

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE - FURG**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA OCEÂNICA**

**ANÁLISE NUMÉRICA DA INTERAÇÃO ENTRE ESCOAMENTOS A  
BAIXOS NÚMEROS DE REYNOLDS E CILINDROS APOIADOS EM  
BASE ELÁSTICA**

**RAFAEL ALMEIDA GONÇALVES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador: Paulo Roberto de Freitas Teixeira,  
Dr. Eng. Civil.

Rio Grande, março de 2013.

**ANÁLISE NUMÉRICA DA INTERAÇÃO ENTRE ESCOAMENTOS A  
BAIXOS NÚMEROS DE REYNOLDS E CILINDROS APOIADOS EM  
BASE ELÁSTICA**

**RAFAEL ALMEIDA GONÇALVES**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

***MESTRE EM ENGENHARIA OCEÂNICA***

tendo sido aprovada em sua forma final pela Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica.

Prof. Dr. Jose Antônio Scotti Fontoura  
Coordenador do Programa

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Paulo Roberto de Freitas Teixeira  
Orientador - FURG

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Adriane Prisco Petry  
UFRGS

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos  
FURG

Prof. Dr. Jeferson Avila Souza  
FURG

À minha família, Pais e irmãos  
e à minha namorada Luciele.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Professor Paulo Roberto de Freitas Teixeira, não só pela orientação durante esses dois anos, mas também pela amizade, paciência e exemplo de profissionalismo durante o trabalho.

A meus pais e irmãos pela paciência, pois nesse tempo de mestrado não pude estar tão presente e com as sanidades mentais em ordem o quanto gostaria.

Não podia faltar, de jeito nenhum, o agradecimento a minha namorada Luciele que, mesmo distante, sempre me incentivou e apoiou nos momentos difíceis; escutando minhas “loucuras” e até mesmo alguns ensaios de apresentações, que às vezes tinham que ser pelo Skype mesmo.

Agradecer aos colegas de laboratório Rodrigo e Igor que foram essenciais, principalmente no início do trabalho.

Ao professor Mario que com seu entusiasmo e dedicação no ensino da matemática, desde o tempo da graduação, me fez perceber o quanto é fascinante aprender sempre mais.

Aos colegas de curso e disciplinas, que prefiro não citar nomes para evitar algum esquecimento, que de alguma forma ou outra fizeram parte do meu aprendizado.

## RESUMO

Neste trabalho são apresentadas análises numéricas do fenômeno de Vibração Induzida por Vórtices (VIV) que ocorrem na interação entre escoamentos uniformes e cilindros apoiados em base elástica a baixos números de Reynolds. As simulações são realizadas através do modelo numérico Ifeinco, que usa o método semi-implícito de Taylor-Galerkin de dois passos para discretizar as equações de Navier-Stokes e uma formulação Lagrangeana-Euleriana Arbitrária (ALE). O movimento de corpo rígido do cilindro é descrito pelo uso do método de Newmark. Primeiramente, foram realizadas análises de convergência em relação ao tamanho do domínio computacional, adotando-se um tamanho de  $100D$  (onde  $D$  é o diâmetro do cilindro). Após, é analisado o comportamento do escoamento para o cilindro fixo na faixa de número de Reynolds entre 90 e 140, onde é estudada a formação de vórtices e analisada a distribuição de pressão e tensão na superfície do cilindro, o ângulo de separação, as forças de arrasto e de sustentação e o número de Strouhal. Em todos os casos, os resultados obtidos pelo Ifeinco ficaram muito próximos aos obtidos experimentalmente e numericamente por outros autores. As diferenças observadas nas comparações de números de Strouhal, forças de arrasto e sustentação foram respectivamente de 0,16%, 0,32% e 0,51%. Posteriormente é realizada a análise do cilindro apoiado em base elástica (com uma mola e um amortecedor) na direção transversal ao escoamento para os mesmos Reynolds já mencionados. São estudados os campos de pressão e velocidade ao redor do cilindro, as forças de sustentação e arrasto e as amplitudes e frequências de vibração. Foram analisadas a amplitude e a frequência de vibração na zona de ressonância ou de sincronização (*lock-in*), comparando-se os resultados obtidos com os de outros autores. Observaram-se comportamentos muito semelhantes entre os resultados obtidos pelo Ifeinco e os experimentais e numéricos.

Palavras-chave: Método dos elementos finitos, Cilindro oscilante, Interação fluido-estrutura, Vibração Induzida por Vórtices, Desprendimento de vórtices.

## ABSTRACT

Numerical analyses of the vortex-induced vibration (VIV) phenomenon which occurs in the interaction among uniform flows and elastically mounted cylinders at low Reynolds numbers are presented in this study. The simulations are carried out by using the Ifeinco numerical model that employs a semi-implicit two-step Taylor-Galerkin method to discretize the Navier-Stokes equations and an arbitrary lagrangean-eulerian formulation (ALE). The rigid body motion is described by using the Newmark method. Firstly, a convergence analysis is carried out in relation to the size of the computational domain, by adopting a size of  $100D$  (where  $D$  is the diameter of the cylinder), and to the mesh discretization, by choosing 200 divisions on the cylinder boundary. Afterwards, the flow behavior of the fixed cylinder and Reynolds numbers between 90 and 140 is analyzed. The vortex formation is studied and the pressure and stress distributions on the cylinder surface, the angle of separation, the drag and the lift forces and the Strouhal number are analyzed and compared with other experimental and numerical results. In all cases, the results obtained by Ifeinco are very similar to those obtained by other authors. The differences among numerical and experimental results in terms of Strouhal numbers and drag and lift forces are 0.16%, 0.32% and 0.51%, respectively. Then, analyses of a flexible supported cylinder (with a spring and a damper) in transverse direction subject to flows with Reynolds numbers ranging from 90 to 140 are carried out. The pressure and the velocity fields around the cylinder, the lift and the drag forces and the amplitudes and the frequencies of vibrations are studied. Amplitude and frequency of vibration in the resonance zone (lock-in) are analyzed. Similar behavior of the results obtained by Ifeinco, experiments and other numerical simulations is observed.

Keywords: Finite element method, oscillating cylinder, fluid-structure interaction, vortex-induced vibration, vortex shedding.

## SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS.....	9
LISTA DE ABREVIATURAS.....	12
LISTA DE TABELAS.....	13
LISTA DE FIGURAS.....	15
1. INTRODUÇÃO.....	19
1.1 OBJETIVOS.....	22
1.1.1 Objetivo Geral.....	22
1.1.2 Objetivos Específicos.....	23
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	23
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	24
2.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES DE ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍ- VEIS.....	24
2.1.1 Formulação Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (ALE).....	25
2.1.2 Equações governantes do escoamento na formulação ALE.....	26
2.2. PARÂMETROS E CARACTERÍSTICAS DO ESCOAMENTO.....	27
2.2.1 Regimes de escoamento.....	27
2.2.2 Mecanismo de desprendimento de vórtices.....	30
2.2.3 Distribuição de pressão e tensão ao redor de um cilindro.....	31
2.2.4 Forças de arrasto e sustentação.....	33
2.3 VIBRAÇÃO DE UM SISTEMA MASSA-MOLA-AMORTECEDOR.....	34
2.4 VIBRAÇÃO DE UM CILINDRO SOB UM ESCOAMENTO UNIFORME..	39
3. METODOLOGIA.....	42
3.1 O ESTUDO DE CASO.....	42
3.2. AS ETAPAS DA SIMULAÇÃO.....	43

3.3 O MODELO IFEINCO.....	44
3.3.1 Módulo de escoamento do fluido.....	46
3.3.2 Módulo da estrutura.....	49
4. RESULTADOS.....	51
4.1 CONDIÇÕES DE SIMULAÇÃO.....	51
4.2 ANÁLISE DO TAMANHO DO DOMÍNIO.....	52
4.3 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DA MALHA.....	62
4.4 CILINDRO FIXO.....	63
4.4.1 Formação de vórtices.....	64
4.4.2 Distribuições de tensão e pressão nas paredes.....	66
4.4.3 Ângulo de separação.....	69
4.4.4 Forças de arrasto e sustentação.....	71
4.4.5 Número de Strouhal.....	75
4.5 CILINDRO SOB APOIO ELÁSTICO TRANSVERSAL AO ESCOAMEN- TO.....	77
4.5.1 Campos de pressão e linhas de corrente ao redor do cilindro.....	78
4.5.2 Forças de arrasto e sustentação.....	79
4.5.3 Amplitudes e frequências de vibração.....	83
5. CONCLUSÕES.....	91
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	94

## LISTA DE SÍMBOLOS

$C_D$	Coeficiente de arrasto	
$C_L$	Coeficiente de sustentação	
$C_f$	Coeficiente de fricção	
$C_p$	Coeficiente de pressão	
$D$	Diâmetro do cilindro	[m]
$F_0$	Amplitude da força	[N]
$F_D$	Força de arrasto	[N]
$F_L$	Força de sustentação	[N]
$F_d$	Força de amortecimento	[N]
$F_e$	Força efetiva	[N]
$L$	Comprimento característico	[m]
$L_D$	Menor distância entre o contorno externo e o centro do cilindro	[m]
$M$	Razão de massa	
$Mach$	Número de Mach	
$N$	Função de interpolação linear	
$P_E$	Função de interpolação constante	
$Re$	Número de Reynolds	
$St$	Número de Strouhal	
$T_V$	Período de desprendimento de vórtices	[s]
$U$	Velocidade do escoamento	[m/s]
$\tilde{U}$	Variáveis de campo não corrigidas	
$U_i$	Variáveis de campo	
$U_\infty$	Velocidade do escoamento ao longe	[m/s]
$V_R$	Velocidade reduzida	
$Y$	Amplitude de oscilação transversal	[m]
$a_{ij}$	Coeficientes de influência entre o nó $i$ dentro do domínio e o nó $j$ na linha de contorno	
$c$	Velocidade do som	[m/s]
$c_a$	Coeficiente de amortecimento	[kg/s]
$c_c$	Coeficiente de amortecimento crítico	[kg/s]

$d_{ij}$	Distância entre os nós $i$ e $j$	[ $m$ ]
$f$	Frequência de desprendimento dos vórtices	[ $Hz$ ]
$f_n$	Frequência natural do sistema	[ $Hz$ ]
$f_v$	Frequência de vibração da estrutura	[ $Hz$ ]
$g_i$	Componente da aceleração da gravidade	[ $m/s^2$ ]
$k$	Coeficiente de rigidez da mola	[ $N/m$ ]
$k_e$	Coeficiente de rigidez efetivo	[ $N/m$ ]
$m$	Massa	[ $kg$ ]
$m'$	Massa adicional	[ $kg$ ]
$ns$	Distância entre os nós $i$ e $j$	[ $m$ ]
$p$	Pressão termodinâmica	[ $Pa$ ]
$p_\infty$	Pressão termodinâmica ao longe	[ $Pa$ ]
$r_0$	Raio do cilindro	[ $m$ ]
$t$	Instante de tempo	[ $s$ ]
$v_i$	Componente do vetor de velocidade do fluido	[ $m/s$ ]
$w_i$	Componente do vetor velocidade da malha de elementos finitos	[ $m/s$ ]
$y$	Deslocamento transversal da estrutura	[ $m$ ]
$\dot{y}$	Velocidade da estrutura	[ $m/s$ ]
$\ddot{y}$	Aceleração da estrutura	[ $m/s^2$ ]
$\beta$	Fator de segurança	[ $kg$ ]
$\gamma$	Relação entre os calores específicos, a pressão constante e o volume constante	
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker	
$\zeta$	Fator de amortecimento	
$\theta$	Ângulo do setor circular do cilindro	[ $^\circ$ ]
$\theta_s$	Ângulo de separação	[ $^\circ$ ]
$\phi$	Ângulo de fase	[ $^\circ$ ]
$\lambda$	Coeficiente de viscosidade volumétrica	[ $N(s/m^2)$ ]
$\mu$	Viscosidade dinâmica	[ $N(s/m^2)$ ]
$\nu$	Viscosidade cinemática do fluido	[ $m^2/s$ ]
$\xi$	Coordenada de referência	
$\rho$	Massa específica do fluido	[ $kg/m^3$ ]
$\tau_o$	Tensão de cisalhamento	[ $Pa$ ]

$\tau_{ij}$	Tensor de tensões viscosas	
$\omega$	Frequência angular	$[rad/s]$
$\omega_n$	Frequência angular natural	$[rad/s]$

## LISTA DE ABREVIATURAS

ALE - Formulação Arbitrária Lagrangeana-Euleriana

DNS - *Direct Numerical Simulations*

GDL - Grau de liberdade

IFE - Interação fluido-estrutura

LES - *Large Eddy Simulations*

RANS - *Reynolds Averaged Navier-Stokes*

*rms* - *root mean square*

VIV - Vibração Induzida por Vórtices

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Dimensões do domínio utilizadas na análise do tamanho do domínio.....	53
Tabela 4.2 - Dimensões dos elementos nos contornos do domínio [ $m$ ].....	54
Tabela 4.3 - Quantidades de nós e de elementos de cada malha para a análise do tamanho do domínio.....	54
Tabela 4.4 - Instante inicial e final, em segundos, usados nas análises do tamanho do domínio.....	55
Tabela 4.5 - Números de Strouhal ( $St$ ), média quadrática do coeficiente de sustentação ( $C_{Lrms}$ ), coeficiente de arrasto médio ( $C_{Dmédio}$ ) e seu desvio padrão para cada domínio.....	56
Tabela 4.6 - Diferenças percentuais de dois resultados consecutivos em termos de número de Strouhal ( $\Delta St$ ), média quadrática do coeficiente de sustentação ( $\Delta C_{Lrms}$ ) e coeficiente de arrasto médio ( $\Delta C_{Dmédio}$ ) para a análise do tamanho do domínio.....	56
Tabela 4.7 - Tempos de processamento ( $t_{cpu}$ ) e intervalos de tempo ( $\Delta t$ ) para cada domínio.....	58
Tabela 4.8 - Dimensões dos elementos nos contornos da malha.....	60
Tabela 4.9 - $St$ , $C_{Lrms}$ , $C_{Dmédio}$ e $t_{cpu}$ para as malhas de domínio $L_D/D = 100$ .....	61
Tabela 4.10 - Quantidades de nós e de elementos e tamanho dos lados dos elementos no contorno do cilindro ( $Tam$ ) de cada malha para a análise de convergência de malha.....	62
Tabela 4.11 - Números de Strouhal ( $St$ ), média quadrática do coeficiente de sustentação ( $C_{Lrms}$ ), coeficiente de arrasto médio ( $C_{Dmédio}$ ) e seu desvio padrão para análise de convergência de malha.....	63
Tabela 4.12 - Diferenças percentuais de dois resultados consecutivos em termos de número de Strouhal ( $\Delta St$ ), média quadrática do coeficiente de sustentação ( $\Delta C_{Lrms}$ ) e coeficiente de arrasto médio ( $\Delta C_{Dmédio}$ ) para análise de convergência de malha.....	63
Tabela 4.12 - Coeficientes de arrasto médio ( $C_{Dmédio}$ ) para cada número Reynolds e suas diferenças (Dif) em relação à Poldziech e Grundmann (2007) (PG).....	73

Tabela 4.13 - Média quadrática dos coeficientes de sustentação ( $C_{Lrms}$ ) para cada número Reynolds e suas diferenças (Dif) em relação à Baranyi e Lewis (2006) (BL).....	74
Tabela 4.14 - Números de Strouhal ( $St$ ) em função de Re e suas diferenças (Dif).....	76

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Casos em que ocorre o fenômeno VIV: vento sobre pontes (a), chaminés (b) e cabos de transmissão de energia (c); correntes e ondas sobre sistemas oceânicos de extração de petróleo (d); escoamento sobre os tubos internos de um trocador de calor (e).....	20
Figura 2.1 - Regimes de escoamento ao redor de um cilindro com velocidade uniforme.....	28
Figura 2.2 - Processo de desprendimento dos vórtices A e B, a jusante do cilindro.....	30
Figura 2.3 - Esquema da ação da pressão e da tensão tangencial sobre a superfície de um corpo submetido a um escoamento (Munson <i>et al.</i> , 2004).....	31
Figura 2.4 - Distribuição do coeficiente de pressão ( $C_p$ ) ao redor de um cilindro.	32
Figura 2.5 - Distribuição da tensão tangencial adimensionalizada sobre a superfície de um cilindro.....	32
Figura 2.6 - Flutuações das forças de arrasto e de sustentação durante o desprendimento de vórtices para o cilindro fixo.....	34
Figura 2.7 - Sistema massa-mola-amortecedor e diagrama do corpo livre.....	35
Figura 2.8 - Fator de amplificação em relação a razão de frequências.....	38
Figura 2.9 - Ângulo de fase em relação a razão de frequências.....	38
Figura 2.10 - Cilindro apoiado sob base elástica na direção transversal de um escoamento uniforme.....	39
Figura 2.11 - Frequência (a) e amplitude (b) de vibração do cilindro em relação a velocidade reduzida segundo experimentos de Anand (1985).....	41
Figura 3.1 - Esquema adaptado do experimento de Anagnostopoulos e Bearman (1992).....	42
Figura 3.2 - Esquema do módulo de interação fluido-estrutura.....	45
Figura 3.3 - Distâncias do nó $i$ em relação aos nós de contorno $j1$ (móvel) e $j2$ (fixo).....	49
Figura 4.1 - Esquema do domínio computacional das simulações numéricas.....	52
Figura 4.2 - Relação entre o número de Strouhal ( $St$ ) e $L_D/D$ (a) e a diferença percentual entre dois números de Strouhal consecutivos ( $\Delta St$ ) e $L_D/D$ (b).....	57

Figura 4.3 - Relação entre a média quadrática do coeficiente de sustentação ( $C_{Lrms}$ ) e $L_D/D$ (a) e a diferença percentual entre dois coeficientes de sustentação consecutivos ( $\Delta C_{Lrms}$ ) e $L_D/D$ (b).....	57
Figura 4.4 - Relação entre o coeficiente de arrasto médio ( $C_{Dmédio}$ ) e $L_D/D$ (a) e a diferença percentual entre dois coeficientes de arrasto consecutivos ( $\Delta C_{Dmédio}$ ) e $L_D/D$ (b).....	57
Figura 4.5 - Domínio computacional adotado para as simulações.....	59
Figura 4.6 - Contornos do domínio computacional ( $L_D/D = 100$ ) que definem a geração da malha usada nas simulações.....	60
Figura 4.7 - Malha para o domínio $L_D/D = 100$ usada para os estudos de casos..	61
Figura 4.8 - Vetores de velocidade e linhas de corrente em nove instantes ao longo de um período de formação de vórtices para $Re=105$ .....	64
Figura 4.9 - Série temporal da força de sustentação para o cilindro fixo e $Re = 105$ .....	65
Figura 4.10 - Linhas de corrente ao redor do cilindro fixo para os instantes de extremos das forças de sustentação e $Re = 105$ .....	65
Figure 4.11 - Distribuição de pressão e linhas de corrente em nove instantes ao longo de um período de formação de vórtices para o cilindro fixo e $Re = 105$ .....	66
Figura 4.12 - Coeficiente de pressão ( $C_p$ ) em relação ao ângulo do setor do cilindro ( $\theta$ ) para $Re = 105$ .....	67
Figura 4.13 - Coeficiente de fricção ( $C_f$ ) em relação ao ângulo do setor do cilindro ( $\theta$ ) para $Re = 105$ .....	68
Figura 4.14 - Coeficientes de pressão (a) e de fricção (b) em relação ao ângulo de setor do cilindro para $Re = 90, 105$ e $123$ .....	69
Figura 4.15 - Pontos de separação para o cilindro fixo e $Re = 105$ .....	70
Figura 4.16 - Ângulo de separação em relação ao número de Reynolds para o cilindro fixo.....	70
Figura 4.17 - Forças de arrasto (a) e de sustentação (b) para o cilindro fixo e $Re = 105$ .....	71
Figura 4.18 - Forças de arrasto (a) e de sustentação (b) para o cilindro fixo e $Re = 130$ .....	72
Figura 4.19 - Coeficiente de arrasto médio ( $C_{Dmédio}$ ) em relação ao número de Reynolds para o cilindro fixo.....	73

Figura 4.20 - Média quadrática do coeficiente de sustentação ( $C_{Lrms}$ ) em relação ao número de Reynolds para o cilindro fixo.....	75
Figura 4.21 - Número de Strouhal em relação ao número de Reynolds para o cilindro fixo.....	76
Figura 4.22 - Número de Strouhal em relação ao número de Reynolds para o cilindro fixo obtidos pelo Ifeinco com $L_D/D$ iguais a 6,25 e 100 e por Willianson (1989).....	77
Figura 4.23 - Distribuições de pressão e linhas de corrente em nove instantes ao longo de um período de vibração da estrutura para $Re = 105$ .....	78
Figura 4.24 - Distribuições de pressão e linhas de corrente em nove instantes ao longo de um período de vibração da estrutura para $Re = 123$ .....	79
Figura 4.25 - Forças de sustentação e arrasto para o cilindro móvel e $Re = 90$ (a), 105 (b) e 123 (c).....	80
Figura 4.26 - Forças de arrasto (a) e de sustentação (b) para os cilindros fixo e móvel e $Re = 105$ .....	81
Figura 4.27 - Forças de arrasto (a) e de sustentação (b) para os cilindros fixo e móvel e $Re = 130$ .....	82
Figura 4.28 - Forças da mola, de amortecimento e de inércia para os cilindros móveis com (a) $Re = 105$ e (b) $Re = 123$ .....	83
Figura 4.29 - Séries temporais dos deslocamentos do cilindro para diversos números de Reynolds, adimensionalizado pelo diâmetro do cilindro ( $y/D$ ).....	84
Figura 4.30 - Amplitude ( $Y/D$ ) de oscilação do cilindro em relação ao número de Reynolds.....	87
Figura 4.31 - Frequência de vibração ( $f/f_n$ ) em relação ao número de Reynolds....	87
Figura 4.32 - Amplitude ( $Y/D$ ) de oscilação do cilindro em relação ao número de Reynolds obtidos pelo Ifeinco com $L_D/D$ iguais a 6,25 e 100 e pelos resultados experimentais de Anagnostopoulos e Bearman (1992).....	88
Figura 4.33 - Frequência de vibração ( $f/f_n$ ) em relação ao número de Reynolds obtidos pelo Ifeinco com $L_D/D$ iguais a 6,25 e 100 e pelos resultados experimentais de Anagnostopoulos e Bearman (1992).....	88
Figura 4.34 - Amplitude ( $Y/D$ ) de oscilação do cilindro em relação ao número de Reynolds obtidos pelo Ifeinco e por Dettmer e Peric (2006), ambos com $L_D/D$ iguais a 6,25.....	89

Figura 4.35 - Frequência de vibração ( $f/f_n$ ) em relação ao número de Reynolds obtidos pelo Ifeinco e por Dettmer e Peric (2006), ambos com  $L_D/D$  iguais a 6,25..... 90

# 1. INTRODUÇÃO

O escoamento de um fluido sobre um corpo pode produzir forças dinâmicas causadoras de vibrações. Em alguns casos de engenharia, essas vibrações induzidas pelo escoamento são temas fundamentais no projeto de estruturas, principalmente devido aos efeitos de ressonância e de fadiga do material.

A vibração induzida por vórtices (*vortex-induced vibration* - VIV) ocorre quando há a formação e desprendimento alternado de vórtices (*vortex shedding*) ao redor da estrutura. Destacam-se alguns exemplos na engenharia onde aparece este fenômeno (figura 1.1): ventos causadores de oscilações em pontes, edifícios esbeltos, chaminés e cabos de transmissão de energia; escoamentos a altas velocidades que podem induzir movimento orbital em tubos internos de um trocador de calor; e as correntes e ondas que podem causar vibrações nos sistemas oceânicos de produção de petróleo, tais como *risers*, oleodutos e cabos de ancoragem umbilicais. Algumas estruturas em contato com o solo, tais como os *risers*, os dutos submarinos ou os cabos de energia, podem sofrer vibrações que causam erosão e conseqüentemente o aparecimento de valas. Esta nova situação não prevista em projeto pode alterar as condições de escoamento do fluido interno em um duto ou a curvatura de um cabo ou de um riser em catenária, influenciando diretamente na tensão de flexão da estrutura (Lopes, 2006).

Assim, casos como os citados caracterizam um problema de escoamento de escoamento ao redor de um cilindro de comprimento infinito sujeito a VIV. Devido à complexidade desse fenômeno, é comum adotar um modelo simplificado para análise destes problemas em que se considera um cilindro rígido apoiado sobre molas. Resulta que o problema consiste em um cilindro 2D apoiado sobre um sistema mola-amortecedor, onde a mola e o amortecedor provocam esforços que interagem com as forças causadas pelo escoamento.

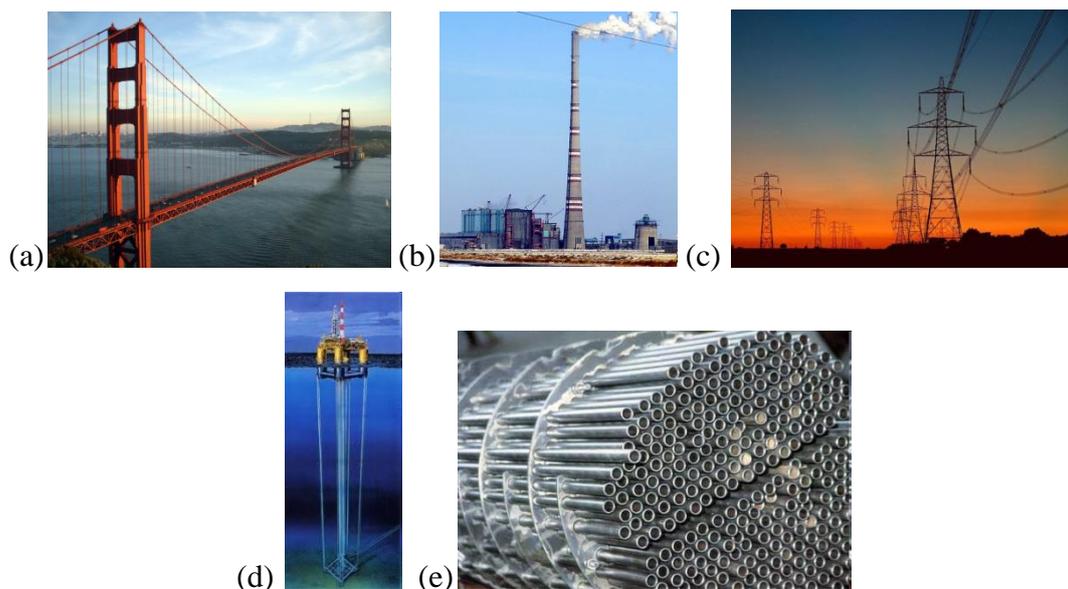


Figura 1.1 - Casos em que ocorre o fenômeno VIV: vento sobre pontes (a), chaminés (b) e cabos de transmissão de energia (c); correntes e ondas sobre sistemas oceânicos de extração de petróleo (d); escoamento sobre os tubos internos de um trocador de calor (e).

Apesar de sua geometria simples, a análise desses problemas é dificultada pelos diferentes fenômenos que ocorrem em faixas relativamente reduzidas de número de Reynolds. A esteira a jusante de um cilindro circular causada por um escoamento uniforme conduz a uma variedade de fenômenos complexos, causando instabilidades que aumentam perto da esteira (Sumer e Fredsøe, 1997). Assim, o fenômeno VIV envolve uma complexa interação entre forças hidrodinâmicas e resposta dinâmica da estrutura.

O estudo do fenômeno VIV é um caso particular da análise de problemas de interação fluido-estrutura (IFE), onde podem estar incluídos outros sistemas complexos de engenharia, tais como componentes de reatores nucleares e de turbo-máquinas, estruturas navais e aeroespaciais, estruturas de represas e tubos flexíveis sob escoamento interno. O problema da interação fluido-estrutura pode ser considerado simplificada da seguinte forma: o escoamento ao redor de uma estrutura exerce uma força sobre esta, deslocando-a ou deformando-a, mudando assim sua posição com relação ao escoamento. Essa mudança na posição pode alterar as forças exercidas pelo fluido, podendo assim gerar um processo auto-sustentável de vibrações (Blevins, 1990).

Por se tratar de um tipo de problema complexo, a previsão dos fenômenos envolvidos é realizada através de experimentos ou de simulações numéricas. Os métodos experimentais permitem analisar problemas reais de forma precisa, porém com elevados custos, tempo de execução e limitações no âmbito de equipamentos de medição; são importantes na validação dos modelos numéricos e, por isso, as duas técnicas se completam. O aumento da capacidade computacional e precisão dos códigos computacionais, bem como o custo elevado de laboratórios experimentais, tornam os modelos numéricos cada vez mais presentes na solução dos problemas de engenharia. A possibilidade dos métodos numéricos de simular situações simples identificando a influência de cada variável sobre o fenômeno físico envolvido, a busca pela otimização do projeto e a rapidez de resposta da solução são outros fatores que justificam o uso da simulação numérica para o tratamento de problemas de engenharia.

Diversos pesquisadores estudaram o comportamento do escoamento ao redor de cilindros circulares fixos pelo uso de técnicas experimentais, tais como Roshko (1954), Tritton (1959), Willianson (1989, 1996), Willianson e Roshko (1990) e Norberg (1994). E, nos últimos anos, com o aumento da capacidade computacional, também foram desenvolvidas análises numéricas desse tipo de problema, como, por exemplo, os estudos de Baranyi e Lewis (2006), Poldziech e Grundmann (2007) e Rajani *et al* (2009). Algumas bibliografias apresentam revisões extensas com relação a escoamentos ao redor de cilindros circulares, destacando-se Sumer e Fredsøe (1997) e Zdravkovich (1997, 2003).

Abordagens mais complexas envolvendo o fenômeno de VIV em que o cilindro é móvel foram desenvolvidas experimentalmente por alguns pesquisadores, destacando-se os trabalhos de Feng (1968), King (1974) e de Anagnostopoulos e Bearman (1992). Por outro lado, várias análises numéricas podem ser encontradas na literatura para uma ampla faixa de números de Reynolds, incluindo aquelas baseadas nas Equações de Navier-Stokes pela média de Reynolds (*Reynolds Averaged Navier-Stokes* - RANS) (Saghafian *et al*, 2003; Guilmineau e Queutey, 2004), que usam a metodologia da simulação de grandes escalas (*Large Eddy Simulations* - LES) (Breuer, 2000; Pasquetti, 2005; Al-Jamal e Dalton, 2004), que apresentam a simulação numérica direta (*Direct Numerical Simulations* - DNS) e os métodos que usam volumes finitos ou aproximações de elementos finitos para resolver as equações de Navier-Stokes (Nobari e Naredan, 2006; Mittal e Kumar, 2001; Plackzek *et al*, 2005; Dettmer e Peric, 2006). Além disso

podem-se encontrar revisões bem abrangentes do fenômeno VIV de cilindros em Sumer e Fredsøe (1997), Sarpkaya (2004), Gabbai e Benaroya (2005), entre outros.

Este trabalho apresenta a simulação numérica de um cilindro rígido, apoiado em uma mola e um amortecedor na direção transversal ao escoamento, sujeito a escoamentos com números de Reynolds variando entre 90 e 140. O estudo de caso permite analisar o fenômeno de sincronização ou ressonância (*lock-in*), devido à proximidade da frequência de desprendimento dos vórtices com a frequência natural do sistema.

A simulação é realizada pelo uso do modelo numérico Ifeinco (Teixeira, 2001), que usa um método semi-implícito de dois passos de Taylor-Galerkin para discretizar as equações de Navier-Stokes e a formulação Lagrangeana-Euleriana Arbitrária (ALE) para seguir o movimento do cilindro. A descrição de movimento do corpo rígido é definida usando o método de Newmark (Bathe, 1996). O esquema da interação fluido-estrutura usado é o particionado, onde a interação entre a estrutura e o fluido ocorre pela imposição do deslocamento e da velocidade na superfície da interface (condição de contorno cinemática), enquanto que no sentido inverso (do fluido para a estrutura), a pressão e as tensões viscosas são impostas como cargas para a estrutura (condição de contorno dinâmica).

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

A proposta desse estudo é o de analisar as influências do tamanho do domínio computacional e da malha nos resultados do problema do escoamento sobre cilindros a baixos números de Reynolds. Posteriormente, pretende-se investigar os fenômenos de formação e desprendimento de vórtices e o fenômeno VIV em cilindros apoiados em base elástica sujeitos a escoamentos uniformes a baixos números de Reynolds através do modelo numérico Ifeinco, comparando os resultados com experimentais e numéricos.

### **1.1.2 Objetivos Específicos**

Realizar uma análise de convergência em relação ao tamanho do domínio e a resolução da malha, para posteriormente realizar as simulações em estudo. Investigar o comportamento do escoamento em cilindros fixos, analisando o regime de formação e de desprendimento dos vórtices e as forças envolvidas a baixos números de Reynolds. Estudar o fenômeno VIV nos escoamentos uniformes sobre cilindros apoiados em base elástica na direção transversal ao escoamento a baixos números de Reynolds (entre 90 e 140), analisando a influência do VIV no coeficiente de arrasto e sustentação, número de Strouhal e amplitude de oscilação.

## **1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO**

O presente trabalho é composto por cinco capítulos, onde no capítulo 2 é realizada uma revisão bibliográfica a respeito dos principais tópicos abordados no estudo do fenômeno, como: parâmetros e características do escoamento, equações governantes de escoamentos incompressíveis, vibração de um sistema massa-mola-amortecedor e VIV em cilindros. No capítulo 3 é apresentado o estudo de caso abordado nesse trabalho e descrita a metodologia usada para a realização das simulações. No capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos para a análise do tamanho do domínio e resolução da malha e também para as análises realizadas para o cilindro fixo e móvel, comparando com os resultados numéricos e experimentais de diversos autores. No capítulo 5 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Neste capítulo são descritos, sucintamente, os fenômenos que ocorrem na interação entre escoamentos considerados incompressíveis e estruturas que experimentam movimentos de corpo rígido, principalmente a baixos números de Reynolds e com ênfase em cilindros circulares lisos sob apoios elásticos. Primeiramente, apresentam-se as equações que regem os escoamentos incompressíveis, as forças exercidas pelo escoamento e as características do escoamento quando interage com estruturas cilíndricas. Após, são apresentadas as características do movimento de um corpo rígido apoiado em um sistema mola-amortecedor, destacando-se o sistema com um GDL. É mostrada a equação de movimento, assim como as respostas esperadas para uma força atuante harmônica. E, finalmente, aborda-se o fenômeno VIV, que é o resultado do acoplamento entre o escoamento e o cilindro sob base elástica transversal ao escoamento.

### **2.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES DE ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS**

Os escoamentos são considerados incompressíveis, como aqueles estudados neste trabalho, quando a variação da massa específica do fluido é insignificante no tempo e no espaço. Isto ocorre quando o número de Mach  $= U/c$  é menor que 0,3, onde  $U$  é a velocidade do escoamento e  $c$  a velocidade do som no meio (Schlichting, 1979). Também são considerados os escoamentos como laminares, uma vez que na faixa do número de Reynolds de interesse deste trabalho não ocorre a turbulência.

As equações que governam o escoamento de fluidos apresentadas nesta seção estão referenciadas conforme um sistema chamado de Arbitrário Lagrangeano-Euleriano (ALE), apropriado para abordar os problemas de interação fluido-estrutura. Por essa razão, primeiramente descreve-se a formulação ALE e, após, as equações governantes usando este sistema de referência.

### 2.1.1 Formulação Arbitraria Lagrangeana-Euleriana (ALE)

As equações governantes dos fluidos são tradicionalmente descritas na formulação euleriana, enquanto que a descrição lagrangeana é usada para representar os movimentos da estrutura. Na descrição euleriana, representada pelas coordenadas espaciais, o domínio de referência é fixo no espaço e o meio contínuo movimenta-se sobre ele. Na descrição lagrangeana, o domínio de referência é envolvido pelo meio contínuo e movimenta-se com ele, sendo representada pelas coordenadas materiais.

A descrição euleriana permite que o meio tenha grandes distorções, no entanto não consegue identificar os contornos móveis. Enquanto que na descrição lagrangeana, os contornos e interfaces são precisamente identificados, porém não são adequados para meios com grandes distorções como no caso de fluidos em escoamento. Devido às características de cada descrição, surgem dificuldades quando se deseja analisar os domínios da estrutura e do fluido simultaneamente (Teixeira, 2001).

Para contornar as dificuldades encontradas nas formulações eulerianas e lagrangeanas, típicas em problemas de interação fluido-estrutura, usa-se a formulação lagrangeana-euleriana arbitrária (ALE) para descrição do domínio do fluido ou parte do mesmo. Esta formulação consiste basicamente na introdução de um domínio de referência descrito pelas coordenadas de referência  $\xi_i$  ( $i=1,2,3$ ) permitindo que o seu movimento seja arbitrário e independente dos pontos materiais e espaciais. A equação fundamental da formulação ALE estabelece a derivada material no tempo de uma determinada quantidade  $f_u$ , como é apresentada pela equação (2.1):

$$\frac{Df_u}{Dt} = \left. \frac{\partial f_u}{\partial t} \right|_{\xi} + \frac{\partial f_u}{\partial x_i} (v_i - w_i) \quad (2.1)$$

onde  $i = 1,2,3$ ;  $v_i$  e  $w_i$  são as componentes dos vetores de velocidade do fluido e da malha, respectivamente. As componentes de aceleração  $a_i$ , para uma descrição ALE, podem ser obtidas de forma similar através da equação (2.2):

$$a_i = \frac{Dv_i}{Dt} = \left. \frac{\partial v_i}{\partial t} \right|_{\xi} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} (v_j - w_j) \quad (i, j = 1,2,3) \quad (2.2)$$

### 2.1.2 Equações governantes do escoamento na formulação ALE

As equações fundamentais que governam os escoamentos dos fluidos são as equações da continuidade e da quantidade de movimento, expressas da forma (Teixeira, 2001):

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = w_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = w_j \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_j} \quad (2.4)$$

onde  $i, j = 1, 2, 3$ ,  $v_i$  é o vetor velocidade do fluido,  $w_i$  é o vetor velocidade do sistema de referência,  $p$  é a pressão termodinâmica,  $\tau_{ij}$  são as componentes do tensor de tensões viscosas e  $\rho$  é a massa específica do fluido. As componentes do tensor de tensões viscosas para um fluido newtoneano são expressas pela relação constitutiva dada pela equação:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (2.5)$$

onde  $i, j, k = 1, 2, 3$ ;  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade de cisalhamento (viscosidade dinâmica);  $\lambda$  é o coeficiente de viscosidade volumétrica e  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker, sendo que, de acordo com a hipótese de Stokes,  $\lambda = -2\mu/3$ .

Observa-se que a equação da energia complementa o sistema de equações diferenciais governantes do escoamento. No entanto, esta equação fica desacoplada das equações da continuidade e da quantidade de movimento quando o escoamento é incompressível e isotérmico, podendo ser solucionada, caso necessário, após a solução do campo de velocidades e de pressão.

A velocidade do som é definida em um escoamento isoentrópico da forma:

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{\mathcal{P}}{\rho} \quad (2.6)$$

onde  $\gamma$  é a relação entre os calores específicos, a pressão constante e o volume constante.

## 2.2 PARÂMETROS E CARACTERÍSTICAS DO ESCOAMENTO

Na maioria dos problemas de engenharia, existem duas situações de movimento relativo entre escoamentos e corpos: quando o corpo move-se em um fluido parado (como um avião voando através do ar parado) ou quando o fluido escoar sobre um corpo parado (como o vento passando por um edifício ou a água através dos pilares de uma ponte). Em ambos os casos, pode-se fixar o sistema de coordenadas no corpo e tratar a situação como se o fluido estivesse escoando em torno dele com velocidade ao longe  $U_\infty$  (Schlichting, 1979).

As características do escoamento ao redor de um corpo dependem fortemente de vários parâmetros, tais como forma e tamanho do corpo, velocidade, orientação e propriedades do fluido que escoar sobre o corpo. A seguir, descreve-se o comportamento do fluido ao escoar sobre um cilindro circular liso e as ações do escoamento sobre o corpo.

### 2.2.1 Regimes de escoamento

Os regimes de escoamento de um fluido sobre um corpo dependem do número de Reynolds ( $Re$ ), que é um parâmetro adimensional dado pela seguinte equação:

$$Re = \frac{DU}{\nu} \quad (2.7)$$

onde,  $D$  é um comprimento característico do corpo (para o caso do cilindro circular, é o diâmetro do cilindro),  $U$  é a velocidade do escoamento e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido.

Geralmente é possível descrever o comportamento do escoamento conforme a faixa de  $Re$ . Para o caso de escoamentos de velocidade uniforme sobre cilindros circulares, os regimes de escoamentos esperados para cada faixa de Reynolds, está resumido na figura 2.1 (Sumer e Fredsøe, 1997).

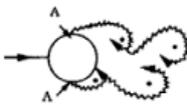
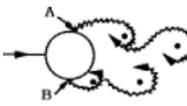
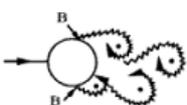
	Não Separação, Escoamento com Arrasto	$Re < 5$
	Nível fixo de Simetria dos Vórtices	$5 < Re < 40$
	Esteira Laminar de Vórtices	$40 < Re < 200$
	Transição para Turbulência	$200 < Re < 300$
	Escoamento totalmente turbulento A: Camada Limite Laminar	$300 < Re < 3 \times 10^5$ Subcrítico
	A: Separação da Camada Limite Laminar B: Separação da Camada Limite Turbulenta, mas Camada Limite Laminar	$3 \times 10^5 < Re < 3,5 \times 10^5$ Crítico ( <i>Lower Transition</i> )
	B: Separação da Camada Limite Turbulenta: a Camada Limite é parcialmente Laminar e parcialmente Turbulenta	$3,5 \times 10^5 < Re < 1,5 \times 10^6$ Supercrítico
	C: Camada Limite Completamente Turbulenta na lateral	$1,5 \times 10^6 < Re < 4 \times 10^6$ <i>Upper Transition</i>
	C: Camada Limite Completamente Turbulenta nas duas laterais	$4 \times 10^5 < Re$ Transcrítico

Figura 2.1 - Regimes de escoamento ao redor de um cilindro com velocidade uniforme.

(Fonte: Figura adaptada de Sumer e Fredsøe, 1997)

Conforme se pode observar na figura 2.1, para  $Re < 5$  o regime é laminar e não há separação do escoamento. No intervalo  $5 < Re < 40$ , há formação de um par fixo de vórtices a jusante do cilindro que não se desprendem. Eles crescem à medida que o número de Reynolds aumenta, até que para  $Re > 40$  a esteira fica instável e eles se desprendem alternadamente, formando uma zona laminar de vórtices (Sumer e Fredsøe, 1997). Os vórtices são formados alternadamente, a jusante, em cada lado do cilindro com certa frequência. Na faixa de  $40 < Re < 200$  a esteira ainda é laminar, mas a partir daí ela sofre a transição para a turbulência. A região de turbulência vai se aproximando do cilindro com o aumento de Reynolds entre a faixa de  $200 < Re < 300$ , onde a esteira perde a bidimensionalidade. A partir de  $Re=300$  a esteira se torna totalmente turbulenta. A camada limite na superfície do cilindro permanece laminar até  $Re = 3 \times 10^5$  e o regime de escoamento nesta faixa é chamado de subcrítico (Sumer e Fredsøe, 1997).

Na transição da camada limite laminar para a turbulenta, a região da separação do escoamento é a primeira a sofrer a transição e, de acordo com o aumento do número de Reynolds, a região de transição se desloca à montante da superfície do cilindro em direção ao ponto de estagnação. Na faixa  $3 \times 10^5 < Re < 3,5 \times 10^5$  a separação da camada limite se torna turbulenta no ponto de separação de um lado, mas ambos os lados da camada limite do cilindro continuam laminar. Este regime de escoamento é chamado de crítico. O escoamento assimétrico causa o aparecimento de uma força de sustentação atuante sobre o cilindro. Esta força também muda de sentido de acordo com a mudança do lado turbulento (Sumer e Fredsøe, 1997).

O próximo regime de escoamento é chamado de supercrítico e sua faixa de número de Reynolds é  $3,5 \times 10^5 < Re < 1,5 \times 10^6$ . Neste regime, a camada limite é completamente turbulenta dos dois lados do cilindro, porém a camada limite ainda não é totalmente turbulenta. A região de transição para a turbulência está localizada entre o ponto de estagnação e o ponto de separação do escoamento. Quando o número de Reynolds atinge o valor de  $1,5 \times 10^6$ , um lado do cilindro se torna totalmente turbulento. Assim, o outro lado continua parcialmente laminar, parcialmente turbulento. Este regime é chamado de “*upper-transition*” e corresponde a faixa de número de Reynolds  $1,5 \times 10^6 < Re < 4 \times 10^6$  (Sumer e Fredsøe, 1997). Finalmente, para  $Re > 4 \times 10^6$ , a camada limite é totalmente turbulenta. Este regime de escoamento é chamado transcrito.

### 2.2.2 Mecanismo de desprendimento de vórtices

A mais importante característica dos regimes de escoamentos, descritos na seção anterior, é o fenômeno de desprendimento de vórtices a jusante do cilindro, que ocorre para  $Re > 40$ . A partir daí, a camada limite ao longo da superfície do cilindro irá separar-se devido ao gradiente adverso de pressão imposto pela geometria divergente a jusante do cilindro (Sumer e Fredsøe, 1997). Esse comportamento de desprendimento de vórtices é mostrado na figura 2.2. Observa-se que o crescimento do vórtice B (no sentido anti-horário) faz com que haja desprendimento do vórtice A (sentido horário) (figura 2.2a). Assim, um novo vórtice (vórtice C) é formado e o vórtice B desempenha o mesmo papel do vórtice A, ou seja, sofre o desprendimento pelo crescimento do vórtice oposto C (figura 2.2b). Esse processo continua cada vez que um novo vórtice é desprendido através da esteira em um dos lados do cilindro (Sumer e Fredsøe, 1997).

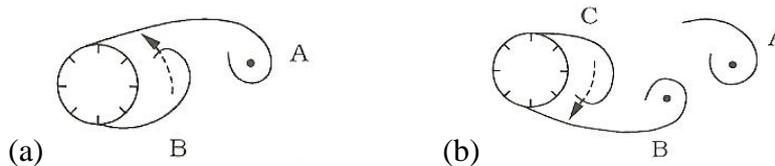


Figura 2.2 - Processo de desprendimento dos vórtices A e B, a jusante do cilindro.

(Fonte: Sumer e Fredsøe, 1997)

A frequência  $f$  do desprendimento alternado dos vórtices pode ser representada pelo número de Strouhal ( $St$ ), que é um parâmetro adimensional dada pela expressão:

$$St = \frac{f \cdot D}{U} \quad (2.8)$$

onde  $D$  é o comprimento característico (diâmetro para o caso do cilindro) e  $U$  a velocidade do fluido. Essa frequência de desprendimento de vórtices está diretamente relacionada com a frequência da periodicidade da força de sustentação.

### 2.2.3 Distribuição de pressão e tensão ao redor de um cilindro

O escoamento de um fluido sobre um corpo proporciona a ação de forças devidas à pressão perpendicular a superfície ( $p$ ) e às tensões tangenciais a superfície ( $\tau_0$ ) conforme está esquematizado na figura 2.3.

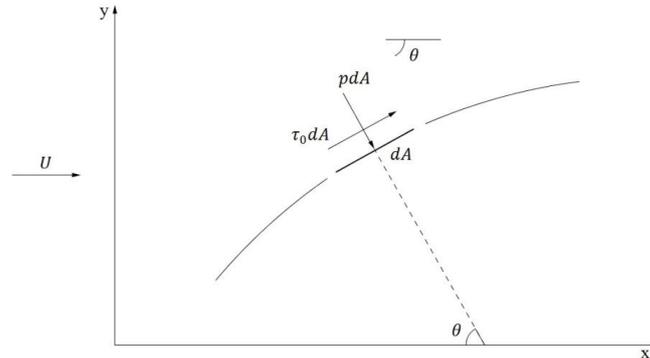


Figura 2.3 - Esquema da ação da pressão e da tensão tangencial sobre a superfície de um corpo submetido a um escoamento.

(Fonte: Adaptado de Munson *et al.*, 2004).

A pressão exercida sobre a superfície de um corpo sujeito a ação de um escoamento pode ser expressa pelo coeficiente de pressão instantâneo, que é a forma adimensional da pressão, dada pela equação 2.9:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U^2} \quad (2.9)$$

onde  $p$  é a pressão na superfície do corpo,  $p_\infty$  é a pressão ao longe,  $\rho$  é a massa específica do fluido e  $U$  a velocidade do fluido.

A figura 2.4 mostra gráficos da distribuição do coeficiente de pressão médio no tempo ao redor de um cilindro circular para alguns números de Reynolds e previstos pela teoria de escoamento potencial. Diferentemente do que prevê a teoria potencial, válida para  $Re < 5$ , onde não ocorre a formação de vórtices, uma curva típica de  $C_p$  passa por uma região a montante do cilindro de valores positivos com valor máximo no ponto de estagnação a valores negativos a jusante do cilindro.

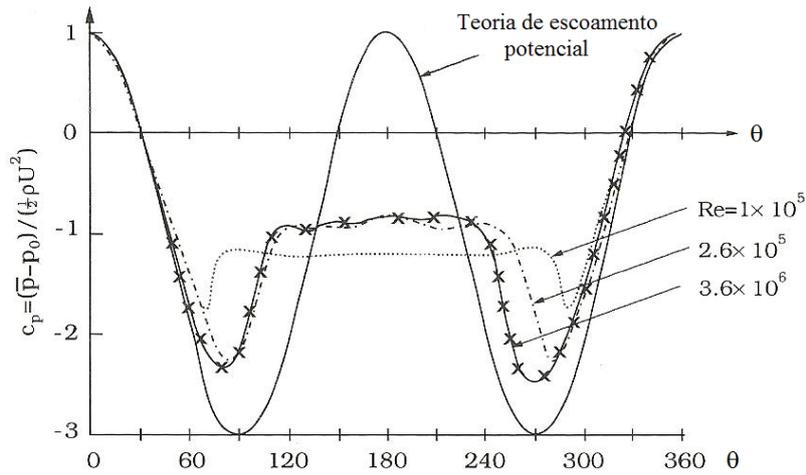


Figura 2.4 - Distribuição do coeficiente de pressão ( $C_p$ ) ao redor de um cilindro.  
(Fonte: Adaptado de Achenbach, 1968)

A figura 2.5 mostra gráficos típicos da distribuição da tensão tangencial média no tempo adimensionalizada ao longo da superfície de cilindros para alguns Reynolds. Nestes gráficos, podem-se observar os pontos de separação do escoamento quando a tensão tangencial é nula.

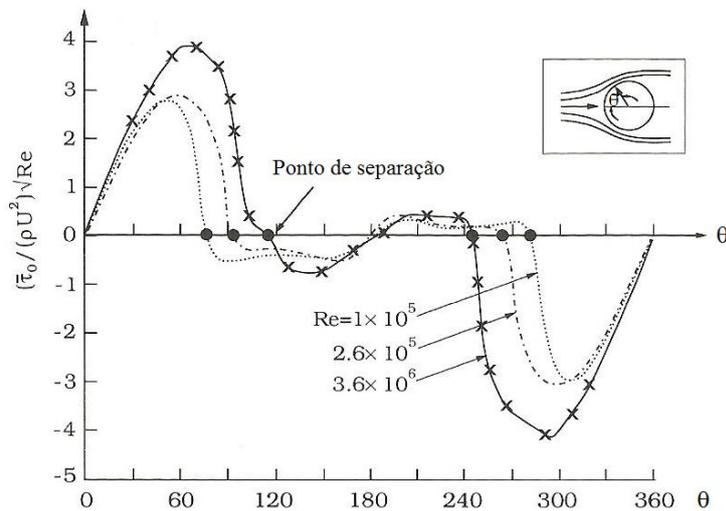


Figura 2.5 - Distribuição da tensão tangencial adimensionalizada sobre a superfície de um cilindro.  
(Fonte: Adaptado de Achenbach, 1968)

### 2.2.4 Forças de arrasto e sustentação

A pressão e a tensão tangencial sobre a área da superfície do cilindro contribuem para a força resultante atuante. Esta força pode ser decomposta na direção paralela e transversal ao escoamento. A componente transversal é denominada força de sustentação  $F_L$  (*Lift*) e a componente na direção paralela é denominada de força de arrasto  $F_D$  (*Drag*) (Sumer e Fredsøe, 1997).

As forças de arrasto ( $F_D$ ) e de sustentação ( $F_L$ ) instantâneas são calculadas pela soma da integração ao redor da superfície do cilindro de duas parcelas: uma devido à ação da pressão perpendicular à área de superfície e outra devido à tensão tangencial. Para o cálculo da força de arrasto, consideram-se as componentes na direção paralela ao escoamento, enquanto que se calculam as componentes transversais ao escoamento para compor a força de sustentação. Assim, as expressões das forças de arrasto e de sustentação instantâneas são as seguintes (Sumer e Fredsøe, 1997):

$$F_D = \int_0^{2\pi} p r_0 \cos\theta \, d\theta + \int_0^{2\pi} \tau_0 r_0 \sin\theta \, d\theta \quad (2.10)$$

$$F_L = \int_0^{2\pi} p r_0 \sin\theta \, d\theta + \int_0^{2\pi} \tau_0 r_0 \cos\theta \, d\theta \quad (2.11)$$

onde  $r_0$  representa o raio do cilindro.

As forças de arrasto e de sustentação são geralmente representadas por parâmetros adimensionais denominados pelos respectivos coeficientes de arrasto  $C_D$  e de sustentação  $C_L$ , que são apresentados pelas equações (2.12) e (2.13).

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho D U^2} \quad (2.12)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho D U^2} \quad (2.13)$$

A força ou o coeficiente de arrasto oscila entorno de um valor médio com o dobro da frequência de desprendimento de vórtices, ou metade do período e a força ou o coeficiente de sustentação oscila entorno de zero, mas pode atingir valores extremos consideráveis, como pode ser observado na figura 2.6 (Sumer e Fredsøe, 1997). Devido a essas variações, é comum serem analisados o coeficiente de arrasto médio no tempo ( $C_{D\text{médio}}$ ) e a média quadrática (*root mean square - rms*) do coeficiente de sustentação ( $C_{L\text{rms}}$ ).

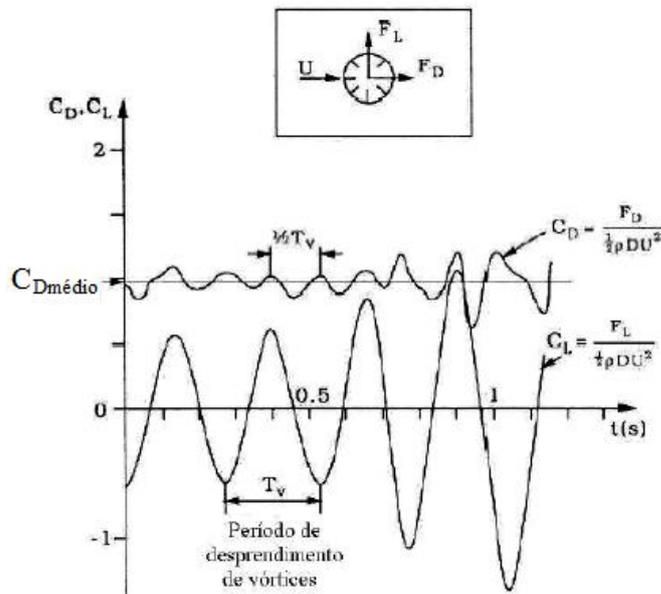


Figura 2.6 - Flutuações das forças de arrasto e de sustentação durante o desprendimento de vórtices para o cilindro fixo.

(Fonte: Adaptação de Sumer e Fredsøe, 1997)

### 2.3 VIBRAÇÃO DE UM SISTEMA MASSA-MOLA-AMORTECEDOR

O sistema massa-mola-amortecedor é um modelo matemático simples para representar os fenômenos de vibração em um corpo. Neste modelo, a massa concentrada  $m$  do corpo pode deslocar em uma direção (um Grau de Liberdade - GDL) e está sujeita a uma força de excitação variável com o tempo, a uma força de inércia, a uma força elástica (mola) e a uma força de amortecimento (amortecedor) (ver figura 2.7).

O amortecimento está relacionado à dissipação de energia, causados pelo atrito, pela dissipação interna do próprio material ou pelo movimento do fluido em relação a estrutura. Embora seja difícil a descrição real da força de amortecimento, é possível a admissão de modelos ideais, que muitas vezes resultam em prognósticos satisfatórios da resposta. A força de amortecimento viscoso, proporcional à velocidade, conduz ao tratamento matemático simples e é usado quando o amortecimento é causado pelo movimento do corpo em um meio fluido (Thomson, 1978).

A equação diferencial do movimento do corpo segundo esse modelo matemático representado na figura 2.7 é obtida pela segunda lei de Newton (Rao, 2009):

$$m\ddot{y} + c_a\dot{y} + ky = F(t) \tag{2.14}$$

onde  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  e  $x$  são a aceleração, a velocidade e o deslocamento do corpo,  $F(t)$  é a força de excitação,  $m$  é a massa do corpo,  $k$  é a rigidez da mola e  $c_a$  é o coeficiente de amortecimento. Na equação 2.14, o primeiro termo do lado esquerdo da equação representa a força de inércia, o segundo a força de amortecimento e o terceiro a força da mola.

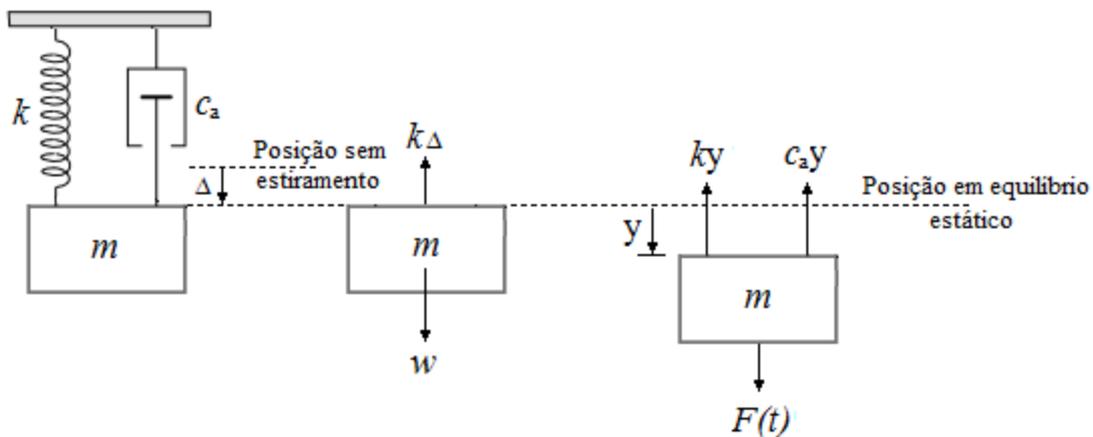


Figura 2.7 - Sistema massa-mola-amortecedor e diagrama do corpo livre.

Quando a força de excitação é nula, ocorre uma vibração livre, cuja frequência angular do movimento sem a presença de amortecimento é chamada de frequência angular natural não amortecida dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.15)$$

Nota-se que a frequência natural não amortecida, em Hertz (Hz), é  $f = \omega_n / 2\pi$ .

A vibração livre amortecida tem o seu comportamento estabelecido de acordo com a relação entre o coeficiente de amortecimento  $c_d$  e o coeficiente de amortecimento crítico  $c_c = 2m\omega_n$  do sistema. Esta relação é chamada de fator de amortecimento  $\zeta = c_d/c_c$ . Assim, a vibração livre amortecida ocorre em sistemas denominados de subamortecidos (para  $\zeta < 1$ ), onde a vibração tende a se anular com o tempo. Para  $\zeta = 1$ , o sistema é chamado de criticamente amortecido e para  $\zeta > 1$  o sistema é superamortecido. Em ambos os casos, o movimento é aperiódico, ou seja, não periódico.

A vibração é considerada forçada quando a força de excitação é não-nula. Neste trabalho, tem-se um particular interesse no estudo do movimento do corpo quando a força de excitação tem um comportamento harmônico, que é característico da periodicidade do desprendimento dos vórtices, representada pela equação (2.16):

$$F(t) = F_0 \operatorname{sen}\omega t \quad (2.16)$$

onde  $F_0$  é a amplitude da força e  $\omega$  é a frequência angular.

A solução geral da equação (2.14) considerando a força de excitação dada pela equação (2.16) resulta da soma de uma solução homogênea com uma particular. A solução homogênea corresponde a uma vibração livre amortecida que desaparece ao longo do tempo. Assim, após este período, denominado de transitório, a solução geral reduz à solução particular que representa a vibração em regime permanente, escrita da forma (Thomson, 1978):

$$y(t) = Y \operatorname{sen}(\omega t - \phi) \quad (2.17)$$

onde  $Y$  é a amplitude de oscilação e  $\phi$  é o ângulo de fase da resposta com relação a força de excitação. A velocidade e a aceleração do movimento são dadas pelas equações (2.18) e (2.19), respectivamente:

$$\dot{y}(t) = \omega Y \operatorname{cos}(\omega t - \phi) \quad (2.18)$$

$$\dot{y}(t) = -\omega^2 Y \operatorname{sen}(\omega t - \phi) \quad (2.19)$$

Substituindo (2.17), (2.18) e (2.19) em (2.14), obtém-se as expressões da amplitude de oscilação e o ângulo de fase expressas pelas equações (2.20) e (2.21), respetivamente:

$$Y = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (2.20)$$

e

$$\phi = \tan^{-1} \frac{c_a \omega}{\sqrt{(k - m\omega^2)}} \quad (2.21)$$

As equações (2.20) e (2.21) podem ser expressas na forma adimensional como segue:

$$\frac{Yk}{F_0} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}} \quad (2.22)$$

e

$$\tan \phi = \frac{2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (2.23)$$

A relação  $Yk/F_0$  é denominada de fator de amplificação e  $\omega/\omega_n$  é a razão de frequências.

As equações (2.22) e (2.23) são representadas graficamente nas figuras 3.11 e 3.12, respetivamente. Do gráfico da figura 2.8, podem-se observar algumas características importantes:

- Quando não há amortecimento ( $\zeta = 0$ ) e ocorre a ressonância, ou seja, a frequência de excitação coincide com a frequência natural não amortecida ( $\omega/\omega_n = 1$ ), o fator de amplificação ( $Yk/F_0$ ) tende ao infinito.
- Quanto maior o fator de amortecimento ( $\zeta$ ), menor o fator de amplificação ( $Yk/F_0$ ) para qualquer valor de razão de frequências.
- No limite inferior da razão de frequências, quando  $\omega/\omega_n = 0$  (força constante),  $Yk/F_0 = 1$ . Por outro lado,  $Yk/F_0$  tende a zero, quando a razão de frequências tende ao infinito.

Do gráfico do ângulo de fase em relação à razão de frequências mostrado na figura 2.9, pode-se observar:

- a) Para uma razão de frequências  $\omega/\omega_n < 1$ , o ângulo de fase está entre 0 e 90°, o que significa que a resposta está atrasada em relação à excitação. Por outro lado, para  $\omega/\omega_n > 1$ , o ângulo de fase está entre 90° e 180°, o que implica que a resposta está adiantada em relação à excitação.
- b) Para a razão de frequências  $\omega/\omega_n = 1$ , a diferença de fase entre a resposta e a excitação (ângulo de fase) é igual a 90°.

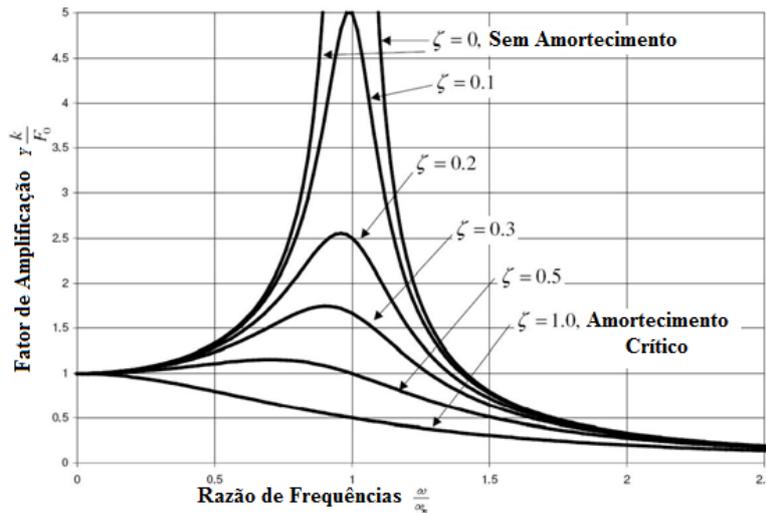


Figura 2.8 - Fator de amplificação em relação a razão de frequências.

(Fonte: Adaptado de Rao, 2009)

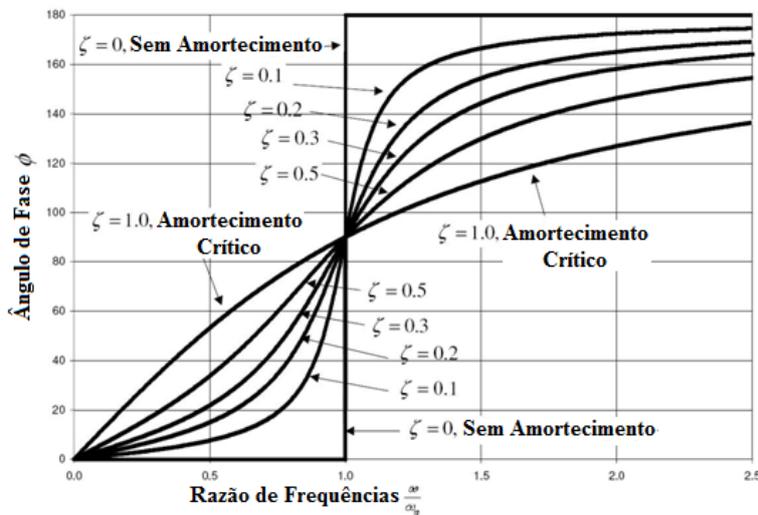


Figura 2.9 - Ângulo de fase em relação a razão de frequências.

(Fonte: Adaptado de Rao, 2009)

## 2.4 VIBRAÇÃO DE UM CILINDRO SOB UM ESCOAMENTO UNIFORME

O movimento de um cilindro apoiado em uma base elástica transversal a um escoamento uniforme, conforme mostra o esquema da figura 2.10, é governado pela equação diferencial (2.14), considerando a força de excitação igual a força de sustentação imposta pelo escoamento do fluido. Em uma análise teórica deste problema, a equação (2.14) deve ser reconsiderada devido a presença de uma massa hidrodinâmica adicional  $m'$  (massa adicional) e a uma força hidrodinâmica de resistência adicional, a qual afeta o amortecimento total do movimento do cilindro.

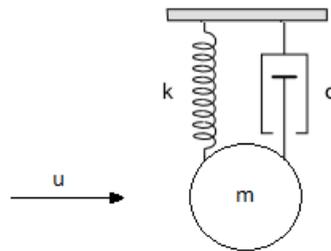


Figura 2.10 - Cilindro apoiado sob base elástica na direção transversal de um escoamento uniforme.

Assim, a frequência angular natural de um sistema não amortecido fica alterada pela consideração da massa adicional como segue:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m + m'}} \quad (2.24)$$

Este tipo de problema, que envolve o fenômeno VIV, geralmente é analisado considerando algumas variáveis adimensionais que influenciam nas vibrações transversais do cilindro. Para um cilindro de superfície lisa, pelo menos duas variáveis são as mais importantes. Uma variável é a velocidade reduzida ( $V_R$ ), dada pela equação:

$$V_R = \frac{U}{D \cdot f_n} \quad (2.25)$$

onde  $U$  é a velocidade do escoamento,  $D$  é o diâmetro do cilindro e  $f_n$  a frequência natural não amortecida. Outra variável adimensional de grande influência no comportamento dos fenômenos envolvidos é a razão de massa  $M$ , definida como:

$$M = \frac{m}{\rho \cdot D^2} \quad (2.26)$$

onde  $m$  é a massa do cilindro,  $\rho$  é a massa específica do fluido e  $D$  é o diâmetro do cilindro.

Baseados nos experimentos de Feng (1968), Sumer e Fredsøe (1997) relatam que a razão de massa influencia na frequência de resposta na zona de ressonância ou de sincronização. Para valores elevados de  $M$  (na ordem de 100), a zona de sincronização é caracterizada por uma frequência de resposta igual a frequência natural do sistema. Por outro lado, para pequenos valores de  $M$  (em torno da unidade), a frequência de resposta na faixa de sincronização aumenta com o aumento da velocidade reduzida ( $V_R$ ).

A faixa de velocidade reduzida ( $V_R$ ) em que ocorre a sincronização depende da razão de massa  $M$ . Segundo os autores citados, quando os valores da razão de massa são mais baixos (na ordem de grandeza de 4), a região de sincronização é mais larga (na faixa de  $6 < V_R < 8$ ), enquanto que, para valores mais elevados (em torno de 34), a região de sincronização fica em  $5,5 < V_R < 6,5$ .

A figura 2.11 mostra os resultados dos experimentos de Anand (1985) ( $M = 5,3$ ) em termos da frequência e da amplitude de vibração em relação a velocidade reduzida. Na figura 2.11a, é plotada a razão entre a frequência de vibração e a frequência natural não amortecida ( $f_v/f_n$ ) em relação a velocidade reduzida. Nesta figura, observam-se duas regiões: aquela em que a frequência de vibração acompanha a frequência de desprendimento dos vórtices (linha tracejada) e a zona de ressonância ou de sincronização (*lock-in*), onde a frequência de vibração está muito próxima a frequência de ressonância. A figura 2.11b apresenta a razão entre a amplitude de oscilação do cilindro e o seu diâmetro ( $Y/D$ ). Pode-se notar que os valores mais altos de amplitude de oscilação acontecem na zona de ressonância.

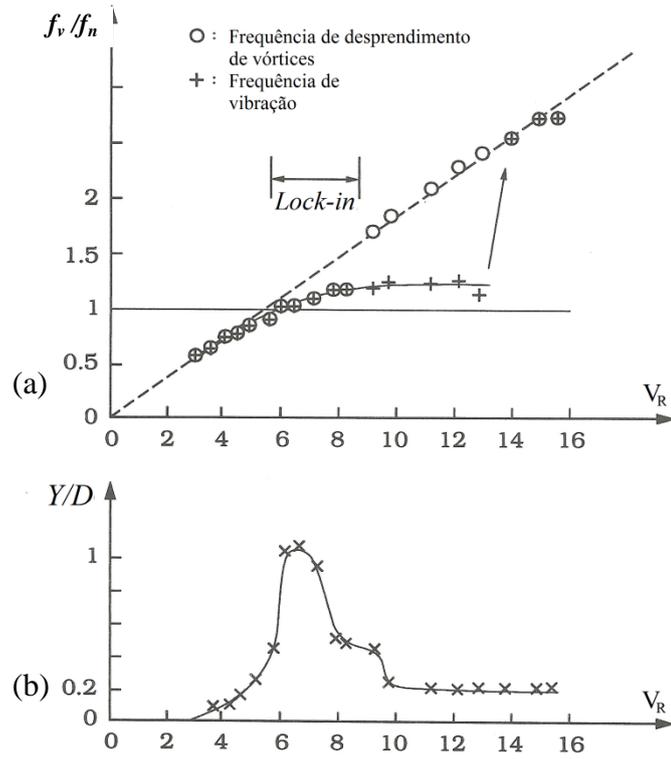


Figura 2.11 - Frequência (a) e amplitude (b) de vibração do cilindro em relação a velocidade reduzida segundo experimentos de Anand (1985).

(Fonte: Adaptado de Anand, 1985)

### 3. METODOLOGIA

Esse capítulo apresenta os métodos e o modelo usado para a análise numérica do estudo de caso. Primeiramente, é descrito o caso em estudo, que fundamentalmente é baseado nas experiências de Anagnostopoulos e Bearman (1992). Após, apresenta-se a metodologia para tratar o problema e descreve-se sucintamente o modelo numérico Iteico.

#### 3.1 O ESTUDO DE CASO

O estudo do fenômeno VIV é desenvolvido pela análise de um escoamento sobre uma barra cilíndrica. Esta análise foi realizada experimentalmente por Anagnostopoulos e Bearman (1992), conforme mostra o esquema da figura 3.1. O experimento consiste em uma barra cilíndrica de metal lisa parcialmente submersa verticalmente em água com escoamento uniforme em um tanque.

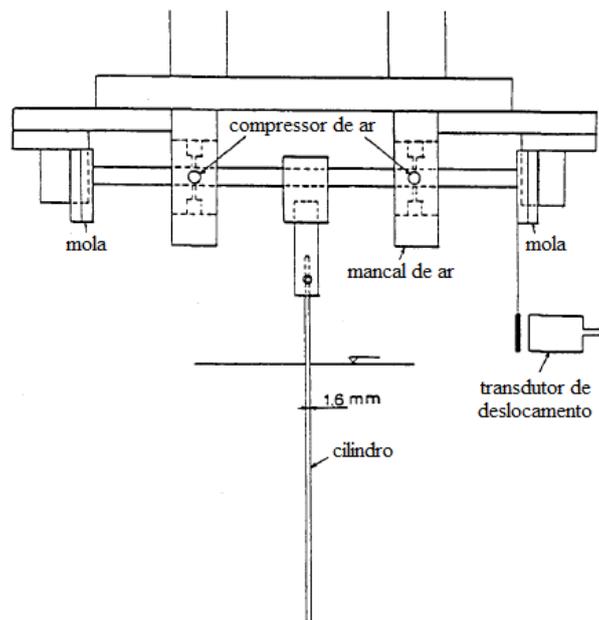


Figura 3.1 - Esquema do experimento de Anagnostopoulos e Bearman (1992).

(Fonte: Adaptado de Anagnostopoulos e Bearman, 1992)

O tanque com água (massa específica  $\rho = 1000,0 \text{ kg/m}^3$  e viscosidade  $\mu = 0,001 \text{ kg/(ms)}$ ), localizado no Departamento de Aeronáutica do Colégio Imperial (Londres), tem 0,60m de largura e 0,70m de profundidade. A barra cilíndrica é lisa, tem  $D = 0,0016\text{m}$  de diâmetro e seu comprimento submerso é de 0,12m. A massa da barra é de  $m = 0,2979\text{kg}$  e está apoiada verticalmente sobre um eixo horizontal, suspenso por um sistema de mancais com ar pressurizado.

O sistema mola-amortecedor de apoio do cilindro é construído pela montagem do eixo horizontal sob duas molas de aço em suas extremidades. A rigidez da mola ( $k$ ), é igual a 579N/m e o coeficiente de amortecimento ( $c_a$ ), é igual a 0,0325kg/s. A frequência natural do sistema é  $f_n = 7,016\text{Hz}$ . Resulta que quando o sistema não sofre pressão de ar, o movimento é contido devido ao atrito e quando pressurizado, os movimentos ficam sujeitos aos deslocamentos laterais (Anagnostopoulos e Bearman, 1992). A resposta do cilindro é medida com um medidor eletrônico de deslocamento.

Os principais parâmetros adimensionais que influenciam no comportamento da interação fluido-estrutura que envolve os fenômenos VIV podem ser calculados para este caso. Para a faixa de números de Reynolds de  $90 < Re < 140$ , a faixa de velocidades reduzidas fica  $5 < V_R < 7,8$ . Outro parâmetro adimensional importante para esses tipos de problemas é o da razão de massa, que neste caso é de  $M = 166$ . O fator de amortecimento é de  $\zeta = 0,0012$ .

### 3.2 AS ETAPAS DA SIMULAÇÃO

Nessa seção, apresentam-se as etapas das simulações numéricas, compreendidas em pré-processamento, processamento e pós-processamento. Na etapa de pré-processamento, que consiste na preparação dos dados para o processamento, é adotado o programa gerador de malha Gmsh 2.5 e alguns programas desenvolvidos em linguagem Fortran 90 para gerar os arquivos que contém as informações de condições de contorno e iniciais e outros parâmetros de simulação.

O Gmsh é um programa gratuito de geração de malha de elementos finitos 3D. Seu objetivo é de fornecer uma leve e rápida ferramenta articulada com entrada paramétrica e capacidade avançada de visualização. O Gmsh é constituído de quatro módulos: geometria, malha, *solver* e pós-processamento. A especificação de qualquer

entrada para estes módulos é feita de forma interativa usando a interface gráfica do usuário ou em arquivos de texto ASCII usando a linguagem própria do Gmsh.

Através do programa Gmsh, é construída a malha de elementos finitos e são gerados os arquivos de entrada (de posição dos nós e de conectividade dos elementos) para um programa de pré-processamento desenvolvido em linguagem Fortran 90, denominado de Ifeinco-pre. Este último gera os arquivos de condições iniciais para as variáveis do escoamento (velocidades do fluido e dos nós da malha e pressão), as condições de contorno no domínio e os parâmetros do escoamento e da estrutura.

Na etapa de processamento foi usado o modelo Ifeinco, cujo código foi desenvolvido em Fortran 90 (Teixeira e Awruch, 2005). Este modelo é descrito mais detalhadamente na seção seguinte.

Para a análise dos resultados (etapa de pós-processamento) foram usados alguns programas desenvolvidos na linguagem Fortran 90 e a visualização das variáveis do problema foi realizada através do programa comercial Tecplot<sup>®</sup> (GUI Builder, 2003). Este último é um programa de visualização de dados e de plotagem técnica, que transforma dados de 2D e 3D de forma que possam ser visualizados em coordenadas cartesianas. É utilizado por engenheiros, cientistas e pesquisadores na visualização dos resultados de análises, simulações e experimentos. Ele inclui recursos em três áreas-chave: ferramentas de plotagem, gestão de dados e interface do usuário, dando a este o controle para explorar, analisar e comunicar os resultados. Uma particularidade do Tecplot<sup>®</sup> é que ele interpreta diretamente a estrutura de dados de uma malha de elementos finitos.

### **3.3 O MODELO Ifeinco**

A versão do Ifeinco (Teixeira e Awruch, 2005) adotada neste trabalho usa elementos finitos triangulares 2D para a análise de problemas de interação fluido-estrutura. O seu código foi desenvolvido na linguagem Fortran 90 e possui três módulos principais: do escoamento, da estrutura e da interação fluido-estrutura. O escoamento é considerado incompressível e regido pelas equações de Navier-Stokes. A estrutura é rígida e experimenta movimentos de corpo rígido em relação ao seu centro de gravidade.

O módulo de interação fluido-estrutura tem a função de estabelecer a interação entre o módulo do escoamento e o da estrutura. O esquema usado é chamado de particionado, pois acopla dois modelos de solução separados e de formulações independentes. Basicamente, o módulo de interação fluido-estrutura segue os seguintes passos (ver o esquema da figura 3.2):

- (1) impor pressão  $p^n$  e tensão viscosa  $\tau_{ij}^n$  como carga nos contornos da estrutura (onde os subscritos  $i,j=1, 2$  são os eixos cartesianos e o sobrescrito  $n$  indica o instante de tempo  $t$ );
- (2) atualizar as variáveis da estrutura (componentes do deslocamento,  $x_i$ , e da velocidade da estrutura,  $u_i$ ,  $i=1,2$ ) do instante  $t$  para  $t+\Delta t$ ;
- (3) impor o movimento do corpo para o escoamento em termos do vetor velocidade atualizado e posição de fronteira.
- (4) atualizar as variáveis do escoamento para o instante  $t+\Delta t$  (componentes do deslocamento,  $x_i$ , e de velocidade,  $w_i$ , dos nós da malha, pressão,  $p$ , e componentes de velocidade do fluido,  $v_i$ ,  $i=1, 2$ );
- (5) reiniciar o ciclo de interação.

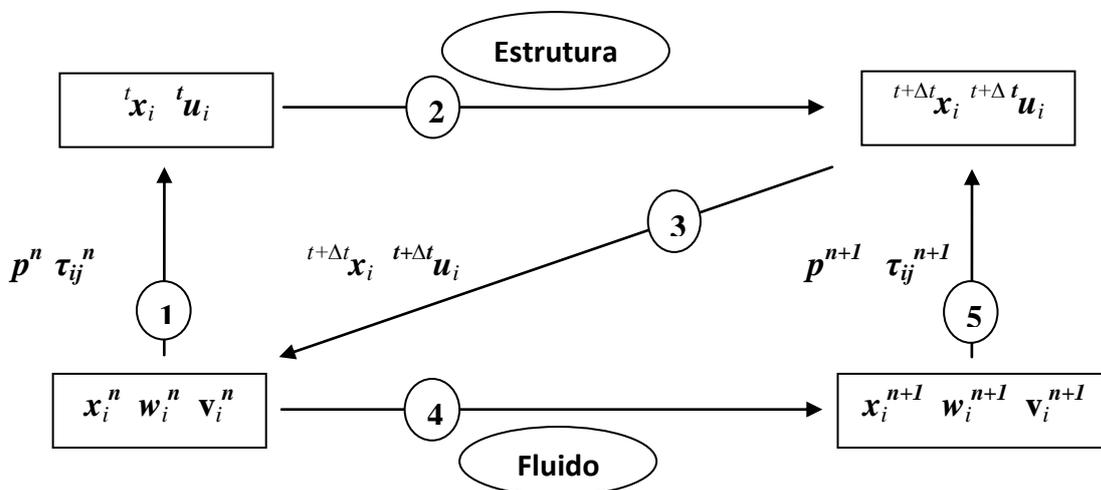


Figura 3.2 - Esquema do módulo de interação fluido-estrutura.

### 3.3.1 Módulo do escoamento do fluido

O modelo emprega o método Semi-implícito de Taylor-Galerkin de dois passos (Teixeira, 2001) para a discretização das Equações de Navier-Stokes na formulação ALE. Adota o elemento triangular, que tem a vantagem de adaptar-se a geometrias complexas e possui boa eficiência computacional.

As equações são desenvolvidas a partir da expansão em série de Taylor até os termos de segunda ordem da variável  $U_i$ , sendo  $U_i = \rho v_i$ ,  $\rho$  a massa específica e  $v_i$  as componentes de velocidade do fluido. Após a discretização temporal das equações da continuidade (2.3) e da quantidade de movimento (2.4), o algoritmo do escoamento do fluido pode ser descrito pelos seguintes passos:

(a) Cálculo da velocidade não-corrigida a  $\Delta t/2$ , onde o termo de pressão está no instante  $t$  de acordo com a equação (3.1):

$$\tilde{U}_i^{n+1/2} = U_i^n - \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\partial f_{ij}^n}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}^n}{\partial x_j} + \frac{\partial p^n}{\partial x_i} - \rho g_i - w_j^n \frac{\partial U_i^n}{\partial x_i} \right) \quad (3.1)$$

onde  $\rho$  é a massa específica,  $p$  é a pressão,  $g_i$  são as componentes da aceleração da gravidade,  $v_i$  são as componentes de velocidade,  $w_i$  são as componentes de velocidade do sistema de referência e  $\tau_{ij}$  é o tensor de tensões viscosas,  $U_i = \rho v_i$ ,  $f_{ij} = v_j(\rho v_i) = v_j U_i$  e  $i, j = 1, 2$ .

(b) Cálculo da pressão  $p$  a  $t+\Delta t$ , dada pela equação de Poisson (3.2)

$$\frac{1}{c^2} \Delta p = -\Delta t \left[ \frac{\partial \tilde{U}_i^{n+1/2}}{\partial x_i} - \frac{\Delta t}{4} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \Delta p}{\partial x_i} \right] \quad (3.2)$$

onde  $\Delta p = p^{n+1} - p^n$  e  $i = 1, 2$ .

(c) Correção da velocidade a  $t+\Delta t/2$ , adicionando o termo de variação de pressão de  $t$  para  $t+\Delta t/2$ , de acordo com a equação (3.3)

$$U_i^{n+1/2} = \tilde{U}_i^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{4} \frac{\partial \Delta p}{\partial x_i} \quad (3.3)$$

(d) Cálculo da velocidade em  $t+\Delta t$  usando variáveis atualizadas nos passos anteriores como é mostrado na equação (3.4)

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \Delta t \left( \frac{\partial f_{ij}^{n+1/2}}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}^{n+1/2}}{\partial x_j} + \frac{\partial p^{n+1/2}}{\partial x_i} - w_j^{n+1/2} \frac{\partial U_i^{n+1/2}}{\partial x_i} - \rho g_i \right) \quad (3.4)$$

A discretização espacial é realizada através do método clássico dos resíduos ponderados de Galerkin e pelo uso do elemento finito triangular. Uma função de interpolação constante  $\mathbf{P}_E$  é usada para as variáveis no instante  $t+\Delta t/2$  e uma função de interpolação linear  $\mathbf{N}$  é usada para as variáveis em  $t$  e  $t+\Delta t$ . Este procedimento é aplicado nas equações (3.1, 3.2, 3.3, e 3.4), resultando nas seguintes equações matriciais:

$$\Omega_E^{n+1/2} \tilde{\mathbf{U}}_i^{n+1/2} = \mathbf{C} \bar{\mathbf{U}}_i^n - \frac{\Delta t}{2} \left[ \mathbf{L}_j (\bar{\mathbf{f}}_{ij}^n - \bar{\boldsymbol{\tau}}_{ij}^n) + \mathbf{L}_i \bar{\mathbf{p}}^n - \mathbf{T} \bar{\mathbf{U}}_i^n - \Omega_E^{n+1/2} \bar{\rho} \bar{\mathbf{g}}_i \right] \quad (3.5)$$

$$\left( \tilde{\mathbf{M}} + \frac{\Delta t^2}{4} \mathbf{H} \right) \Delta \bar{\mathbf{p}} = \Delta t \left( \mathbf{L}_i^T \tilde{\mathbf{U}}_i^{n+1/2} + \mathbf{f}_a \right) \quad (3.6)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_i^{n+1/2} = \tilde{\mathbf{U}}_i^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{4\Omega_E} \mathbf{L}_i \Delta \bar{\mathbf{p}} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^{n+1} \bar{\mathbf{U}}_i^{n+1} &= \mathbf{M}^n \bar{\mathbf{U}}_i^n + \Delta t \mathbf{L}_j^T (\bar{\mathbf{f}}_{ij}^{n+1/2} - \bar{\mathbf{w}}_j^{n+1/2} \bar{\mathbf{U}}_i^{n+1/2}) \\ &- \Delta t \mathbf{Q}_j \bar{\boldsymbol{\tau}}_{ij}^n + \Delta t \mathbf{Q}_i (\bar{\mathbf{p}}^n + \Delta \bar{\mathbf{p}}/2) + \Delta t \mathbf{S}_{bi} - \Delta t \mathbf{C}^T \bar{\mathbf{g}}_i \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde os vetores com uma barra superior nos instantes  $n$  e  $n+1$  significam os valores nodais das variáveis e os vetores nos instantes  $n+1/2$  representam os valores nos elementos. As matrizes e os vetores das Eq. (3.5) a (3.8) são integrais de domínio e de contorno usando elementos triangulares e estão detalhados em Teixeira (2001).

A equação de Poisson (3.6) é resolvida usando o método dos gradientes conjugados com pré-condicionamento diagonal (Argyris et al, 1985). Na equação (3.8), a matriz de massa consistente é substituída pela matriz de massa diagonal (*lumped matrix*), sendo, então, resolvida por um processo iterativo. O esquema é

condicionalmente estável e a condição de estabilidade local para um elemento E é dada pela equação (3.9)

$$\Delta t_E \leq \beta h_E / |U| \quad (3.9)$$

onde  $h_E$  é o tamanho característico do elemento,  $\beta$  é o fator de segurança e  $U$  é a velocidade do fluido.

O movimento dos nós da malha neste estudo é caracterizado apenas pelos deslocamentos na direção transversal ao escoamento. Assim, é calculada a componente transversal da velocidade da malha a cada instante de tempo baseada nas velocidades prescritas das superfícies de contorno móvel (cilindro) e estacionárias (contornos externos do domínio). O algoritmo de movimento de malha adotado neste trabalho usa um procedimento de suavização para as velocidades baseado nestas linhas de contorno (Teixeira, 2001). A atualização da velocidade da malha em um nó  $i$  do domínio é baseado na velocidade da malha dos nós  $j$  que pertencem às linhas de contorno e é expressa conforme a equação (3.10):

$$w_2^i = \frac{\sum_{j=1}^{ns} a_{ij} w_2^j}{\sum_{j=1}^{ns} a_{ij}} \quad (3.10)$$

onde  $ns$  é o número total de nós que pertencem as linhas de contorno e  $a_{ij}$  são os coeficientes de influência entre o nó  $i$  dentro do domínio e o nó  $j$  na linha de contorno dada pela equação (3.11)

$$a_{ij} = \frac{1}{d_{ij}^4} \quad (3.11)$$

com  $d_{ij}$  sendo a distância entre os nós  $i$  e  $j$ . A figura 3.3 mostra um esquema das distâncias do nó  $i$  em relação aos nós de contorno  $j1$  (móvel) e  $j2$  (fixo).

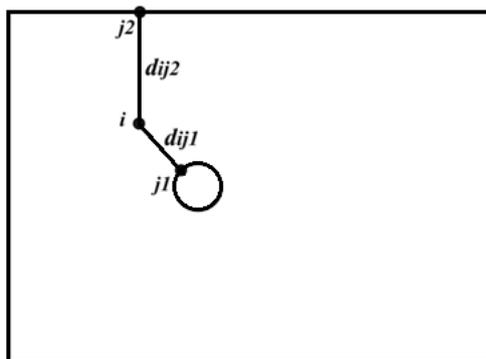


Figura 3.3 - Distâncias do nó  $i$  em relação aos nós de contorno  $j1$  (móvel) e  $j2$  (fixo).

### 3.3.2 Módulo da estrutura

O movimento de corpo rígido do cilindro é calculado a cada instante, depois das variáveis do escoamento (pressão e tensões viscosas) serem conhecidas. Para o estudo de caso, a equação dinâmica de um sistema massa-mola-amortecedor de um GDL é considerada para governar o movimento da estrutura na direção transversal ao escoamento, conforme a equação 3.12.

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F \quad (3.12)$$

onde  $y$ ,  $\dot{y}$  e  $\ddot{y}$  são o deslocamento, velocidade e aceleração transversais ao escoamento, respectivamente;  $m$  é a massa;  $c_a$  é o coeficiente de amortecimento;  $k$  é a rigidez; e  $F$  é a força dinâmica.

Neste código, a equação 2.14 é discretizada no tempo pelo uso do método implícito de Newmark na forma trapezoidal ( $\delta = 1/2$  e  $\alpha = 1/4$ ) (Bathe, 1996). O deslocamento, a velocidade e a aceleração nas direções transversais são calculadas a cada instante de tempo de acordo com o algoritmo, cujos cálculos iniciais são:

- a) Inicialização de  ${}^0\ddot{y}$ ,  ${}^0\dot{y}$  e  ${}^0y$ ;
- b) Cálculo das constantes de integração;

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}; \quad a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}; \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1; \quad a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1; \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right);$$

$$a_6 = \Delta t(1 - \delta); \quad a_7 = \delta \Delta t$$

c) Formação do coeficiente de rigidez efetivo:  $k_e = k + a_0 m + a_1 c_a$ .

Para cada passo de tempo, a sequência é:

a) Cálculo das cargas efetivas no instante  $t + \Delta t$ :

$${}^{t+\Delta t}F_e = {}^{t+\Delta t}F + m(a_0 {}^t y + a_2 {}^t \dot{y} + a_3 {}^t \ddot{y}) + c(a_1 {}^t y + a_4 {}^t \dot{y} + a_5 {}^t \ddot{y});$$

b) Solução dos deslocamentos em  $t + \Delta t$ :  ${}^{t+\Delta t}y = {}^{t+\Delta t}F_e / k_e$ ;

c) Cálculo das acelerações e velocidades em  $t + \Delta t$ :

$${}^{t+\Delta t}\ddot{y} = a_0 ({}^{t+\Delta t}y - {}^t y) - a_2 {}^t \dot{y} - a_3 {}^t \ddot{y};$$

$${}^{t+\Delta t}\dot{y} = {}^t \dot{y} + a_6 {}^t \ddot{y} + a_7 {}^{t+\Delta t}\ddot{y}.$$

## 4. RESULTADOS

Nesse capítulo é mostrado o que foi realizado nesse trabalho em termos de simulações numéricas relacionadas ao caso estudado. Primeiramente, são apresentadas as condições de simulação do estudo de caso. Em seguida, as análises do tamanho do domínio e da resolução da malha usadas nas simulações são apresentadas em detalhes, assim como os estudos do cilindro fixo e móvel transversalmente (*cross-line*), variando em uma faixa de Reynolds entre 90 e 140. Os resultados obtidos nas simulações são apresentados, discutidos e comparados com resultados experimentais e numéricos de diferentes autores.

### 4.1 CONDIÇÕES DE SIMULAÇÃO

Para a modelagem numérica do experimento proposto por Anagnostopoulos e Bearman (1992) onde se estuda a interação fluido-estrutura do fenômeno VIV, considera-se que o domínio computacional é bidimensional. Assim, despreza-se qualquer variação de comportamento do escoamento e estrutural da barra cilíndrica ao longo de seu comprimento. Essa hipótese é aceitável, uma vez que diversos pesquisadores que estudaram o escoamento uniforme em torno de cilindros mostraram que para a faixa de Reynolds estudada neste trabalho ( $90 < Re < 140$ ) o escoamento é essencialmente bidimensional. Portanto, o domínio computacional adotado neste trabalho consiste em uma superfície retangular que contém um círculo que representa um corte transversal do cilindro, como mostra a figura 4.1. Uma análise das dimensões mais adequadas para os contornos externos do domínio é desenvolvida na seção seguinte.

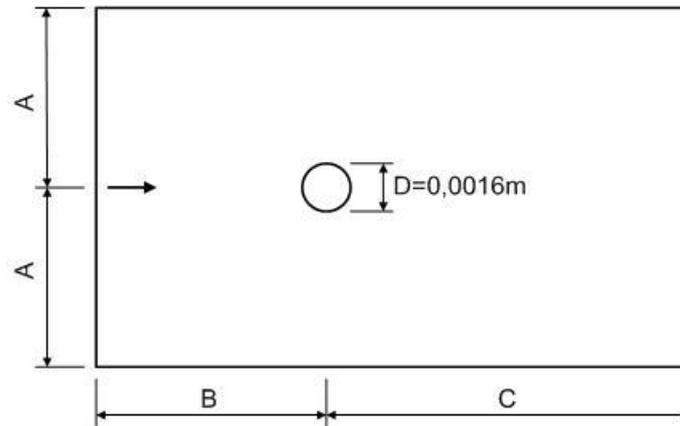


Figura 4.1 - Esquema do domínio computacional das simulações numéricas.

As condições de contorno impostas são: de velocidade prescrita no contorno da esquerda (contorno de entrada); de velocidade normal nula nos contornos superior e inferior (contornos paralelos); de pressão nula no contorno da direita (contorno de saída); velocidade relativa nula no contorno do cilindro. Como condição inicial para as simulações em que o cilindro é fixo, adotam-se a pressão e as componentes de velocidade nulas, com exceção do contorno de entrada em que a componente paralela ao escoamento possui o mesmo valor prescrito. Para todos os casos, o passo de tempo é escolhido de forma que atenda as condições de estabilidade numérica.

## 4.2 ANÁLISE DO TAMANHO DO DOMÍNIO

No fim do último século, existiu um novo interesse pelo estudo do escoamento ao redor de cilindros, motivado por novas técnicas experimentais e pelo significativo aumento em capacidade computacional. Autores como Willianson (1989, 1996), Willianson e Roshko (1990) e Norberg (1994) demonstraram assim, a partir de estudos experimentais, a influência da relação entre o comprimento e o diâmetro do cilindro, devido aos efeitos das extremidades da barra. Alguns estudos numéricos de convergência da dimensão do domínio computacional foram realizados para baixos números de Reynolds (Behr *et al.* (1995), Lange (1997), Kravchenco *et al.* (1999), Didier, (2008)), mostrando a influência dos contornos do domínio nos resultados.

As análises dessa seção tratam do estudo do tamanho do domínio mais adequado para simulação, que permita uma boa precisão de resultados com um tempo

computacional relativamente baixo. Para isso, seguiu-se a metodologia descrita por Didier (2008), considerando um número de Reynolds igual a 135 para um cilindro fixo. A escolha do cilindro fixo deve-se ao fato de que existem diversos resultados experimentais disponíveis que permitem a avaliação do processo, mesmo que o comportamento do escoamento se altere ao considerar o cilindro móvel. O número de Reynolds  $Re = 135$  foi adotado por ser um valor presente na parte superior da faixa do estudo ( $90 < Re < 140$ ), representando, assim, uma dinâmica de escoamento que, teoricamente, pode sofrer uma maior influência da proximidade dos contornos externos do domínio computacional. Uma análise pormenorizada do comportamento do escoamento ao redor do cilindro, bem como o processo de formação e de desprendimento de vórtices a jusante do cilindro para  $90 < Re < 140$  serão abordados na seção seguinte.

A análise do tamanho do domínio partiu da geometria retangular com dimensões propostas por Dettmer e Peric (2006) em um estudo semelhante. As variações propostas no presente estudo foram avaliadas comparando o número de Strouhal e os coeficientes de arrasto e de sustentação com resultados experimentais e numéricos.

A figura 4.1 mostra um esquema do domínio computacional retangular usado para a análise do tamanho do domínio. As dimensões dos domínios retangulares propostos estão relacionadas na tabela 4.1. Neste trabalho, define-se  $L_D$  como a menor distância entre os contornos externos do domínio e o centro do cilindro. Observa-se que o primeiro domínio ( $L_D/D = 6,25$ ) segue a mesmas dimensões usadas por Dettmer e Peric (2006) em suas simulações. As dimensões propostas na tabela 4.1, foram estabelecidas de forma que  $L_D$  fosse ampliado gradativamente para uma melhor avaliação da influência da distância dos contornos em relação ao cilindro.

Tabela 4.1 - Dimensões do domínio utilizadas na análise do tamanho do domínio.

$L_D/D$	A (m)	B (m)	C (m)
6,25	0,014 (6,25D)	0,010 (6,25D)	0,030 (18,75D)
20	0,032 (20D)	0,032 (20D)	0,096 (60D)
40	0,064 (40D)	0,064 (40D)	0,128 (80D)
80	0,128 (80D)	0,128 (80D)	0,224 (140D)
100	0,160 (100D)	0,160 (100D)	0,224 (140D)
120	0,192 (120D)	0,192 (120D)	0,224 (140D)
140	0,224 (140D)	0,224 (140D)	0,224 (140D)

Para as malhas de elementos triangulares, o cilindro foi dividido em 200 segmentos. As dimensões dos elementos ao redor do cilindro e nos contornos do domínio são apresentadas na tabela 4.2. As quantidades de nós e elementos usados em cada malha são apresentadas na tabela 4.3. Os passos de tempo adotados para cada caso ficaram entre  $4,00 \times 10^{-5}$  s e  $5,00 \times 10^{-5}$  s.

Tabela 4.2 - Dimensões dos elementos nos contornos do domínio [m].

<b><math>L_D/D</math></b>	<b>Entrada</b>	<b>Paralelos</b>	<b>Saída</b>	<b>Cilindro</b>
6,25	$2,7 \times 10^{-4}$	$2,7 \times 10^{-4}$	$2,7 \times 10^{-4}$	$2,5 \times 10^{-5}$
20	$6,0 \times 10^{-4}$	$6,0 \times 10^{-4}$	$6,0 \times 10^{-4}$	$2,5 \times 10^{-5}$
40	$6,0 \times 10^{-4}$	$6,0 \times 10^{-4}$	$6,0 \times 10^{-4}$	$2,5 \times 10^{-5}$
80	$9,0 \times 10^{-4}$	$9,0 \times 10^{-4}$	$1,2 \times 10^{-3}$	$2,5 \times 10^{-5}$
100	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,2 \times 10^{-3}$	$2,5 \times 10^{-5}$
120	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,2 \times 10^{-3}$	$2,5 \times 10^{-5}$
140	$1,2 \times 10^{-3}$	$1,2 \times 10^{-3}$	$1,2 \times 10^{-3}$	$2,5 \times 10^{-5}$

Tabela 4.3 - Quantidades de nós e de elementos de cada malha para a análise do tamanho do domínio.

<b><math>L_D/D</math></b>	<b>Nós</b>	<b>Elementos</b>
6,25	50633	100564
20	156814	312472
40	305891	610518
80	492454	983537
100	628517	1255549
120	822619	1643578
140	888231	1774770

Os instantes de tempo inicial e final do período usado para as análises de dados estão mostrados na tabela 4.4. As faixas foram definidas considerando o trecho já estabilizado das forças de sustentação ( $F_L$ ) e, por consequência, quando a frequência de despreendimento de vórtices torna-se praticamente constante.

Tabela 4.4 - Instante inicial e final, em segundos, usados nas análises do domínio.

<b><math>L_D/D</math></b>	<b>Inicial</b>	<b>Final</b>
6,25	2,85	3,90
20	13,94	16,00
40	18,40	21,60
80	23,20	26,36
100	21,15	23,58
120	29,92	31,34
140	41,52	44,46

A seguir são apresentados os números de Strouhal e os coeficientes de sustentação e de arrasto para  $Re = 135$ . Os números de Strouhal ( $St$ ) são calculados pela média da frequência de desprendimento de vórtices de três ciclos quando o escoamento está estabilizado. Com relação aos coeficientes de sustentação, devido às variações entre valores negativos e positivos, adota-se a média quadrática (*root mean square - rms*) do coeficiente de sustentação ( $C_{Lrms}$ ). Neste trabalho, os cálculos da média quadrática dos valores dos coeficientes de sustentação são realizados em um intervalo de aproximadamente dois segundos quando o escoamento está estabilizado (equivalente a aproximadamente 14 ciclos). Geralmente calculam-se os coeficientes de arrasto médio no tempo ( $C_{Dmédio}$ ), devido às suas pequenas variações temporais. Os valores do coeficiente de arrasto são calculados pela média dos resultados no mesmo intervalo adotado para o coeficiente de sustentação. Também são calculados os desvios padrões dos coeficientes de arrasto. O número de Strouhal, a média quadrática do coeficiente de sustentação, o coeficiente de arrasto médio e seu desvio padrão, são apresentados na tabela 4.5 para cada domínio.

Tabela 4.5 - Números de Strouhal ( $St$ ), média quadrática do coeficiente de sustentação ( $C_{Lrms}$ ), coeficiente de arrasto médio ( $C_{Dmédio}$ ) e seu desvio padrão para cada domínio.

$L_D/D$	$St$	$C_{Lrms}$	$C_{Dmédio}$
6,25	0,187548	0,368995	1,412312 $\pm$ 0,0189002
20	0,180256	0,332277	1,332253 $\pm$ 0,0147824
40	0,179065	0,330083	1,318224 $\pm$ 0,0145983
80	0,178447	0,326835	1,311119 $\pm$ 0,0143548
100	0,178292	0,325696	1,309935 $\pm$ 0,0143744
120	0,178223	0,324512	1,305876 $\pm$ 0,0142856
140	0,178223	0,323216	1,304524 $\pm$ 0,0141732

A Tabela 4.6 apresenta as diferenças percentuais obtidas entre dois resultados consecutivos em termos de número de Strouhal ( $\Delta St$ ), média quadrática do coeficiente de sustentação ( $\Delta C_{Lrms}$ ) e coeficiente de arrasto médio ( $\Delta C_{Dmédio}$ ). As tabelas 4.5 e 4.6 são representadas graficamente nas figuras 4.2, 4.3 e 4.4, sendo que o número de Strouhal é comparado com o obtido experimentalmente por Tritton (1959). De forma geral, à medida que o tamanho do domínio aumenta as diferenças entre os resultados consecutivos diminuem, como era de se esperar. Especificamente para o número de Strouhal, os valores numéricos de cada caso convergem para o resultado experimental obtido por Tritton (1959), que foi de 0,17821. Observa-se também que este parâmetro atinge a convergência com mais rapidez que os outros.

Tabela 4.6 - Diferenças percentuais de dois resultados consecutivos em termos de número de Strouhal ( $\Delta St$ ), média quadrática do coeficiente de sustentação ( $\Delta C_{Lrms}$ ) e coeficiente de arrasto médio ( $\Delta C_{Dmédio}$ ) para a análise do tamanho do domínio.

$L_D/D$	$\Delta St$ (%)	$\Delta C_{Lrms}$ (%)	$\Delta C_{Dmédio}$ (%)
6,25 - 20	0,7292	3,6718	8,0059
20 - 40	0,1191	0,2193	1,4029
40 - 80	0,0618	0,3249	0,7105
80 - 100	0,0115	0,1139	0,1184
100 - 120	0,0069	0,1186	0,4059
120 - 140	0,0000	0,1297	0,1352

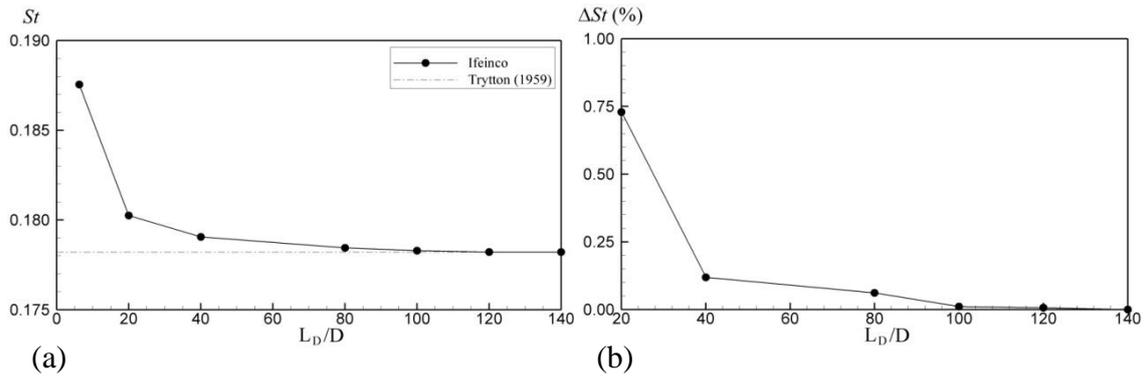


Figura 4.2 - Relação entre o número de Strouhal ( $Sr$ ) e  $L_D/D$  (a) e a diferença percentual entre dois números de Strouhal consecutivos ( $\Delta Sr$ ) e  $L_D/D$  (b).

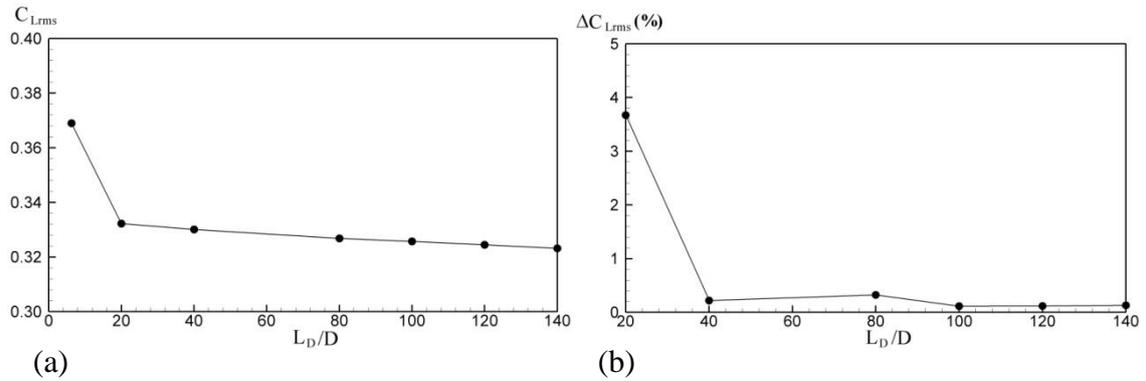


Figura 4.3 - Relação entre a média quadrática do coeficiente de sustentação ( $C_{Lrms}$ ) e  $L_D/D$  (a) e a diferença percentual entre dois coeficientes de sustentação consecutivos ( $\Delta C_{Lrms}$ ) e  $L_D/D$  (b).

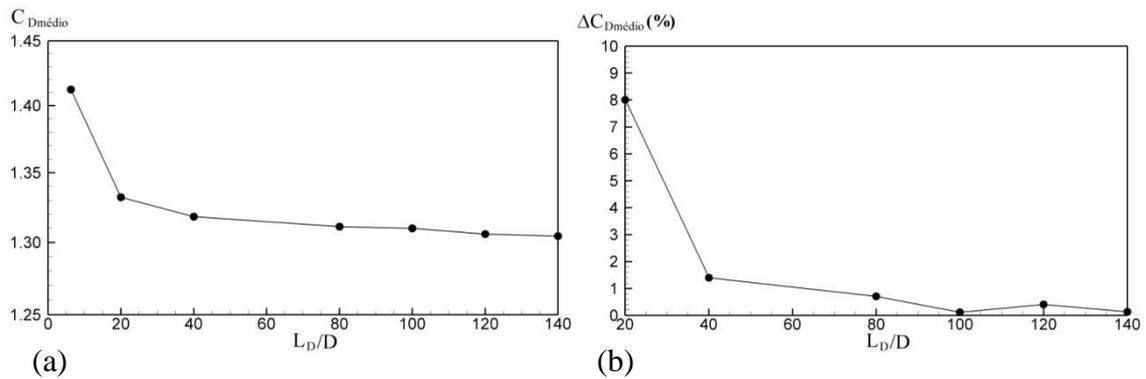


Figura 4.4 - Relação entre o coeficiente de arrasto médio ( $C_{Dmédio}$ ) e  $L_D/D$  (a) e a diferença percentual entre dois coeficientes de arrasto consecutivos ( $\Delta C_{Dmédio}$ ) e  $L_D/D$  (b).

A tabela 4.7 apresenta os tempos de processamentos ( $t_{cpu}$ ) em horas de processamento por segundo de simulação e os passos de tempo  $\Delta t$  adotados para cada domínio, usando um computador Intel Core2, com 4 GB de RAM e 1000 GB de HD e o sistema operacional Windows 7. Observa-se o aumento significativo do tempo computacional com o número de elementos. Por outro lado, o passo de tempo tem pouca variação, uma vez que o passo de tempo depende diretamente do menor tamanho do elemento da malha, o qual se localiza na região próxima ao cilindro que pouco varia de um domínio para outro.

Tabela 4.7 - Tempos de processamento ( $t_{cpu}$ ) e intervalos de tempo ( $\Delta t$ ) para cada domínio.

$L_D/D$	$t_{cpu}$ (h/s)	$\Delta t$ (s)
6,25	0,97	$4,88 \times 10^{-5}$
20	3,76	$5,00 \times 10^{-5}$
40	9,50	$4,00 \times 10^{-5}$
80	15,53	$4,00 \times 10^{-5}$
100	18,70	$4,50 \times 10^{-5}$
120	27,50	$4,00 \times 10^{-5}$
140	27,63	$4,00 \times 10^{-5}$

Considerando que as diferenças percentuais consecutivas dos parâmetros analisados estão abaixo de 1% a partir da comparação de  $L_D/D$  entre 40 e 80 e levando em conta o tempo de simulação, constatou-se que o domínio mais adequado para esse estudo é aquele em que  $L_D/D = 100$ . Observa-se que as diferenças percentuais dos parâmetros obtidos com este domínio e o antecessor (80) são de 0,01% para  $St$ , 0,12% para  $C_{Dmédio}$  e 0,11% para  $C_{Lrms}$ . A figura 4.5 mostra um esquema do domínio escolhido para as análises seguintes em função deste estudo do tamanho do domínio.

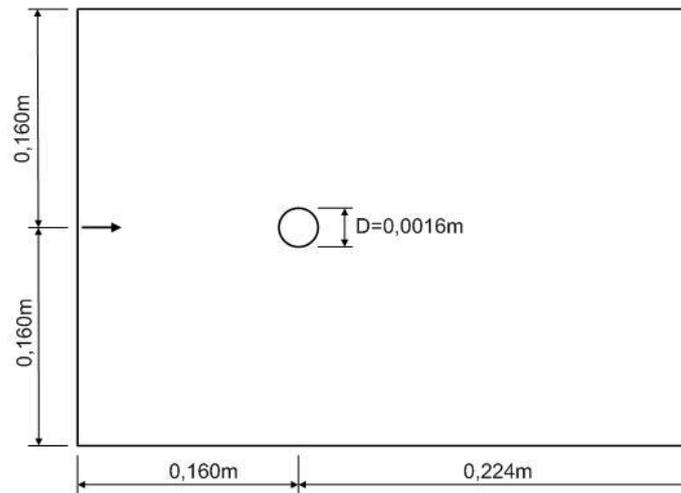


Figura 4.5 - Domínio computacional adotado para as simulações.

Em função do número muito grande de elementos da malha usada no domínio esquematizado na Figura 4.5 ( $L_D/D = 100$ ), foi gerada uma nova malha que mantivesse a mesma discretização na região das proximidades do cilindro, mas que permitisse que os elementos tivessem um tamanho maior nos contornos externos, pois, nesta região, as variáveis do escoamento não experimentam gradientes significativos. Assim, pode-se diminuir substancialmente o número de elementos da malha e, por consequência, diminuir o tempo de simulação. A figura 4.6 apresenta um esquema das regiões que definem os tamanhos dos elementos a serem gerados para a nova malha. Nos contornos A, próximos a camada limite, e nos contornos B e C, foram mantidos os mesmos tamanhos de elementos da malha original, garantindo, assim, que a região próxima ao cilindro, incluindo a esteira de vórtices, sejam discretizadas da mesma forma que a malha anterior. A tabela 4.8 apresenta as dimensões dos elementos nos contornos apontados na figura 4.6.

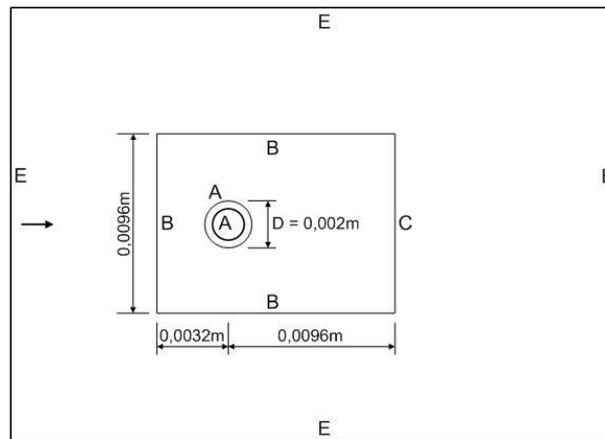


Figura 4.6 - Contornos do domínio computacional ( $L_D/D = 100$ ) que definem a geração da malha usada nas simulações.

Tabela 4.8 - Dimensões dos elementos nos contornos da malha.

Contorno	Tamanho do elemento (m)
<b>A</b>	0,000025
<b>B</b>	0,000040
<b>C</b>	0,000050
<b>E</b>	0,003000

O número de elementos da malha  $100D$  reduziu de 1255549 para 595526 e em relação ao número de nós de 628517 para 298143, correspondente a uma redução de tamanho de malha de aproximadamente 53%.

A tabela 4.9 apresenta uma comparação dos resultados em termos de  $St$ ,  $C_{Lrms}$ ,  $C_{Dmédio}$  e de  $t_{cpu}$  entre as duas malhas do domínio de tamanho  $L_D/D = 100$ . Observa-se que todos os resultados têm diferenças muito pequenas: 0,04% para  $St$ , 0,88% para  $C_{Lrms}$  e 0,09% para  $C_{Dmédio}$ . Por outro lado, tem-se uma importante redução de esforço computacional, demonstrada pela relação entre o  $t_{cpu}$  das duas malhas. Essa redução é de 5,45 vezes para a malha que possui menor número de elementos. A figura 4.7 mostra a malha final adotada para as simulações dos estudos de casos apresentados nas seções seguintes.

Tabela 4.9 -  $St$ ,  $C_{Lrms}$ ,  $C_{Dmédio}$  e  $t_{cpu}$  para as malhas de domínio  $L_D/D = 100$ .

Malhas - $L_D/D = 100$	$St$	$C_{Lrms}$	$C_{Dmédio}$	$t_{cpu}$ (h/s)
1255549 elem.	0,178292	0,325696	1,309935	18,70
595526 elem.	0,178363	0,328578	1,308752	3,43

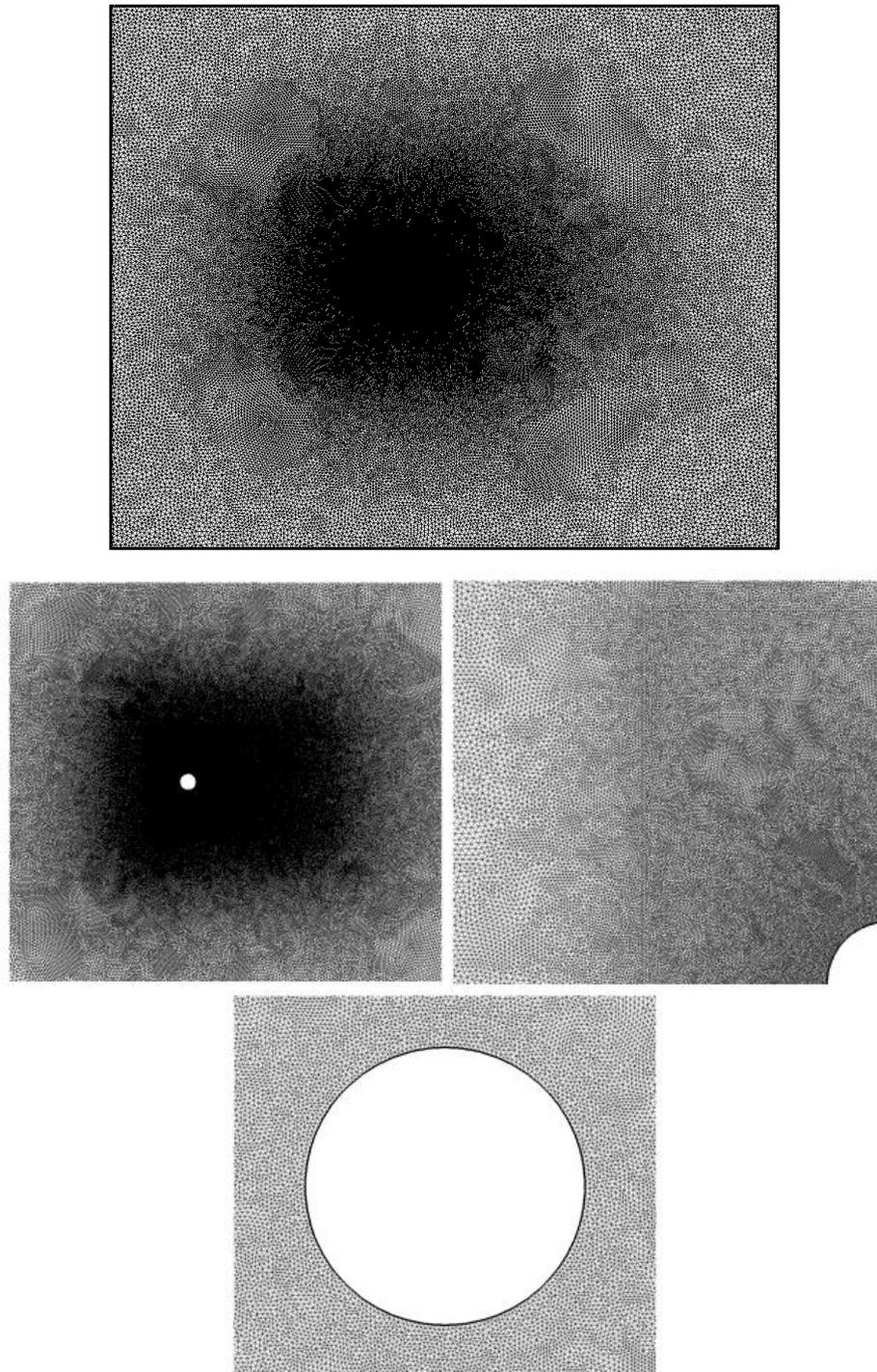


Figura 4.7 - Malha para o domínio  $L_D/D = 100$  usada para os estudos de casos.

### 4.3 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA

Nessa seção, estuda-se a influência do tamanho dos elementos ao redor do cilindro nos resultados. Para isso, foram realizadas simulações usando 100, 150 e 200 divisões no contorno do cilindro para o caso de  $Re = 135$ . O número de nós e de elementos de cada malha, bem como o tamanho dos lados dos elementos que pertencem ao contorno do cilindro estão mostrados na tabela 4.10.

Tabela 4.10 - Quantidades de nós e de elementos e tamanho dos lados dos elementos no contorno do cilindro (Tam) de cada malha para a análise de convergência de malha.

Divisões	Nós	Elementos	Tam (m)
100	492458	983531	$1,60 \times 10^{-5}$
150	577674	1153311	$1,07 \times 10^{-5}$
200	628517	1255549	$0,80 \times 10^{-5}$

Os valores de  $St$ ,  $C_{Lrms}$  e  $C_{Dmédio}$  e o tempo de processamento por tempo de simulação ( $t_{cpu}$ ) para cada malha são apresentados na tabela 4.11 e as diferenças percentuais entre as malhas consecutivas são mostradas na tabela 4.12. Observa-se claramente que ocorre uma convergência dos resultados, apresentando diferenças entre malhas consecutivas com ordens de grandezas muito pequenas.

Ressalta-se que o tamanho da camada limite esperado para este caso é de aproximadamente  $D/\sqrt{Re}$  (Sumer e Fredsøe, 1997), que é de  $1,35 \times 10^{-4}m$  para  $Re = 140$  (limite máximo da faixa de  $Re$  estudada neste trabalho). De acordo com o tamanho dos elementos ao redor do cilindro adotado para cada malha (tabela 4.10), pode-se calcular o número de elementos contidos dentro da camada limite, que são aproximadamente 8, 12 e 17 para as malhas com 100, 150 e 200 divisões, respectivamente. Portanto, segundo esses valores, todas as três malhas teriam uma discretização suficiente para captar os gradientes de pressão e de velocidade existentes na camada limite.

Considerando os aspectos de precisão de resultados e do custo computacional, optou-se por adotar a malha com 200 divisões ao redor do cilindro para realizar as simulações que se seguem.

Tabela 4.11 - Números de Strouhal ( $St$ ), média quadrática do coeficiente de sustentação ( $C_{Lrms}$ ), coeficiente de arrasto médio ( $C_{Dmédio}$ ) e seu desvio padrão para análise de convergência de malha.

Divisões	$St$	$C_{Lrms}$	$C_{Dmédio}$	$t_{cpu}$ (h/s)
100	0,178223	0,329531	$1,310391 \pm 0,0144375$	9,10
150	0,178279	0,326781	$1,309050 \pm 0,0142933$	15,89
200	0,178292	0,325696	$1,309935 \pm 0,0143744$	18,70

Tabela 4.12 - Diferenças percentuais de dois resultados consecutivos em termos de número de Strouhal ( $\Delta St$ ), média quadrática do coeficiente de sustentação ( $\Delta C_{Lrms}$ ) e coeficiente de arrasto médio ( $\Delta C_{Dmédio}$ ) para análise de convergência de malha.

Nº de elementos	$\Delta St$ (%)	$\Delta C_{Lrms}$ (%)	$\Delta C_{Dmédio}$ (%)
100 – 150	0,031	0,842	0,102
150 – 200	0,007	0,333	0,068

#### 4.4 CILINDRO FIXO

Esta seção mostra os resultados das análises realizadas com o cilindro fixo para números de Reynolds entre 90 e 140, onde se espera a formação de vórtices bidimensionais num regime laminar. Uma avaliação detalhada da precisão do código Ifeinc na simulação dos escoamentos com o cilindro fixo é muito importante para que se tenha segurança de que a simulação da interação fluido-estrutura com o cilindro móvel tenha bons resultados.

Neste estudo, são analisados o comportamento dos vórtices periódicos que se formam a jusante do cilindro, as frequências desse desprendimento de vórtices, as distribuições de pressão e de tensão nas paredes do cilindro, as forças de sustentação e arrasto atuantes e os ângulos de separação. Todos os parâmetros citados são comparados com resultados experimentais ou numéricos obtidos por outros autores.

#### 4.4.1 Formação de vórtices

O escoamento ao redor do cilindro para a faixa de número de Reynolds de interesse neste estudo ( $90 < Re < 140$ ) apresenta a formação e desprendimento de vórtices no regime laminar (Sumer e Fredsøe (1997)). A figura 4.8 mostra os vetores de velocidade e as linhas de corrente ao redor do cilindro para  $Re = 105$  (velocidade do escoamento  $U = 0,065625$  m/s) em nove instantes de tempo que completam um ciclo de formação de vórtices obtidos pelo código Ifeinco. Pode-se observar que os vórtices são formados alternadamente, sendo que o vórtice superior está no sentido horário e o inferior no sentido oposto. O vórtice maior se desprende devido ao crescimento do adjacente, como também é relatado pelos autores que estudaram o assunto (Sumer e Fredsøe (1997)).

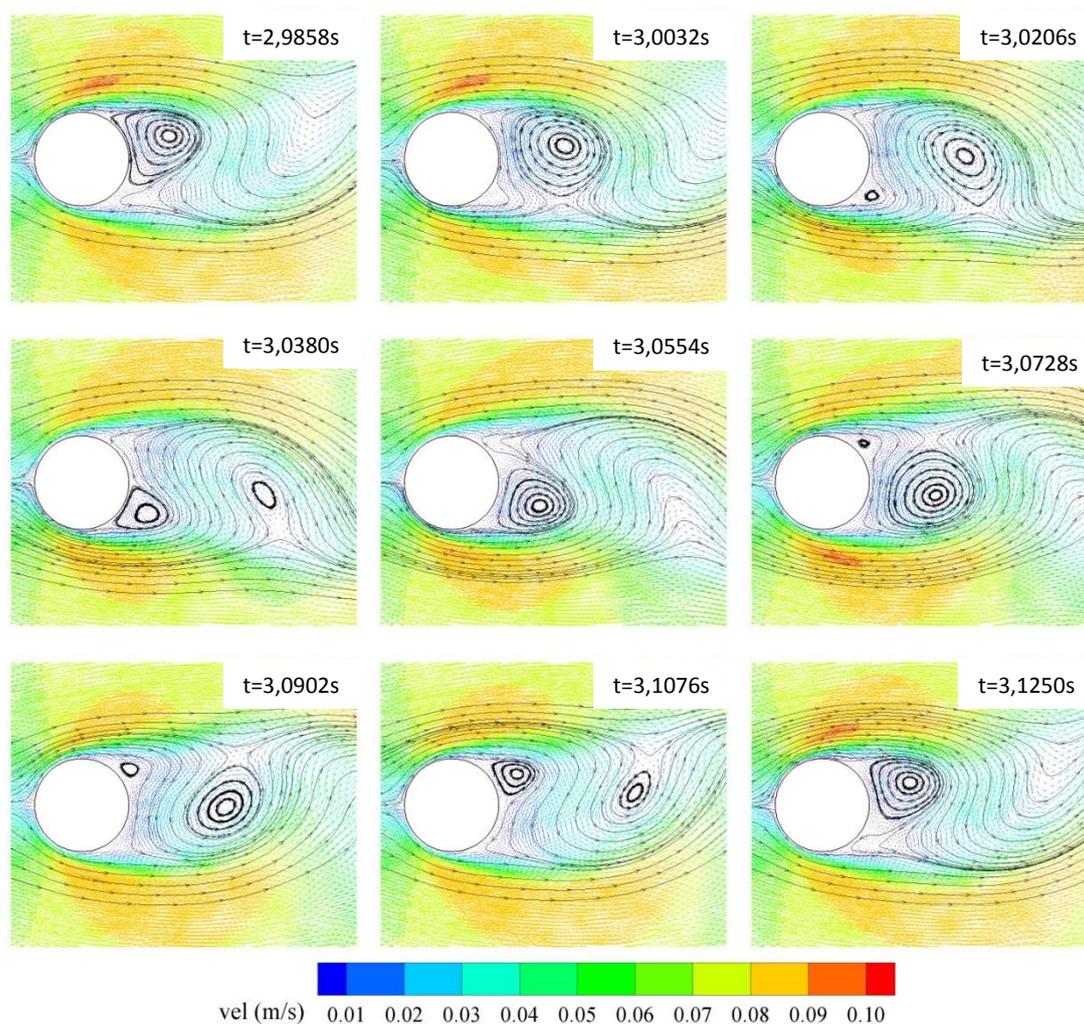


Figura 4.8 - Vetores de velocidade e linhas de corrente em nove instantes ao longo de um período de formação de vórtices para  $Re = 105$ .

A série temporal da força de sustentação mostra um comportamento periódico e, observando-se os instantes de valores máximo e de mínimo, conclui-se que estes coincidem com os instantes de desprendimento dos vórtices a jusante do cilindro. Este fato pode ser comprovado pela análise das figuras 4.9 e 4.10, que apresentam a série temporal da força de sustentação e as linhas de corrente ao redor do cilindro em quatro instantes de extremos da força para  $Re = 105$ . Nota-se que nos instantes A e C, onde a força de sustentação é máxima, os vórtices inferiores iniciam o seu desprendimento, enquanto que nos instantes B e D os vórtices superiores se desprendem e a força de sustentação tem o seu valor mínimo.

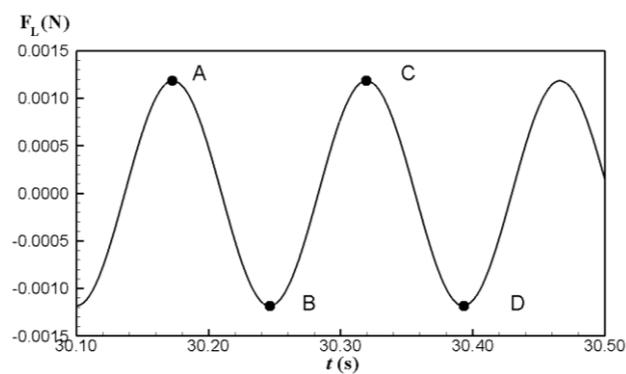


Figura 4.9 - Série temporal da força de sustentação para o cilindro fixo e  $Re = 105$ .

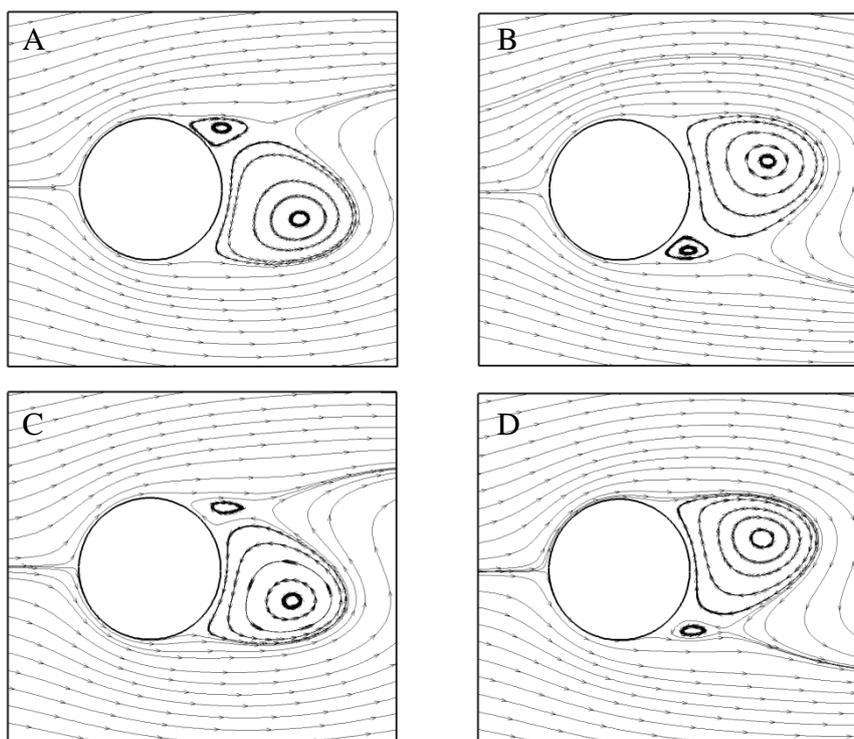


Figura 4.10 - Linhas de corrente ao redor do cilindro fixo para os instantes de extremos das forças de sustentação e  $Re = 105$ .

#### 4.4.2 Distribuições de pressão e tensão nas paredes

A figura 4.11 apresenta as distribuições de pressão e as linhas de corrente em nove instantes ao longo de um período de formação de vórtices para o cilindro fixo e  $Re = 105$ . Observa-se que a maior pressão ocorre na parte frontal do cilindro (o valor mais alto no ponto de estagnação). Além disso, notam-se as regiões com valores negativos na região esteira, distribuídos alternativamente na parte superior e inferior do cilindro que é uma característica do fenômeno de formação e desprendimento periódico dos vórtices.

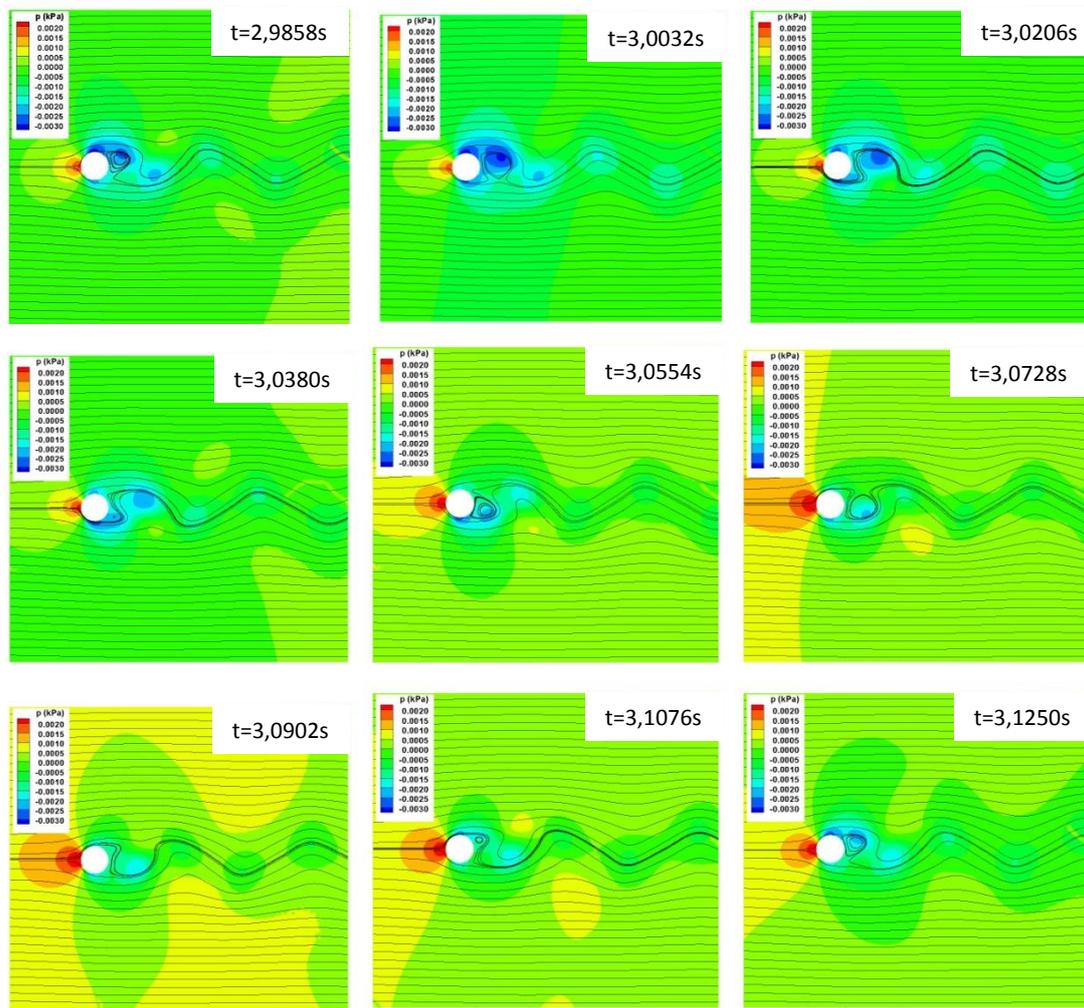


Figure 4.11 - Distribuição de pressão e linhas de corrente em nove instantes ao longo de um período de formação de vórtices para o cilindro fixo e  $Re = 105$ .

As distribuições dos coeficientes de pressão e de tensão nas paredes do cilindro fixo também foram analisadas para a faixa de número de Reynolds deste estudo. Apresenta-se na figura 4.12 o coeficiente de pressão,  $C_p$ , para  $Re = 105$  em relação ao ângulo  $\theta$  do setor circular do cilindro, cuja origem corresponde ao ponto a montante do cilindro que coincide com a linha de centro do cilindro. Nesta figura, também é mostrada a média temporal do coeficiente de pressão obtida experimentalmente por Homann (1936). Observa-se que o coeficiente de pressão varia ao longo do tempo devido à formação e desprendimento de vórtices alternados. Por essa razão, apresentaram-se duas curvas que caracterizam um envelope dos resultados do Ifeinco e uma curva que corresponde à média dos valores do coeficiente de pressão.

De forma geral, nota-se um comportamento esperado para o coeficiente de pressão no contorno do cilindro: o maior valor positivo ocorre na parte frontal, correspondente ao ponto de estagnação e a jusante do cilindro o coeficiente diminui a valores negativos. As curvas obtidas pelo Ifeinco acompanham os pontos definidos nos experimentos de Homann (1936). Estes pontos ficaram contidos no envelope dos resultados do Ifeinco e um pouco acima da média calculada no trecho de coeficiente negativo.

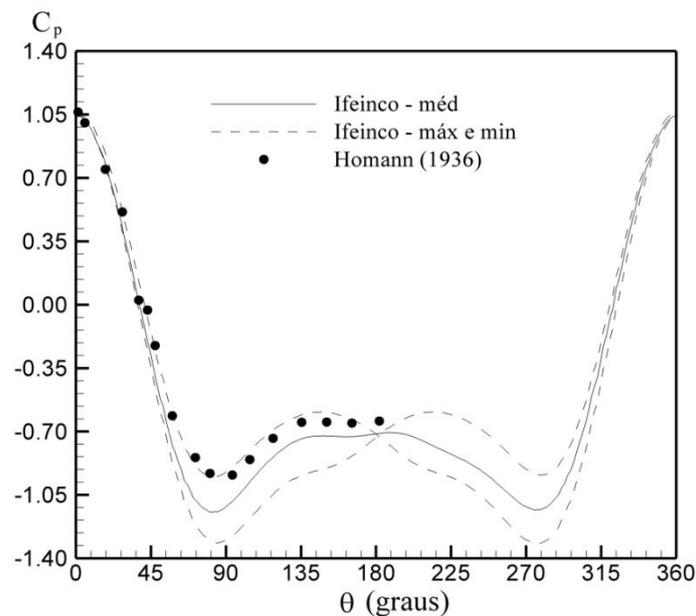


Figura 4.12 - Coeficiente de pressão ( $C_p$ ) em relação ao ângulo do setor do cilindro ( $\theta$ ) para  $Re = 105$ .

A figura 4.13 mostra os coeficientes de fricção em relação ao ângulo do setor circular do cilindro obtidos pelo Ifeenco, para  $Re = 105$ , numericamente por Rajani *et al.* (2009) e experimentalmente por Dimopoulos e Hanratty (1968), para  $Re = 104$ . Da mesma forma que ocorreu para os coeficientes de pressão, apresentam-se duas curvas de coeficientes de fricção que caracterizam um envelope no qual as curvas variam ao longo do tempo. Nota-se que os resultados experimentais são sistematicamente superiores aos do Ifeenco, embora as formas comportamentais do fenômeno sejam semelhantes. Essas diferenças também foram encontradas numericamente por Rajani *et al.* (2009), que usaram um método implícito de volumes finitos baseado na pressão e com esquemas de discretização do fluxo convectivo de segunda ordem. O domínio possui um tamanho  $L_D/D = 40$  e a malha possui 144 nós ao longo do contorno do cilindro. Nota-se que o resultado de Rajani *et al.* (2009) ficou muito próximo aos obtidos pelo Ifeenco.

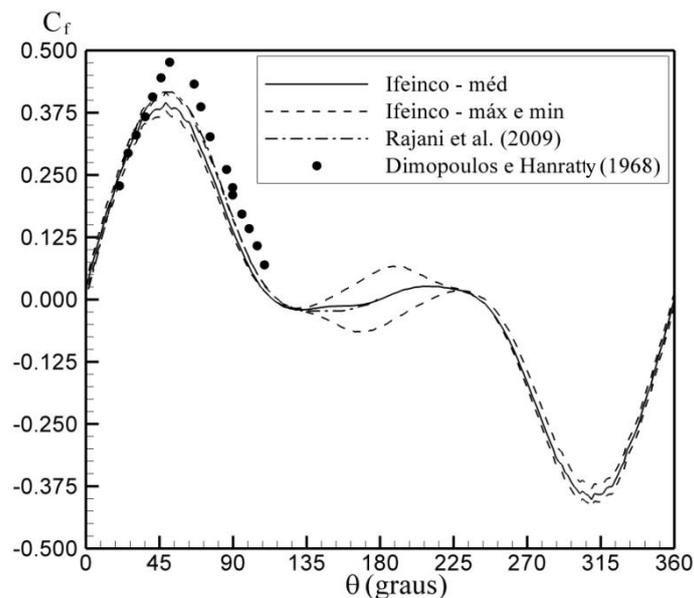


Figura 4.13 - Coeficiente de fricção ( $C_f$ ) em relação ao ângulo do setor do cilindro ( $\theta$ ) para  $Re = 105$ .

A figura 4.14 mostra os coeficientes de pressão e de fricção para  $Re = 90, 105$  e  $123$ , que estão na faixa de Reynolds deste estudo. Observa-se que os comportamentos das curvas são muito semelhantes, apresentando poucas variações entre os números de Reynolds.

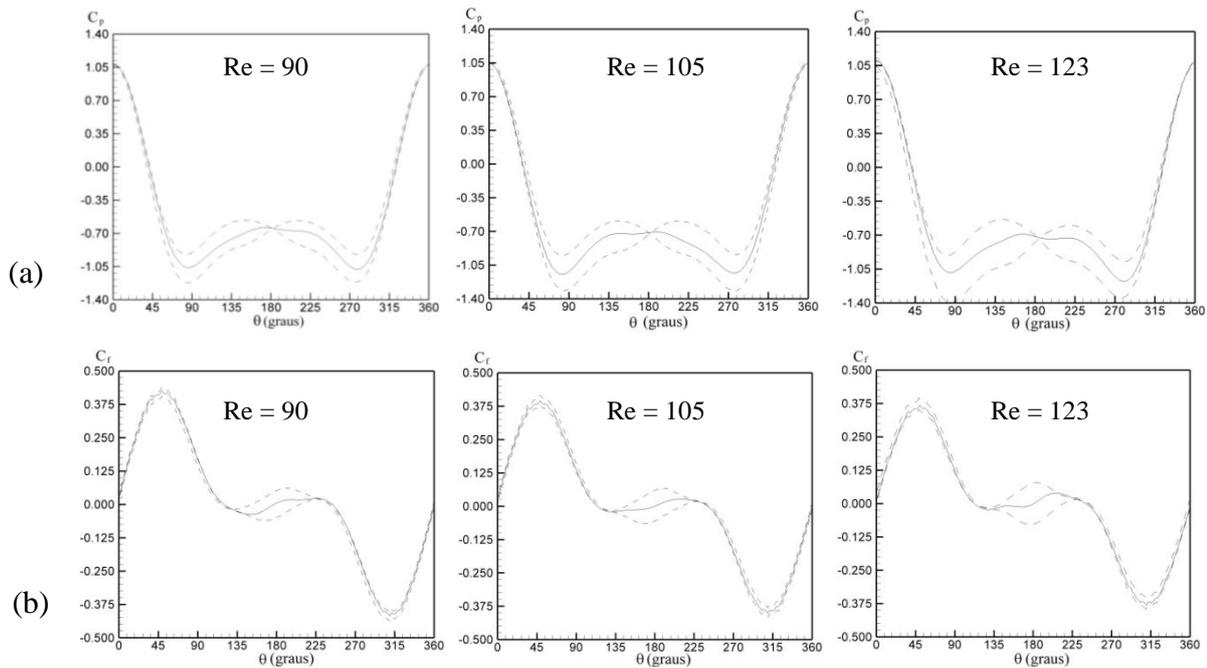


Figura 4.14 - Coeficientes de pressão (a) e de fricção (b) em relação ao ângulo de setor do cilindro para  $Re = 90, 105$  e  $123$ .

#### 4.4.3 Ângulo de separação

Outro importante parâmetro analisado é o ângulo de separação ( $\theta_s$ ), que é o ângulo do setor do cilindro que o ponto de separação estabelece considerando como referência a parte a montante da linha de centro longitudinal do cilindro. O ponto de separação ocorre quando a tensão no contorno do cilindro torna-se nula (Sumer e Fredsøe, 1997). A figura 4.15 mostra o ponto de separação para  $Re = 105$  tanto na parte superior como na parte inferior do cilindro. Observa-se que os pontos de separação indicados são valores médios da faixa de ângulos que proporcionam valores nulos do coeficiente de fricção mostrados na figura 4.13.

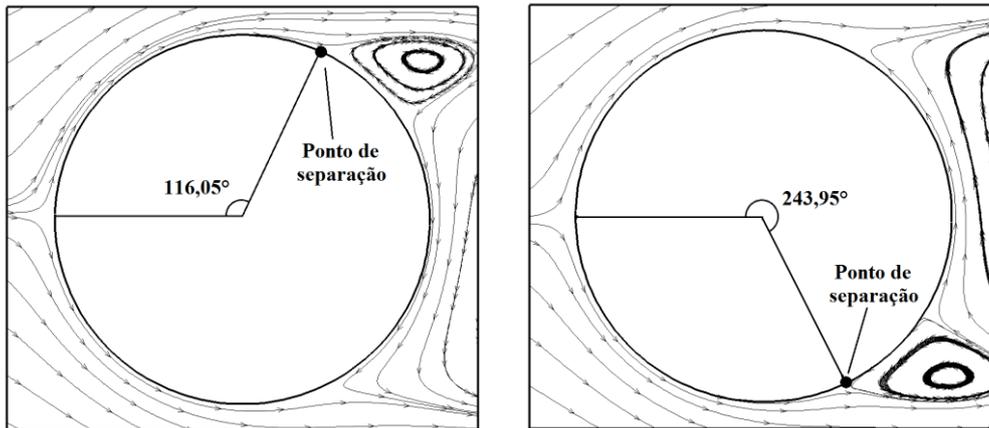


Figura 4.15 - Pontos de separação para o cilindro fixo e  $Re = 105$ .

A figura 4.16 mostra a relação entre o ângulo de separação do escoamento e o número de Reynolds. Os resultados obtidos pelo Ifeinco são comparados com os experimentais de Homann (1936) e Grove (1964) e os numéricos de Rajani *et al.* (2009). De maneira geral, todos os resultados mostram que o ângulo de separação diminui com o crescimento de  $Re$ . Observa-se que os pontos do Ifeinco ficaram próximos e sistematicamente inferiores aos do Rajani *et al.* (2009), apresentando uma diferença percentual média de resultados em torno de 0,6%. Os resultados numéricos ficaram entre os resultados experimentais apresentados, os quais estão muito dispersos. Sistematicamente os resultados numéricos ficaram inferiores aos de Grove (1964) e superiores aos de Homann (1936).

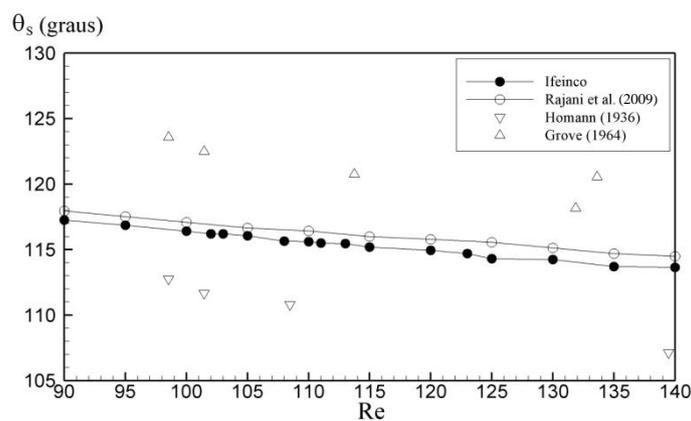


Figura 4.16 - Ângulo de separação em relação ao número de Reynolds para o cilindro fixo.

#### 4.4.4 Forças de arrasto e sustentação

As forças de arrasto ( $F_D$ ) e de sustentação ( $F_L$ ) sobre o cilindro obtidas pela simulação numérica para  $Re = 105$  são mostradas na figura 4.17. Observa-se que, após as variações iniciais de grande magnitude, a força de arrasto apresenta pequenas variações em torno do valor médio de  $4,5 \times 10^{-3} \text{N}$ . Por outro lado, a força de sustentação mostra um comportamento praticamente harmônico que estabiliza com amplitude igual a  $1,2 \times 10^{-3} \text{N}$  e frequência igual a  $6,828 \text{Hz}$ , devido ao desprendimento de vórtices.

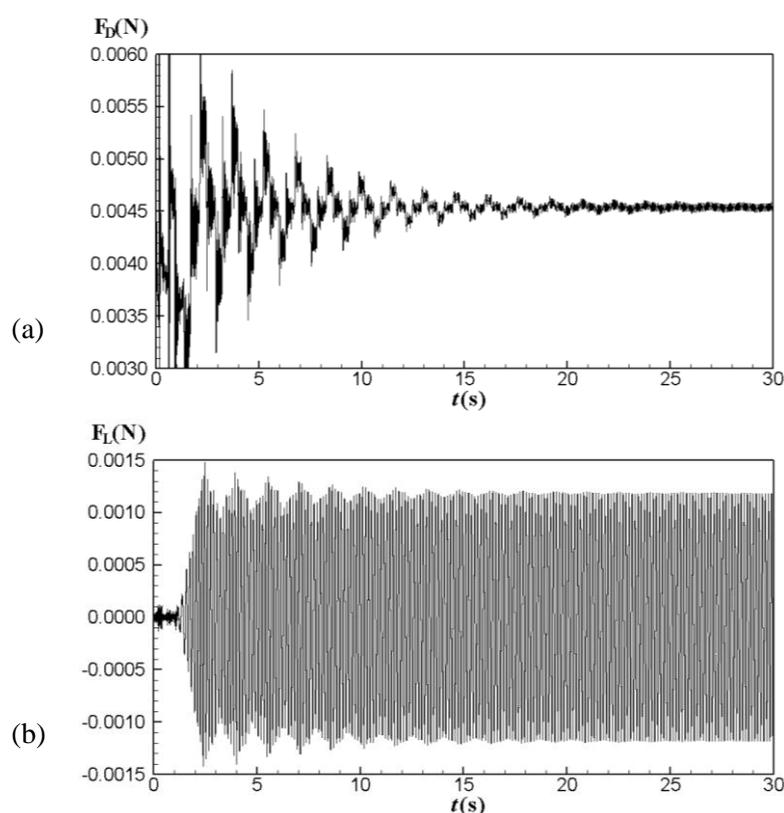


Figura 4.17 - Forças de arrasto (a) e de sustentação (b) para o cilindro fixo e  $Re = 105$ .

A figura 4.18 mostra as forças de arrasto e de sustentação para  $Re = 130$ . Os comportamentos dessas forças foram muito semelhantes àqueles mostrados para  $Re = 105$ . A força de arrasto apresenta pequenas variações em torno do valor médio de  $6,9 \times 10^{-3} \text{N}$ , enquanto que a força de sustentação tem uma variação harmônica com uma amplitude na zona já estabilizada de  $2,3 \times 10^{-3} \text{N}$  e uma frequência igual a  $8,9847 \text{Hz}$ .

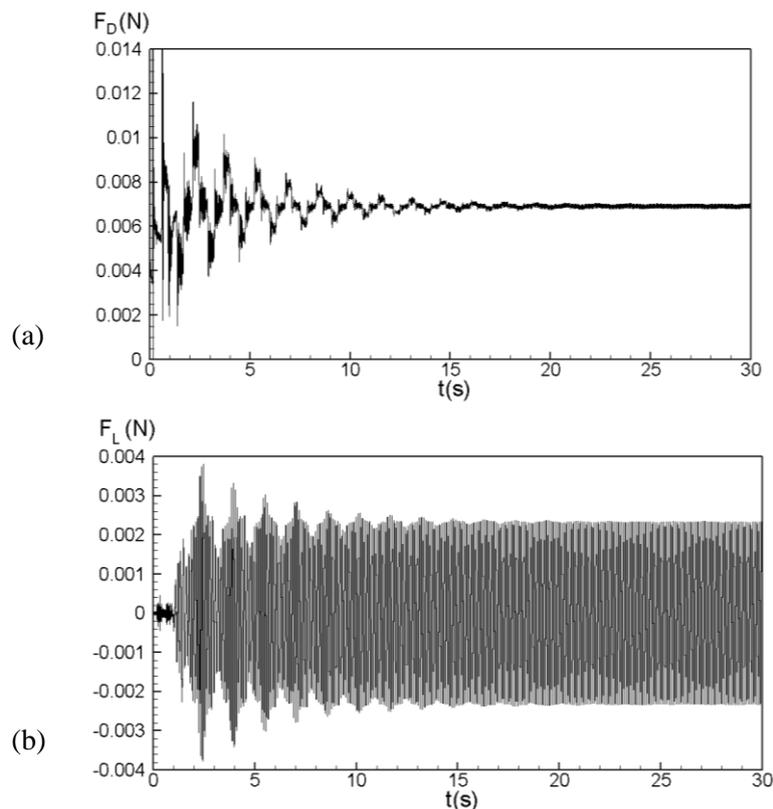


Figura 4.18 - Forças de arrasto (a) e de sustentação (b) para o cilindro fixo e  $Re = 130$ .

As formas adimensionalizadas das forças de arrasto e de sustentação são representadas pelos seus respectivos coeficientes: o coeficiente de arrasto médio no tempo ( $C_{Dmédio}$ ) e a média quadrática do coeficiente de sustentação ( $C_{Lrms}$ ). A tabela 4.12 mostra os coeficientes de arrasto médio em relação ao número de Reynolds obtidos pelo Ifeincó e os numéricos obtidos por Poldziech e Grundmann (2007), que usaram o método dos elementos espectrais para  $L_D$  iguais a 70D e 4000D. Também são apresentadas as diferenças percentuais entre os resultados do Ifeincó e os de Poldziech e Grundmann (2007). Observa-se que as diferenças médias encontradas são de 0,32% em relação ao 70D e 0,66% em relação ao 4000D. A figura 4.19 mostra os coeficientes de arrasto médios em relação ao número de Reynolds reproduzidos na forma gráfica o que foi apresentado na tabela 4.12. Nota-se claramente que os resultados do Ifeincó são próximos aos de Poldziech e Grundmann (2007) e sistematicamente superiores quando  $L_D = 70D$  e inferiores para 4000D.

Tabela 4.12 - Coeficientes de arrasto médio ( $C_{Dmédio}$ ) para cada número Reynolds e suas diferenças (Dif) em relação à Poldziech e Grundmann (2007) (PG).

Re	Ifeinco	PG - 70D	PG - 4000D	Dif (%) - 70D	Dif (%) - 4000D
90	1,330380	1,33397	1,32161	0,27	0,66
95	1,325598	1,32954	1,31695	0,30	0,66
100	1,320820	1,32511	1,31229	0,32	0,65
102	1,319616	1,32384	1,31102	0,32	0,66
103	1,318919	1,32321	1,31038	0,33	0,65
105	1,316410	1,32194	1,30911	0,42	0,56
108	1,315791	1,32005	1,30720	0,32	0,66
110	1,315255	1,31878	1,30593	0,27	0,71
111	1,314491	1,31840	1,30559	0,30	0,68
113	1,313773	1,31764	1,30491	0,29	0,68
115	1,311769	1,31688	1,30423	0,39	0,58
120	1,311344	1,31498	1,30254	0,28	0,68
123	1,311451	1,31447	1,30190	0,23	0,73
125	1,310402	1,31414	1,30148	0,29	0,69
130	1,309786	1,31329	1,30042	0,27	0,72
135	1,308752	1,31308	1,30000	0,33	0,67
140	1,306187	1,31287	1,29958	0,51	0,51

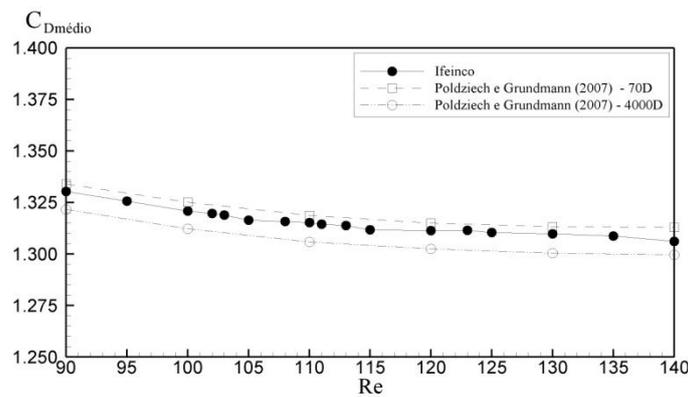


Figura 4.19 - Coeficiente de arrasto médio ( $C_{Dmédio}$ ) em relação ao número de Reynolds para o cilindro fixo.

A tabela 4.13 apresenta a média quadrática dos coeficientes de sustentação para cada número de Reynolds e suas respectivas diferenças com os resultados numéricos obtidos por Baranyi e Lewis (2006). Esses autores usaram o método de diferenças finitas através de uma formulação de diferenças centrais de quarta ordem para a aproximação das derivadas espaciais e um esquema *upwind* modificado de terceira ordem para os termos advectivos. A equação de Poisson da pressão é solucionada pelo método de *successive over-relaxation* (SOR). O tamanho de domínio usado pelos autores é de  $L_D/D = 20$ . A média das diferenças entre os resultados obtidos por este estudo e por esses autores são de apenas 0,51%. A figura 4.20 representa de forma gráfica o que é apresentado na tabela 4.13, onde se observa claramente a proximidade entre os resultados do Ifeinco e daqueles obtidos por Baranyi e Lewis (2006).

Tabela 4.13 - Média quadrática dos coeficientes de sustentação ( $C_{Lrms}$ ) para cada número Reynolds e suas diferenças (Dif) em relação à Baranyi e Lewis (2006) (BL).

<b>Re</b>	<b>Ifeinco</b>	<b>BL</b>	<b>Dif (%)</b>
90	0,199966	0,199710	0,13
95	0,213459	0,214500	0,49
100	0,226811	0,228900	0,92
102	0,234193	0,234540	0,15
103	0,236671	0,237360	0,29
105	0,243429	0,243000	0,18
108	0,251212	0,251400	0,07
110	0,258576	0,257000	0,61
111	0,260084	0,259760	0,12
113	0,264756	0,265280	0,20
115	0,269074	0,270800	0,64
120	0,289687	0,284500	1,82
123	0,293379	0,292600	0,27
125	0,296220	0,298000	0,60
130	0,310149	0,311400	0,40
135	0,328578	0,324700	1,19
140	0,335942	0,337800	0,55

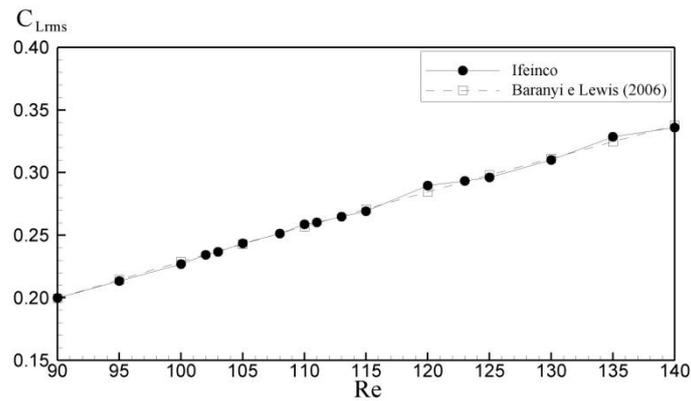


Figura 4.20 - Média quadrática do coeficiente de sustentação ( $C_{Lrms}$ ) em relação ao número de Reynolds para o cilindro fixo.

#### 4.4.5 Número de Strouhal

A tabela 4.14 apresenta os números de Strouhal para cada número de Reynolds obtidos pelo Ifeinco e experimentalmente por Willianson (1989), assim como a diferença entre eles. Observa-se que os resultados obtidos numericamente tem boa concordância com os experimentais, pois a diferença média entre eles é de apenas 0,16%. A figura 4.21 representa graficamente os dados apresentados na tabela 4.14, onde se nota claramente a semelhança dos resultados do Ifeinco com os de Willianson (1989).

Tabela 4.14 - Números de Strouhal ( $St$ ) em função de  $Re$  e suas diferenças (Dif).

Re	Ifeinco	Willianson (1989)	Dif (%)
90	0,158597	0,158250	0,22
95	0,161426	0,161100	0,20
100	0,164103	0,163980	0,08
102	0,165010	0,164940	0,04
103	0,165585	0,165420	0,10
105	0,166480	0,166400	0,05
108	0,167873	0,167767	0,06
110	0,168908	0,168720	0,11
111	0,169208	0,169240	0,02
113	0,169954	0,170087	0,08
115	0,170909	0,171109	0,12
120	0,172926	0,173280	0,20
123	0,174216	0,174360	0,08
125	0,174769	0,175600	0,48
130	0,176718	0,177140	0,24
135	0,178363	0,178740	0,21
140	0,179830	0,180550	0,40

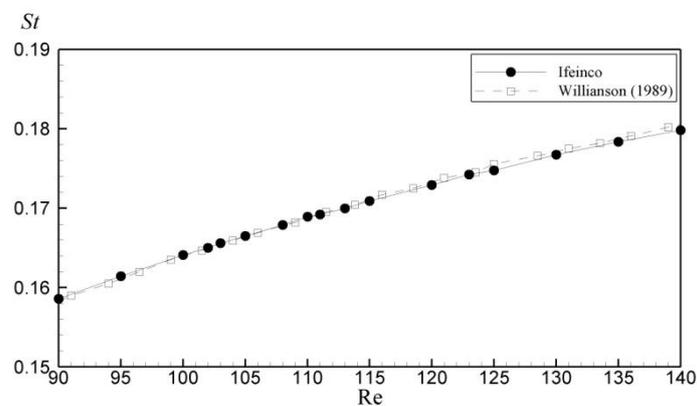


Figura 4.21 - Número de Strouhal em relação ao número de Reynolds para o cilindro fixo.

Para ressaltar a importância da análise do tamanho do domínio nos resultados para toda a faixa de número de Reynolds, a figura 4.22 mostra uma comparação entre

os resultados do Ifeinco com  $L_D/D$  iguais a 6,25 (o mesmo adotado por Dettmer e Peric(2006)) e 100 (adotado neste trabalho para as simulações dos casos em estudo) e com os resultados experimentais de Willianson (1989). Observam-se claramente as diferenças entre os resultados numéricos, mostrando o ganho de precisão alcançado devido à escolha do tamanho do domínio mais adequado para as simulações.

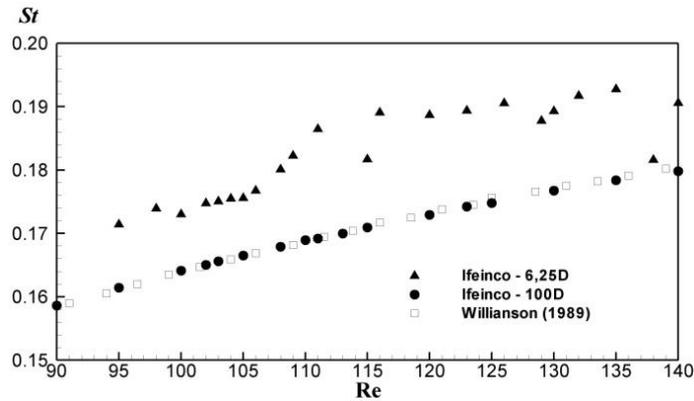


Figura 4.22 - Número de Strouhal em relação ao número de Reynolds para o cilindro fixo obtidos pelo Ifeinco com  $L_D/D$  iguais a 6,25 e 100 e por Willianson (1989).

É importante mencionar que a boa precisão dos valores obtidos para  $St$ ,  $C_{Dmédio}$  e  $C_{Lrms}$  mostra a capacidade do modelo Ifeinco em reproduzir adequadamente as forças impostas sobre a estrutura no processo de interação fluido-estrutura.

#### 4.5 CILINDRO SOB APOIO ELÁSTICO TRANSVERSAL AO ESCOAMENTO

Essa seção trata da análise do fenômeno de interação fluido-estrutura com o cilindro apoiado em um sistema mola-amortecedor na direção transversal ao escoamento (*cross-line*). O estudo é realizado para baixos números de Reynolds entre 90 e 140, tal qual apresentado nas seções anteriores desse capítulo para o cilindro fixo. Para realizar estas simulações considerou-se, como condição inicial, a situação estabilizada do cilindro fixo. São analisados os campos de pressão e linhas de corrente ao redor do cilindro móvel, as forças de arrasto e de sustentação atuantes, as séries temporais do deslocamento do cilindro, as amplitudes e frequências de vibração do cilindro para cada número de Reynolds.

#### 4.5.1 Campos de pressão e linhas de corrente ao redor do cilindro

As figuras 4.23 e 4.24 mostram os campos de pressão e as linhas de corrente ao redor do cilindro móvel em nove instantes de tempo dentro de um período de vibração do cilindro para  $Re = 105$  e  $Re = 123$ . Observa-se que a amplitude de vibração para  $Re = 105$  é bem maior que aquela para  $Re = 123$ . Por essa razão, as figuras mostram comportamentos diferentes de formação de vórtices entre os dois casos: para  $Re = 105$  os vórtices se formam em uma região mais próxima à linha de centro longitudinal do cilindro, enquanto que para  $Re = 123$ , a formação de vórtices se dá de forma muito semelhante aquela que ocorre para o cilindro fixo. Observa-se também que para  $Re = 105$ , o ponto de estagnação desloca-se a medida que o cilindro oscila, diferentemente do que ocorre para  $Re = 123$ , onde o ponto praticamente não sofre deslocamento.

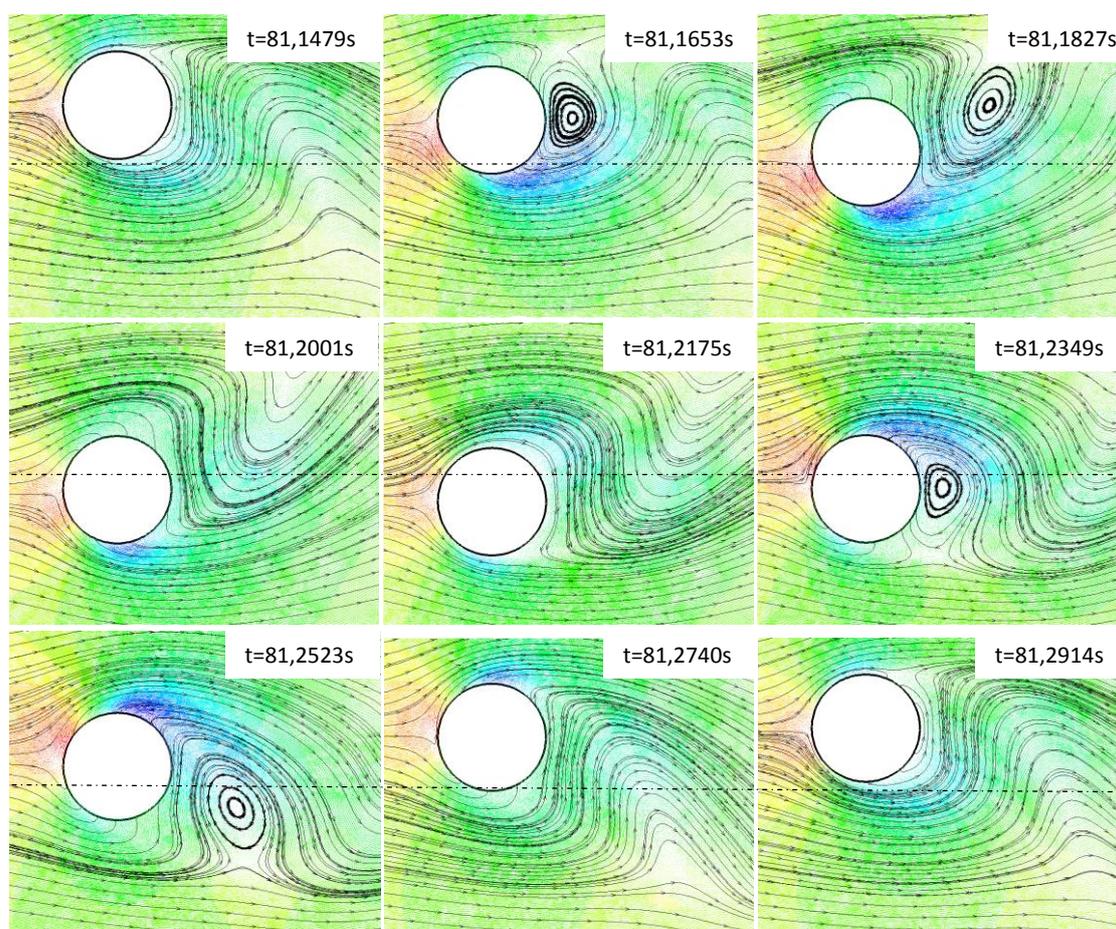


Figura 4.23 - Distribuições de pressão e linhas de corrente em nove instantes ao longo de um período de vibração da estrutura para  $Re = 105$ .

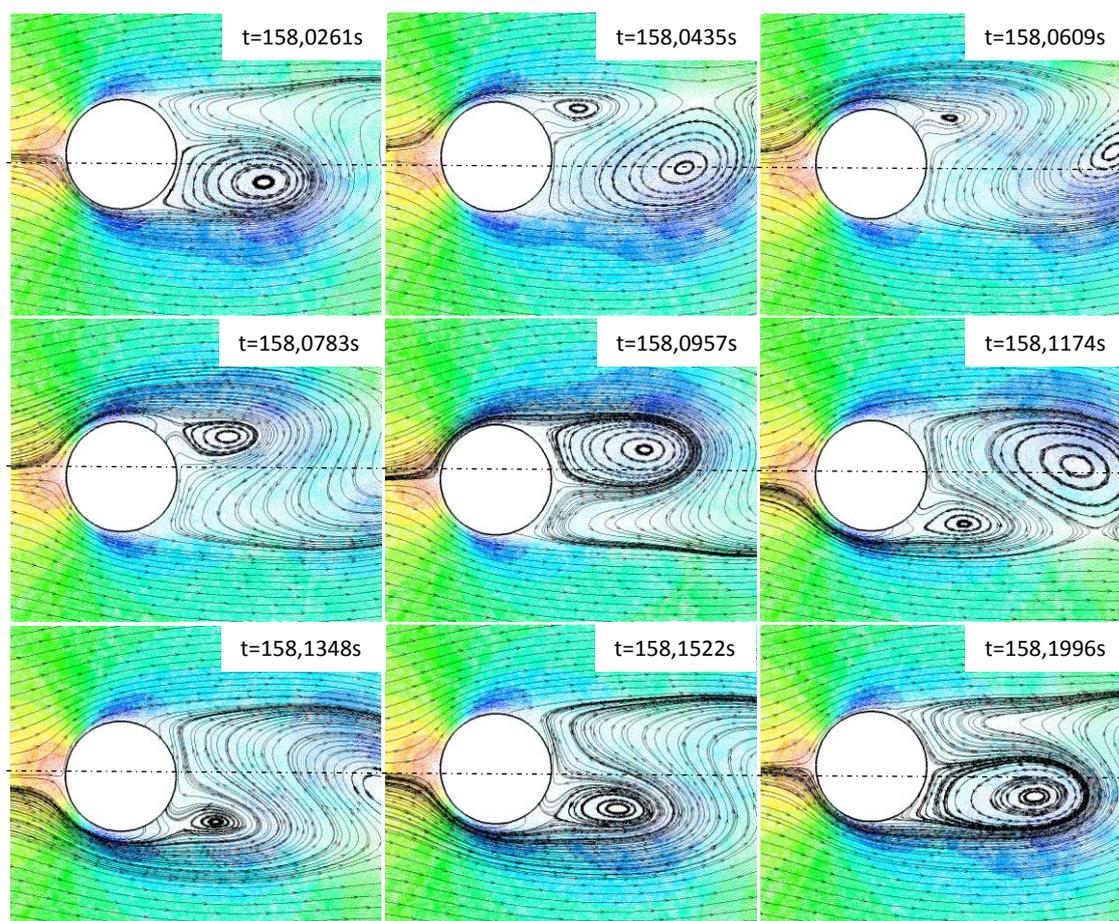


Figura 4.24 - Distribuições de pressão e linhas de corrente em nove instantes ao longo de um período de vibração da estrutura para  $Re = 123$ .

#### 4.5.2 Forças de arrasto e sustentação

A figura 4.25 mostra as séries temporais das forças de sustentação ( $F_L$ ) e de arrasto ( $F_D$ ) para o cilindro móvel e números de Reynolds iguais a 90, 105 e 123. Observam-se diferentes comportamentos das forças de sustentação ao longo do tempo. Para alguns números de Reynolds, não se atinge uma estabilização de amplitude da força de sustentação, havendo uma oscilação periódica dessas amplitudes. As forças de arrasto mostram variações periódicas de formas diferentes para os três números de Reynolds mostrados, mas todas com amplitudes de variação de magnitude maior em relação às correspondentes para o cilindro fixo.

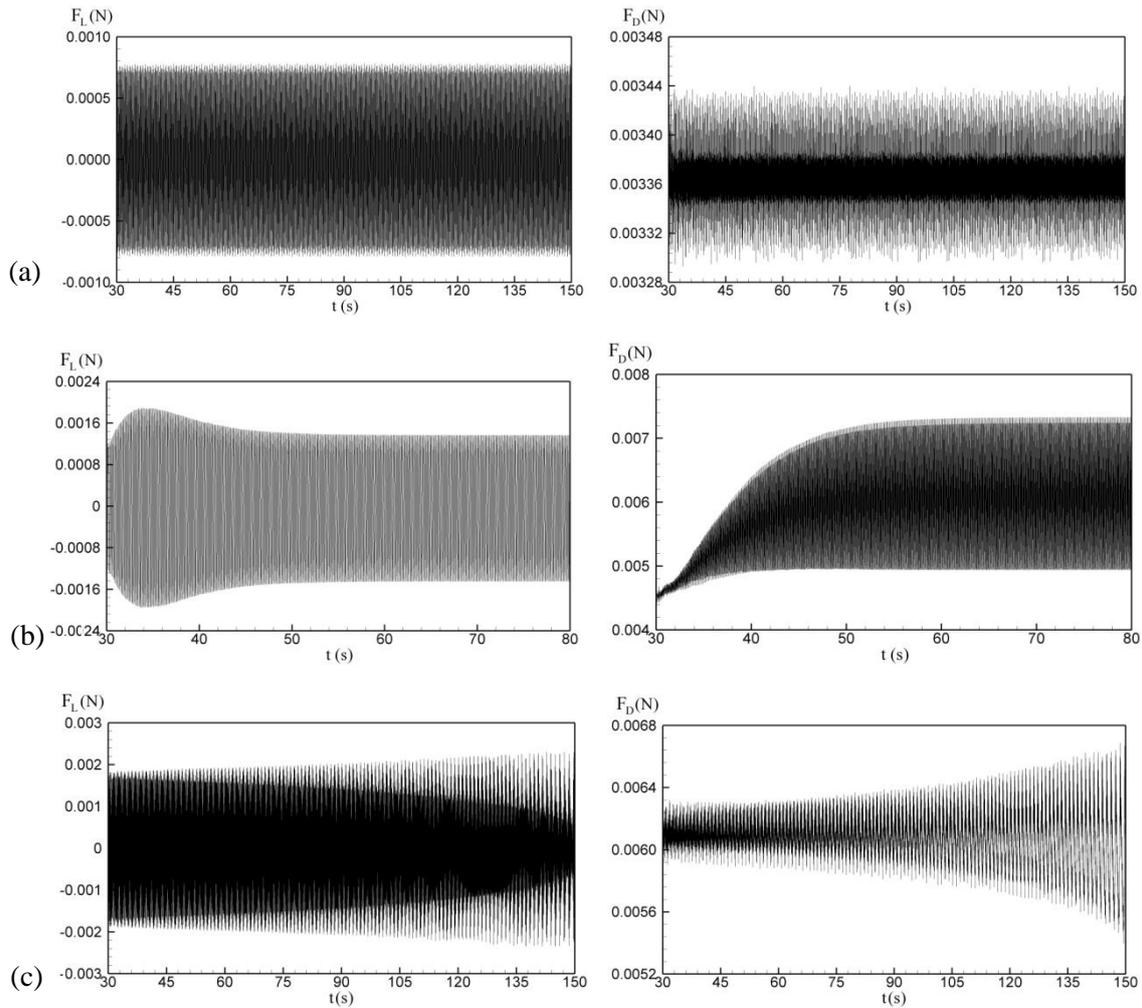


Figura 4.25 - Forças de sustentação e arrasto para o cilindro móvel e  $Re = 90$  (a),  $105$  (b) e  $123$  (c).

Para comparar as forças de arrasto e de sustentação ao longo do tempo entre os cilindros móveis e fixos, a figura 4.26 mostra estas forças para  $Re = 105$ . Ao contrário da força de arrasto para o cilindro fixo, que se estabiliza em um valor com pouca variação em torno de um valor constante ( $3,4 \times 10^{-3} \text{N}$ ), esta força oscila entre  $3,7 \times 10^{-3}$  e  $5,8 \times 10^{-3} \text{N}$  em uma frequência igual a  $14,029 \text{Hz}$  (quase duas vezes a frequência no sentido transversal) para o cilindro móvel. No sentido transversal, as forças de sustentação diferem em termos de frequência e amplitude. As amplitudes para o cilindro fixo e móvel são  $1,2 \times 10^{-3} \text{N}$  e  $1,0 \times 10^{-3} \text{N}$  e suas frequências são  $7,219 \text{Hz}$  e  $6,986 \text{Hz}$ , respectivamente. A primeira frequência está relacionada com o desprendimento de vórtices, enquanto a última está mais perto da frequência natural do sistema dinâmico do cilindro.

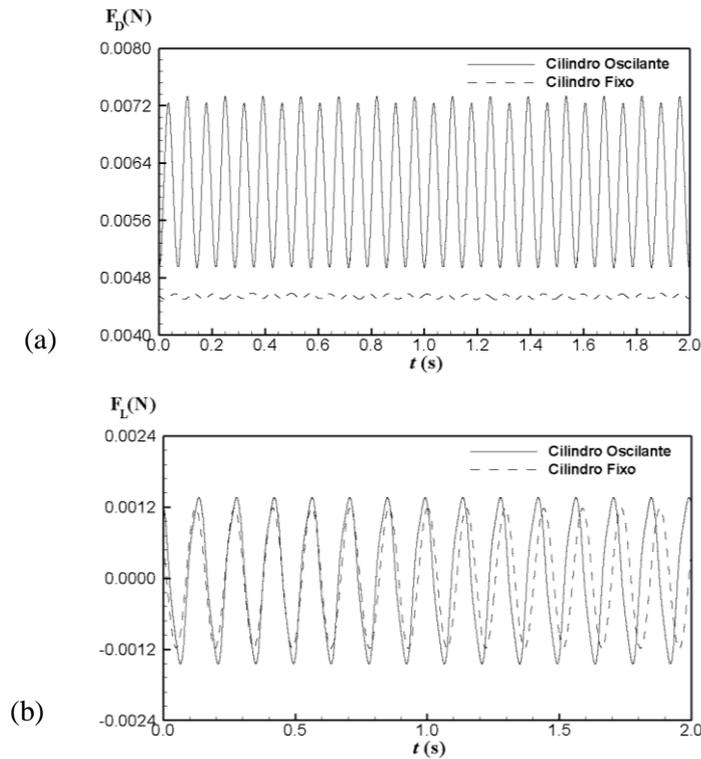


Figura 4.26 - Forças de arrasto (a) e de sustentação (b) para os cilindros fixo e móvel e  $Re = 105$ .

A figura 4.27 mostra as forças de arrasto e de sustentação para os casos dos cilindros fixo e móvel e  $Re = 130$ , onde o deslocamento do cilindro móvel é muito pequeno, diferentemente do que acontece com  $Re = 105$ . Para este caso, enquanto que as forças de arrasto para o cilindro fixo possuem pequenas variações em torno da média (0,0069N), quando se trata do cilindro móvel, estas variações aumentam, mas em menor proporção e com menor frequência em relação ao caso de  $Re = 105$ . Para as forças de sustentação no cilindro fixo, existe uma periodicidade e uma amplitude de oscilação regulares ao longo do tempo, com uma frequência média de 8,963Hz e amplitudes de 0,0023N. Por outro lado, para o cilindro móvel a amplitude de oscilação possui variações ao longo do tempo, mas próxima a do caso de cilindro fixo. A frequência média de oscilação desta força é de aproximadamente igual a 8,631Hz.

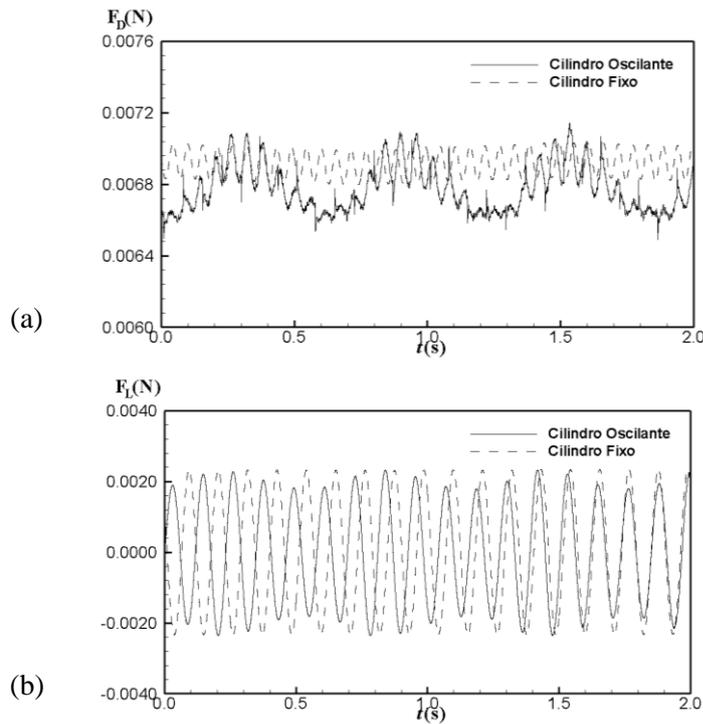


Figura 4.27 - Forças de arrasto (a) e de sustentação (b) para os cilindros fixo e móvel e  $Re = 130$ .

Na Figura 4.28 estão mostradas as forças de mola, de amortecimento e de inércia envolvidas nos sistemas dinâmicos para  $Re = 105$  e  $123$ . As forças de mola e de amortecimento têm diferenças de fase de  $180$  graus, como esperado. As amplitudes destas forças são mais altas que as de inércia. Para  $Re = 105$ , onde os deslocamentos do cilindro são maiores, as amplitudes das forças de mola e de amortecimento são mais altas que a amplitude da força de arrasto resultante. A relação entre eles é de aproximadamente  $450$ . Para  $Re = 123$ , esta relação é baixa (em torno de  $5$ ), pelo fato dos deslocamentos serem menores para este caso.

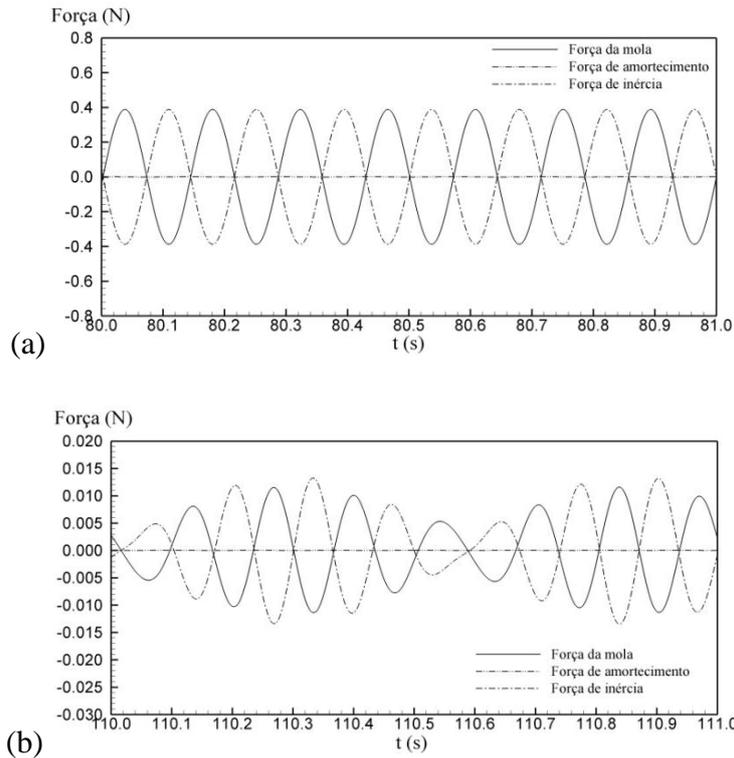
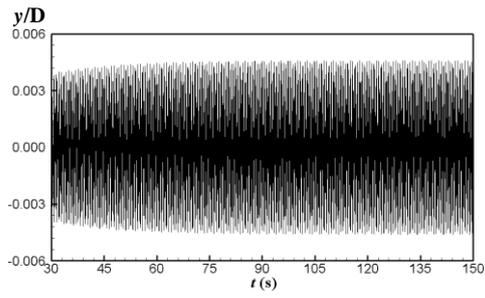


Figura 4.28 - Forças da mola, de amortecimento e de inércia para os cilindros móveis com (a)  $Re = 105$  e (b)  $Re = 123$ .

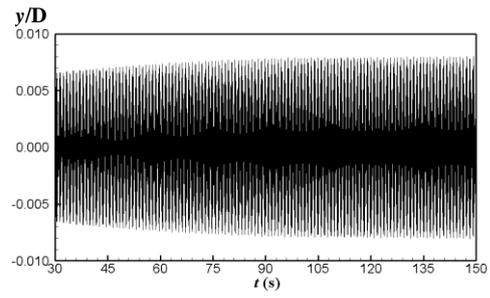
### 4.5.3 Amplitudes e frequências de vibração

As séries temporais dos deslocamentos transversais, adimensionalizados considerando o diâmetro do cilindro como referência ( $y/D$ ) para diversos números de Reynolds na faixa entre 90 e 140 estão mostradas na figura 4.29. Observa-se que as maiores amplitudes ocorrem para Reynolds entre 102 e 113 e a característica dos gráficos são muito semelhantes. Para números de Reynolds menores que 102 e maiores que 113 os deslocamentos são muito pequenos, praticamente desprezíveis.

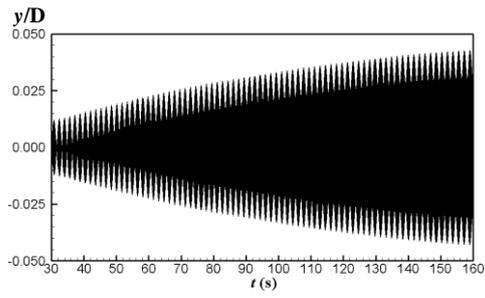
Re = 90



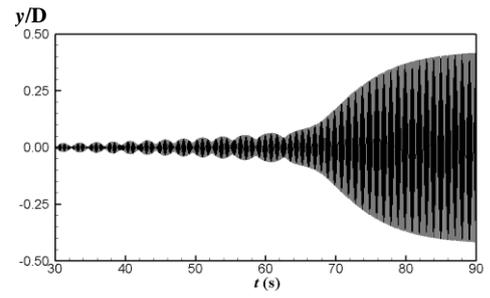
Re = 95



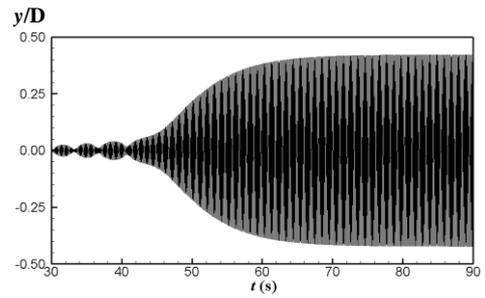
Re = 100



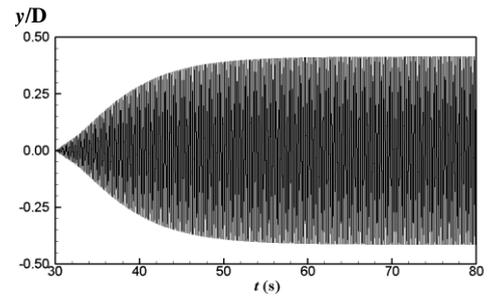
Re = 102



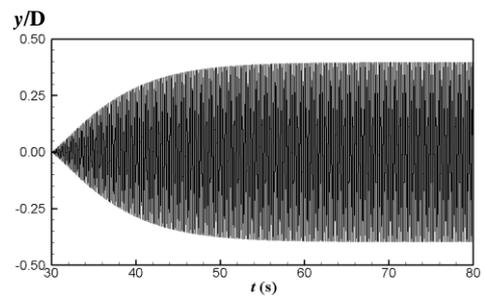
Re = 103



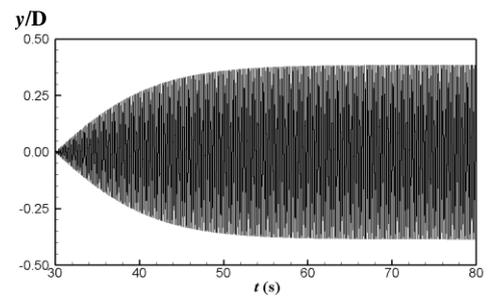
Re = 105



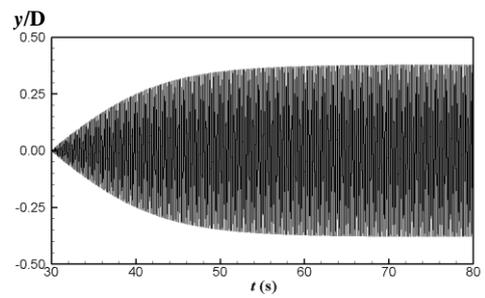
Re = 108



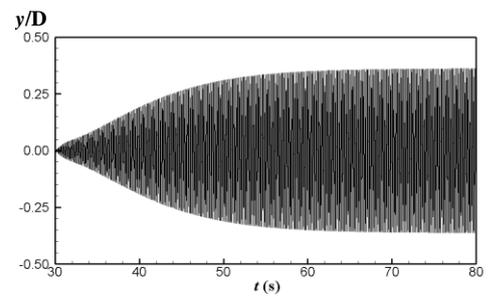
Re = 110



Re = 111



Re = 113



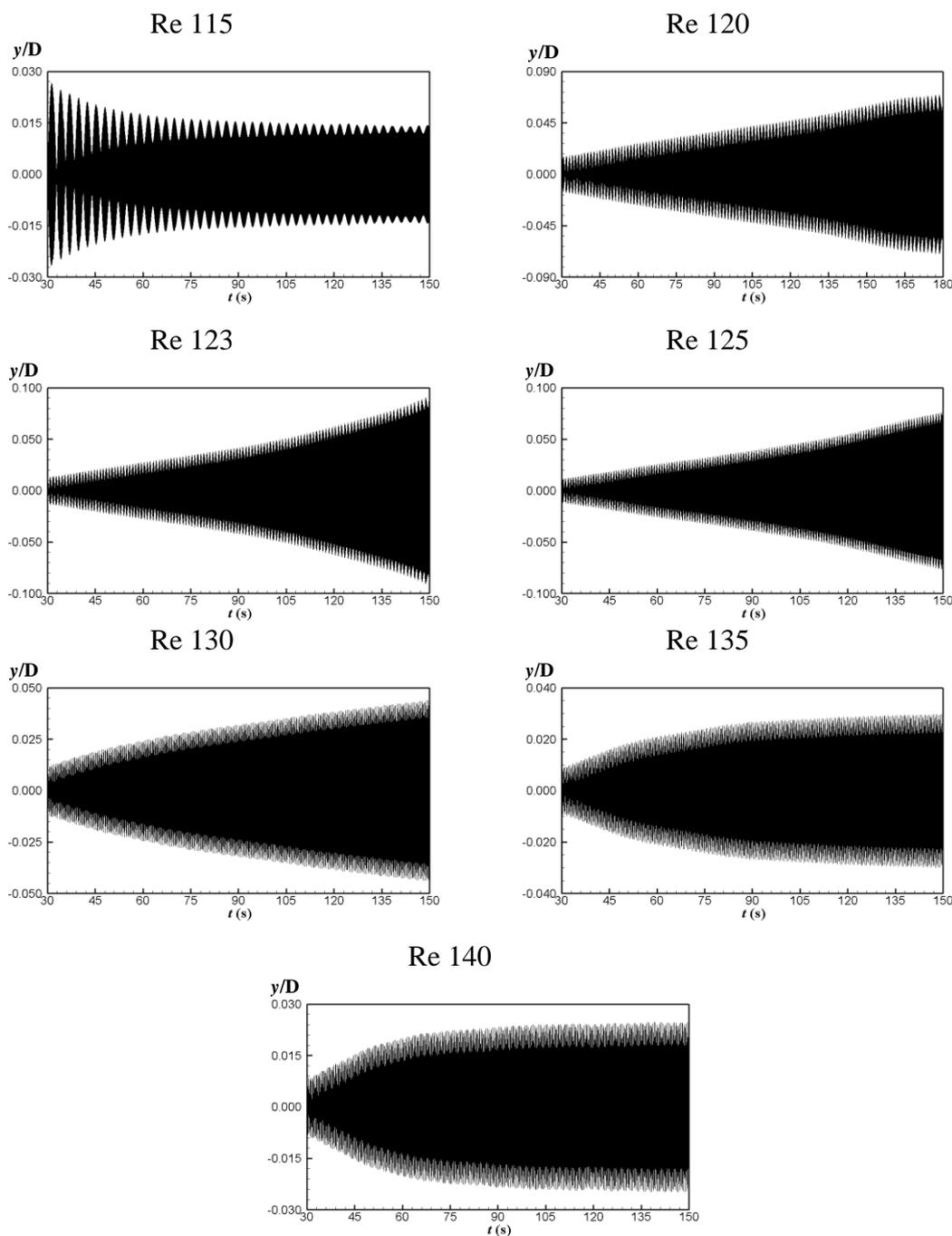


Figura 4.29 - Séries temporais dos deslocamentos do cilindro para diversos números de Reynolds, adimensionalizado pelo diâmetro do cilindro ( $y/D$ ).

A figura 4.30 mostra a relação entre a amplitude da oscilação do cilindro ( $Y$ ) e seu diâmetro ( $D$ ) em função do número de Reynolds (entre 90 e 140). A figura 4.31 mostra a relação entre a frequência de vibração e a frequência natural ( $f_v/f_n$ ) em função dos números de Reynolds. Esses resultados são comparados com os experimentais de Anagnostopoulos e Bearman (1992) e com os numéricos de Dettmer e Peric (2006).

Esses autores usaram um modelo que emprega a técnica dos elementos finitos com acoplamento pressão-velocidade estabilizado e de baixa ordem, uma formulação lagrangeana-euleriana e o método de discretização implícito  $\alpha$ -generalizado para o movimento de corpo rígido.

Observa-se uma faixa de número de Reynolds em que ocorre o fenômeno de sincronização ou ressonância (*lock-in*) que caracteriza-se pelo aumento da amplitude de oscilação do cilindro e pela igualdade da frequência de vibração com a frequência natural do sistema. Os resultados numéricos do IFeinco mostram que este fenômeno ocorre para números de Reynolds entre 102 a 113. Os resultados experimentais de Agnostopoulos e Bearman (1992) indicam que a faixa de Re em que acontece a sincronização está entre 104 e 126, como pode-se observar no trecho em que  $f_v/f_n$  é aproximadamente igual a unidade na figura 4.31. Além disso, nota-se que as amplitudes obtidas pelo IFeinco nesta faixa de Re são menores que as amplitudes apresentadas por Agnostopoulos e Bearman (1992).

Os resultados numéricos de Dettmer e Peric (2006) mostram que a faixa de Re onde ocorre a sincronização está entre 98 e 108. O início deste trecho ocorre em um número de Reynolds menor do que o obtido pelo IFeinco (102). Por outro lado, o comprimento do trecho onde ocorre a sincronização é praticamente o mesmo para os dois modelos numéricos.

Para todos os resultados observa-se que fora da região de sincronização as amplitudes são muito pequenas. Além disso, nota-se que a frequência de vibração passa a acompanhar a frequência de desprendimento dos vórtices, como se pode perceber pela linha tracejada da figura 4.31 que representa a frequência de desprendimento dos vórtices para o cilindro fixo determinada através dos experimentos de Williamson (1989).

As diferenças encontradas entre as amplitudes experimentais (Anagnostopoulos e Bearman, 1992) e as numéricas no intervalo de número de Reynolds da região de sincronização, também foram observados por Dettmer e Peric (2006). De acordo com os autores, essas diferenças podem ser explicadas comparando o domínio e as condições de contorno considerados na simulação numérica, com a situação real da experiência, desenvolvida por Anagnostopoulos e Berman (1992). Enquanto que na modelagem computacional considera-se um domínio bidimensional, o experimento é realizado em um canal de 0,70m de profundidade e o cilindro circular é composto de uma barra submersa até 0,12m de profundidade. A falta de uma placa horizontal na extremidade

do cilindro submerso e a influência da superfície livre contribui para o desenvolvimento de um escoamento tridimensional, ao contrário do que é suposto numericamente.

Baseados nos experimentos de Feng (1968), Sumer e Fredsøe (1997) relatam que a faixa de velocidade reduzida ( $V_R$ ) em que ocorre a sincronização depende da relação de massa ( $m/\rho D^2$ ), que neste estudo de caso está em torno de 116. Segundo esses autores, valores mais baixos deste parâmetro (na ordem de grandeza de 4) a região de sincronização é mais larga (na faixa de  $6 < V_R < 8$ ), enquanto que para valores mais elevados (em torno de 34), a região de sincronização fica em  $5,5 < V_R < 6,5$ . Portanto, conforme os autores, este estudo de caso deve apresentar sincronização próxima a última faixa citada, o que equivale a uma faixa de número de Reynolds de  $99 < Re < 117$ . Nota-se que o Ifeinco apresentou uma faixa de sincronização muito próxima a esta ( $102 < Re < 113$ ).

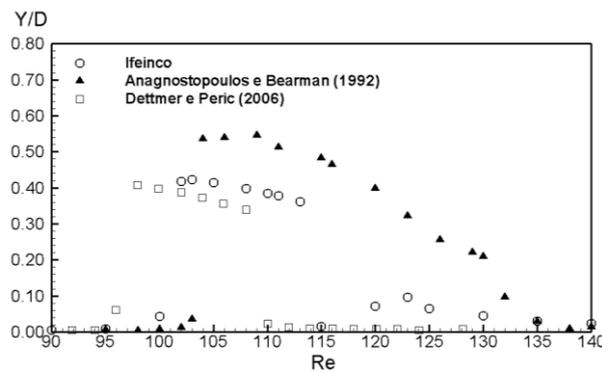


Figura 4.30 - Amplitude ( $Y/D$ ) de oscilação do cilindro em relação ao número de Reynolds.

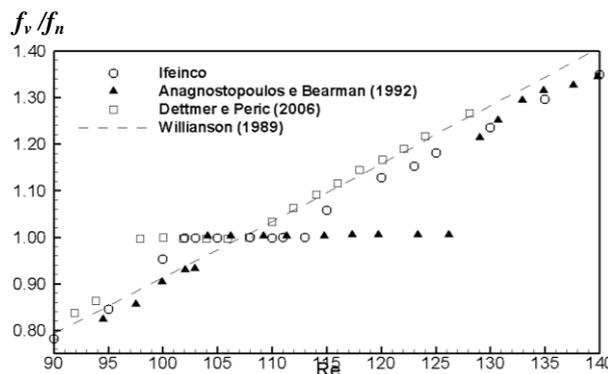


Figura 4.31 - Frequência de vibração ( $f_v/f_n$ ) em relação ao número de Reynolds.

Com o intuito de ressaltar a influência do tamanho do domínio nos resultados, as figuras 4.32 e 4.33 mostram comparações da amplitude de oscilação e da frequência de vibração em relação ao número de Reynolds, respectivamente, usando domínios com  $L_D/D$  de 6,25 e 100. Observa-se que a região de sincronização para  $L_D/D = 6,25$  ficou em  $95 < Re < 106$ , transladada em relação à zona encontrada para  $L_D/D = 100$  ( $102 < Re < 113$ ), mas com o mesmo comprimento de trecho. A figura 4.32 mostra que as amplitudes para os dois casos tem valores próximos. Por outro lado, a figura 4.33 mostra diferenças significativas nas frequências de vibração na região fora da sincronização.

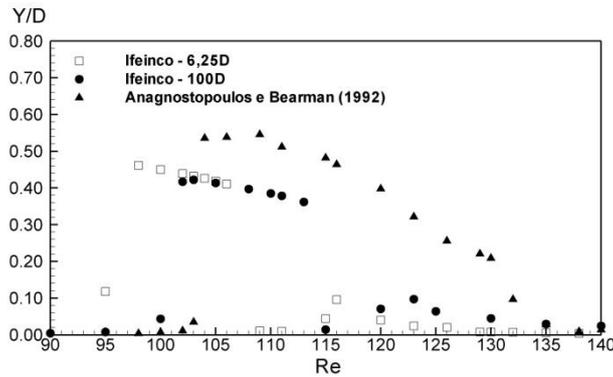


Figura 4.32 - Amplitude ( $Y/D$ ) de oscilação do cilindro em relação ao número de Reynolds obtidos pelo Ifeinco com  $L_D/D$  iguais a 6,25 e 100 e pelos resultados experimentais de Anagnostopoulos e Bearman (1992).

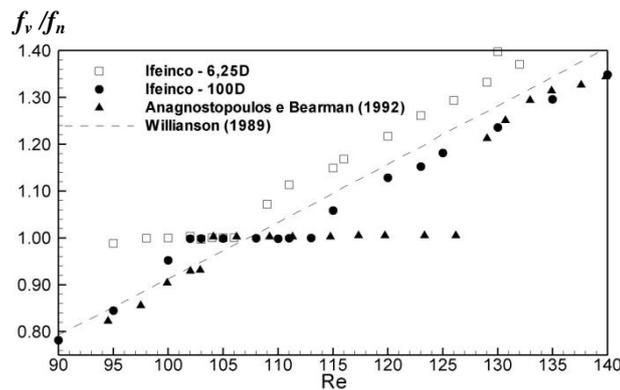


Figura 4.33 - Frequência de vibração ( $f_v/f_n$ ) em relação ao número de Reynolds obtidos pelo Ifeinco com  $L_D/D$  iguais a 6,25 e 100 e pelos resultados experimentais de Anagnostopoulos e Bearman (1992).

Outra forma de investigar a influência do tamanho do domínio nos resultados do cilindro móvel é através da comparação das amplitudes e frequências de vibração do cilindro obtidas pelo Ifeinco e por Dettmer e Peric (2006), ambos com  $L_D/D = 6,25$ , mostradas nas figuras 4.34 e 4.35, respectivamente. Observa-se na figura 4.34, que a faixa de número de Reynolds prevista para ocorrer a sincronização obtidas pelos dois modelos numéricos são muito próximos: para o Ifeinco é de  $95 < Re < 106$ , enquanto que para Dettmer e Peric (2006) é de  $98 < Re < 108$ . Além disso, as amplitudes de vibração apresentam magnitudes semelhantes, embora, sistematicamente, os resultados do Ifeinco sejam superiores aos de Dettmer e Peric (2006) (em torno de 11%). A semelhança dos dois modelos no que se refere à captura da região de sincronização é corroborada pela observação do comportamento das frequências de vibração mostradas na figura 4.35, identificadas quando as frequências de vibração se igualam a frequência natural do sistema. Esta análise permite inferir que o estudo do tamanho do domínio mais adequado para as simulações é fundamental para obterem-se resultados precisos nestes tipos de problemas de interação fluido-estrutura e, especificamente para este caso, de vibração induzida por vórtices.

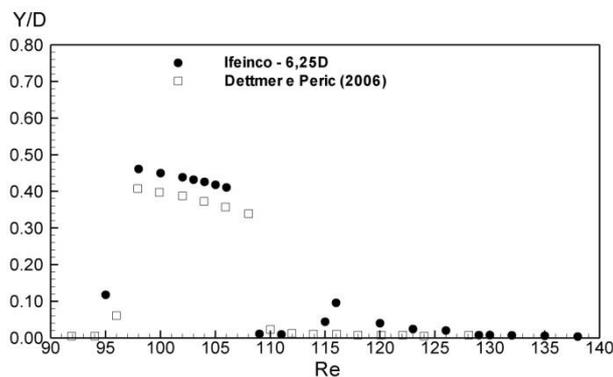


Figura 4.34 - Amplitude ( $Y/D$ ) de oscilação do cilindro em relação ao número de Reynolds obtidos pelo Ifeinco e por Dettmer e Peric (2006), ambos com  $L_D/D$  iguais a 6,25.

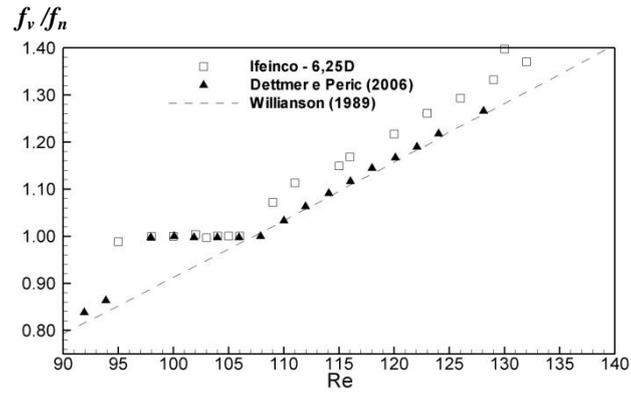


Figura 4.35 - Frequência de vibração ( $f_v/f_n$ ) em relação ao número de Reynolds obtidos pelo Ifeinco e por Dettmer e Peric (2006), ambos com  $L_D/D$  iguais a 6,25.

## 5. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou a simulação numérica da interação entre escoamentos e cilindros a baixos números de Reynolds (entre 90 e 140). Nesta faixa de Reynolds, o escoamento pode ser considerado bidimensional, é laminar e ocorre a formação e desprendimento de vórtices. Foram estudados os casos de cilindros fixos e de cilindros apoiados sobre um sistema de mola e amortecedor transversal ao escoamento, quando ocorre o fenômeno da Vibração Induzida por Vórtices (VIV).

As simulações foram realizadas através do modelo numérico Iteco, que usa o método semi-implícito de Taylor-Galerkin de dois passos para discretizar as equações de Navier-Stokes, adotando um elemento triangular e uma formulação Lagrangeana-Euleriana Arbitrária (ALE). A descrição de movimento do corpo rígido é determinada através do método de Newmark.

Primeiramente, foi realizada a análise de convergência em relação ao tamanho do domínio computacional para o cilindro fixo e  $Re = 135$ . O domínio que apresentou a melhor relação precisão e tempo computacional foi aquele em que a distância entre o contorno externo e o centro do cilindro é de  $L_D = 100D$ . Para isso, foram tomados como parâmetros de convergência o número de Strouhal,  $St$ , a média quadrática do coeficiente de sustentação,  $C_{Lrms}$ , e o coeficiente de arrasto médio,  $C_{Dmédio}$ . Notou-se uma sensibilidade muito grande com relação ao tamanho do domínio adotado, mostrando a importância deste tipo de análise, aliado ao fato de que se observam muitos trabalhos publicados onde foram usados domínios com dimensões menores do que aquelas mais adequadas para descrever os fenômenos do escoamento.

Após, foi realizada uma análise de convergência de malha, onde os mesmos parâmetros citados anteriormente foram usados para a escolha da melhor resolução entre 100, 150 e 200 elementos ao redor do cilindro. Constatou-se que a resolução mais adequada seria a de 200 elementos em torno do cilindro. Como o tempo computacional havia ficado muito elevado, foi gerada uma nova malha que mantivesse o mesmo número de elementos ao redor do cilindro, mas que houvesse um aumento mais intenso do tamanho dos elementos nos contornos externos do domínio. Assim, a malha não

estruturada passou de 1255549 para 595526 elementos triangulares, reduzindo-se o tempo computacional em 5,45 vezes e mantendo a precisão dos resultados.

Para o cilindro fixo, foi analisado o comportamento da formação e do desprendimento de vórtices, constatando-se o mesmo comportamento descrito na literatura. Também foram analisadas as distribuições de pressões e de tensões tangenciais médias ao redor do cilindro para um  $Re = 105$ , a distribuição de pressões foi comparada com os resultados experimentais, obtendo-se uma ótima conformidade entre os resultados e a distribuição das tensões tangenciais foi comparada com resultados numéricos e experimentais para  $Re = 104$ , obtendo-se também uma boa concordância. Os ângulos de separação médios do escoamento para a faixa de Reynolds entre 90 e 140 foram comparados com resultados experimentais e numéricos, obtendo-se valores muito semelhantes em relação aos numéricos. Os números de Strouhal para a mesma faixa de Reynolds foram comparados com os resultados experimentais, obtendo-se diferenças muito pequenas (em média 0,16%). Os coeficientes de arrasto médio foram comparados com resultados numéricos de domínios de 70D e 4000D, constatando-se pequenas diferenças (médias de 0,32% e 0,66%, respectivamente). As médias quadráticas dos coeficientes de sustentação foram comparadas com resultados numéricos, observando-se uma diferença média de apenas 0,51%.

Em relação ao escoamento sobre o cilindro apoiado em base elástica na direção transversal, foram primeiramente analisados os campos de pressão e linhas de corrente ao redor do cilindro. Observaram-se pequenas mudanças em relação às posições dos vórtices para alguns números de Reynolds, por exemplo, 105, onde a oscilação do cilindro é maior. Notaram-se também diferentes comportamentos das séries temporais das forças de arrasto e sustentação de acordo com o número de  $Re$ , devido às diferenças de amplitudes de vibração encontradas ao longo da faixa de  $Re$  estudada.

Os resultados numéricos do Ifeinco mostraram que o fenômeno de ressonância, caracterizado pela coincidência da frequência de vibração com a frequência natural e pelo aumento da amplitude de oscilação do cilindro, ocorreu para números de Reynolds entre 102 a 113, enquanto que os experimentais de Agnostopoulos e Bearman (1992) mostraram ressonância numa faixa entre 104 e 126. Observou-se também que as amplitudes obtidas pelo Ifeinco nesta zona foram um pouco menores que as amplitudes apresentadas pelos resultados experimentais.

Os resultados numéricos de Dettmer e Peric (2006) mostraram que a faixa de Reynolds em que ocorre a ressonância está entre 98 e 108. O início deste trecho ocorreu

em um número de Reynolds menor do que o obtido pelo IFeinco ( $Re = 102$ ). Por outro lado, o comprimento do trecho onde ocorreu a sincronização foi praticamente o mesmo para os dois modelos numéricos. Para todos os resultados observou-se que fora da região de sincronização as amplitudes foram muito pequenas. Além disso, notou-se que a frequência de vibração passou a acompanhar a frequência de desprendimento dos vórtices.

As diferenças encontradas entre as amplitudes experimentais (Anagnostopoulos e Bearman, 1992) e as numéricas no intervalo de número de Reynolds da região de sincronização, também foram observadas numericamente (Dettmer e Peric, 2006) e podem ser justificadas pela presença de efeitos tridimensionais existentes nos experimentos e que não são considerados na simulação numérica.

Constatou-se a influência do tamanho do domínio nos resultados para o cilindro móvel usando o IFeinco, comparando-se os resultados em termos de amplitude de oscilação e de frequência de vibração para domínios de  $6,25D$  e  $100D$ . Observou-se uma antecipação da ressonância para o caso do domínio menor em relação ao maior, mostrando mais uma vez a importância do estudo do tamanho do domínio para obter-se uma análise precisa.

Conclui-se que as análises apresentadas neste trabalho para o cilindro fixo e, principalmente, para o cilindro móvel, validam o modelo numérico IFeinco no que diz respeito à capacidade de simular o fenômeno VIV. A partir deste estudo, podem-se sugerir algumas propostas futuras que permitam complementá-lo, destacando-se:

- (a) O estudo de casos de escoamentos uniformes em cilindros apoiados sob base elástica longitudinal e em bases longitudinal e transversal simultâneas (dois GDL).
- (b) A análise do caso do cilindro sob base elástica sob a ação de ondas. Ressalta-se que o IFeinco possui em seu código a imposição da geração da onda e a condição de contorno de superfície livre devido a presença da onda.
- (c) Estudar os casos de escoamentos em cilindros adjacentes, verificando a influência de um em relação ao outro e o controle de vibração, considerando os cilindros fixos e/ou móveis.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACHENBACH, E. Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to  $Re = 5 \times 10^5$ . **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge, v. 34, n. 1, p. 625-639, 1968.

AL-JAMAL, H. e DALTON, C. Vortex induced vibrations using large eddy simulation at a moderate Reynolds number. **Journal of Fluids and Structures**, v. 19, n. p. 73-92, 2004.

ANAGNOSTOPOULOS, P. e BEARMAN, P. W. Response characteristics of a vortex encircled cylinder at low Reynolds numbers. **Journal of Fluids and Structures**, v. 6, p. 39-50, 1992.

ARGYRIS, J.; DOLTSINIS, S.; WUESTENBERG, H. e PIMENTA, P. M. Finite element solution of viscous flow problems. **Finite Elements in Fluids**, Wiley, New York, v.6, p.89-114, 1985.

BARANYI, L. e LEWIS, R. I. Comparison of grid-based and vortex dynamics predictions of low Reynolds number cylinder flows. **The Aeronautical Journal**, v. 110, p. 63-71, 2006.

BATHE, Klaus J. Finite element procedures. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 1037 p. ISBN 0-13-301458-4.

BEHR, M.; HASTRITER, D.; MITTAL, S. e TEZDUYAR, T. E. Incompressible flow past a circular cylinder: dependence of the computed flow field on the location of the lateral boundaries. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 123, p. 309-316, 1995.

BLEVINS, Robert D. Flow-induced vibration. Second Edition. New York: Van Nostrand Reinhold. 1990. 451 p. ISSN 1-57524-183-8.

BREUER, M. A challenging test case for large eddy simulation: high Reynolds number circular cylinder flow. **International Journal of Heat Fluid Flow**, v. 21, n. 5, p. 648-654, 2000.

DETTMER, W. e PERIC, D. The computational framework for fluid-rigid body interaction: Finite element formulation and applications. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 195, p. 1633-1666, 2006.

DIDIER, E. 2008. Convergência assintótica das quantidades fundamentais na modelação numérica do escoamento em torno de um cilindro circular. In: II Conferência Nacional de Métodos Numéricos em Mecânica de Fluidos e Termodinâmica. Lisboa, Universidade de Aveiro, 2008. p.10.

DIMOPOULOS, H. G. e HANRATTY, T. J. Velocity gradients at the wall flow around a cylinder for Reynolds numbers between 60 and 360. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 33, p. 303-319, 1968.

FENG, C. C. The measurement of vortex-induced effects on flow past stationary and oscillating circular and D-section cylinders. Vancouver, Canadá, 1968. 100 p. Thesis (M.Sc. Mechanical Engineering), The University of British Columbia.

FOX, Robert W. e MACDONALD, Alan T. Introdução à mecânica dos fluidos. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA, 1998. 504 p. ISBN 85-216-1261-3.

GABBAI, R. D. e BENAROYA, H. An overview of modeling and experiments of vortex-induced vibration of circular cylinders. **Journal of Sound and Vibration**, v. 282, p. 575-616, 2005.

GROVE, A. S.; SHAIR, F. H. e PETERSEN, E. E. An experimental investigation of the steady separated flow past a circular cylinder. v. 19, p. 60-80, 1964.

GUILMINEAU, E. e QUEUTEY, P. Numerical simulation of vortex-induced vibration of a circular cylinder with low mass-damping in a turbulent flow. **Journal of Fluids and Structures**, v. 19, p. 449-466, 2004.

HOMANN, F. Einfluss grsser Zahigkeit bei Strmung um Zylinder. **Forsch. Ing. Wes.** v. 7, p. 1-9, 1936.

KING, R. Vortex-excited structural oscillations of circular cylinder in flowing water. U.K., 1974. Thesis (Ph.D). Loughborough University Technology.

KING, R. Vortex-excited structural oscillations of circular cylinder in steady currents. In: 6<sup>th</sup> Annual Offshore Technology Conference, Paper No. OTC 1948, Houston, 1974. p. 143-154.

KRAVCHENKO, A. G.; MOIN, P. e SHARIFF K. B-spline method and zonal grids for simulations of complex turbulent flows. **Journal of computational Physics**, v. 151, p. 757-789, 1999.

LANGE, C. Numerical predictions of heat and momentum transfer from a cylinder in crossflow with implications to hot-wire anemometry, 1997. Thesis, University Erlangen-Nürnberg.

LOPES, R. de K. D. Análise de Estruturas Sujeitas a Vibrações Induzidas por Vórtices. Rio de Janeiro, 2006. 187 p. Dissertação (Ciências em Engenharia Civil), Universidade Federal do Rio de Janeiro.

MITTAL, S. e KUMAR, V. Flow-induced vibrations of a light circular cylinder at Reynolds numbers  $10^3$  and  $10^4$ . **Journal of Sound and Vibration**, v. 5, n. 245, p. 923-46, 2001.

MUNSON, Bruce R., YOUNG, Donald F., OKIOSHI, Theodore H. Fundamentos da Mecânica dos Fluidos. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 2004. 571 p. ISBN 85-212-0343-8.

NOBARI, M. R. H. e NAREDAN, H. A numerical study of flow past a cylinder with cross flow and inline oscillation. **Computers & Fluids**, v. 35, n. 4, p. 393-415, 2006.

NORBERG, C. An experimental investigation of the flow around a circular cylinder: influence of aspect ratio. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 258, p. 287-316, 1994.

PASQUETTI, R. High-order methods for the numerical simulation of vertical and turbulent flows - high-order LES modeling of turbulent incompressible flow. **Comptes Rendus Mécanique**, v. 333, n. 1, p. 39-49, 2005.

PLACZEK, A.; SIGRIST, J. F. e HAMDOUNI A. Numerical simulation of an oscillating cylinder in a cross-flow at low Reynolds number: Forced and free oscillations. **Computer & Fluids**, v. 38, p. 80-100, 2009.

POLDSZIECH, O. e GRUNDMANN, R. A systematic approach to the numerical calculation of fundamental quantities of the two-dimensional flow over circular cylinder, **Journal of Fluids and Structures**, v. 23, p. 479-499, 2007.

RAJANI, B. N; KAMDASAMY, A. e MAJUMDAR, S. Numerical simulation of laminar flow past a circular cylinder. **Applied Mathematical Modelling**, v. 33, p. 1228-1247, 2009.

RAO, Singiresu S. Vibrações mecânicas. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009. 424 p. ISBN 978-85-7605-200-5.

ROSHKO, A. On the development of turbulent wakes from vortex streets, **NACA Report**, v. 1191, California Institute of Technology, 1954.

SAGHAFIAN M.; STANSBY, P. K.; SAIDI, M. S. e APSLEY, D. D. Simulation of turbulent flows around a circular cylinder using nonlinear eddy-viscosity modeling: steady and oscillatory ambient flows. **Journal of Fluids and Structures**, v. 15, n. 1, p. 1213-1236, 2003.

SARPKAYA T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures** v. 19, p. 389-447, 2004.

SCHLICHTING, Herman. Boundary-Layer Theory. Edição 7. New York: MacGraw-Hill. 1979. ISBN 007-05-5334-3

SUMER, B. Mutlu e FREDSE, Jørgen. Hydrodynamics Around Cylindrical Structures. Volume 12. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 1997. 530 p. ISBN 981-02-2898-8.

TECLOT<sup>®</sup> GUI Builder, User's Manual, Version 3.0, For Tecplot 10, Amtec Engineering, Inc. Bellevue, Washington, September, 2003.

TEIXEIRA, P. R. F. e AWRUCH, A. M. Numerical simulation of fluid-structure interaction using the finite element method. **Computers & Fluids**, v. 34, p. 249-273, 2005.

TEIXEIRA, P. R. F. Simulação Numérica da Interação de Escoamentos Tridimensionais de Fluidos compressíveis e incompressíveis e estruturas deformáveis usando o método dos elementos finitos. Porto Alegre, 2001. 237 p. Tese (Engenharia Civil), UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

TEIXEIRA, P. R. F., e AWRUCH, A. M. Three-dimensional simulation of high compressible flows using a multi-time-step integration technique with subcycles. **Applied Mathematical Modelling**, v. 25, p. 613-627, 2001.

THOMSON, Willian T. Teoria da Vibração com Aplicações. Rio de Janeiro: Editora Interciência Ltda, 1978. 462 p. CDU - 620.178.5:681.3.

TRITTON, D. J. Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers, **Journal Fluid Mechanics**, v. 6, p. 547-567, 1959.

WILLIANSO, C. H. K. Oblique and parallel models of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 206, p. 579-627, 1989.

WILLIANSO, C. H. K. Vortex dynamics in the cylinder wake. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 28, p. 477-539, 1996.

WILLIANSO, C. H. K. e ROSHKO, A. Measurements of base pressure in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers, **Zeitschrift Flugwissenschaften und Weltraumforschung**, v. 14, p. 38-46, 1990.

ZDRAVKOVICH, M. M. Flow around circular cylinders. Volume 1. New York: Oxford university press. 1997. 672 p. ISBN 978-0-19-856396-9.