de concreto armado reforçadas, se dará por meio de comparações com resultados obtidos por PALIGA (2008).

No estudo supracitado, foram ensaiados três modelos de viga de concreto armado, sendo estas dimensionadas para suportar diferentes níveis de carregamento. Os ensaios foram realizados considerando as armaduras inferiores danificadas em 0%, 10%, 20% e 30%. Na Tabela 4.1 estão apresentadas as denominações das vigas, seus correspondentes carregamentos e as áreas de aço e reforço para as vigas originais e danificadas.

Tabela 4.1 – Vigas ensaiadas por PALIGA (2008).

Viga	Carga	Dano = 0%		Dano = 10%		Dano = 20%		Dano = 30%	
		$A_S$	$A_{S'}$	$A_S$	$A_f$	$A_S$	$A_f$	$A_S$	$A_f$
	(kN/m)	(cm <sup>2</sup> )							
V1	10	1,95	1,00	1,76	0,0488	1,56	0,065	1,37	0,098
V2	15	3,08	1,00	2,77	0,0733	2,46	0,0877	2,16	0,1388
V3	20	4,37	1,00	3,93	0,098	3,50	0,1687	3,06	0,288

O detalhamento das vigas ensaiadas está apresentado na Figura 4.5.

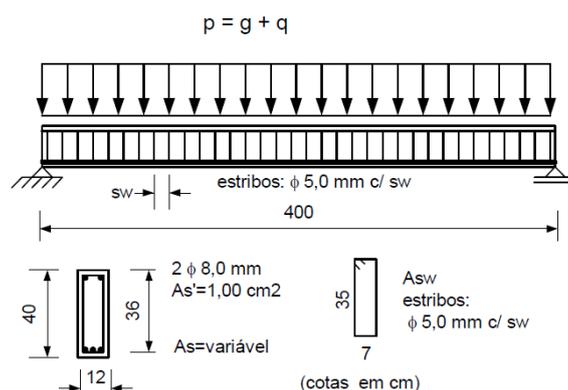


Figura 4.5 – Detalhamento das vigas ensaiadas por PALIGA (2008).

FONTE: PALIGA (2008)

As propriedades mecânicas dos materiais utilizados no projeto das vigas estão apresentadas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas dos materiais utilizados no projeto das vigas.

Materiais	$f_k$	$f_m$	$\sigma_f$	$V_f$	$E_m$	Distribuição de probabilidade
	(kN/cm <sup>2</sup> )	(kN/cm <sup>2</sup> )	(kN/cm <sup>2</sup> )	(%)	(kN/cm <sup>2</sup> )	
Concreto	2,0	2,66	0,4	15	2977	Normal
Aço – CA50	50	59,84	5,98	10	21000	Normal
Aço – CA60	60	71,81	7,18	10	21000	Normal
PRFC	309,95	340	17	5,0	23000	Weibull

Já as composições dos diferentes níveis de carregamento estão apresentadas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Composição do carregamento aplicado às vigas V1, V2 e V3.

Vigas	Carga total	Carga permanente				Carga variável			
	$P_k$	$G_k$	$G_m$	$V_G$	Distribuição	$Q_k$	$Q_m$	$V_Q$	Distribuição
	(kN/m)	(kN/m)	(kN/m)	(%)		(kN/m)	(kN/m)	(%)	
V1	10	7,5	7,875	10	Normal	2,5	2,5	25	Extremos Tipo I
V2	15	11,25	11,813	10	Normal	3,75	3,75	25	Extremos Tipo I
V3	20	15	15,75	10	Normal	5	5	25	Extremos Tipo I

A partir das especificações acima citadas, foram realizadas simulações para os mesmos protótipos ensaiados por PALIGA (2008), utilizando o modelo trilinear para a determinação da capacidade resistente das vigas.

#### 4.5.1 Viga V1

A partir da Figura 4.6, que mostra a convergência dos valores de  $\beta$  em algumas situações para a viga V1, conclui-se que a partir de 5000 simulações obtiveram-se resultados satisfatórios para o índice de confiabilidade.

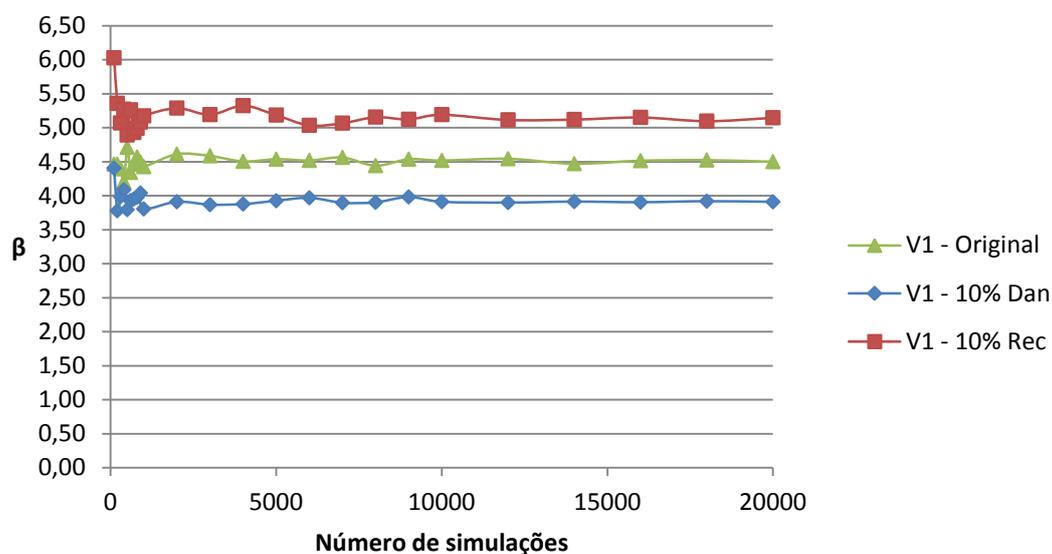


Figura 4.6 – Convergência de  $\beta$  para a viga V1.

Os resultados obtidos na simulação da viga V1, considerando-a nas situações original (*Ori.*), danificada (*Dan.*) e recuperada (*Rec.*), estão apresentados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Comparações de resultados para viga V1.

Viga V1		Modelo Trilinear				Paliga (2008)				$\frac{M.Trilinear^1}{PALIGA (2008)^2}$			
		$\mu_R$	$\sigma_R$	$\delta_R$	$\beta$	$\mu_R$	$\sigma_R$	$\delta_R$	$\beta$	$\frac{\mu_{R1}}{\mu_{R2}}$	$\frac{\sigma_{R1}}{\sigma_{R2}}$	$\frac{\delta_{R1}}{\delta_{R2}}$	$\frac{\beta_1}{\beta_2}$
		[kN/m]		[%]		[kN/m]		[%]					
0%	Ori.	19,89	1,86	9,36	4,50	21,10	1,85	8,77	5,11	0,94	1,01	1,07	0,88
10%	Dan.	18,10	1,72	9,48	3,91	19,13	1,66	8,68	4,49	0,95	1,03	1,09	0,87
	Rec.	20,38	1,67	8,21	5,15	21,04	1,79	8,51	5,15	0,97	0,93	0,96	1,00
20%	Dan.	16,11	1,50	9,29	3,20	17,04	1,46	8,59	3,82	0,95	1,02	1,08	0,84
	Rec.	19,19	1,50	7,80	4,88	20,16	1,59	7,91	5,11	0,95	0,94	0,99	0,96
30%	Dan.	14,24	1,34	9,40	2,31	14,95	1,18	7,91	3,04	0,95	1,13	1,19	0,76
	Rec.	18,82	1,34	7,10	5,07	20,18	1,42	7,03	5,69	0,93	0,94	1,01	0,89
Médias										0,95	1,00	1,06	0,89

Percebe-se, analisando a Tabela 4.4, que os resultados obtidos através do modelo trilinear apresentam boa concordância com os resultados obtidos por PALIGA (2008). A média das razões dos índices de confiabilidade é de 0,89, sendo que os resultados obtidos pelo método proposto por este trabalho apresentam-se a favor da segurança.

Já na Figura 4.7, está apresentada a comparação entre os valores de  $\beta$  para a viga V1, obtidos através do modelo trilinear e por PALIGA (2008).

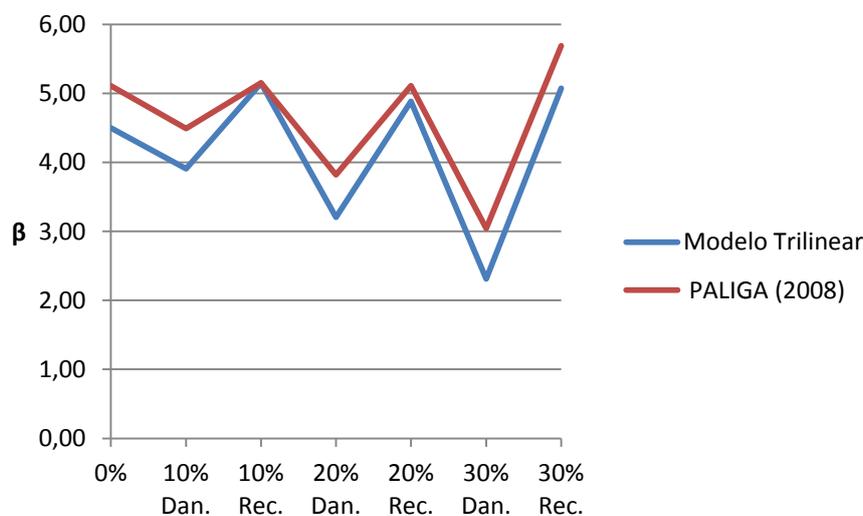


Figura 4.7 – Comparação de resultados do índice de confiabilidade  $\beta$  para a viga V1.

Percebe-se, analisando a Figura 4.7, que os resultados que mais se aproximam são os que consideram a viga reforçada, ou seja, nos maiores índices de confiabilidade.

#### 4.5.2 Viga V2

A partir da Figura 4.8, que mostra a convergência dos valores de  $\beta$  em algumas situações para a viga V2, conclui-se que a partir de 5000 simulações obtiveram-se resultados satisfatórios para o índice de confiabilidade.

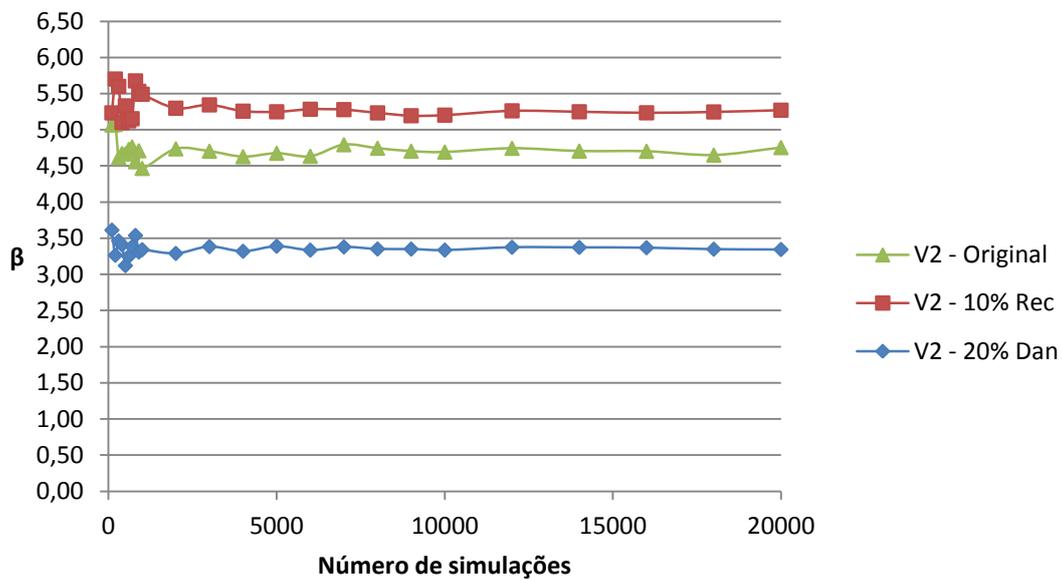


Figura 4.8 – Convergência de  $\beta$  para a viga V2.

Na Figura 4.9 está apresentada a comparação entre os valores de  $\beta$  para a viga V2.

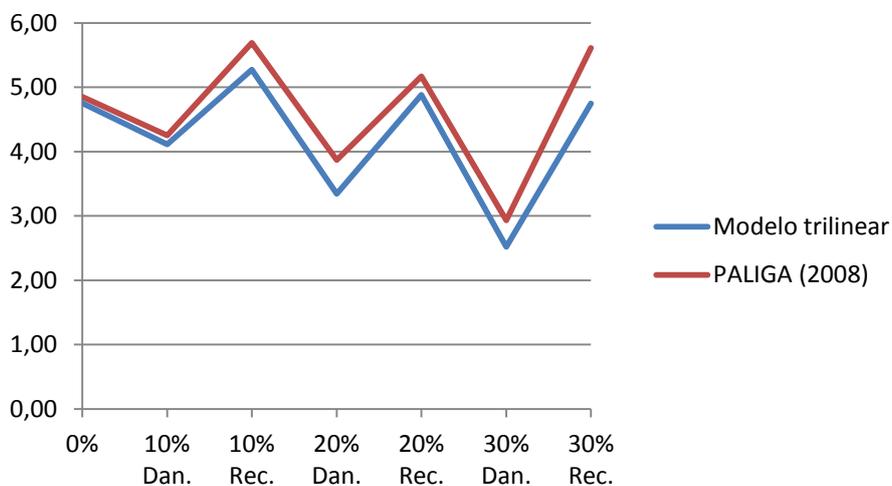


Figura 4.9 – Comparação de resultados do índice de confiabilidade  $\beta$  para a viga V2.

Os resultados obtidos na simulação da viga V2 estão apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Comparações de resultados para viga V2.

Viga V2		Modelo Trilinear				PALIGA (2008)				$\frac{M. Trilinear^1}{PALIGA (2008)^2}$			
		$\mu_R$	$\sigma_R$	$\delta_R$	$\beta$	$\mu_R$	$\sigma_R$	$\delta_R$	$\beta$	$\frac{\mu_{R1}}{\mu_{R2}}$	$\frac{\sigma_{R1}}{\sigma_{R2}}$	$\frac{\delta_{R1}}{\delta_{R2}}$	$\frac{\beta_1}{\beta_2}$
		[kN/m]		[%]		[kN/m]		[%]					
0%	Ori.	30,65	2,81	9,16	4,75	32,06	3,01	9,40	4,85	0,96	0,93	0,97	0,98
10%	Dan.	27,73	2,57	9,26	4,11	29,16	2,71	9,30	4,25	0,95	0,95	1,00	0,97
	Rec.	31,07	2,55	8,19	5,27	32,79	2,61	7,96	5,69	0,95	0,98	1,03	0,93
20%	Dan.	24,77	2,32	9,35	3,34	26,09	2,32	8,90	3,87	0,95	1,00	1,05	0,86
	Rec.	28,81	2,28	7,92	4,88	30,60	2,39	7,81	5,17	0,94	0,96	1,01	0,94
30%	Dan.	21,92	2,03	9,25	2,52	23,04	2,08	9,03	2,93	0,95	0,97	1,02	0,86
	Rec.	27,87	2,11	7,55	4,75	30,66	2,16	7,05	5,61	0,91	0,97	1,07	0,85
Médias										0,94	0,97	1,02	0,91

Analisando-se a Figura 4.9 e a Tabela 4.5, pode-se concluir que há uma boa concordância nos resultados obtidos através dos dois modelos. A média das razões de  $\beta$  é de 0,91, melhor que 0,89 da viga V1. Percebe-se também que os piores casos estão nas configurações de maior dano e de maior quantidade de reforço.

### 4.5.3 Viga V3

A partir da Figura 4.10, que mostra a convergência dos valores de  $\beta$  em algumas situações para a viga V3, conclui-se que a partir de 5000 simulações obtiveram-se resultados satisfatórios para o índice de confiabilidade.

Além disso, analisando-se a Tabela 4.6, onde estão apresentados os resultados obtidos na simulação da viga V3, conclui-se que apesar de apresentar a maior diferença entre os resultados do índice de confiabilidade (média das razões de aproximadamente 0,86) a proximidade ainda é considerável. Outra constatação importante é que nos três tipos de vigas a média das razões da capacidade resistente ( $\mu_R$ ) girou em torno de 0,95, verificando que modelo trilinear apresenta resultados satisfatórios.

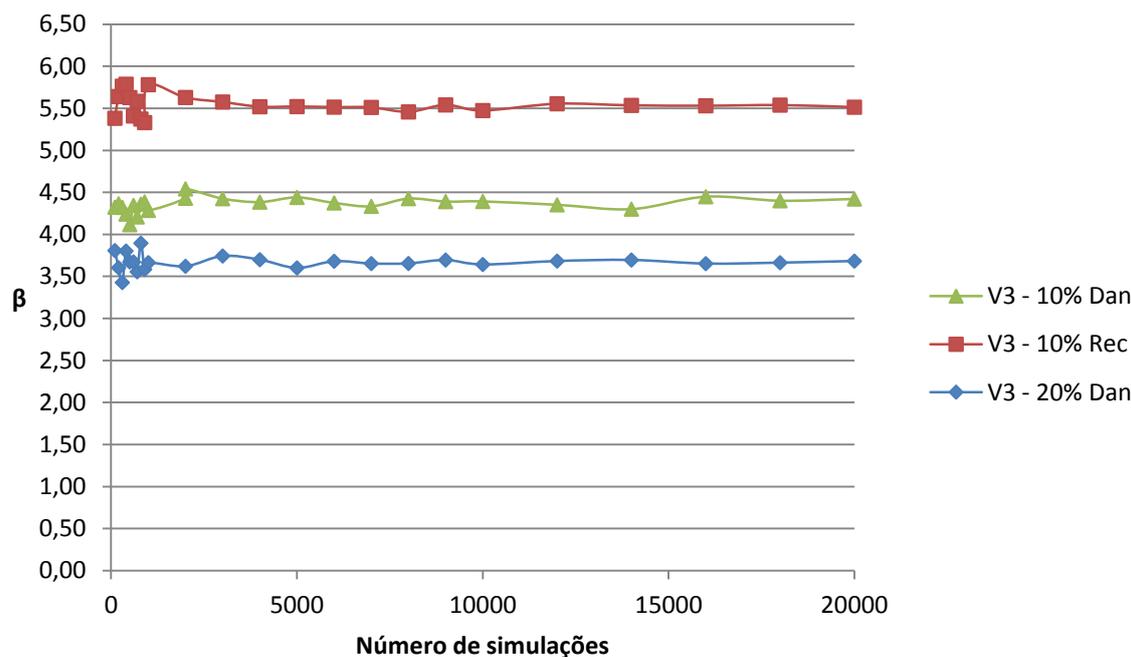


Figura 4.10 – Convergência de  $\beta$  para a viga V3.

Tabela 4.6 – Comparações de resultados para viga V3.

Viga V3		Modelo Trilinear				PALIGA (2008)				$\frac{M. Trilinear^1}{PALIGA (2008)^2}$			
		$\mu_R$	$\sigma_R$	$\delta_R$	$\beta$	$\mu_R$	$\sigma_R$	$\delta_R$	$\beta$	$\frac{\mu_{R1}}{\mu_{R2}}$	$\frac{\sigma_{R1}}{\sigma_{R2}}$	$\frac{\delta_{R1}}{\delta_{R2}}$	$\frac{\beta_1}{\beta_2}$
		[kN/m]		[%]		[kN/m]		[%]					
0%	Ori.	42,30	3,83	9,06	4,97	43,18	3,67	8,51	5,45	0,98	1,04	1,06	0,91
10%	Dan.	38,41	3,46	9,01	4,42	39,71	3,42	8,60	4,75	0,97	1,01	1,05	0,93
	Rec.	42,46	3,40	8,01	5,51	43,70	3,12	7,13	6,37	0,97	1,09	1,12	0,87
20%	Dan.	34,45	3,16	9,17	3,68	35,99	3,00	8,34	4,23	0,96	1,05	1,10	0,87
	Rec.	40,81	3,14	7,70	5,39	43,36	2,97	6,84	6,41	0,94	1,06	1,13	0,84
30%	Dan.	30,44	2,81	9,24	2,81	31,86	3,05	9,56	3,06	0,96	0,92	0,97	0,92
	Rec.	38,93	2,99	7,69	5,06	45,16	2,56	5,67	7,32	0,86	1,17	1,36	0,69
Médias										0,95	1,05	1,11	0,86

Analisando a Figura 4.11, onde está apresentada a comparação entre os valores de  $\beta$  para a viga V3, percebe-se que a diferença entre os resultados obtidos a partir modelo proposto neste trabalho e os resultados obtidos por PALIGA (2008) acentua-se nas maiores quantidades de reforço.

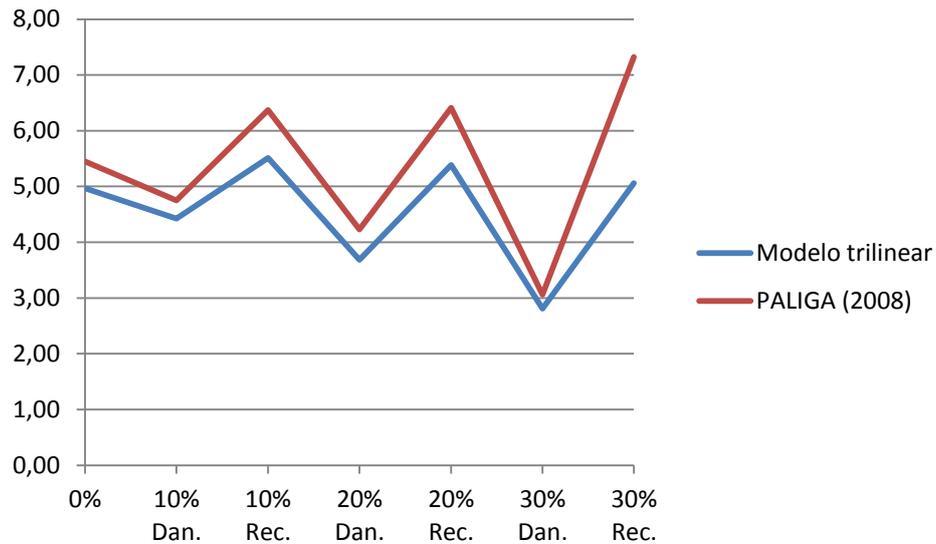


Figura 4.11 – Comparação de resultados do índice de confiabilidade  $\beta$  para a viga V3.

Ao se considerar o conjunto de resultados para os 3 tipos de vigas, tem-se uma média das razões  $\beta_1$  (modelo trilinear) /  $\beta_2$  (PALIGA, 2008 – Método dos Elementos Finitos) de aproximadamente 0,89 a favor da segurança. Visto as simplificações do modelo trilinear, podem-se considerar os resultados satisfatórios e assim verificar o modelo proposto.

## **5. ESTUDO PROBABILÍSTICO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM PRFC, LOCALIZADAS EM AMBIENTE MARÍTIMO**

### **5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Este capítulo tem por objetivo apresentar um estudo sobre a confiabilidade de vigas de concreto armado, localizadas em ambientes marítimos, danificadas e que foram recuperadas através do uso de PRFC. Serão feitos testes para uma viga de concreto armado, localizada no terminal de containers TECON de Rio Grande, considerando-a com três diferentes configurações de carregamento. A diferença entre cada configuração se dá através dos coeficientes de variação do momento solicitante variável que será de 10%, 15% e 20%. Após a análise probabilística desta viga para cada configuração, chamadas de configurações originais, serão aplicados três níveis de dano na armadura inferior de flexão. Estes danos se darão através da diminuição da área da seção transversal destas armaduras em 25%, 33% e 50%. Deste modo, poderá ser feita a análise da influência do coeficiente de variação do momento solicitante variável na confiabilidade, e a queda da mesma provocada pelo dano nas armaduras. Visando a recuperação da capacidade de carga original desta viga, serão projetados reforços em PRFC, colados na face tracionada da viga, com o objetivo de que o mesmo absorva a parcela dos esforços de tração perdida após a aplicação do dano nas armaduras. Este projeto será feito seguindo as recomendações do *fib* Bulletin 14 (2001), com o objetivo de verificar a confiabilidade alcançada quando se adota as recomendações desta norma europeia.

Quanto à variabilidade dos materiais utilizados, foram feitas algumas considerações a partir de estudos e experiências anteriores. A variabilidade do concreto será medida através do coeficiente de variação da sua resistência à compressão, parâmetro este que fornece o grau de qualidade obtido durante a produção do concreto. Considerando uma construção em um ambiente agressivo e sendo a viga ensaiada um elemento importante para a estrutura como um todo, considerou-se a utilização de um concreto de boa qualidade, com um coeficiente de variação da sua resistência à compressão em torno de 10%.

Assim como em PALIGA (2008), no que diz respeito às propriedades das armaduras, se incorporará o efeito da variabilidade da tensão de escoamento, que é um indicativo da qualidade do aço. Por possuir uma pequena variabilidade, o módulo de elasticidade longitudinal do aço será considerado como determinístico nas análises.

Para o PRFC usado na recuperação estrutural, será utilizado um coeficiente de variação da sua tensão de ruptura para a consideração que o mesmo seja uma grandeza aleatória. Do mesmo modo, para a tensão de descolamento do PRFC, será admitido que a mesma possua uma variabilidade em torno do seu valor médio. Como esta tensão depende da qualidade do concreto, seu coeficiente de variação e o coeficiente da variação da resistência do concreto terão valores aproximados.

Finalmente, o carregamento aplicado à viga será dividido em duas parcelas, a parcela da carga permanente, e a parcela da carga variável. As duas parcelas serão consideradas como variáveis aleatórias. No caso da estrutura em estudo, serão trabalhados diretamente os momentos solicitantes que estão especificados no memorial de cálculo da viga. Vale ressaltar que para o coeficiente de variação do momento solicitante variável se adotarão três valores diferentes.

Através de análises conjuntas do método de simulação de Monte Carlo com o modelo trilinear, apresentado nos capítulos anteriores, pode-se, então, determinar, através do que está exposto no capítulo anterior, a confiabilidade atingida no projeto da viga nas configurações originais, a queda de confiabilidade devido ao dano das armaduras de tração, e o nível de confiabilidade da viga recuperada para todas as configurações de carregamento.

## **5.2 DESCRIÇÃO DA VIGA EM ESTUDO**

A viga analisada no presente trabalho está localizada no terminal de containers TECON da cidade de Rio Grande e faz parte da estrutura de ampliação do cais localizado na área da empresa, conforme mostra a Figura 5.1.



Figura 5.1 – Cais localizado no TECON Rio Grande: (a) sem ampliação e (b) ampliação

A base da estrutura de ampliação do cais é composta por quatro vigas posicionadas sobre estacas, denominadas *vigas primárias* conforme mostrado na Figura 5.2. A viga analisada neste trabalho é a *viga primária B*.

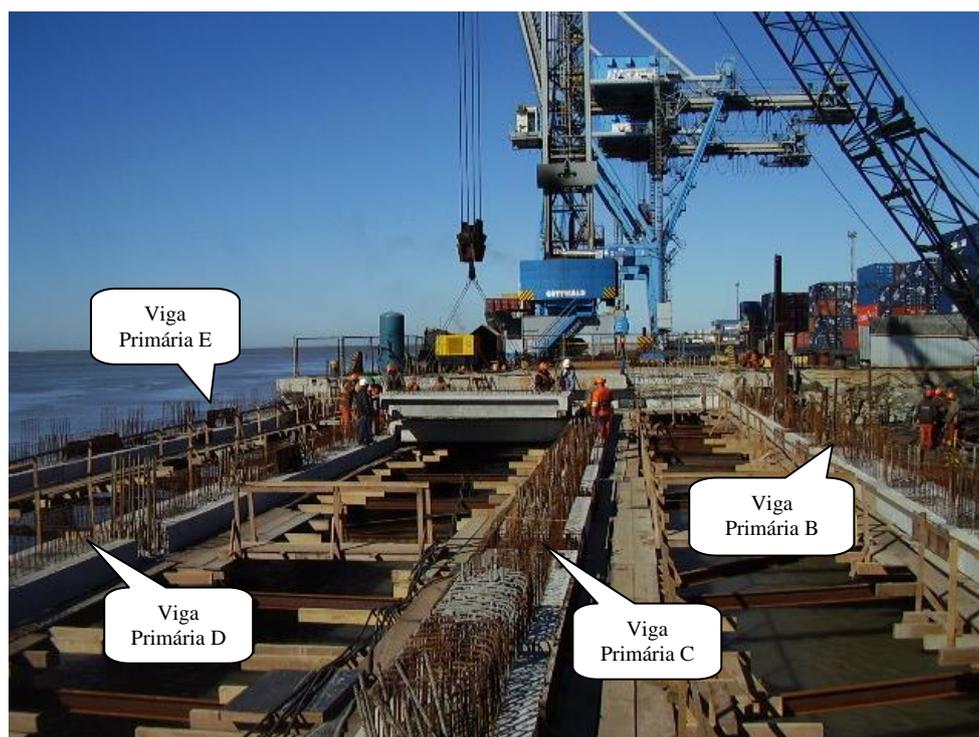


Figura 5.2 – Disposição das vigas da estrutura de ampliação do cais do TECON Rio Grande.

A representação da viga analisada, dada pelo memorial de cálculo da estrutura, está apresentada na Figura 5.3.

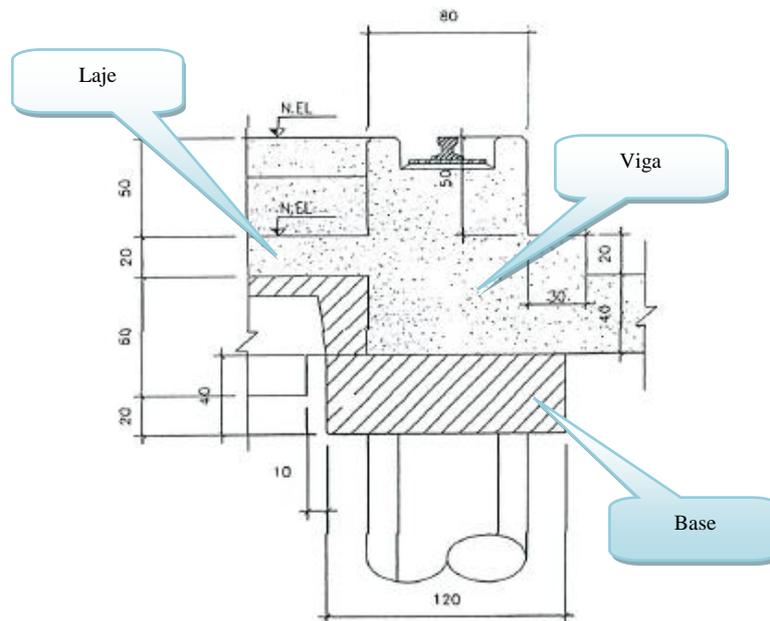


Figura 5.3 – Representação da viga analisada.

Conforme se pode analisar na Figura 5.3, a viga como um todo é composta por uma base, que faz a junção com a estaca, e sobre esta base encontra-se uma viga engastada na laje. Para fins de cálculo, simplificou-se a seção transversal da viga, conforme mostra a Figura 5.4.

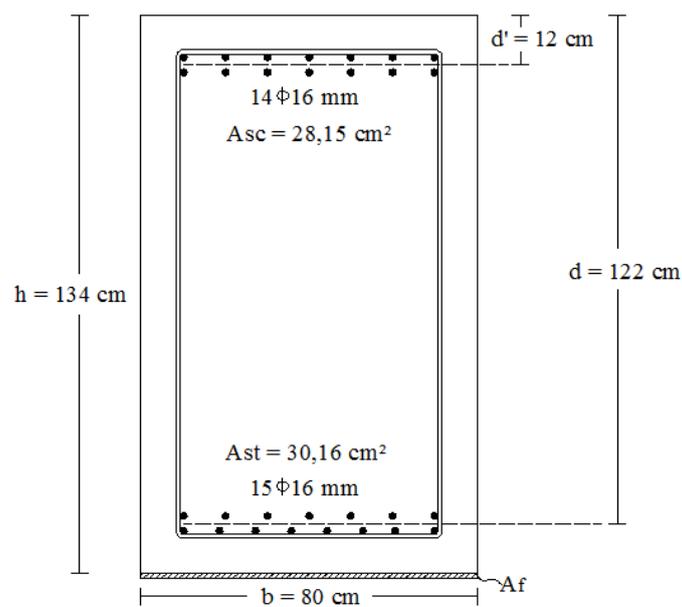


Figura 5.4 – Representação simplificada da viga em análise.

Os valores das áreas de aço e da distância  $d$ , apresentados na Figura 5.4, foram consultados no memorial de cálculo da estrutura. Vale ressaltar ainda que os estribos têm um diâmetro de 10 mm e que, para fins de cálculo, o espaçamento vertical entre as camadas de aço foi considerado de 2 cm.

As propriedades mecânicas dos materiais utilizados no projeto e análise da *viga primária B*, são apresentadas na Tabela 5.1, onde  $f_k$  é o valor característico da resistência,  $f_m$  é o valor médio da resistência,  $\sigma_f$  é o desvio padrão da resistência,  $V_f$  é o coeficiente de variação da resistência,  $E_m$  é o valor médio do módulo de elasticidade do material, e a distribuição de probabilidade adotada para a resistência do material é indicada na última coluna da direita.

Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas dos materiais utilizados no projeto e análise da viga.

<i>Materiais</i>	$f_k$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$f_m$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_f$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$V_f$ (%)	$E_m$ (kN/cm <sup>2</sup> )	<i>Distribuição de probabilidade</i>
Concreto	5,0	5,98	0,598	10	3318	Normal
Aço	50	54,48	2,72	5	21000	Normal
PRFC	309,95	340	17	5	23000	Weibull

Baseado em PALIGA (2008), para a tensão de descolamento do reforço, assume-se que a mesma obedeça a uma distribuição normal de probabilidade, com um coeficiente de variação de 15%.

A Tabela 5.2 apresenta as áreas de aço e reforço para os diferentes níveis de dano da armadura de flexão.

Tabela 5.2 – Áreas de aço e reforço para os diferentes níveis de dano da armadura de flexão.

<i>Dano</i>	$A_s'$ (cm <sup>2</sup> )	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A_f$ (cm <sup>2</sup> )
0% (viga original)	28,15	30,16	0,00
25%	28,15	22,62	1,67
33%	28,15	19,91	2,28
50%	28,15	15,08	3,42

### 5.3 DESCRIÇÃO DO CARREGAMENTO APLICADO À VIGA

Para o carregamento aplicado, considera-se que a carga permanente possui uma distribuição normal de probabilidade com valor médio 5% maior que o seu valor característico, e coeficiente de variação de 10%.

Já em relação à carga variável, esta é composta pela combinação das seguintes cargas: portainer, vento, atracação, cargas acidentais de porto, etc. Sendo assim, o Teorema do Limite Central diz que a distribuição de probabilidade de uma variável que é a soma de muitas variáveis com distribuições quaisquer pode ser aproximada por uma distribuição normal. Será considerado também que seu valor médio é igual ao seu valor característico.

Ainda em relação à carga variável, serão admitidos coeficientes de variação de 10%, 15% e 20%, gerando, portanto, três composições de carregamento (CC), como apresentado na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Composição do carregamento aplicado à viga em estudo.

Composição de Carregamento	Momento permanente			Momento variável		
	$M_{Gk}$	$M_{Gm}$	$V_{Mg}$	$M_{Qk}$	$M_{Qm}$	$V_{Mq}$
	[kN.m]	[kN.m]	[%]	[kN.m]	[kN.m]	[%]
CC1	85,30	89,57	10	830,40	830,40	10
CC2	85,30	89,57	10	830,40	830,40	15
CC3	85,30	89,57	10	830,40	830,40	20

Para a viga em estudo, são gerados aleatoriamente 1000 valores para o momento permanente e para o momento variável, ambos com uma distribuição normal de probabilidade, e valores médios e coeficientes de variação indicados na Tabela 5.3. O momento total aplicado à viga é obtido, então, pela soma do momento permanente mais o momento variável.

A distribuição de probabilidade do momento total, considerando três diferentes coeficientes de variação para o momento variável, resultou em uma distribuição normal, como mostrado na Figura 5.6, na Figura 5.8 e na Figura 5.10. Para a viga com CC1, CC2 e CC3, os coeficientes de variação obtidos para o momento solicitante total foram, respectivamente, de 8,81%, 13,43% e de 18,27%, com um valor médio em torno de 920 kN.m.

Observa-se que, como o momento solicitante variável é bem maior que o permanente, o coeficiente de variação do momento total aproxima-se do coeficiente de variação do momento variável.

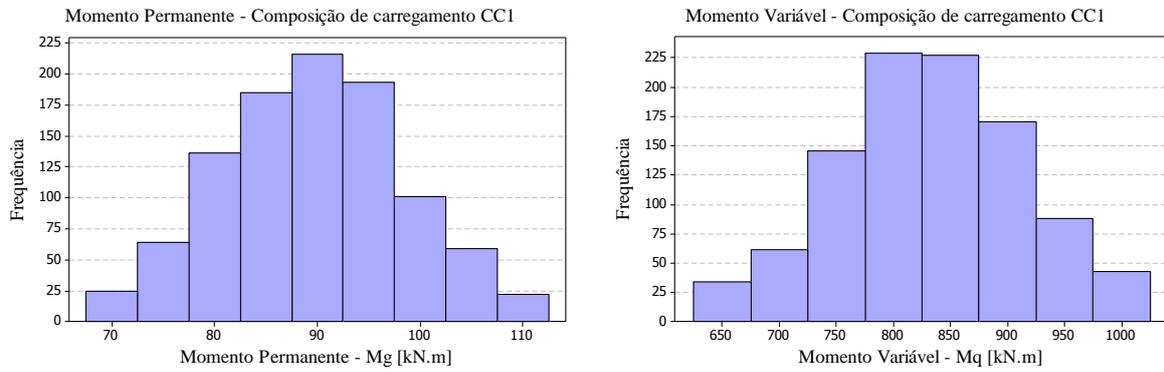


Figura 5.5 – Momento permanente e variável: composição de carregamento CC1.

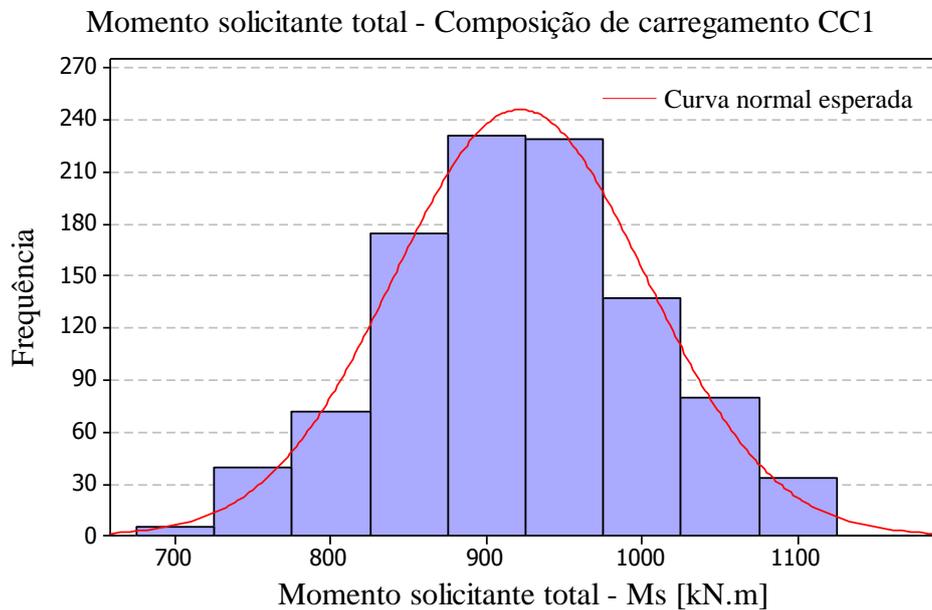


Figura 5.6 – Momento solicitante total: composição de carregamento CC1.

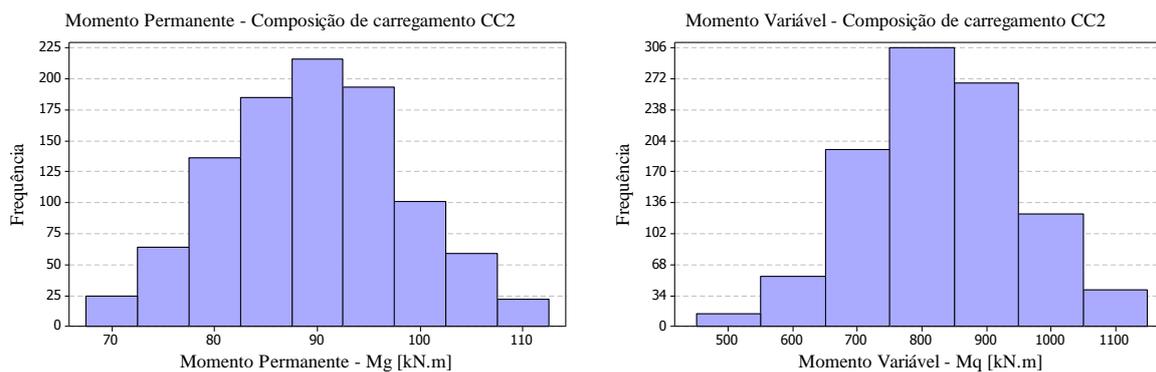


Figura 5.7 – Momento permanente e variável: composição de carregamento CC2.

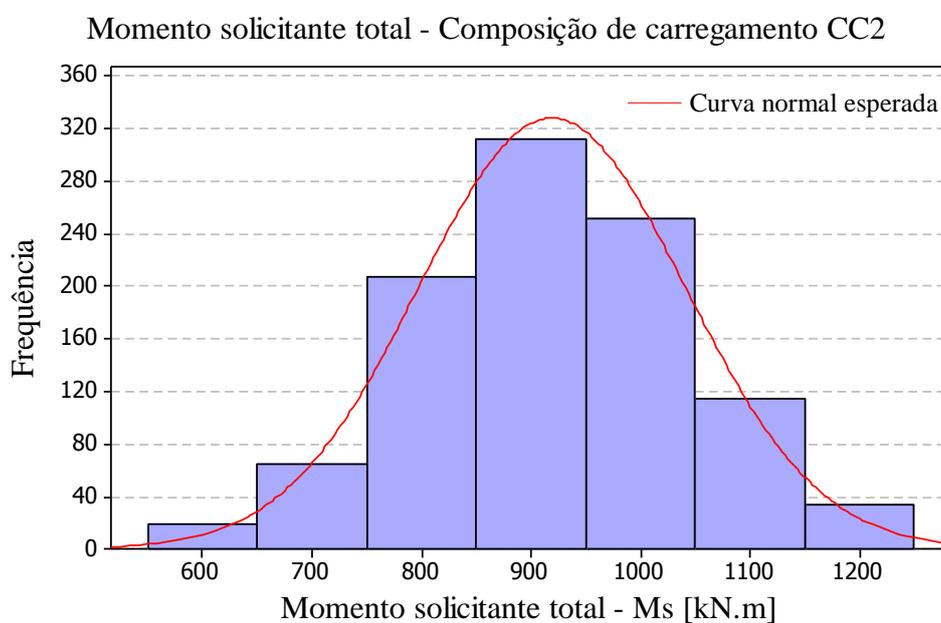


Figura 5.8 – Momento solicitante total: composição de carregamento CC2.

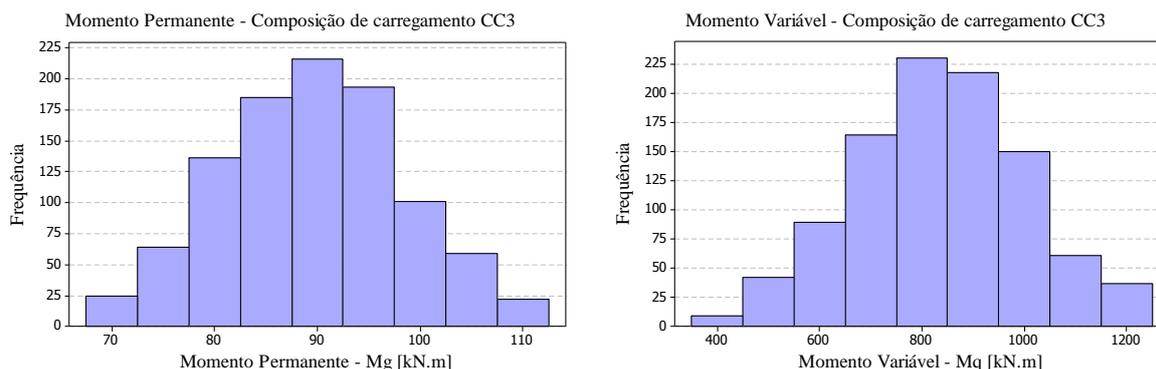


Figura 5.9 – Momento permanente e variável: composição de carregamento CC3.

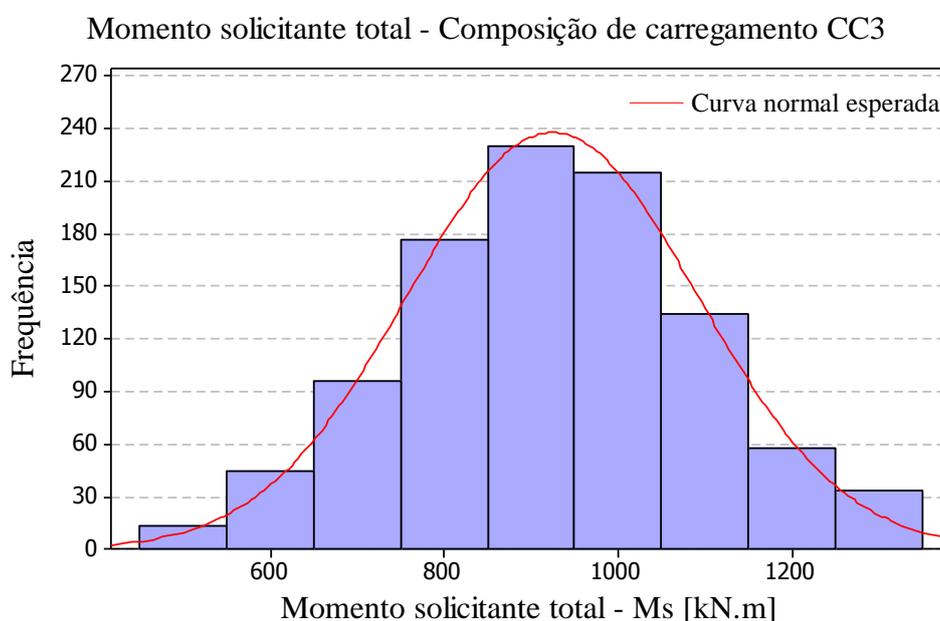


Figura 5.10 – Momento solicitante total: composição de carregamento CC3.

## 5.4 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS

Para a viga estudada, nas diferentes configurações de carregamento, foram feitas análises da sua situação original, danificada e recuperada dos danos de 25%, 33% e 50% da armadura de tração. Na análise dos momentos resistentes da viga nas situações originais, danificadas e recuperadas, utilizou-se o método de simulação de Monte Carlo juntamente com o modelo trilinear desenvolvido para a análise de vigas de concreto armado reforçadas. Nas

análises da viga geraram-se aleatoriamente as propriedades dos materiais conforme as distribuições que lhes foram prescritas, e então, foi obtido o momento de ruptura através do modelo trilinear. Para cada uma das análises, 1000 simulações foram feitas, obtendo-se, deste modo, 1000 momentos de ruptura. Este número de simulações se mostrou suficiente para que houvesse uma convergência estatística do valor médio dos momentos de ruptura, bem como do seu coeficiente de variação.

#### **5.4.1 Viga com composição de carregamento CC1**

Para que se pudesse conhecer o comportamento da viga com CC1, fez-se uma análise determinística com as propriedades médias dos materiais envolvidos. Simulou-se o comportamento da viga original, com os três níveis de dano da armadura e considerando a recuperação dos danos através da colagem de PRFC.

Na análise probabilística, ou seja, através das 1000 simulações de Monte Carlo, a viga com CC1 e sem dano da armadura de tração, apresentou um momento médio de ruptura de 1832,28 kN.m com um coeficiente de variação de 4,58%.

Na Figura 5.11 é apresentada a convergência estatística do momento de ruptura da viga original, em função do tamanho da amostra.

Já na Figura 5.12 é mostrada a convergência estatística do coeficiente de variação do momento de ruptura.

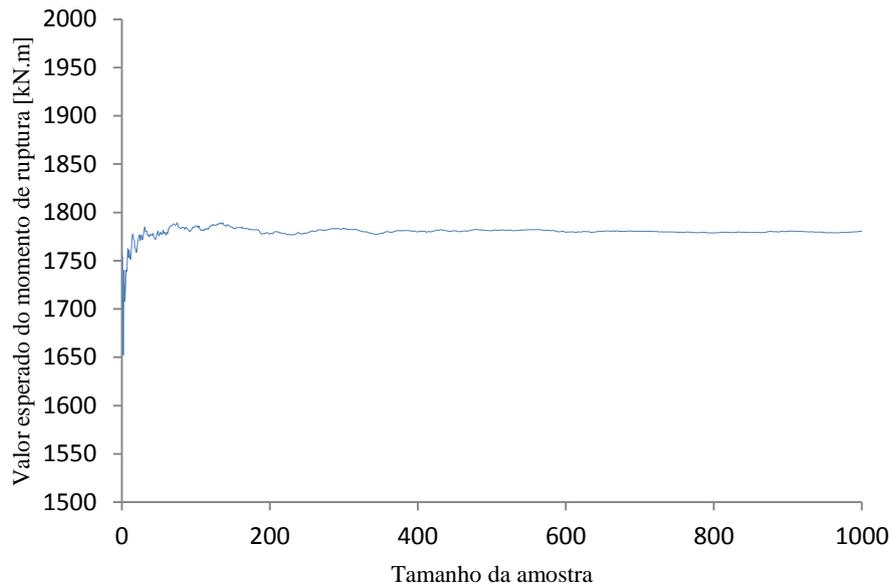


Figura 5.11 – Convergência estatística do momento de ruptura: viga original.

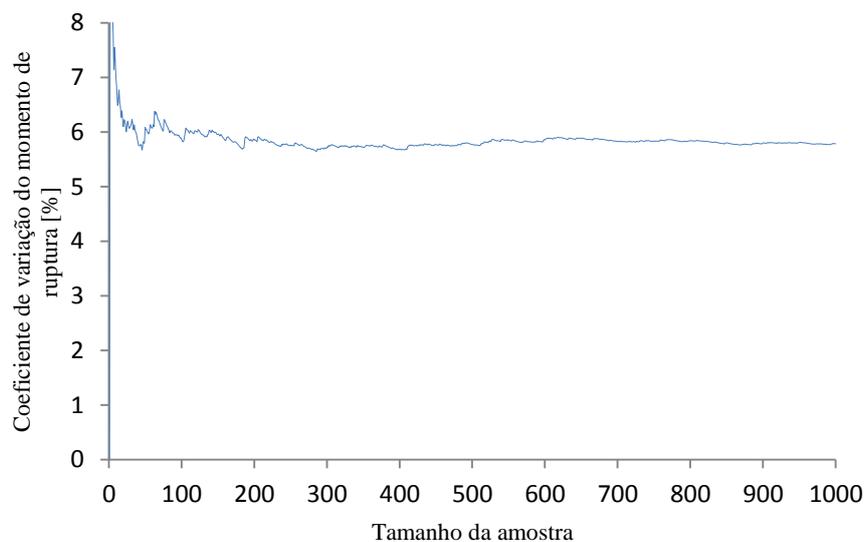


Figura 5.12 – Convergência estatística do coeficiente de variação do momento de ruptura:  
viga original.

Ao aplicar-se o dano de 25% na armadura tracionada, houve uma queda de 23,98% no valor médio do momento de ruptura. Deste modo, o valor médio do momento na ruptura da viga com CC1, baixou para 1392,87 kN.m com 4,55% de coeficiente de variação. A margem de segurança teve como média o valor de 471,73 kN.m e desvio padrão de 103,44 kN.m.

Na Figura 5.13 é mostrado o histograma que representa a variável aleatória margem de segurança, bem como na Figura 5.14 apresenta-se seu gráfico de probabilidade normal. Através do teste de Kolmogorov-Smirnov verificou-se que a margem de segurança pode ser representada por uma distribuição normal de probabilidade.

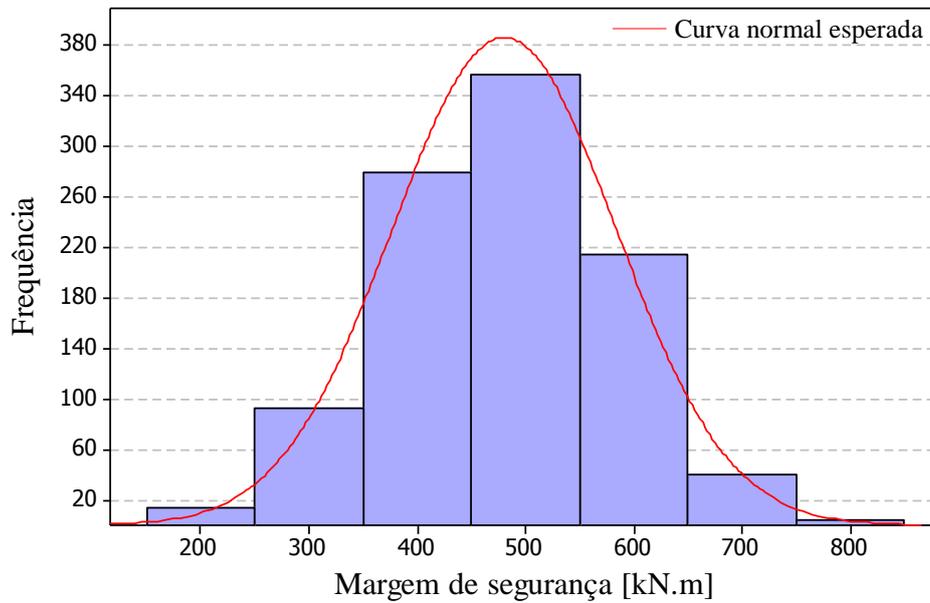


Figura 5.13 – Margem de segurança: viga com CC1 e com 25% de dano.

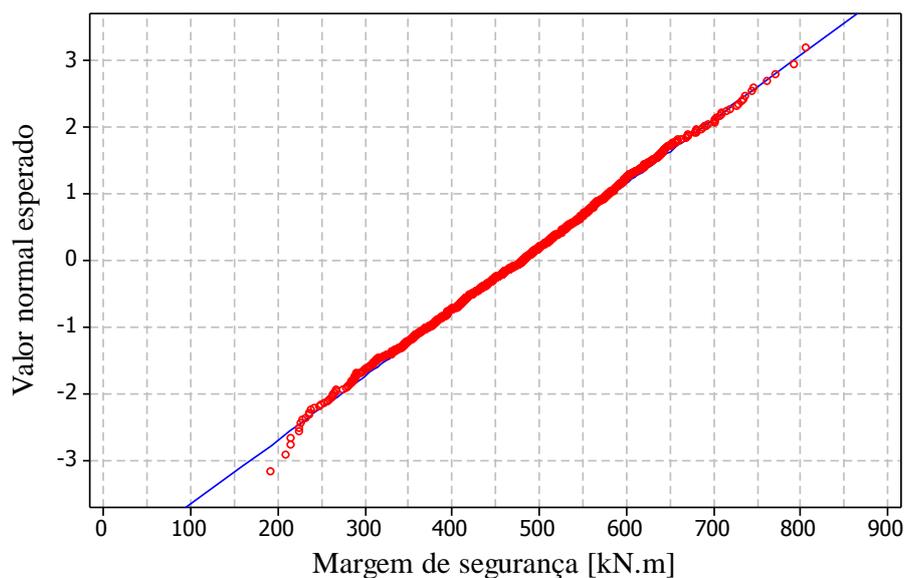


Figura 5.14 – Gráfico de probabilidade normal: viga com CC1 e com 25% de dano.

Após a recuperação do dano causado pela redução de 25% da área da armadura inferior tracionada, o momento médio de ruptura da viga com CC1, obtido através das 1000 simulações de Monte Carlo, aumentou para 1858,58 kN.m com 4,91% de coeficiente de variação. O aumento em relação ao momento médio de ruptura da viga com CC1 e com 25% de dano foi de 33,17%, ficando, a viga recuperada, com o momento médio de ruptura muito próximo do momento médio de ruptura da viga original, que foi de 1832,28 kN.m. Desse modo, a diferença entre os momentos médios de ruptura da viga original e da viga recuperada foi de 1,41%.

Na Figura 5.15 é apresentada a interação entre a função densidade de probabilidade do momento solicitante e do momento resistente, da viga com CC1, para as situações de análise do dano de 25% da armadura tracionada.

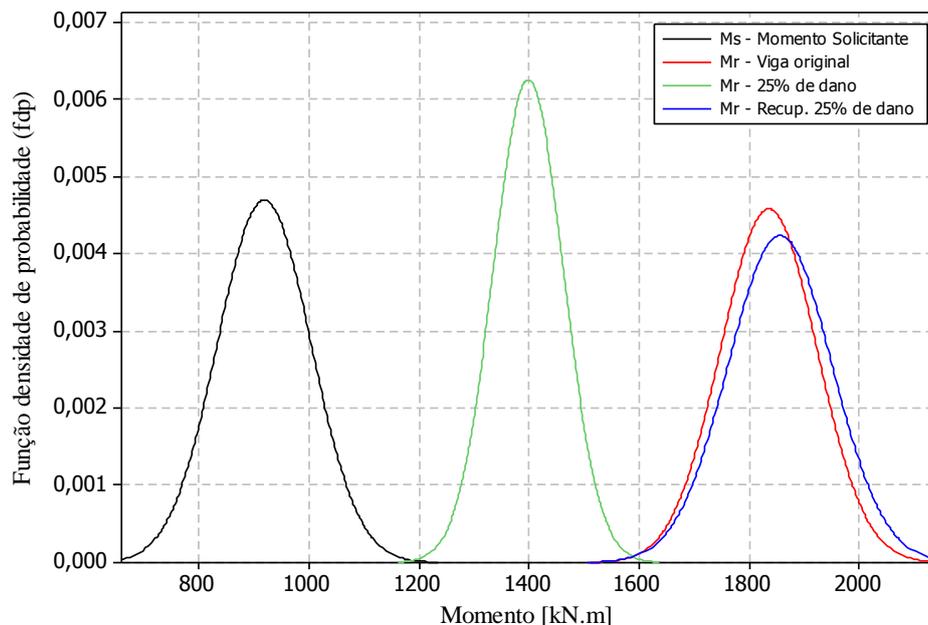


Figura 5.15 – Representação do problema  $M_R - M_S$  em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC1 e com 25% de dano.

Na Figura 5.16 e na Figura 5.17 são apresentadas, respectivamente, as interações entre a função densidade de probabilidade do momento solicitante e do momento resistente, da viga com CC1, para as situações de análise do dano de 33% e 50% da armadura tracionada.

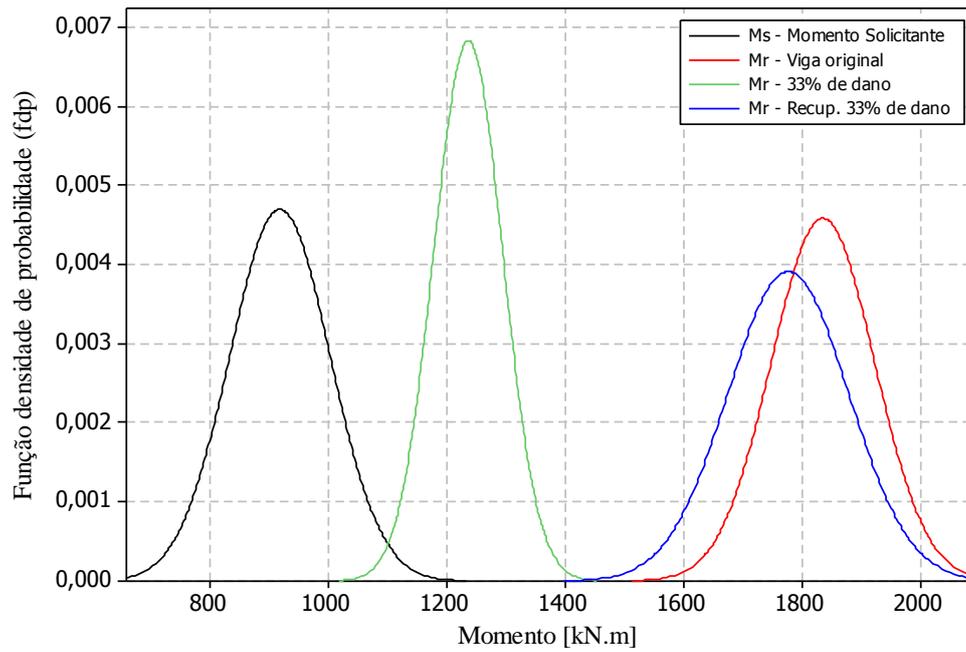


Figura 5.16 – Representação do problema  $M_R - M_S$  em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC1 e com 33% de dano.

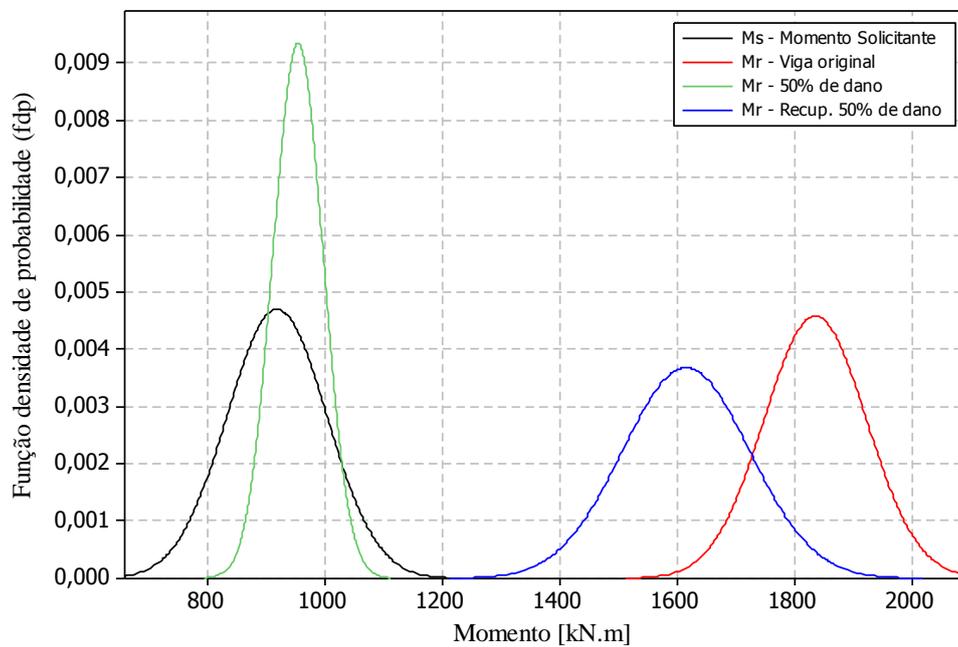


Figura 5.17 – Representação do problema  $M_R - M_S$  em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC1 e com 50% de dano.

Como mostrado no capítulo 4 e representado na Figura 4.1, a confiabilidade de uma estrutura está diretamente ligada a sobreposição da curva representativa do carregamento e a curva representativa da solicitação. Portanto, isto nos indica que a probabilidade de falha aumenta quando as curvas se aproximam e diminui quando as curvas se afastam. Assim observa-se, através da Figura 5.15, Figura 5.16 e Figura 5.17 que a confiabilidade diminuiu, para os exemplos analisados, conforme aumentou o dano da armadura tracionada. Percebe-se que, para um dano de 25%, através da recuperação estrutural a curva do momento resistente se apresenta mais afastada da curva do momento solicitante do que para a viga original. Isto indica um índice de confiabilidade maior que o da viga original que, por sua vez, já é alto. Para a viga com danos de 33% e 50%, as curvas do momento resistente afastaram-se da curva do momento solicitante após o reforço, indicando o aumento do índice de confiabilidade, porém ficando abaixo da viga original.

Na Tabela 5.4 estão apresentados os valores médios e os coeficientes de variação dos momentos de ruptura obtidos em todas as análises da viga com CC1. Também estão mostrados os índices de confiabilidade  $\beta$ , e as correspondentes probabilidades de falha  $P_f$ .

Tabela 5.4 – Análise probabilística da viga com CC1.

Viga com CC1		$M_{Rm}$ [kN.m]	$V_R$ [%]	$\beta$	$P_f$
Original		1835,07	4,74	7,43	$5,27 \times 10^{-14}$
25% de dano	Danific.	1397,88	4,56	4,58	$2,30 \times 10^{-6}$
	Recup.	1855,54	5,08	7,48	$3,59 \times 10^{-14}$
33% de dano	Danific.	1235,80	4,73	3,14	$8,48 \times 10^{-4}$
	Recup.	1776,70	5,75	6,64	$1,57 \times 10^{-11}$
50% de dano	Danific.	953,61	4,48	0,34	$3,67 \times 10^{-1}$
	Recup.	1614,92	6,72	5,20	$9,76 \times 10^{-8}$

A Tabela 5.4 pode ser representada graficamente através da Figura 5.18, Figura 5.19, Figura 5.20 e da Figura 5.21. Nestas figuras, é apresentada a variação, com o aumento do dano da armadura de tração, do momento médio de ruptura e de seu coeficiente de variação, do índice de confiabilidade e da probabilidade de falha.

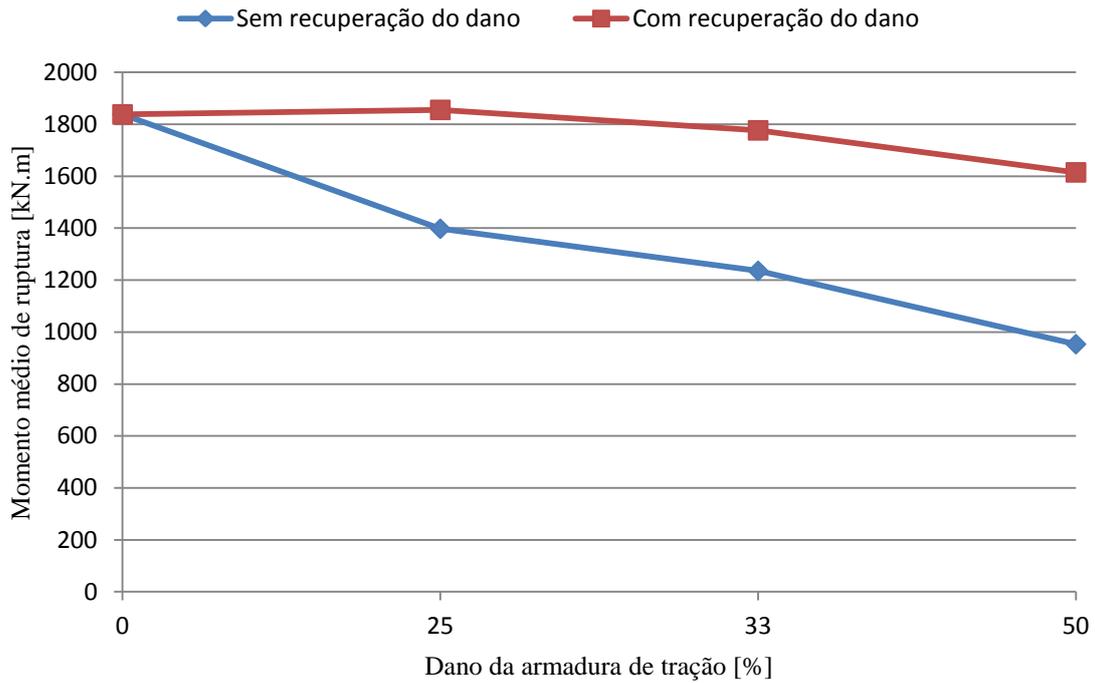


Figura 5.18 – Variação do momento médio de ruptura com o dano.

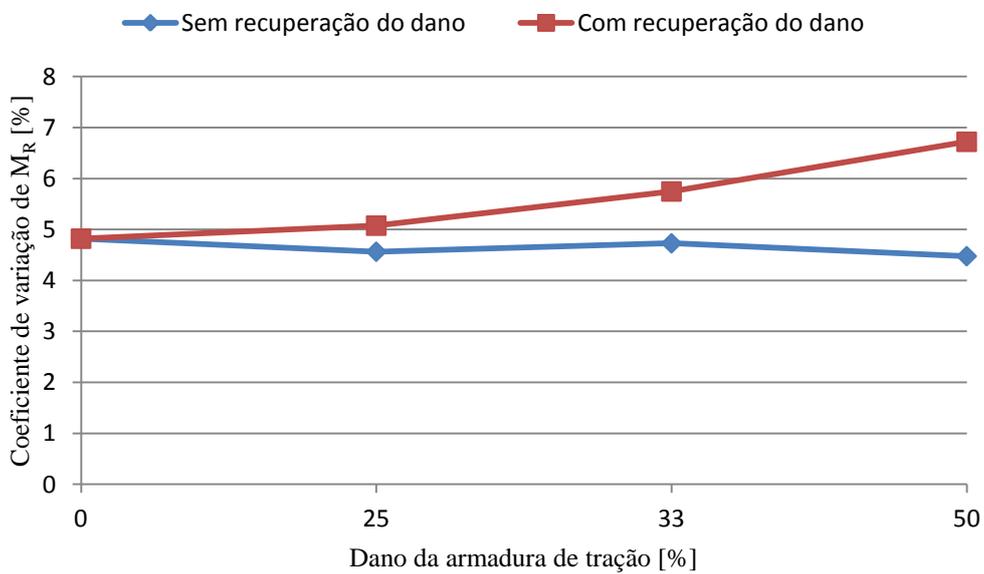


Figura 5.19 – Variação do coeficiente de variação do momento de ruptura com o dano.

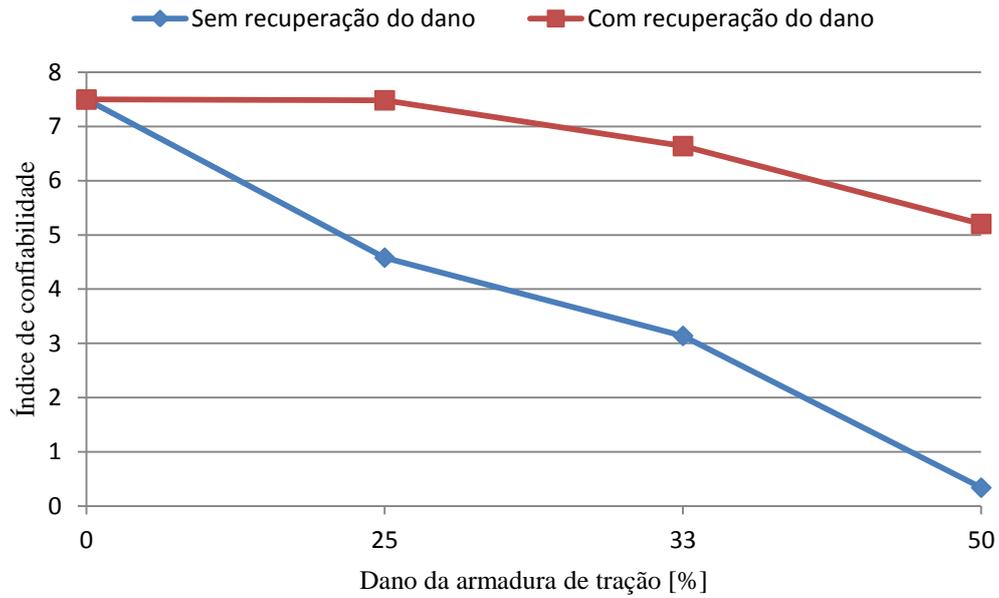


Figura 5.20 – Variação do índice de confiabilidade com o dano: viga com CC1.

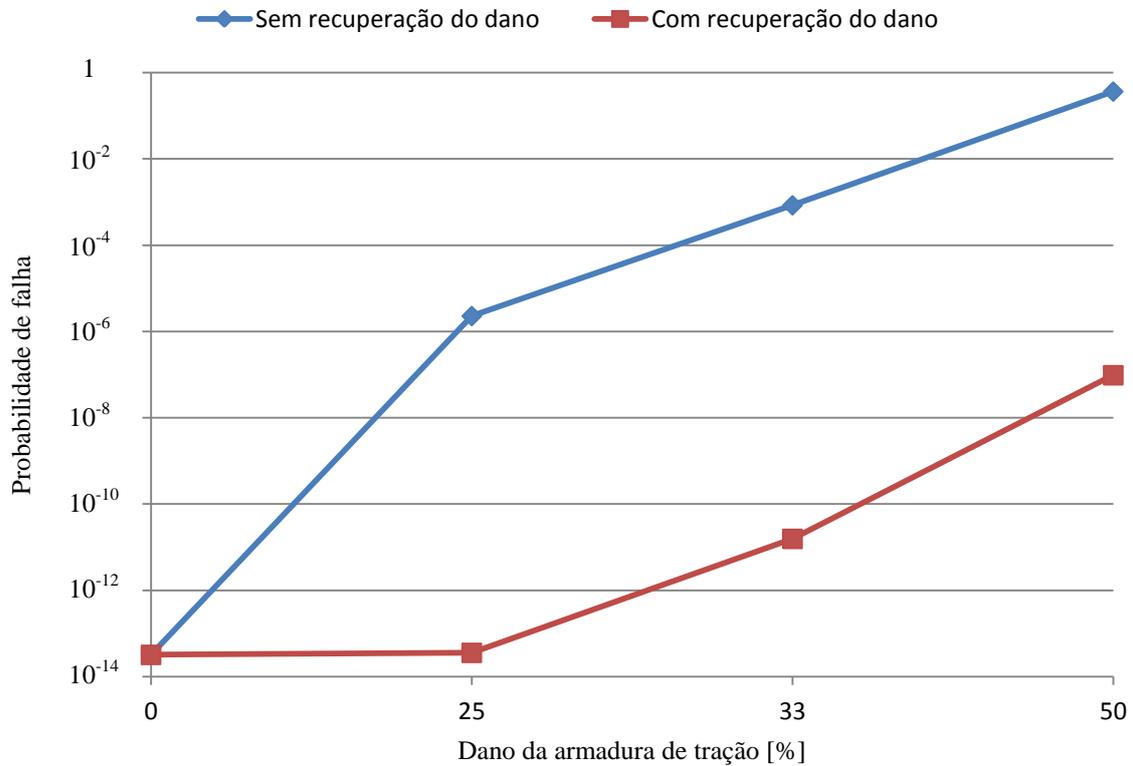


Figura 5.21 – Variação da probabilidade de falha com o dano: viga com CC1.

### 5.4.2 Viga com composição de carregamento CC2

Fazendo-se as análises da viga com CC2, obtiveram-se os gráficos apresentados na Figura 5.22, na Figura 5.23 e na Figura 5.24, que mostram a comparação da função densidade de probabilidade entre o momento solicitante e os momentos de ruptura para os diferentes níveis de dano. Analisando-se os respectivos gráficos, percebe-se que para um dano de 25%, a curva do momento resistente já sobrepõe a curva do momento solicitante de forma mais nítida do que para CC1. Isto acontece devido ao aumento do coeficiente de variação do momento solicitante variável. Para a viga recuperada do dano de 50%, já percebe-se um início de sobreposição das curvas dos momentos resistente e solicitante.

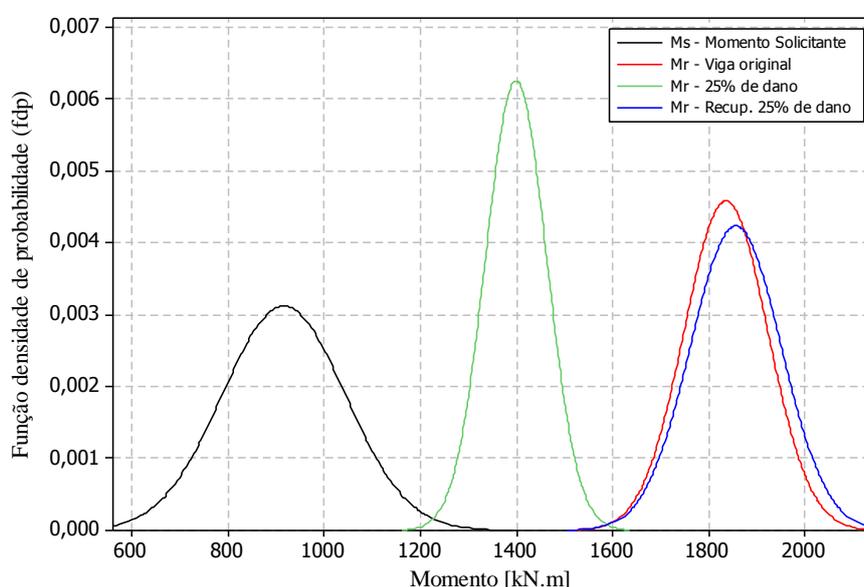


Figura 5.22 – Representação do problema  $M_R - M_S$  em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC2 e com 25% de dano.

Quando do dano de 50% na armadura tracionada da viga houve uma queda em 48,16% do momento médio de ruptura quando comparado à viga não-danificada. Assim, obteve-se, através das 1000 simulações, o valor médio de 952,75 kN.m com 4,69% de coeficiente de variação. Para a recuperação da capacidade de carga da viga após o dano de 50% da armadura de tração, lâminas de PRFC com área da seção transversal de 3,42 cm<sup>2</sup> foram consideradas na face tracionada da viga. Obteve-se a partir deste procedimento, um aumento de 69,69% do momento médio de ruptura em relação à viga com 50% de dano. Entretanto, com um valor de 1616,70 kN.m, o momento médio de ruptura da viga recuperada ficou 12,03% menor que o momento médio de ruptura da viga original (1837,73 kN.m).

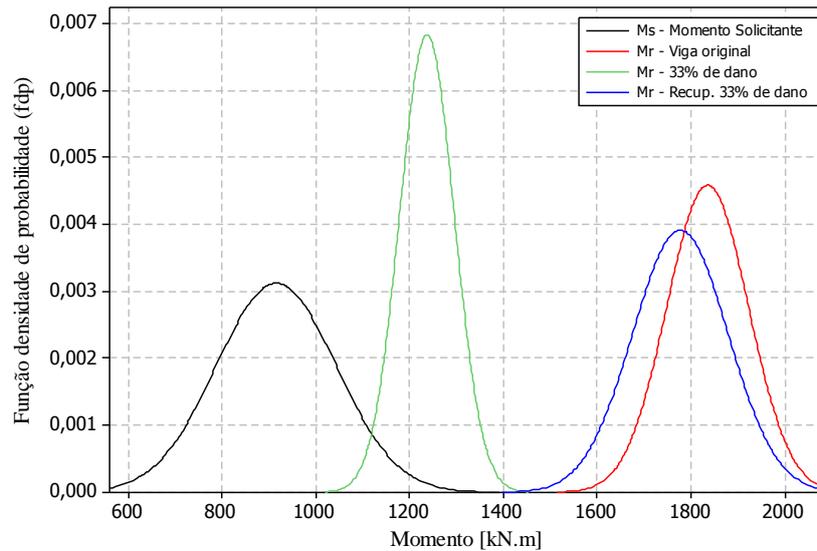


Figura 5.23 – Representação do problema  $M_R - M_S$  em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC2 e com 33% de dano.

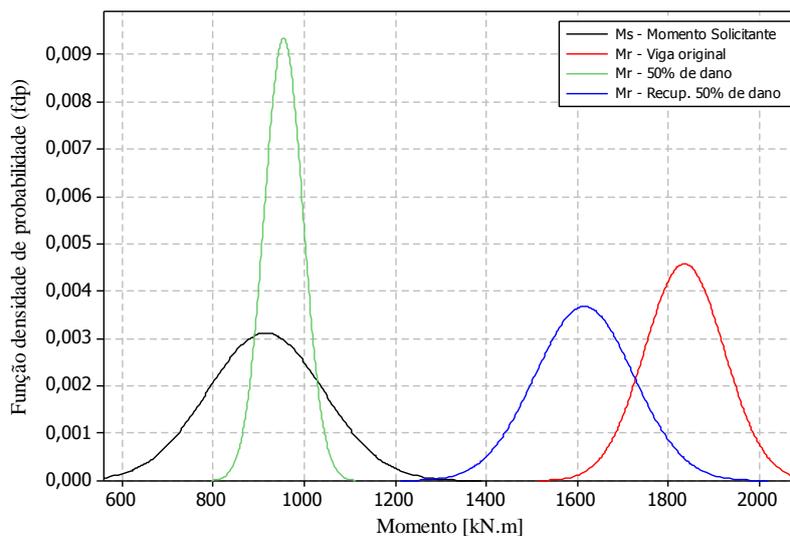


Figura 5.24 – Representação do problema  $M_R - M_S$  em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC2 e com 50% de dano.

Na Figura 5.25 e na Figura 5.26 são apresentadas, respectivamente, a convergência estatística do momento de ruptura da viga recuperada do dano de 50% e do seu coeficiente de variação. Através destes gráficos, observa-se que tanto o momento de ruptura, bem como seu coeficiente de variação, convergem rapidamente para os valores esperados das respostas. Para um número em torno de 500 simulações os valores já se aproximam bastante do valor médio obtido através das 1000 simulações.

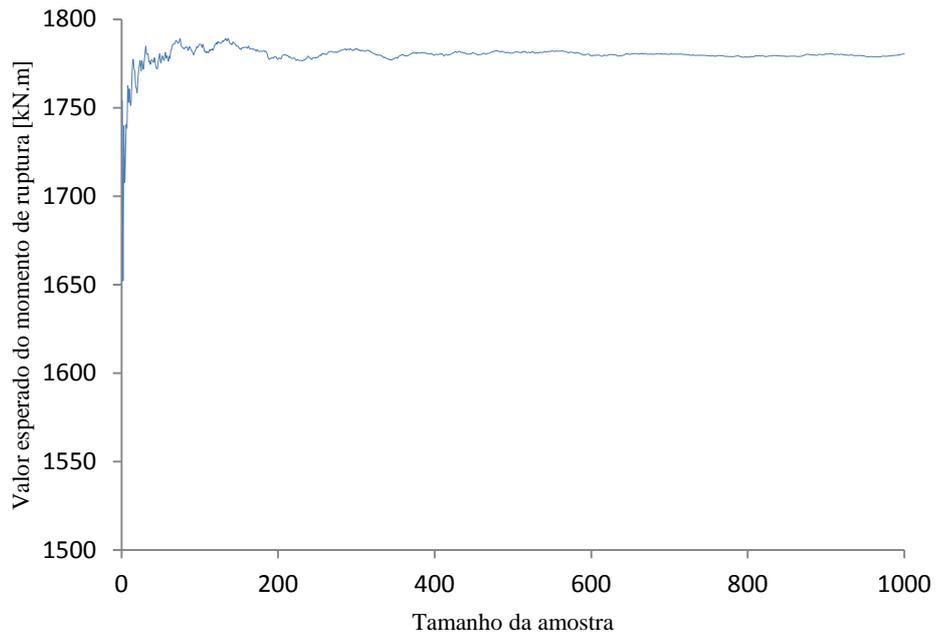


Figura 5.25 – Convergência estatística do momento de ruptura: viga recuperada do dano de 50%.

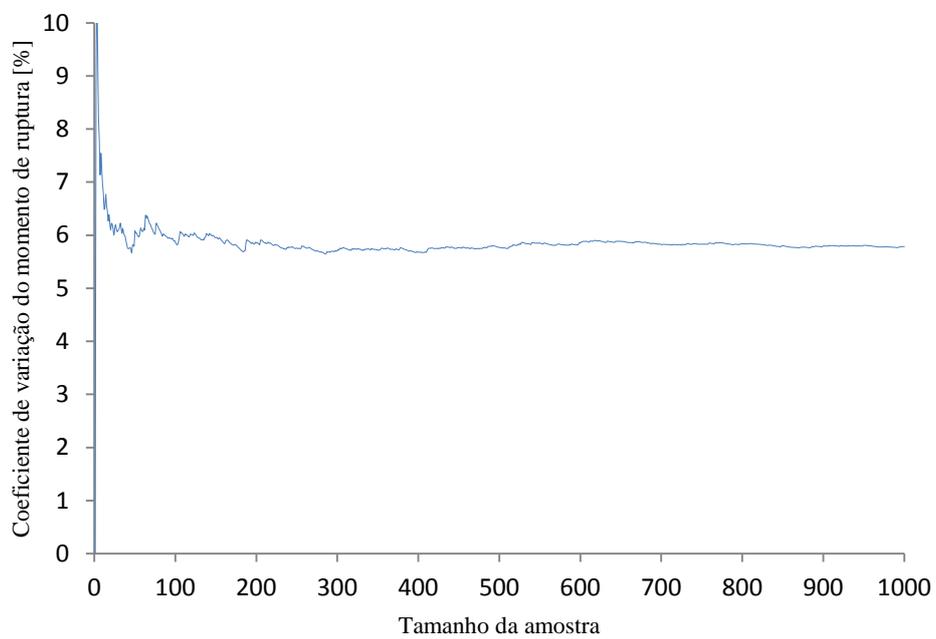


Figura 5.26 – Convergência estatística do coeficiente de variação do momento de ruptura: viga recuperada do dano de 50%.

Na Figura 5.27 é apresentada a margem de segurança da viga com CC2 e recuperada do dano de 50% da armadura longitudinal de tração. Já na Figura 5.28, apresenta-se o gráfico de probabilidade normal da margem de segurança.

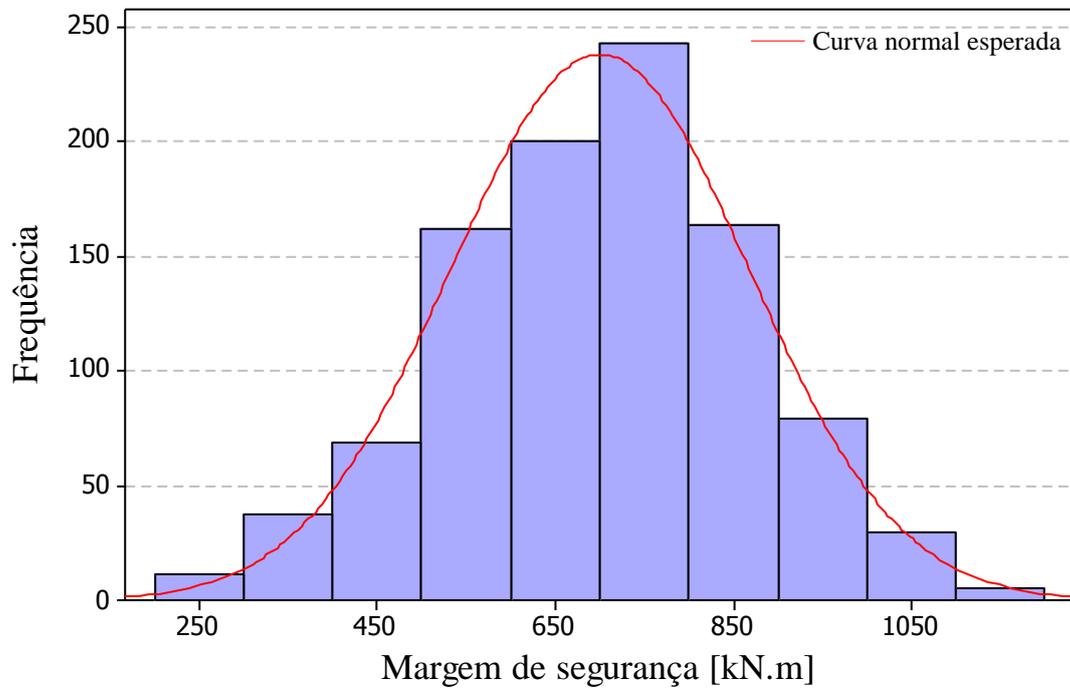


Figura 5.27 – Margem de segurança: viga com CC2 e recuperada do dano de 50%.

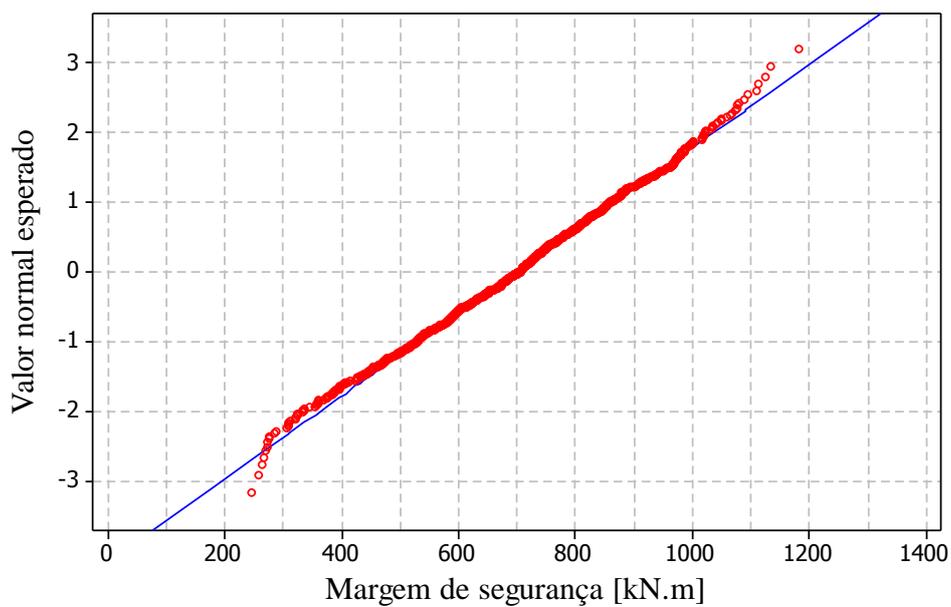


Figura 5.28 – Gráfico de probabilidade normal: viga com CC2 e recuperada do dano de 50%.

Através da Figura 5.27 e da Figura 5.28 pode-se constatar que a margem de segurança da viga com CC2 recuperada do dano de 50% segue uma distribuição normal de probabilidade. Fato confirmado pelo teste de Kolmogorov-Smirnov. Na Tabela 5.5 estão apresentados os valores médios e coeficientes de variação dos momentos de ruptura obtidos em todas as análises da viga com CC2, bem como os índices de confiabilidade  $\beta$ , e as correspondentes probabilidades de falha  $P_f$ .

Tabela 5.5 – Análise probabilística da viga com CC2.

Viga com CC2		$M_{Rm}$ [kN.m]	$V_R$ [%]	$\beta$	$P_f$
Original		1837,73	4,92	6,04	$7,88 \times 10^{-10}$
25% de dano	Danific.	1394,91	4,75	3,42	$3,17 \times 10^{-4}$
	Recup.	1854,95	4,95	6,21	$2,71 \times 10^{-10}$
33% de dano	Danific.	1237,84	4,53	2,33	$9,89 \times 10^{-3}$
	Recup.	1777,39	5,62	5,53	$1,57 \times 10^{-8}$
50% de dano	Danific.	952,75	4,69	0,29	$3,87 \times 10^{-1}$
	Recup.	1616,70	6,84	4,18	$1,48 \times 10^{-5}$

Uma representação gráfica da Tabela 5.5 pode ser observada através da Figura 5.29 e da Figura 5.30. Nas figuras, é apresentada a variação, com o aumento do dano da armadura de tração, do índice de confiabilidade e da probabilidade de falha.

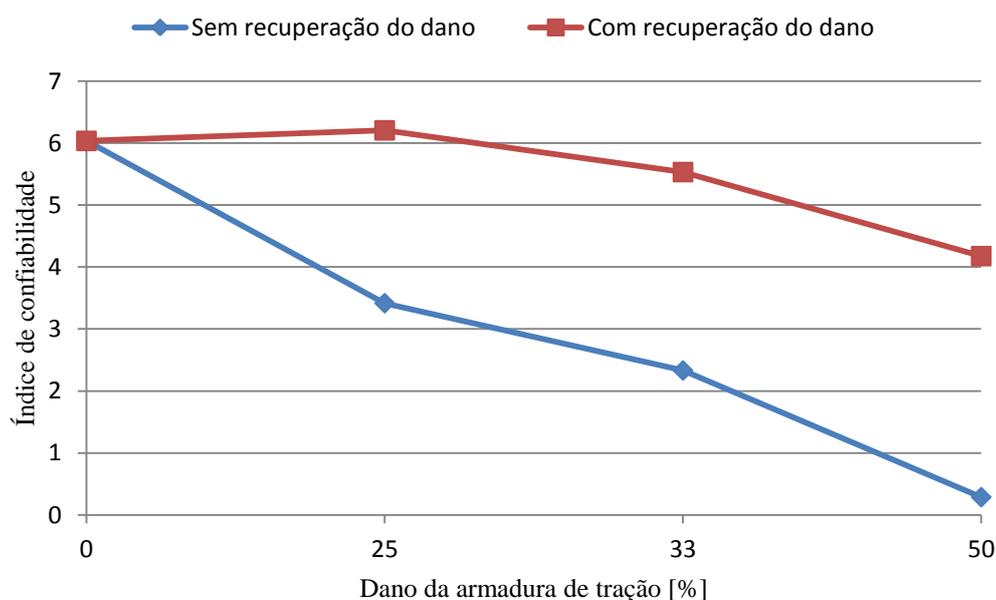


Figura 5.29 – Variação do índice de confiabilidade com o dano: viga com CC2.

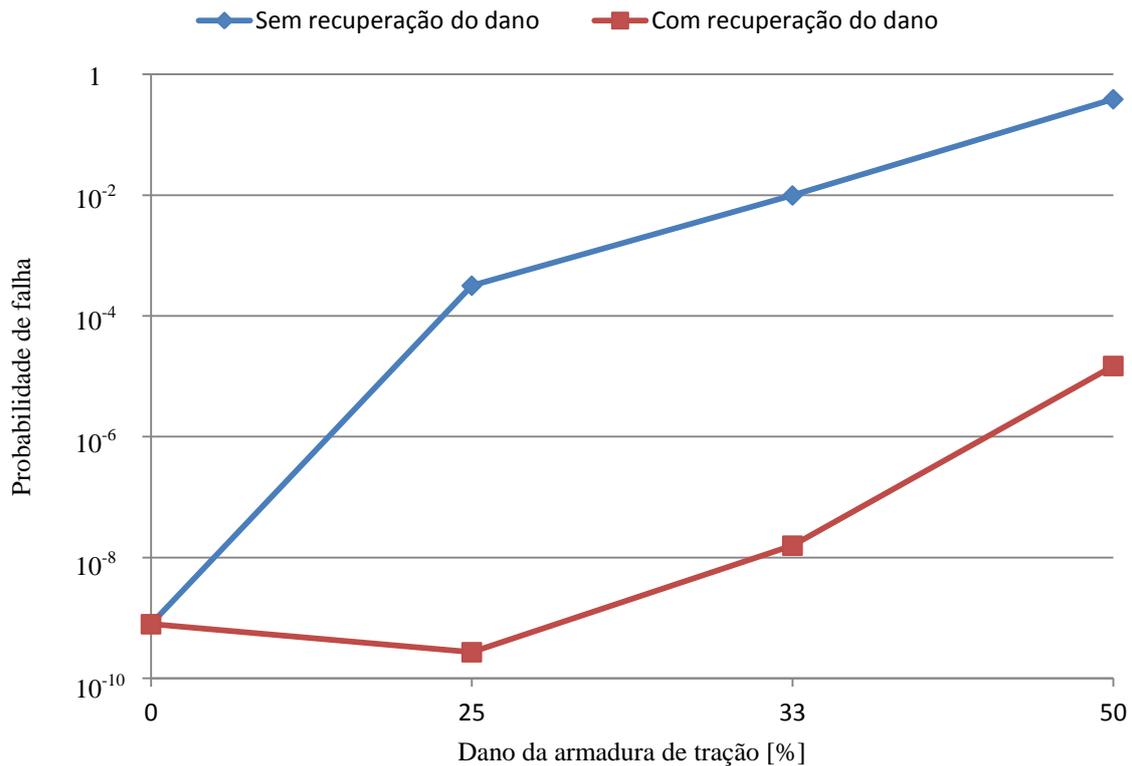


Figura 5.30 – Variação da probabilidade de falha com o dano: viga com CC2.

### 5.4.3 Viga com composição de carregamento CC3

A partir da análise probabilística da viga com CC3 verificou-se que como consequência do dano de 33% aplicado na armadura inferior, houve uma queda de 32,78% no momento médio de ruptura em relação à viga original. Assim, o momento médio de ruptura ficou em 1237,52 kN.m com 4,61% de coeficiente de variação.

O momento médio de ruptura aumentou em 43,87% quando da recuperação do dano de 33% da armadura de tração. Com um coeficiente de variação de 5,78%, o valor médio do momento de ruptura foi de 1780,38 kN.m. O momento médio de ruptura ficou apenas 3,29% menor em relação à viga original, assim como o índice de confiabilidade que ficou 8,10% menor. Percebe-se que a recuperação do índice de confiabilidade é considerável após o reforço. O fato de não ser reestabelecido na totalidade se deve ao fato do descolamento do reforço ocorrer de forma prematura.

Para a viga com CC3 e sem dano da armadura, obteve-se uma margem de segurança média de 914,94 kN.m com 186,73 kN.m de desvio padrão. Através do teste de Kolmogorov-Smirnov, verificou-se que a margem de segurança segue uma distribuição normal de probabilidade. Esta normalidade pode ser confirmada na Figura 5.31 e na Figura 5.32.

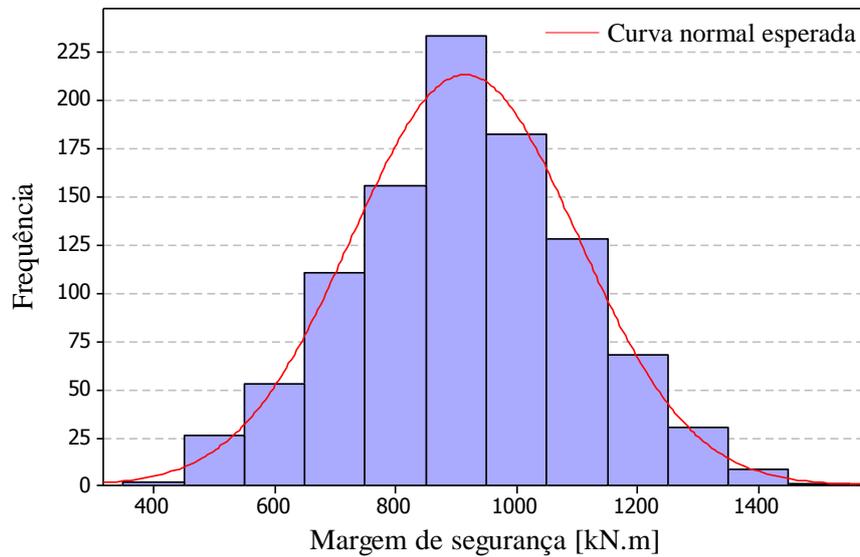


Figura 5.31 – Margem de segurança: viga original e com CC3.

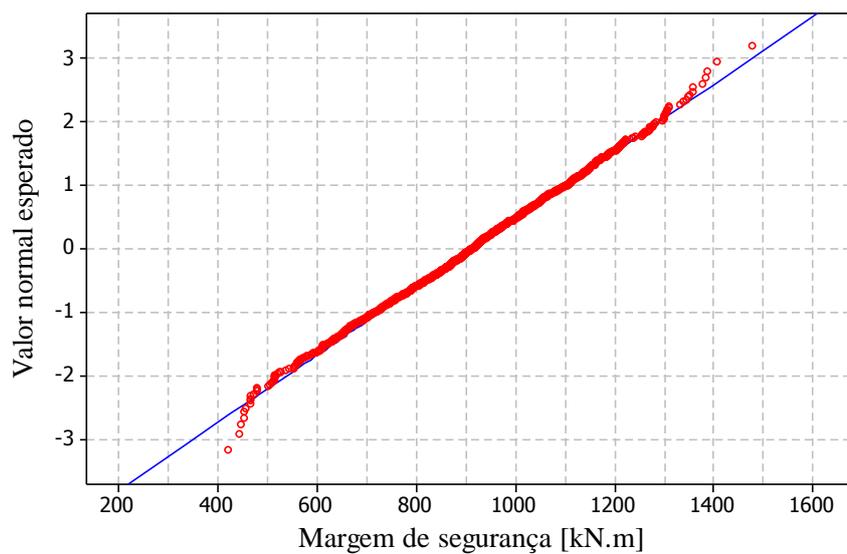


Figura 5.32 – Gráfico de probabilidade normal: viga original e com CC3.

Na Figura 5.33 e na Figura 5.34 são apresentadas, respectivamente, a convergência estatística do momento de ruptura da viga recuperada do dano de 33%, e do seu coeficiente de variação.

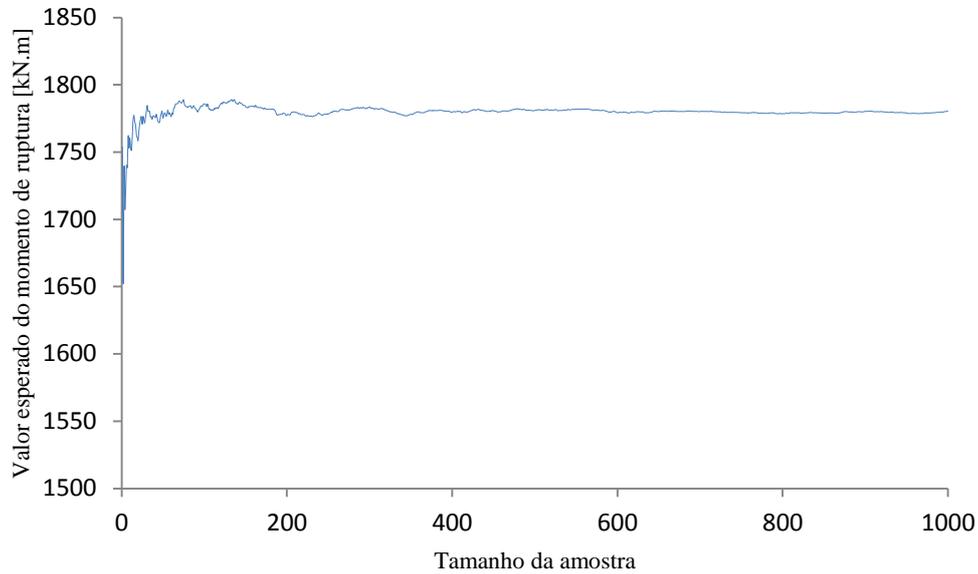


Figura 5.33 – Convergência estatística do momento de ruptura: viga recuperada do dano de 33%.

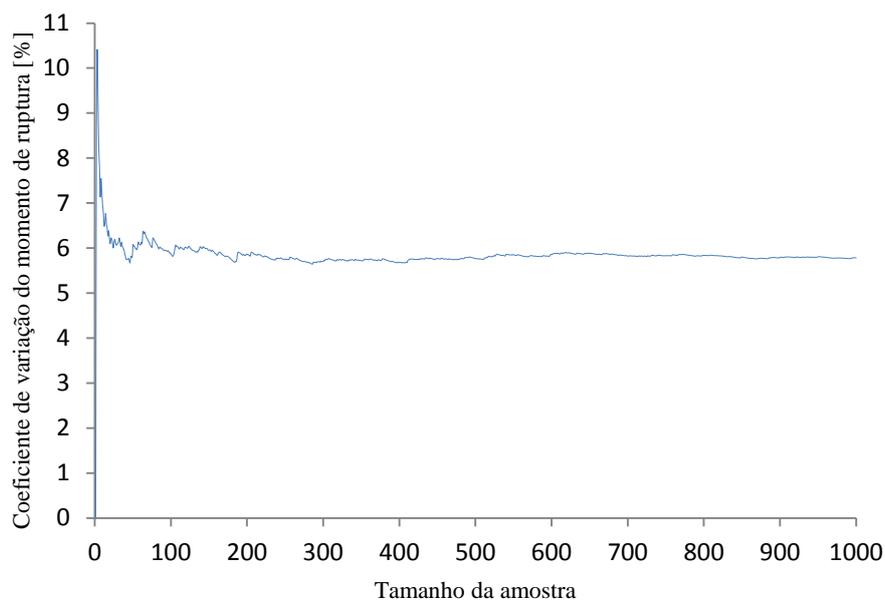


Figura 5.34 – Convergência estatística do coeficiente de variação do momento de ruptura: viga recuperada do dano de 33%.

Um indicativo de queda na confiabilidade estrutural se obtém quando os gráficos da função densidade de probabilidade do momento de ruptura e do momento solicitante aproximam-se, ou até mesmo sobrepõe-se. Este fato é observado na Figura 5.35, Figura 5.36 e da Figura 5.37. Para a situação original da viga com CC3, a distância entre a representação da função densidade de probabilidade do momento solicitante e do momento de ruptura nos indica uma baixa probabilidade de falha. Por outro lado, fica evidente através da observação das mesmas figuras a gradativa sobreposição das funções, gerando uma queda na confiabilidade estrutural com o aumento do dano da armadura. Desta maneira, é de fácil constatação a queda na confiabilidade da viga com dano em suas armaduras tracionadas quando comparadas a sua situação original.

Quando se fez a recuperação, as funções afastaram novamente, indicando aumento de confiabilidade em relação às vigas danificadas. Porém, para a viga recuperada do dano de 50% na configuração de carregamento CC3, a função densidade de probabilidade do momento de ruptura sobrepõe-se a função densidade de probabilidade do momento solicitante. Isto se deve ao fato de que no dimensionamento do reforço não está sendo considerada a tensão de descolamento do reforço.

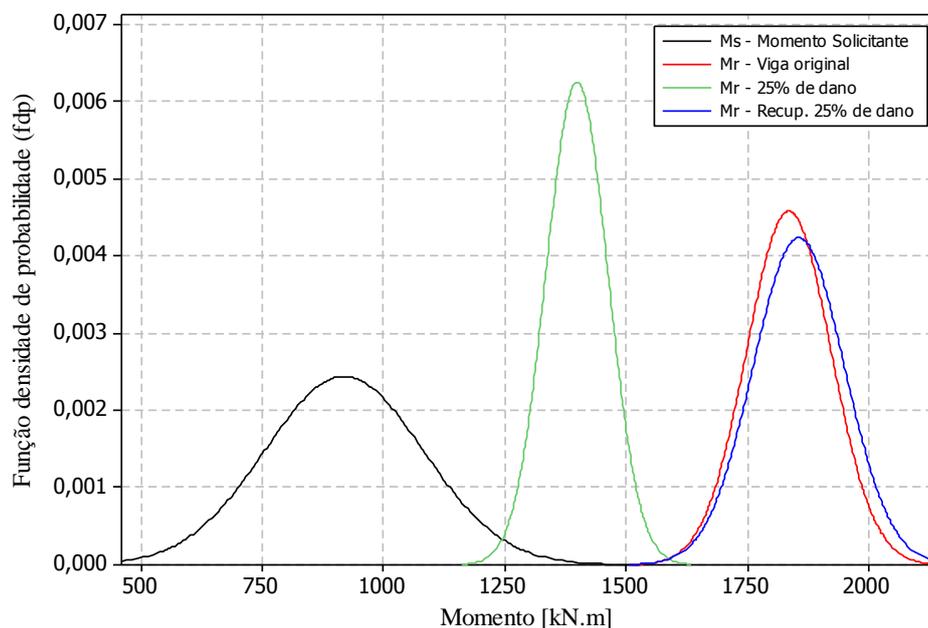


Figura 5.35 – Representação do problema  $M_R - M_S$  em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC3 e com 25% de dano.

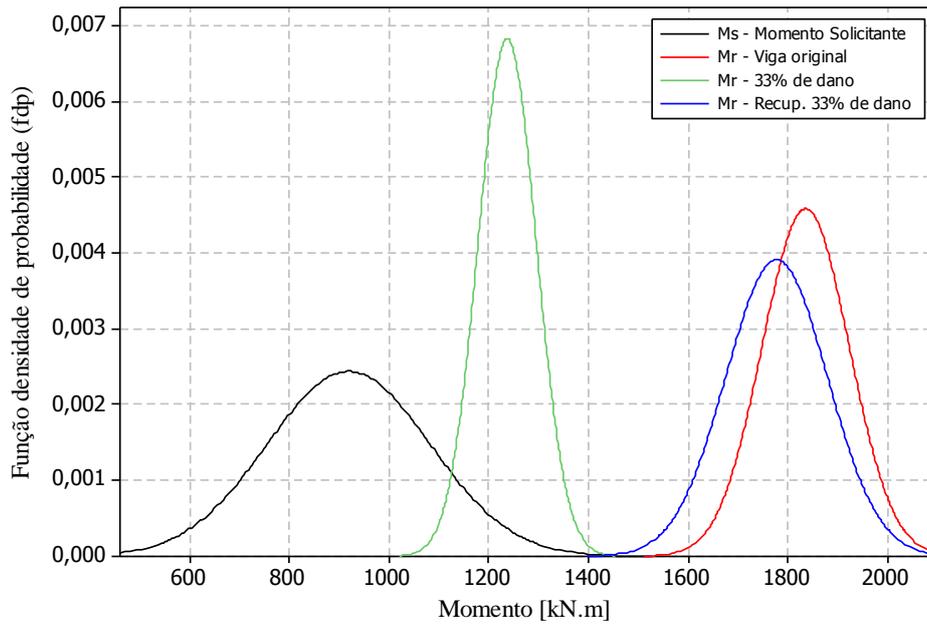


Figura 5.36 – Representação do problema  $M_R - M_S$  em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC3 e com 33% de dano.

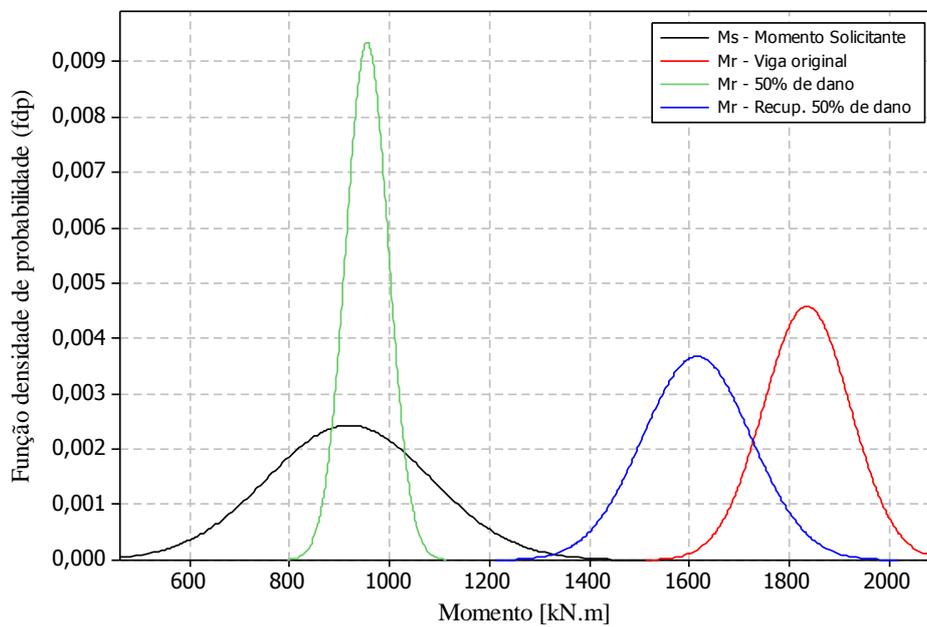


Figura 5.37 – Representação do problema  $M_R - M_S$  em termos da função densidade de probabilidade: viga com CC3 e com 50% de dano.

Na Tabela 5.6 são mostrados todos os resultados obtidos das análises da viga com CC3, sendo que a mesma é representada graficamente através da Figura 5.38 e da Figura 5.39. É apresentada a variação do índice de confiabilidade e da probabilidade de falha.

Tabela 5.6 – Análise probabilística da viga com CC3.

Viga com CC3		$M_{Rm}$ [kN.m]	$V_R$ [%]	$\beta$	$P_f$
Original		1840,97	4,54	4,90	$4,80 \times 10^{-7}$
25% de dano	Danific.	1394,39	4,59	2,72	$3,24 \times 10^{-3}$
	Recup.	1856,21	4,97	4,96	$3,47 \times 10^{-7}$
33% de dano	Danific.	1237,52	4,61	1,83	$3,38 \times 10^{-2}$
	Recup.	1780,38	5,78	4,50	$3,35 \times 10^{-6}$
50% de dano	Danific.	949,81	4,53	0,15	$4,42 \times 10^{-1}$
	Recup.	1616,34	6,68	3,62	$1,49 \times 10^{-4}$

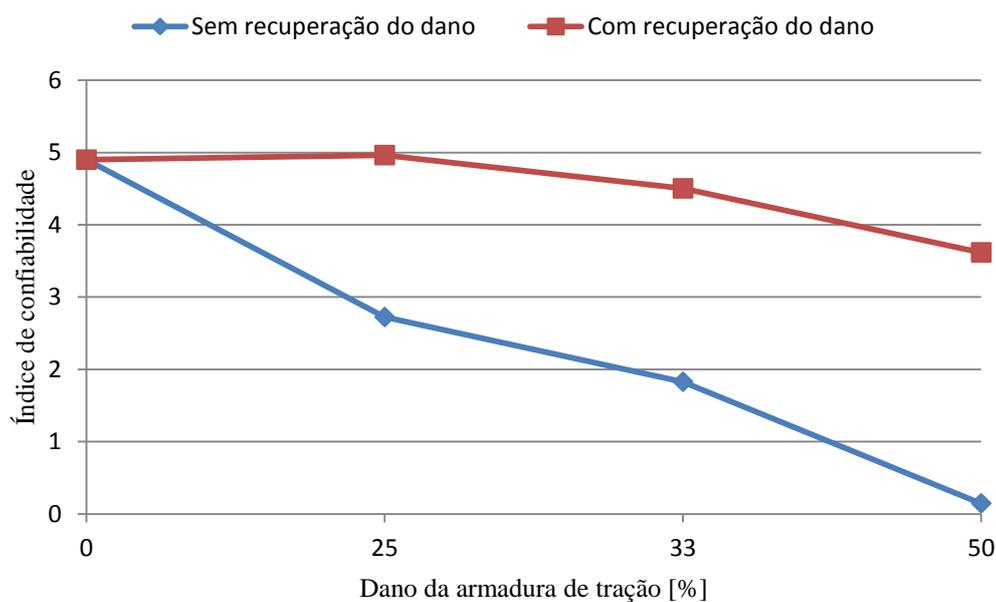


Figura 5.38 – Variação do índice de confiabilidade com o dano: viga com CC3.

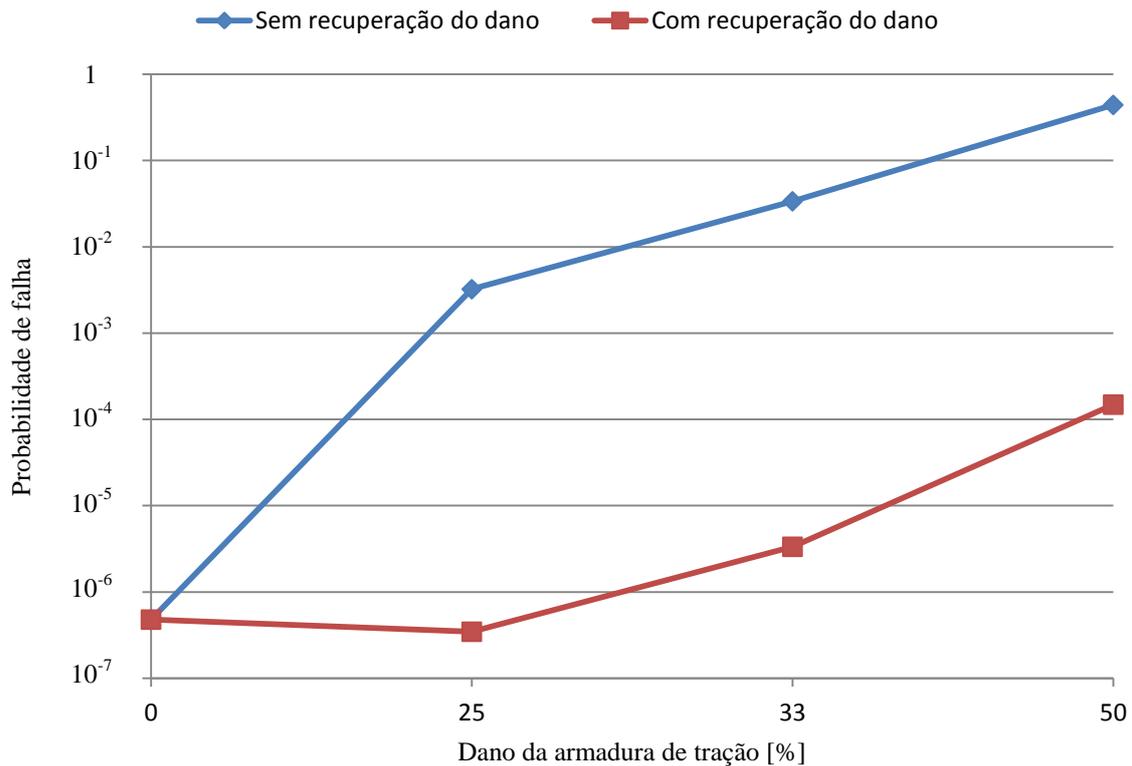


Figura 5.39 – Variação da probabilidade de falha com o dano: viga com CC3.

#### 5.4.4 Influência do coeficiente de variação da carga variável na confiabilidade

Um dos objetivos do presente trabalho é também verificar qual a influência do coeficiente de variação da carga variável na confiabilidade da estrutura, visto que, no caso da viga portuária estudada, esta carga se apresenta com um valor bastante elevado em relação à carga permanente.

Nas análises feitas foram adotados três diferentes valores para o coeficiente de variação da carga variável, como já apresentado na Tabela 5.3. A Figura 5.40 apresenta uma comparação da função densidade de probabilidade do momento solicitante total para cada composição de carregamento. Como era de se esperar, quanto maior o coeficiente de variação da carga variável, maior também é a dispersão dos valores do momento solicitante total em relação a um valor médio. Os valores médios, por sua vez, diminuem conforme o aumento do coeficiente de variação do momento solicitante variável.

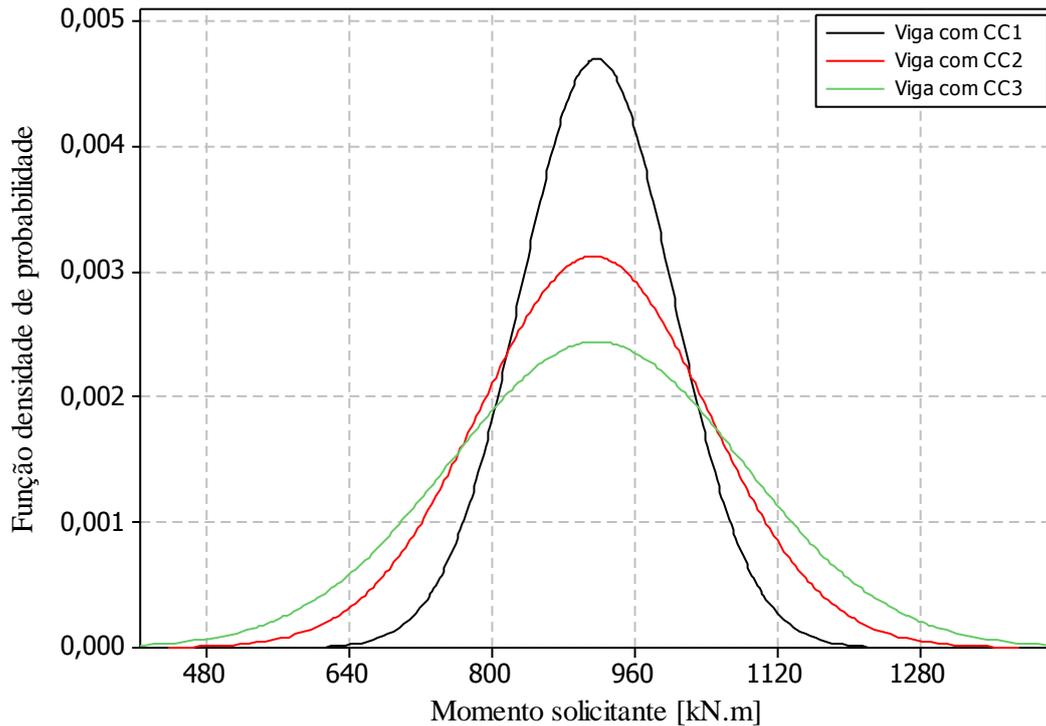


Figura 5.40 – Comparação da função densidade de probabilidade do momento solicitante total para as diferentes composições de carregamento.

Na Figura 5.41 e na Figura 5.42 está apresentada, respectivamente, a variação do índice de confiabilidade e da probabilidade de falha com as diferentes configurações de carregamento. Desta maneira pode-se analisar qual a influência do coeficiente de variação do momento solicitante variável na confiabilidade da viga estudada.

Analisando a Figura 5.41, percebe-se que as diferenças dos índices de confiabilidade, para cada configuração de carregamento, seguem um padrão quando comparados os mesmos níveis de dano, exceto para a viga com dano de 50% da armadura de tração. Esta diferença padrão gira em torno de 20%. Para a viga danificada em 50%, a comparação em termos de porcentagem fica comprometida por conta do baixíssimo valor do índice de confiabilidade. Excluindo este caso, o índice de confiabilidade tem um decréscimo de 25,75% para a viga com 33% de dano quando do aumento de 10% para 15% do coeficiente de variação do momento solicitante variável. Já para a viga recuperada do dano de 50%, o índice de confiabilidade cai cerca de 13,38% quando da mudança de CC2 para CC3.

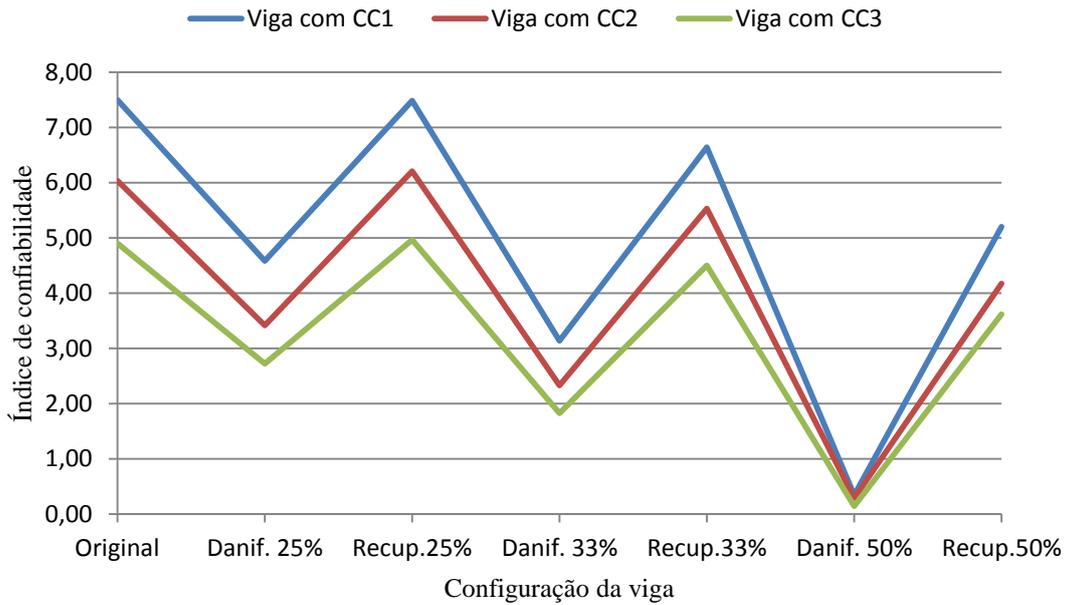


Figura 5.41 – Variação do índice de confiabilidade com as diferentes configurações de carregamento.

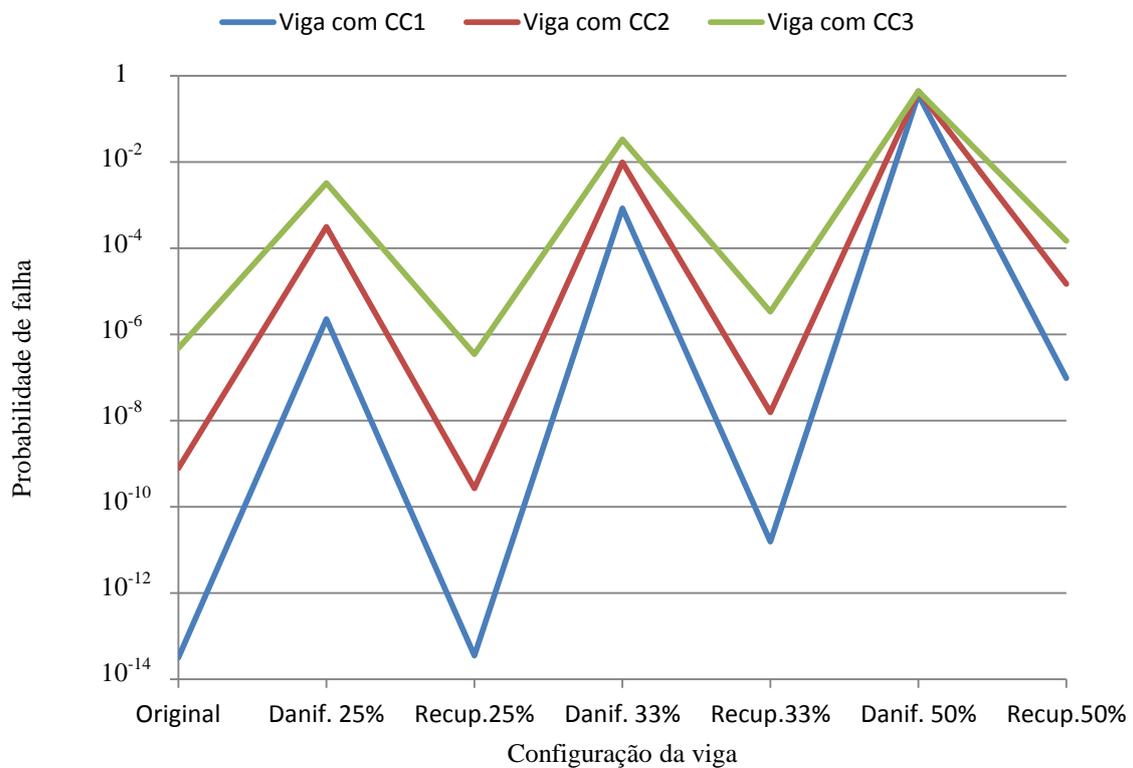


Figura 5.42 – Variação da probabilidade de falha com as diferentes configurações de carregamento.

## 6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado um modelo trilinear para a análise de vigas de concreto armado reforçadas à flexão. Este modelo leva em consideração o efeito de descolamento do reforço em relação à viga, e como esta situação pode afetar no modo de ruptura destes elementos estruturais. A partir da análise conjunta do modelo trilinear com o método de simulação de Monte Carlo, foram realizadas análises da confiabilidade estrutural, no estado limite último de flexão, de uma viga de concreto armado localizada em ambiente portuário, recuperada de danos sofridos, através da suposta colagem de PRFC em sua face tracionada.

O modelo trilinear desenvolvido para a determinação do comportamento de vigas de concreto armado reforçadas mostrou-se capaz de prever de forma bastante adequada as curvas *carga x deslocamento* das estruturas analisadas, bem como o modo e a carga de ruptura. Isto pode ser observado nas comparações realizadas entre resultados obtidos pelo modelo trilinear e resultados, teóricos e experimentais, obtidos por outros autores. O fato de ser mais simples, quando comparado a modelos mais elaborados, o modelo proposto obteve bons resultados de forma mais rápida.

Quando combinados o modelo trilinear e o método de Monte Carlo, puderam ser obtidas algumas conclusões sobre o desempenho de vigas reforçadas com materiais compósitos à base de fibras de carbono. Também, considerações puderam ser formuladas sobre a confiabilidade alcançada em um projeto de recuperação estrutural seguindo as recomendações do *Bulletin 14* “Externally bonded FRP reinforcement for RC structures” da *Fédération Internationale Du Béton (fib, 2001)*.

A aplicação do sistema de reforço conduz a melhorias significativas no desempenho de vigas de concreto armado. Desta maneira, em se tratando de ambientes onde a corrosão se apresenta de forma mais agressiva, como o ambiente marítimo, estes sistemas ganham em importância devido a sua boa resistência a agentes corrosivos. Além disto, em relação às propriedades de resistência e rigidez, já é reconhecida a melhoria de desempenho em todas as fases de comportamento de uma estrutura submetida a carregamentos crescentes até a ruptura. Sendo assim, para estruturas que poderiam ser consideradas condenadas, o acréscimo ou recuperação da capacidade de carga pode proporcionar uma economia significativa, ainda mais na indústria naval onde reconhecidamente os gastos são altos.

Porém, um fator preocupante no reforço à flexão de vigas de concreto armado, é que a carga de ruptura é limitada pela falha no sistema de aderência entre o concreto e o reforço. Como consequência desta falha, o elemento estrutural não terá sua completa capacidade resistente aos esforços de flexão. Este tipo de falha está associado normalmente à transferência de tensões entre o concreto e o reforço, e tem como característica o modo de ruptura frágil, o qual é indesejável em estruturas de concreto armado. Assim, a ruptura da estrutura pelo descolamento do reforço apresenta-se como uma importante linha de pesquisa no campo do reforço de estruturas, buscando-se um melhor entendimento do comportamento da ligação entre estes materiais.

Para se representar adequadamente o comportamento das estruturas e se obter um nível de confiabilidade desejável, as características aleatórias dos parâmetros envolvidos devem ser devidamente consideradas e estudadas. Visto que neste trabalho é levada em consideração a variabilidade existente nas propriedades mecânicas dos materiais e nos carregamentos, os resultados aqui obtidos representam de forma adequada o que acontece na estrutura real.

A partir da análise probabilística apresentada no capítulo 5, pode-se perceber que os valores das cargas de ruptura obtidos através de uma análise determinística, utilizando-se as propriedades médias, ficaram próximos dos valores médios obtidos através das simulações de Monte Carlo.

Para que a confiabilidade atingida no projeto pudesse ser calculada através da formulação aplicada no método de simulação de Monte Carlo, tornava-se necessário que a função de estado limite, ou margem de segurança, definida como a diferença entre o momento resistente e o momento solicitante, tivesse uma distribuição normal de probabilidade. Para verificar se a margem de segurança pode ser representada por uma distribuição normal, em cada análise probabilística foram feitos testes de Kolmogorov-Smirnov (ANG e TANG, 1984a). Além disso, foram apresentados gráficos das distribuições do momento resistente, do momento solicitante e da margem de segurança para comprovar que estes têm uma distribuição normal de probabilidade.

No que diz respeito a análise da confiabilidade, o Eurocode CEN ENV 1991-1 (CEN, 1994) fornece o valor de referência para  $\beta$  de 3,8, para estruturas de consequência média para perdas do ser humano, econômica, social e ambiental. Já para estruturas de alta consequência,

o valor de referência de  $\beta$  sobe para 4,3. Consideram-se estes valores de referência para o Estado Limite Último com período de vida útil de 50 anos.

Para a viga em sua situação original com CC1 e CC2 a probabilidade de falha foi, respectivamente, de  $3,22 \times 10^{-14}$  e  $7,88 \times 10^{-10}$ , com índices de confiabilidade de 7,50 para a viga com CC1 e 6,04 para a viga com CC2. Já para a viga com CC3, a probabilidade de falha aumentou para  $4,80 \times 10^{-7}$ , com 4,90 de índice de confiabilidade. Percebe-se, portanto, que para a viga em sua situação original e submetida às diferentes composições de carregamento, o menor valor de  $\beta$  ainda é maior que o valor de referência (4,3), indicado pelo Eurocode, para uma estrutura de alta importância.

Quando as vigas foram submetidas às reduções de 25%, 33% e 50% na área da seção transversal da armadura longitudinal de tração, os momentos médios de ruptura diminuíram quase que linearmente, indicando que a queda do momento de ruptura é proporcional ao dano sofrido pela armadura. Os índices de confiabilidade também sofreram decréscimos quase que lineares com o aumento do dano da armadura. Por consequência disso, houve um aumento na probabilidade de falha das vigas danificadas em relação às vigas originais. Quando as vigas sofreram danos de 25% na armadura tracionada, os índices de confiabilidade ficaram entre 2,72 e 4,58, indicando um nível de confiabilidade aceitável apenas para a viga com CC1. Para os danos de 33% na armadura de tração, a viga para CC1, CC2 e CC3 apresenta índices de confiabilidade abaixo do valor de referência, respectivamente 3,14, 2,33 e 1,83. Entretanto, os casos onde a queda na confiabilidade foi mais pronunciada aconteceram para o dano de 50% da armadura de tração, onde os índices de confiabilidade ficaram entre 0,15 e 0,34, gerando probabilidades de falha da ordem de  $10^{-1}$ . Este valor indica um baixo grau de segurança das vigas danificadas em relação à ruptura, necessitando, deste modo, que se faça uma intervenção para sua recuperação estrutural.

O projeto de recuperação estrutural através do uso de PRFC, seguindo as recomendações do *Bulletin 14 (fib, 2001)*, fez com que os momentos resistentes médios da viga, para os diferentes níveis de dano e para as diferentes composições de carregamento, fossem recuperados em parte ou totalmente quando comparados aos momentos resistentes da viga original.

Tornou-se possível a constatação, através dos estudos probabilísticos, de que o coeficiente de variação dos momentos de ruptura da viga nas situações recuperadas, que é um parâmetro da variabilidade da resposta em torno de um valor médio, sofreu um acréscimo quando comparado ao coeficiente de variação dos momentos de ruptura da viga na situação original. Isto se deve ao fato de que a ruptura da viga nas situações reforçadas se deu pelo descolamento do reforço, e o coeficiente de variação da tensão de descolamento considerado (15%) é maior que o coeficiente de variação das tensões últimas dos materiais utilizados. Este fato é um indicador da importância que a variabilidade da tensão de descolamento do material compósito exerce na resposta final da estrutura. Para a viga recuperada do dano de 50%, o coeficiente de variação do momento de ruptura aumentou de 4,54% (viga original) para 6,68% (viga recuperada).

Devido ao fato dos aumentos dos coeficientes de variação dos momentos de ruptura das vigas recuperadas em relação às vigas originais, em alguns casos os índices de confiabilidade da viga nas situações recuperadas foram reestabelecidos apenas em parte quando comparados aos da viga nas situações originais. Para a viga com CC1, a maior recuperação do índice de confiabilidade foi no caso em que o mesmo chegou a 7,48 na situação de recuperação do dano de 25%, quando que para a viga na situação original era de 7,50. Na análise da viga com CC2, a maior recuperação do índice de confiabilidade ocorreu também na recuperação do dano de 25%, onde o índice de confiabilidade chegou a 6,21, comparado aos 6,04 na situação original. Já para a viga com CC3, o índice de confiabilidade passou de 4,90 na situação original, para 4,96 quando recuperada do dano de 25%.

Ao analisar os resultados apresentados acima, percebe-se com clareza que para as vigas recuperadas dos danos de 33% e 50%, o descolamento prematuro do reforço influencia diretamente no valor do índice de confiabilidade. Devido a isto, a confiabilidade da viga considerando estes danos não é recuperada em sua totalidade, diferentemente da viga recuperada do dano de 25% da armadura de tração.

A apresentação gráfica da interação entre a função densidade de probabilidade do momento resistente e do momento solicitante torna-se relevante no sentido de fornecer uma medida qualitativa da probabilidade de falha da estrutura ou do elemento estrutural. Mostrou-se graficamente que conforme aumenta o dano na armadura, a função densidade de probabilidade do momento resistente aproxima-se cada vez mais da função densidade de probabilidade do momento solicitante, gerando um aumento na probabilidade de falha. Por

outro lado, ao se recuperar as vigas as funções tendem a afastar-se novamente, diminuindo assim a probabilidade de falha. Pode-se concluir, portanto, que as vigas que possuem PRFC colado externamente, colaborando na absorção de esforços de tração, tornam-se mais confiáveis em relação às vigas onde o elemento resistente aos esforços de tração é puramente o aço estrutural.

É importante salientar que, mesmo os valores de  $\beta$  sendo maiores que o valor de referência para a grande maioria das situações da viga reforçada, para análises mais realistas, deveriam ser somados às hipóteses formuladas outros parâmetros que influenciam a confiabilidade da estrutura ou do elemento estrutural. Fatores como um melhor entendimento a cerca das características aleatórias da interface entre o concreto e o sistema de reforço, e maiores informações sobre o carregamento aplicado à viga, tendo sido adotado neste trabalho, por exemplo, diferentes valores para o coeficiente de variação do momento solicitante variável, colaborariam para a obtenção de resultados ainda mais próximos da realidade. As variações das propriedades geométricas da viga também deveriam ser consideradas nas análises, dando ênfase maior à variação da posição da armadura tracionada de flexão. Outras questões como as variações da resistência da estrutura e do carregamento aplicado, ao longo do tempo podem influenciar na confiabilidade estrutural.

Portanto, considerando os resultados obtidos neste trabalho, as incertezas em relação às propriedades dos materiais componentes do concreto e o modelo simplificado adotado, conclui-se que, mesmo estando bem dimensionada, caso venha a sofrer algum tipo de dano prejudicando assim a sua capacidade de absorção de esforços, é viável a recuperação estrutural, com muito bom nível de segurança, da viga portuária analisada. Consegue-se, desse modo, que a confiabilidade inicial da estrutura seja recuperada em parte, totalmente ou até aumentada pela presença do PRFC. Considerando a importância desta estrutura e outras vigas utilizadas para o mesmo fim, o reforço destas pode evitar, por exemplo, grandes perdas econômicas, humanas e materiais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 440.2R-02**: Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures. Farmington Hills, 2002.
- [2] ANG, A. H-S; TANG, W. H. Probability concepts in engineering planning and design. Volume II: Decision, risk, and reliability. New York, John Wiley & Sons, 1984.
- [3] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projetos de estruturas de concreto: procedimentos. Rio de Janeiro, 2007.
- [4] APRILE, A.; SPACONE, E.; LIMKATANYU, S. Role of bond in RC beams strengthened with steel and FRP plates. **Journal of Structural Engineering**, v.127, n.12, p.1445-1452, dec. 2001.
- [5] ARAÚJO, J. M. de. Curso de concreto armado. 2ª ed. Rio Grande: Dunas, 2003. 222 p. v.1. ISBN 85-86717-01-0.
- [6] ARDUINI, M.; Di TOMMASO, A.; NANNI, A. Brittle failure in FRP plate and sheet bonded beams. **ACI Structural Journal**, v.94, n.4. p.363-370, jul-ago. 1997.
- [7] BEBER, A. J. Avaliação do desempenho de vigas de concreto armado reforçadas com lâminas de fibra de carbono. Porto Alegre, 1999. 108 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia), UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- [8] BEBER, A. J. Comportamento Estrutural de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Compósitos de Fibra de Carbono. Porto Alegre, 2003. 292 p. Tese (Doutorado em Engenharia), UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- [9] CAMPAGNOLO, João L.; CAMPOS FILHO, Américo; SILVA FILHO, Luiz C. P. da. Estudo teórico-experimental sobre vigas de concreto armado reforçadas. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE PATOLOGIA DAS CONSTRUÇÕES, 4., 1997, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre, UFRGS/CPGEC, 1997. 2v. v2, p 127-134.

- [10] CAMPAGNOLO, J. L.; SILVA FILHO, L. C. P.; BEBER, A. J. Técnicas de reforço e recuperação de estruturas de concreto armado. Caderno LEME/08, 1999. UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- [11] CEN – EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Basis of Design and Actions on Structures - Part 1: Basis of Design**. CEN ENV 1991-1, 1994.
- [12] CENÁRIO do 4º trimestre de 2012 – Balanço Anual. **SINAVAL**, Rio de Janeiro, dez. 2012. Disponível em: <<http://www.sinaval.org.br/docs/SINAVAL-Cenario2012-4tri.pdf>>. Acesso em: 19 jan. 2013.
- [13] CHARKAS, H.; RASHEEDH, A.; MELHEM, H. Simplified Load-deflection calculation of FRP strengthened RC beams based on a rigorous approach. In: 15<sup>th</sup> ASCE ENGINEERING MECHANICS CONFERENCE, 2002, New York. **Anais...** New York: 15<sup>th</sup> ASCE ENGINEERING MECHANICS CONFERENCE, 2002. [CD-Rom]
- [14] CHUNG, Deborah D. L. Composite Materials. 2ª ed. New York: Springer London Dordrecht Heidelberg New York, 2010. 371 p. ISBN 978-1-84882-830-8.
- [15] COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990. Lausanne, 1993.
- [16] EMMONS, Peter H.; VAYSBURD, Alexander M.; THOMAS, Jay. Strengthening concrete structures. **Concrete International**, Detroit, ACI, v.20, Mar. 1998.
- [17] FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Bulletin 14**: Externally bonded FRP reinforcement for RC Structures. Lausanne, Switzerland, 2001.
- [18] FORTES, A. S.; PADARATZ, I. J.; BARROS, J. A. O. Projeto de reforço à flexão com FRP baseado nas recomendações do ACI 440. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, Anais... Brasília, Brasil, Mai. 2002.
- [19] GALAMBOS, T. V; ELLINGWOOD, B; MacGREGOR, J.G; CORNELL, A. Probability based load criteria: Assessment of current design practice. **Journal of the Structural Division**, v.108, p.959-977, May. 1982.

- [20] GARCEZ, Mônica Regina. Alternativas para Melhoria no Desempenho de Estruturas de Concreto Armado Reforçadas pela Colagem de Polímeros Reforçados com Fibras. Porto Alegre, 2007. 267 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- [21] HANCOX, N. L.; MAYER, R. M. Design Data for Reinforced Plastics. **Chapman & Hall**, London, 1994.
- [22] HELENE, P. R. L. Corrosão em armaduras para concreto armado. **Pini**, São Paulo, 1986.
- [23] HULL, D.; CLYNE, T. W. An Introduction to Composite Materials. 2ª ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 326 p. ISBN 0-521-38190-8.
- [24] INTELLIGENT SENSING FOR INNOVATIVE STRUCTURES. **ISIS Educational Modules about FRP**. Winnipeg: ISIS, 2003. ISIS Educational Modules 1 to 4 – Intelligent Sensing For Innovative Structures, 2003.
- [25] KALOS, M. H.; WHITLOCK, P, A. Monte Carlo Methods. 2ª ed. John Wiley & Sons, 2009. 215 p. ISBN 978-3-527-40760-6.
- [26] KARBHARI, V. M. Durability of FRP composites in civil infrastructure – myth or reality. In: FRP COMPOSITES IN CIVIL ENGINEERING, 2001, Hong Kong. **Anais...** Hong Kong: FRP COMPOSITES IN CIVIL ENGINEERING, 2001. [CD-Room]
- [27] MACHADO, A. P. Reforço de Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono. São Paulo: **Pini**, 2002. 282p.
- [28] MATTHEWS, F. L.; RAWLINGS, R. D. Composite materials: Engineering and science. Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 1999. 470 p. ISBN-10: 1-85573-473-7.
- [29] MELCHERS, R. E. Structural reliability: Analysis and prediction. New York, John Wiley & Sons, 1987.
- [30] NOGUEIRA, Danielle. Indústria naval espera investimentos de R\$ 15 bi até 2014. **O Globo**, Rio de Janeiro, 29 nov. 2012. Disponível em: <<http://oglobo.globo.com/economia/industria-naval-espera-investimentos-de-15-bi-ate-2014-6876116>>. Acesso em: 19 jan. 2013.

- [31] PALIGA, C. M. Análise probabilística de vigas de concreto armado recuperadas à flexão, através do Método de Monte Carlo utilizando um modelo de elementos finitos. Porto Alegre, 2008. 249p. Tese (Doutorado em Engenharia), UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- [32] PANOSSIAN, Z; ARAUJO, A. Durabilidade de estruturas de concreto em ambiente marinho: estudo de caso. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CORROSÃO, INTERCORR, 30., 2010, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: ABRACO, 2010.
- [33] PLEVRIS, N.; TRIANTAFILLOU, T. C.; VENEZIANO, D. Reliability of RC members strengthened with CFRP laminates. **Journal of Structural Engineering**, v.121, n.7, p.1037-1044, Jul. 1995.
- [34] REAL, M. V. Análise probabilística de estruturas de concreto armado, sob estado plano de tensão, através do método dos elementos finitos. Porto Alegre, 2000. 249p. Tese (Doutorado em engenharia), UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- [35] ROBERY, Peter; INNES, Craig. Carbon fibre strengthening of concrete structures. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON STRUCTURAL FAULTS AND REPAIR, 7., 1997, Edinburgh. **Proceedings...** Edinburgh: Engineering Technics Press, 1997. 3v.
- [36] UOMOTO, T. Durability considerations for FRP reinforcements. In: FIBRE-REINFORCED PLASTICS FOR REINFORCED CONCRETE STRUCTURES, 2001, London. **Anais...** London: FRPRCS, 2001. [CD-Rom]
- [37] ZARNIC, R.; GOSTIC, S.; BOSILJKOV, V.; BOKAN- BOSILJKOV, V. Improvement of bending load-bearing capacity by externally bonded plates. Proc., CREATING WITH CONCRETE, Thomas Telford, London, p.433-442, 1999.